

Betonbau

Einführung in die Norm SIA 262

Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Prof. Dr Aurelio Muttoni, Eidgenössische Technische Hochschule,  
Lausanne

Auszug der Dokumentation D 0182, Schweizerischer Ingenieur- und  
Architektenverein, Zürich, 2003



## 4 Bauteile ohne Querkraftbewehrung

Aurelio Muttoni, Lausanne

### 4.1 EINLEITUNG UND PRINZIP

Bei balkenförmigen Bauteilen wird im allgemeinen eine Querkraftbewehrung angeordnet. Deren Querschnittsfläche muss mindestens 0.2% des zugehörigen Betonquerschnitts betragen (SIA 262 Ziffer 5.5.2.2). Bei Platten und trägerartigen Bauteilen von untergeordneter Bedeutung kann hingegen die Querkraftbewehrung entfallen, sofern der Bemessungswert der Querkraft pro Längeneinheit den Bemessungswert des Querkraftwiderstandes ohne Querkraftbewehrung nicht übersteigt:

$$v_d \leq v_{Rd} \quad (4.1)$$

Es ist zu bemerken, dass nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.1.2 die Anordnung einer Querkraftbewehrung bei dicken Platten empfohlen wird, auch wenn die Bedingung aus Gl. (4.1) eingehalten wird. Dadurch soll bei wichtigen Plattenelementen ein Sprödbruch vermieden werden, der zum Kollaps des gesamten Tragwerks führen kann.

Der Bemessungswert des Querkraftwiderstandes pro laufenden Meter kann bei Platten ohne Querkraftbewehrung mithilfe folgender Gleichung ermittelt werden:

$$v_{Rd} = k_d \tau_{cd} d \quad (262.32a)$$

Dabei ist  $k_d$  ein Beiwert in Abhängigkeit von den zu erwartenden Verformungen, von der statischen Höhe  $d$  (Massstabeffekt) und vom Grösstkorn der Gesteinskörnung  $D_{max}$ . Die Ermittlung dieses Beiwertes und dessen theoretische Grundlagen werden im nächsten Abschnitt beschrieben. Der Einfluss der Betondruckfestigkeit auf den Querkraftwiderstand wird mit der Grösse

$$\tau_{cd} = \frac{0.3\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \quad (262.3)$$

berücksichtigt. Die  $\tau_{cd}$  - Werte für gewöhnlichen Betonklasse sind in SIA 262 Tabelle 8 für  $\gamma_c = 1.5$  angegeben.

### 4.2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Es ist hilfreich, das effektive Tragverhalten von Platten im randgestützten Bereich mit den herkömmlichen Gleichgewichtslösungen zu vergleichen. Bild 4.1 zeigt zwei Plattenstreifen mit unterschiedlicher Belastung und die entsprechenden Gleichgewichtslösungen nach der Plastizitätstheorie. Es handelt sich um die sogenannte Sprengwerk- bzw. Bogenwirkung.

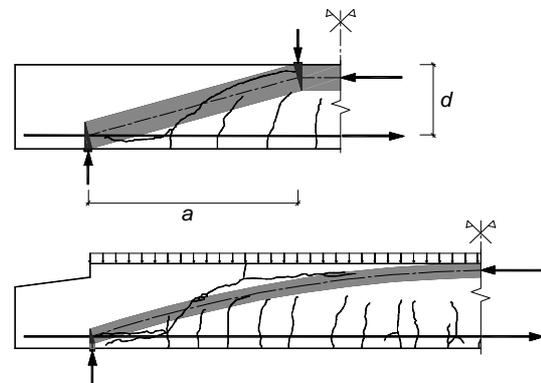


Bild 4.1: Plattenstreifen mit Gleichgewichtslösungen nach der Plastizitätstheorie und Rissbild im Bruchzustand; Fall mit konzentrierten Lasten und Fall mit verteilter Last.

Da sämtliche Betonstreben und Knotenbereiche nur auf Druck beansprucht werden, sind diese Lösungen theoretisch auch möglich, wenn die Betonzugfestigkeit vernachlässigt wird. Es kann interessanterweise festgestellt werden, dass bei diesen Lösungen die Traglast nach der Plastizitätstheorie durch das Erschöpfen der Biegefestigkeit in Plattenmitte infolge Fließens der Längsbewehrung definiert ist. Die

Bedingung dafür ist, dass die Bewehrungskraft hinter den Auflagern voll verankert wird.

Zahlreiche Versuche zeigen jedoch, dass das effektive Tragverhalten und die erreichte Bruchlast von den beschriebenen Gleichgewichtslösungen auch beträchtlich abweichen können. Es kommt zur Bildung von Biegerissen, die sich in die theoretischen Druckstreben des Sprengwerks bzw. des Bogens fortpflanzen können (siehe Bild 4.1). Messungen an Plattenstreifen kurz vor dem Versagen haben gezeigt, dass aufgrund der relativ grossen Rissbreite nur eine beschränkte Querkraft mit der Druckstrebe aufgenommen werden kann [4.1, 4.2]. Das Spannungsfeld nach der Plastizitätstheorie mit der Direktabstützung kann sich somit nicht vollständig ausbilden, und die zugehörige Traglast wird nicht erreicht. Dies erklärt, warum oft nicht die Biege-, sondern die Querkraftfestigkeit massgebend ist.

Die effektive Tragwirkung vor dem kritischen Zustand sowie die Restfestigkeit nach Fortpflanzung der kritischen Risse werden massgeblich von der Fähigkeit beeinflusst, Querkraft über die Biegerisse hinweg mittels Verzahnung der Rissufer aufzunehmen. Aus diesem Grund ist die Schubfestigkeit von Platten ohne Querkraftbewehrung primär von folgenden Grössen abhängig:

- Betonfestigkeit (siehe Gl. 262.3)
- Rissbreite im kritischen Bereich
- Grösstkorndurchmesser und Festigkeit der Gesteinskörnung

In [4.3] wird ein Berechnungsmodell basierend auf der Bestimmung der Rissbreite im kritischen Bereich vorgeschlagen. Dabei werden folgende Annahmen getroffen:

- Der kritische Bereich befindet sich in einem Schnitt um  $0.5d$  von der Lasteinleitung und  $0.6d$  von der Betonoberfläche auf der Druckseite entfernt
- Die Rissbreite im kritischen Bereich ist proportional zum Produkt der Längsdehnung  $\varepsilon$  mit der statischen Nutzhöhe  $d$ .

Die Längsdehnung  $\varepsilon$  im kritischen Bereich kann mit der elastischen Biegetheorie ermittelt werden. Wird das Ebenbleiben der Querschnitte angenommen, ergibt sich für den Fall ohne Normalkraft:

$$\varepsilon = \frac{m_d}{d \cdot \rho \cdot E_s \cdot (d - x/3)} \cdot \frac{0.6d - x}{d - x} \quad (4.2)$$

Hier ist  $x$  die elastisch ermittelte Druckzonenhöhe und  $m_d$  das Biegemoment im kritischen Schnitt.

Durch die Auswertung von Bruchversuchen an Plattenstreifen ohne Querkraftbewehrung kann der Beiwert  $k_d$  (Gl. 262.32a) als Funktion der Dehnung  $\varepsilon$  und der statischen Höhe  $d$  [mm] ermittelt werden:

$$k_d = \frac{1}{1 + 2.5 \cdot \varepsilon \cdot d \cdot k_{D_{\max}}} \quad (4.3)$$

Dabei wird mit dem Beiwert

$$k_{D_{\max}} = \frac{48}{D_{\max} + 16} \quad (4.4)$$

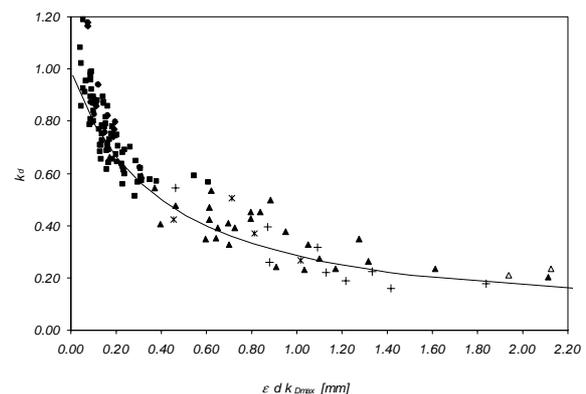


Bild 4.2: Einfluss der Längsdehnung  $\varepsilon$ , des Massstabeffektes und des Grösstkorndurchmessers auf die Querkraftfestigkeit; Versuchsergebnisse verglichen mit Gl. (4.3)

der Einfluss des Grösstkorns der Gesteinskörnung berücksichtigt. Wie Bild 4.2 zeigt, beschreibt Gl. (4.3) die Versuchsergebnisse recht gut. Versuchsträger, welche durch schwache

Bewehrungsgehalte, grosse statische Höhen (bis 3 m) und kleine Grösstkorndurchmesser gekennzeichnet sind, zeigen z.T. sehr niedrige Querkraftfestigkeiten.

### 4.3 BEMESSUNGSANSATZ

Nach Gl. (4.3) ist die Schubfestigkeit von der Dehnung  $\varepsilon$  im kritischen Bereich abhängig. Diese ist eine Grösse, die als Funktion der Beton- und Bewehrungssteifigkeit sowie der Bemessungswerte der Beanspruchung ( $m_d$ ,  $n_d$ ) berechnet werden muss. Für Bemessungszwecke ist somit Gl. (4.3) zu umständlich. Folgende Vereinfachung liefert die Grundlage für das Bemessungsverfahren nach SIA 262.

Die Dehnung  $\varepsilon$  im kritischen Bereich kann als Funktion der Bewehrungsdehnung  $\varepsilon_s$  und der Druckzonenhöhe  $x$  ausgedrückt werden. Wird  $x \cong 0.32 \cdot d$  angenommen, resultiert:

$$\varepsilon = \varepsilon_s \frac{0.6d - x}{d - x} \cong 0.41 \cdot \varepsilon_s \quad (4.5)$$

Weiter kann angenommen werden, dass die Bewehrungsdehnung mit der Biegebeanspruchung  $m_d$  direkt gekoppelt ist, und dass die Streckgrenze zusammen mit dem Biege- und Widerstand  $m_{Rd}$  erreicht wird. Es gilt somit mit  $f_{sd} = 500/1.15 = 435 \text{ N/mm}^2$ :

$$\varepsilon = 0.41 \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cdot \frac{m_d}{m_{Rd}} \cong 0.0009 \cdot \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad (4.6)$$

Dies in Gl. (4.3) eingesetzt ergibt:

$$k_d = \frac{1}{1 + k_v \cdot d} \quad d \text{ in [m]} \quad (262.32b)$$

und

$$k_v = 2.2 \cdot \frac{m_d}{m_{Rd}} \quad (262.33)$$

Die Biegebeanspruchung  $m_d$  sowie der Biege- und Widerstand  $m_{Rd}$  sind für den kritischen Nachweisschnitt zu bestimmen.

Wird Betonstahl mit  $f_{sd} > 435 \text{ N/mm}^2$  oder eine Gesteinskörnung mit dem Grösstkorndurch-

durchmesser  $D_{\max} < 32 \text{ mm}$  verwendet, ist  $k_v$  mit dem Faktor  $f_{sd}/435$  bzw.  $k_{D_{\max}}$  nach Gl. (4.4) zu vergrössern. Bei Leichtbeton verläuft der kritische Riss durch die schwachen Zuschlagskörner. In diesem Fall ist somit in Gl. (4.4)  $D_{\max} = 0$  einzusetzen.

Die Annahme einer direkten Abhängigkeit zwischen Dehnung und Biegebeanspruchung, die zu Gl. (262.33) geführt hat, setzt ein elastisches Verhalten der Bewehrung voraus. Können plastische Verformungen der Biegebewehrung nicht ausgeschlossen werden (z.B. plastische Gelenke im Bemessungszustand), dann ist  $k_v$  zu vergrössern. Nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.2 ist in solchen Fällen  $k_v = 3$  anzusetzen.

Zahlreiche Versuche zeigen, dass eine Abstufung der Bewehrung im kritischen Bereich zu einer Konzentration der Risse führt. Daraus folgt eine Abminderung der Querkraftfestigkeit. Dies kann berücksichtigt werden, indem der Beiwert  $k_v$  um 50% vergrössert wird, wenn die Abstufung der Längsbewehrung im Bereich  $\leq d$  vom Nachweisschnitt liegt (SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.3).

In Gl. (4.6) ist stillschweigend angenommen worden, dass die Dehnung in der Bewehrungsrichtung gemessen wird. Bei Platten kann jedoch die Hauptrichtung der Querkraft von der Richtung der Hauptbewehrung abweichen [4.4]. Sind die Bewehrungen parallel zu den x- und y-Achsen verlegt, beträgt der Winkel zwischen der Hauptbewehrung und der Hauptrichtung der Querkraft:

$$\vartheta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (4.7)$$

Die Dehnung in der Hauptrichtung der Querkraft kann durch Vergrösserung der Bewehrungsdehnung mit dem Faktor

$$\frac{1}{\sin^4 \vartheta + \cos^4 \vartheta} \quad (4.8)$$

ermittelt werden. Wie Bild 4.3 zeigt, erhält dieser Vergrösserungsfaktor an Bedeutung, wenn die Hauptrichtung der Querkraft von der Richtung der Hauptbewehrung deutlich abweicht. Nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.6 ist in solchen

Fällen der Beiwert  $k_v$  mit dem Beiwert nach Gl. (4.8) zu vergrössern.

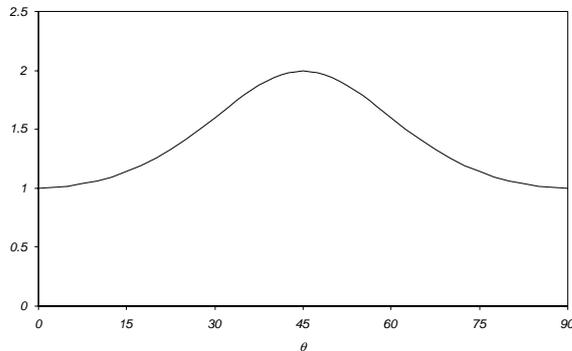


Bild 4.3: Faktor zur Vergrößerung der Dehnung in der Querkrafthaupttrichtung in Funktion des Winkels  $\theta$  zwischen Hauptbewehrung und Haupttrichtung der Querkraft

#### 4.4 NORMENVERGLEICH

In diesem Abschnitt wird der beschriebene Bemessungsansatz und dessen Resultate mit denjenigen der *SIA 162* (1993) und des *Eurocode 2* [4.5] verglichen.

Nach *SIA 162* wird die Querkraftfestigkeit primär als Funktion der Betonfestigkeit ermittelt. Der Massstabeffekt wird mit einem Reduktionsfaktor in Abhängigkeit von der statischen Höhe berücksichtigt.

Das Bemessungsverfahren nach *Eurocode 2* basiert auf dem empirisch ermittelten Ansatz. Dabei ist die bezogene Querkraftfestigkeit als Funktion der Betonfestigkeit, der absoluten Plattenstärke (Massstabeffekt), des Längsbewehrungsgehaltes, der Art der Gesteinskörnung und einer allenfalls vorhandenen Membranspannung ausgedrückt.

Nach *SIA 262* ist die Querkraftfestigkeit auch von der Verformung im kritischen Bereich abhängig. Die Längsbewehrung sowie auch die Biegebeanspruchung haben somit einen direkten Einfluss auf die Querkraftfestigkeit. Wie *Bild 4.4* zeigt, liegt die Querkraftfestigkeit nach *SIA 262* im allgemeinen etwas tiefer als

diejenige nach *SIA 162* und, ist vergleichbar mit derjenigen nach *Eurocode 2*.

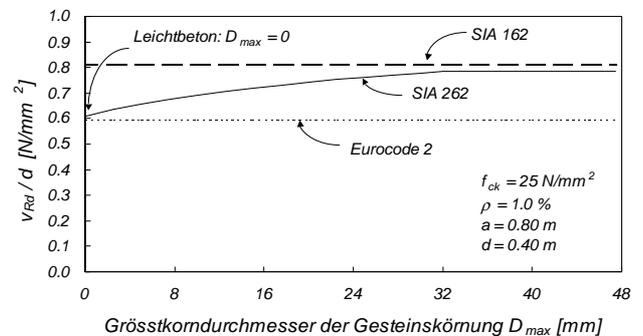
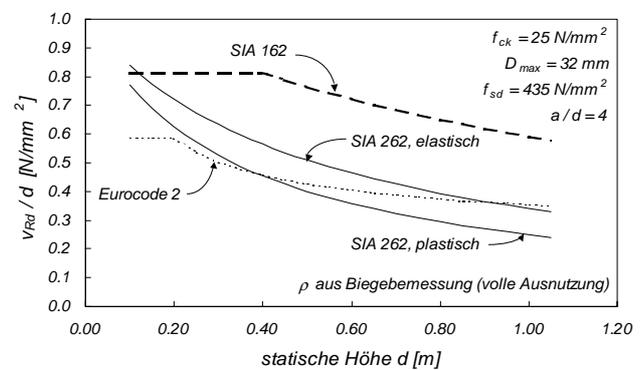
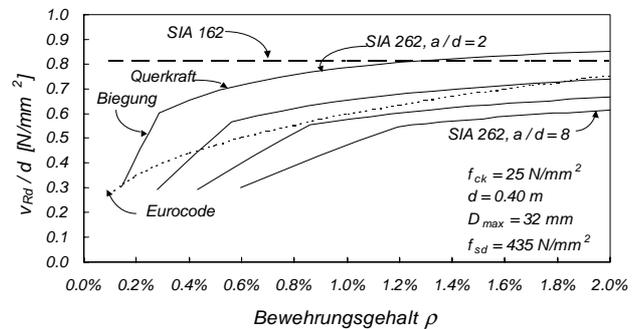


Bild 4.4: Vergleich der Querkraftfestigkeit nach *SIA 262*, *SIA 162* und *Eurocode 2* [4.5]; Einfluss des Bewehrungsgehaltes, der statischen Höhe und des Grösstkorndurchmessers der Gesteinskörnung.

4.5 EINFLUSS DER NORMALKRAFT

Nicht nur die Biegebeanspruchung, sondern auch eine allenfalls vorhandene Normalkraft (Druck oder Zug) oder eine Vorspannung können die Verformung im kritischen Bereich und somit die Querkraftfestigkeit beeinflussen. Nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.7 kann dies berücksichtigt werden, indem in Gl. (262.33) das Bemessungsmoment  $m_d$  durch die Grösse  $m_d - m_{Dd}$  und der Biege Widerstand  $m_{Rd}$  durch  $m_{Rd} - m_{Dd}$  ersetzt werden. Dabei ist  $m_{Dd}$  das Dekompressionsmoment, d.h. die Biegebeanspruchung, bei welcher  $\epsilon_s = 0$  gilt. Nach Bild 4.5 gelten für das Dekompressionsmoment folgende Beziehungen:

$$n_d < 0: \quad m_{Dd} = -n_d \cdot \left( \frac{h}{2} - \frac{d}{3} \right) \quad (4.9)$$

$$n_d > 0: \quad m_{Dd} = -n_d \cdot \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (4.10)$$

Dabei ist  $n_d$  der Bemessungswert der Normalkraft infolge äusseren und inneren Einwirkungen (z.B. Vorspannung). Selbstverständlich ist der Einfluss der Normalkraft auf den Biege Widerstand zu berücksichtigen.

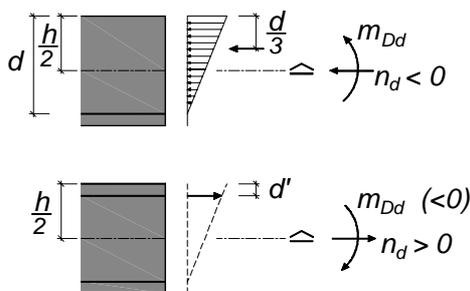
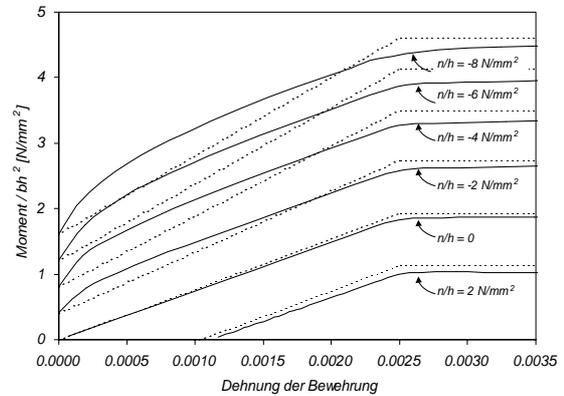


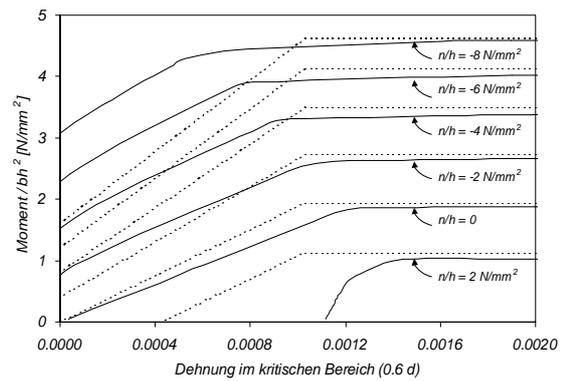
Bild 4.5: Dekompressionsmoment als Funktion der Normalkraft (im Fall  $n_d < 0$  wird die Druckbewehrung vernachlässigt)

Bild 4.6a zeigt, dass die angenommene lineare Beziehung zwischen Bewehrungsdehnung und Biegebeanspruchung (gestrichelte Linien) eine gute Näherung des effektiven Verlaufs (durchgezogene Linien) darstellt. Aus Bild 4.6b ist hingegen ersichtlich, dass die Dehnung im kritischen Bereich zum Teil stark abweicht von der angenommenen Näherung. Dies resultiert aus der Annahme  $x \cong 0.32 \cdot d$  (Gl. 4.5), die

nur für grosse Bewehrungsgehalte und kleine Druckkräften zutrifft. Wichtigen zugbeanspruchten Tragelementen ist besondere Aufmerksamkeit zu schenken, und Gl. (4.3) wird sinnvollerweise direkt angewendet.



a)



b)

Bild 4.6: Beziehungen zwischen Biegebeanspruchung und Bewehrungsdehnung sowie Dehnung im kritischen Bereich (0.6 d). Resultat einer Querschnittsberechnung (durchgezogene Linien,  $\rho = \rho' = 0.5\%$ ,  $E_c = 30'000 \text{ N/mm}^2$ ), lineare Näherung (gestrichelte Linien)

Eine Vorspannung wirkt nicht nur auf die Normalkraft, sondern auch auf die Querkraft und auf die Biegung. Dies wird im Anwendungsbeispiel (Abschnitt 4.8) ausführlich behandelt.

#### 4.6 DIREKTABSTÜTZUNG

Zahlreiche Versuche zeigen, dass sich bei Einzellasten, die in der Nähe des Auflagers wirken ( $a < 2d$ ), eine direkte Druckstrebe einfacher einstellen kann, weil sich die Biegerisse nur teilweise in die Druckstrebe fortpflanzen (Bild 4.7, [4.1, 4.2]). Dies wird nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.9 berücksichtigt, indem Einzellasten, deren Einleitstellen im Abstand  $a \leq 2d$  vom Auflagerrand entfernt sind, für die Ermittlung des zugehörigen Bemessungswertes der Querkraft mit dem Faktor  $a/(2d)$  abgemindert werden dürfen. Bei sehr grossen Einzellasten im Auflagerbereich ist es empfehlenswert, die Druckstrebe und die Knotenbereiche anhand von Spannungsfeldern zu untersuchen. Dabei muss die horizontale Komponente der Druckstrebenkraft mit einer voll verankerten Bewehrung aufgenommen werden.

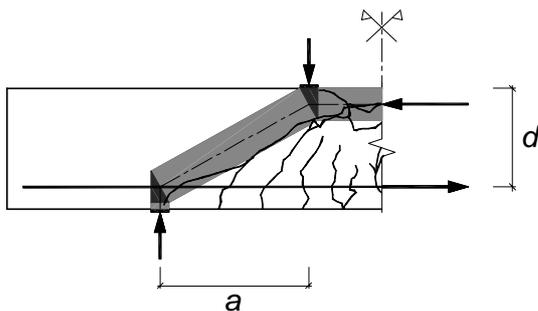


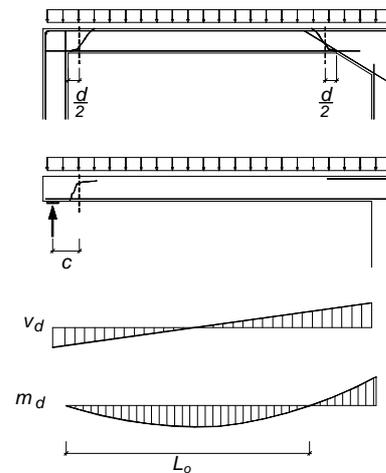
Bild 4.7: Plattenstreifen mit Gleichgewichtslösungen nach der Plastizitätstheorie und Rissbild im Bruchzustand; Fall mit mittlerer Schubspanweite ( $a=1.5d$ )

#### 4.7 LAGE DER NACHWEISSCHNITTE

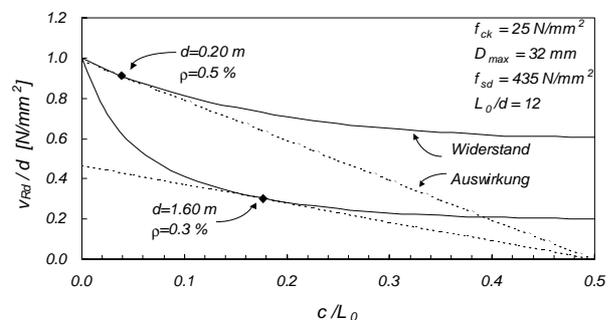
Üblicherweise befinden sich die massgebenden Nachweisschnitte im Abstand  $d/2$  von:

- einem Auflager;
- einer konzentrierten Last;
- einer Bewehrungs- oder Querschnittsdiscontinuität.

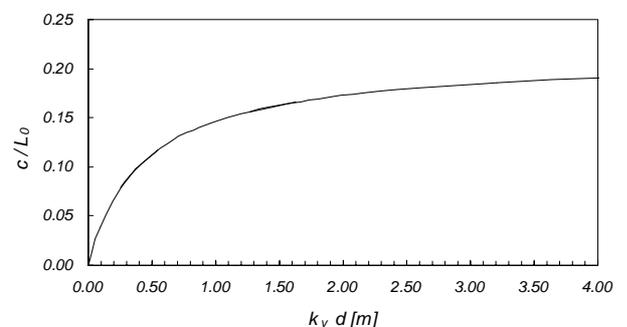
Bei der Suche nach dem massgebenden Nachweisschnitt muss nicht nur die Verteilung der Beanspruchung  $v_d$ , sondern auch der Verlauf des Widerstandes  $v_{Rd}$  betrachtet werden.



a)



b)



c)

Bild 4.8: Lage der möglichen massgebenden Nachweisschnitte (a), Verlauf der Beanspruchung und des Querkraftwiderstandes bei einer frei drehbar aufgelagerten Platte unter konstanter verteilter Last (b) und Lage des massgebenden Nachweisschnittes (c)

Bei frei drehbar aufgelagerten Platten mit verteilter Last muss etwa beachtet werden, dass die Beanspruchung sowie auch die Querkraftfestigkeit im Auflagerbereich am grössten und im

mittleren Bereich am kleinsten sind. Wie *Bild 4.8b* zeigt, kann bei dicken Platten die Abminderung der Querkraftfestigkeit infolge Biegung so gross sein, dass der massgebende Nachweisschnitt sich nicht im Auflagerbeich befindet. Im *Bild 4.8c* ist der Abstand  $c$  zwischen massgebendem Nachweisschnitt und Auflager als Funktion des  $d \cdot k_v$  - Wertes dargestellt.

#### 4.8 ANWENDUNGSBEISPIEL

Als Beispiel wird die Decke im mittleren Bereich des im *Bild 4.9* dargestellten Tagbautunnels untersucht. Dabei werden 2 Lösungen ohne und mit Vorspannung verglichen. Folgende Annahmen werden getroffen:

- Bemessungslast  
 $q_d = \gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q = 70 \text{ kN/m}^2$ . (Um direkte Vergleiche zu ermöglichen, werden für die zwei Lösungen die Bemessungslast sowie die daraus resultierenden Schnittgrössen unabhängig von der Plattenstärke als konstant angenommen.)
- Beton C25/30 :  $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$ ,  
 $\tau_{cd} = 0.2 \sqrt{25} = 1.00 \text{ N/mm}^2$ .
- Grösstkorndurchmesser der Gesteinskörnung:  $D_{\max} = 32 \text{ mm}$

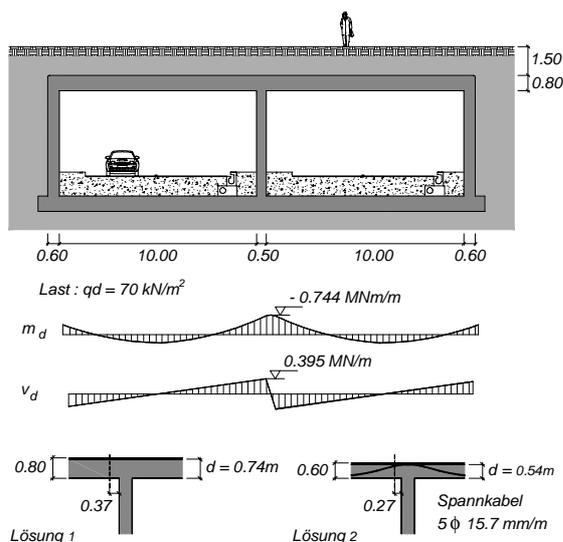


Bild 4.9: Anwendungsbeispiel: Bauteilabmessungen und Schnittkräfte der Decke eines Tagbautunnels

#### Lösung 1: Schlaff bewehrte Platte mit konstanter statischer Höhe, $d = 0.74 \text{ m}$

Schnittkräfte im Nachweisschnitt (0.37 m von der mittleren Wand entfernt):

$$v_d = 0.371 \text{ MN/m}, m_d = -0.552 \text{ MNm/m}, n_d \text{ vernachlässigt}$$

Eine Näherung des Querkraftwiderstandes auf der sicheren Seite erhält man mit  $m_d/m_{Rd} \approx 1$  in Gl. (262.33):

$$\Rightarrow v_{Rd} = \frac{1.00 \cdot 0.74}{1 + 2.2 \cdot 0.74} = 0.282 \text{ MN/m}$$

$\Rightarrow$  Der Querkraftwiderstand ist ungenügend. Eine Verfeinerung der Berechnung mit Berücksichtigung der Biegebeanspruchung und des Biegegewiderstandes ist nötig.

Biegegewiderstand:

Es wird angenommen, dass keine Abstufung der Bewehrung über der mittleren Wand stattfindet. Bei einer Biegemessung ohne Tragreserve ist dann:  $m_{Rd} = 0.744 \text{ MNm/m}$  ( $\rho = 0.33\%$ )

Querkraftwiderstand:

$$k_v = 2.2 \cdot \frac{0.552}{0.744} = 1.63,$$

$$v_{Rd} = \frac{1.00 \cdot 0.74}{1 + 1.63 \cdot 0.74} = 0.335 \text{ MN/m}$$

$\Rightarrow$  Der Querkraftwiderstand ist noch ungenügend. Es sind unter anderen folgende konstruktive Lösungen möglich:

- Erhöhung der Plattenstärke (0.88 m wären erforderlich);
- Erhöhung der Plattenstärke nur im Auflagerbereich (voutenförmige Platte). Damit wird nicht nur eine Vergrößerung des Querkraftwiderstandes, sondern auch eine Verminderung der effektiven Querkraftbeanspruchung erreicht, weil ein Teil der Querkraft von der Biegedruckzone aufgenommen wird (*SIA 262 Zif 4.3.3.1.3*);
- Anordnung einer Querkraftbewehrung;
- Erhöhung des Biegegewiderstandes:

$$\frac{\tau_{cd} \cdot d}{1 + 2.2 \frac{m_d}{m_{Rd}}} \leq v_d,$$

$$\Rightarrow m_{Rd} \geq \frac{2.2 \cdot m_d \cdot d}{\frac{\tau_{cd} \cdot d}{v_d} - 1} = 0.905 \text{ MNm/m}$$

- oder Vorspannung.

Das Beispiel zeigt, dass der Nachweis  $v_d \leq v_{Rd}$  sehr einfach ist. Da nicht nur die Beanspruchung  $v_d$ , sondern auch der Querkraftwiderstand  $v_{Rd}$  von der Last abhängig ist, kann hingegen die Traglast nicht direkt ermittelt werden. Diese könnte anhand der Lösung einer quadratischen Gleichung oder mit einem Iterationsverfahren ermittelt werden. Im Iterationsverfahren muss bei jedem Schritt  $m_d$  als Funktion von  $q_{Rd}$  und deren Einfluss auf  $v_{Rd}$  angepasst werden. In unserem Fall mit  $m_{Rd} = 0.744$  MNm/m gilt  $q_{Rd} = 65.5$  KN/m<sup>2</sup>.

### Lösung 2: Vorgespannte Platte mit konstanter statischer Höhe $d = 0.54$ m

Vorspannung:  $5 \phi 15.7$  mm / m,  $A_p = 750$  mm<sup>2</sup>,  $f_{pd} = 1320$  N/mm<sup>2</sup>

Aus der Biegebemessung über der mittleren Wand resultiert eine erforderliche schlaffe Bewehrung  $a_s \geq 971$  mm<sup>2</sup>/m

Im folgenden wird die Vorspannung als Einwirkung in Form von Verankerungs-, Umlenk- und Reibungskräfte berücksichtigt. Die zugehörigen Schnittkräfte für  $t = \infty$  und  $\gamma_p = 1$  sind im Bild 4.10 dargestellt.

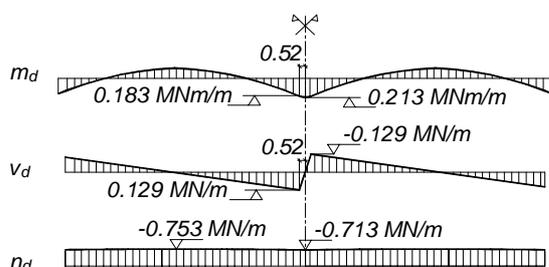


Bild 4.10: Schnittkräfte infolge Vorspannung

Schnittkräfte im Nachweisschnitt (0.27 m von der mittleren Wand entfernt):

Infolge  $q_d$ :

$$v_d = 0.378 \text{ MN/m}, m_d = -0.590 \text{ MNm/m},$$

$n_d$  vernachlässigt

Infolge Vorspannung:

$$v_d = -0.129 \text{ MN/m}, m_d = 0.183 \text{ MNm/m},$$

$$n_d = -0.713 \text{ MN/m}$$

Summe der Auswirkungen:

$$v_d = 0.249 \text{ MN/m}, m_d = -0.407 \text{ MNm/m},$$

$$n_d = -0.713 \text{ MN/m}$$

Bemerkung: die Querkraft wird infolge Vorspannung verkleinert. Dies entspricht dem Querkraftanteil nach *SIA 262 Ziffer 4.3.3.4.6*.

Schlaffe Bewehrung:

$$A_s = 971 \text{ mm}^2/\text{m}, d = 0.54 \text{ m},$$

$$f_{sd} \cdot A_s = 435 \cdot 0.000971 = 0.422 \text{ MN/m}$$

Vorspannung:

$$4 \phi 15.7 \text{ mm/m}, A_p = 750 \text{ mm}^2, d = 0.495 \text{ m},$$

$$f_{pd} \cdot A_p - P_d = 1320 \cdot 0.00075 - 0.713 = 0.277$$

MN/m (die Vorspannkraft  $P_d$  wird schon bei den Auswirkungen berücksichtigt und muss entsprechend vom Widerstand abgezogen werden)

Druckzonenhöhe:

$$0.85x = (0.422 + 0.277 + 0.713) / 16.5 = 0.086 \text{ m}$$

Biege- und Querkraftwiderstand:

$$m_{Rd} = 0.422 \cdot (0.54 - 0.086 / 2) +$$

$$0.277 \cdot (0.495 - 0.086 / 2) +$$

$$0.713 \cdot (0.30 - 0.086 / 2) = 0.519 \text{ MN}$$

Dekompressionsmoment:

$$m_{Dd} = 0.713 \cdot \left( \frac{0.60}{2} - \frac{0.54}{3} \right) = 0.086 \text{ MN}$$

Querkraftwiderstand:

$$k_v = 2.2 \cdot \frac{0.407 - 0.086}{0.519 - 0.086} = 1.63,$$

$$v_{Rd} = \frac{1.00 \cdot 0.54}{1 + 1.63 \cdot 0.54} = 0.287 \text{ MN/m}$$

- ⇒ Der Querkraftnachweis ist dank der Vorspannung auch mit einer dünneren Platte erfüllt.

Es ist zu bemerken, dass die Vorspannung drei positive Einflüsse auf den Querkraftnachweis hat:

- Abminderung der Querkraft (Anteil nach SIA 262 Ziffer 4.3.3.4.6, wenn als Auswirkung der Vorspannung nur die Zwangsschnittgrösse und die Vordehnung des Spannstahls berücksichtigt werden oder Querkraft infolge Verankerungs-, Umlenk- und Reibungskräfte, wenn für die Berücksichtigung der Vorspannung diese Betrachtungsweise gewählt wird)
- Einfluss des Dekompressionsmomentes auf den  $k_v$  – Beiwert (Einfluss der Normalkraft, siehe Abschnitt 4.5 und SIA 262 Ziffer 4.3.3.2.7)
- Einfluss des Momentes infolge Vorspannung auf den  $k_v$  – Beiwert. Dieser Anteil wird direkt berücksichtigt, wenn die Verankerungs-, Umlenk- und Reibungskräfte als Einwirkungen betrachtet werden. Wird hingegen die Vorspannung als Eigenspannungszustand berücksichtigt und enthält  $m_d$  infolge Vorspannung bei statisch unbestimmten Systemen nur die Auswirkung der daraus resultierenden Auflagerkräfte, kann der  $k_v$  – Beiwert mit folgender Gleichung ermittelt werden:

$$k_v = 2.2 \frac{m_d - m_{Dd} - P_d \cdot e}{m_{Rd} - m_{Dd} - P_d \cdot e}$$

#### 4.9 ZUSAMMENFASSUNG

Dem beschriebenen Modell zufolge ist der Querkraftwiderstand von Bauteilen ohne Querkraftbewehrung von der statischen Höhe, von der Betonfestigkeit und von der Verformung im kritischen Bereich abhängig. Im Bemessungsansatz nach SIA 262 kann die Verformung als Funktion der Biegebeanspruchung und einer allenfalls vorhandenen Normalkraft ermittelt werden.

Für eine grobe Schätzung des Querkraftwiderstandes auf der sicheren Seite kann Gl. (262.33) vereinfacht werden, indem  $m_d/m_{Rd} \approx 1$  angenommen wird. Ist der Quer-

kraftwiderstand massgebend, kann die Berechnung verfeinert werden, indem die Biegebeanspruchung und der Biegewiderstand mitberücksichtigt werden. Dabei können auch die Einflüsse einer Normalkraft oder einer Vorspannung beachtet werden.

#### 4.10 LITERATUR

- [4.1] Muttoni A. : *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*, Nr. 176, Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Basel : Birkhäuser Verlag, 1990.
- [4.2] Muttoni A., Schwartz J. : *Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement*, IABSE Colloquium Stuttgart, Vol. 62, Zürich : International Association for Bridge and Structural Engineering, 1991, S. 703-708.
- [4.3] Muttoni A. : *Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung*, Beton- und Stahlbetonbau, 98 (2003), Heft 2, S. 74-84.
- [4.4] Marti P. : *Kraftfluss in Stahlbetonplatten*, Beton- und Stahlbetonbau, 98 (2003), Heft 2, S. 85-93.
- [4.5] Eurocode 2, *Design of concrete structures, Part 1: General rules and rules for buildings*, prEN 1992-1-1, 2002, pp 226

