

Construction en béton

Introduction à la norme SIA 262

Pièces comprimées

Pascal Schertenleib, ing. dipl., Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Prof. Dr Aurelio Muttoni, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Dr. Joseph Schwartz, Hochschule Technik und Architektur Luzern, Horw

Extrait de la documentation D 0182, Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zürich, 2003

6 Pièces comprimées

Pascal Schertenleib et Aurelio Muttoni, Lausanne, Joseph Schwartz, Lucerne

6.1 INTRODUCTION

Pour la vérification de la stabilité des pièces comprimées, il est nécessaire de tenir compte des déformations (effets du 2^{ème} ordre). Selon l'ancienne norme *SIA 162*, les déformations sont calculées sur la base des efforts intérieurs et de la rigidité flexionnelle EI . Ce dernier paramètre est fortement influencé par le taux d'armature de l'élément comprimé et les effets d'action (comportement non linéaire à cause de la fissuration et des déformations plastiques des matériaux, voir figure 6.1). Cette méthode nécessitait généralement plusieurs itérations pour parvenir au taux d'armature optimal qui est à la fois un paramètre de calcul indispensable à la méthode et le résultat recherché.

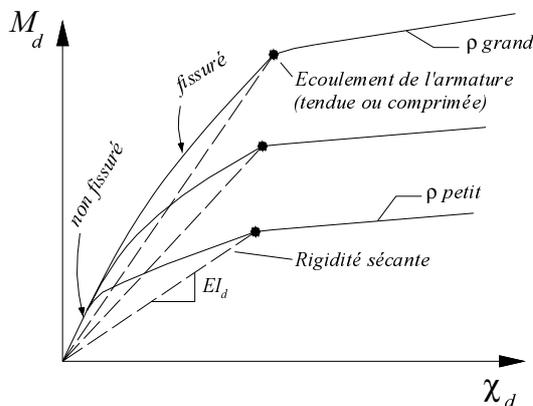


Figure 6.1 Diagrammes moment - courbure

La norme *SIA 262* propose de s'affranchir de ce problème en se basant, non pas sur la rigidité de l'élément comprimé pour obtenir les déformations, mais sur la répartition de la courbure le long de l'élément comprimé. La méthode de la courbure consiste à définir un état limite ultime en imposant la courbure limite de dimensionnement maximale χ_d au droit d'une section, généralement la plus sollicitée. Les déformations sont ensuite obtenues par une

double intégration de la courbure sur la longueur de l'élément comprimé.

6.2 EXCENTRICITE ET EFFETS D'ACTION

6.2.1 Principe

Le moment de flexion d'une pièce comprimée résulte des trois effets suivants :

- Flexion due à l'effort normal en combinaison avec les imprécisions de l'élément de structure
- Effets d'action du premier ordre
- Flexion due à l'effort normal en combinaison avec les déformations de l'élément de structure fléchi.

Pour des raisons pratiques, l'excentricité maximale e_d entre la ligne d'action de la résultante des efforts intérieurs N_d et l'axe de l'élément déformé est définie :

$$M_d = -N_d \cdot e_d \quad (262.57)$$

L'excentricité maximale peut être décomposée selon les trois composantes évoquées (voir aussi figure 6.2):

$$e_d = e_{0d} + e_{1d} + e_{2d} \quad (262.58)$$

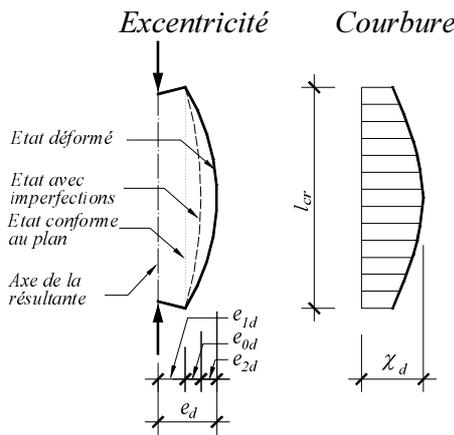


Figure 6.2 Résultante des efforts intérieurs, excentricités et répartition de la courbure

6.2.2 Excentricité due aux imperfections e_{0d}

On prendra pour excentricité e_{0d} due aux imperfections de construction la plus grande des deux valeurs suivantes :

$$e_{0d} = \alpha_i \frac{\ell_{cr}}{2} \quad \text{ou} \quad e_{0d} = \frac{d}{30} \quad (262.59)$$

α_i Inclinaison du pied de l'élément comprimé selon SIA 262, art.4.1.3.2.3

ℓ_{cr} Longueur de flambage de l'élément comprimé

d Hauteur statique

Cette excentricité non prévue peut être admise affine au mode de flambage de l'élément comprimé considéré.

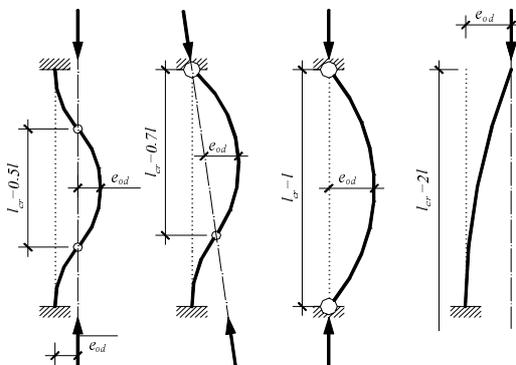


Figure 6.3 Excentricité due aux imperfections pour différents systèmes statiques

6.2.3 Excentricité du premier ordre e_{1d}

L'excentricité du premier ordre e_{1d} est due aux valeurs de calcul des différentes actions et dérive du fait que la résultante des efforts intérieurs ne passe pas par l'axe neutre de l'élément (voir figure 6.4):

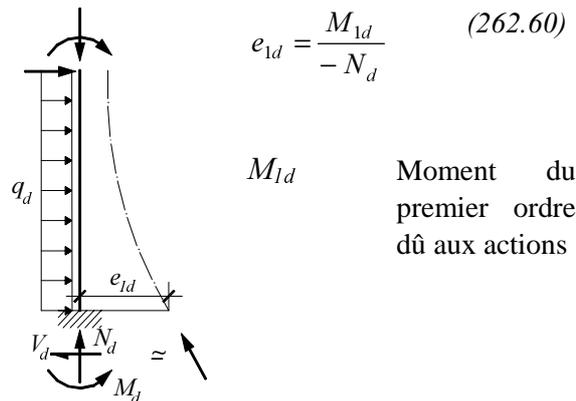


Figure 6.4 Répartition de l'excentricité du premier ordre

Les effets d'action induits par des déformations imposées dans les systèmes hyperstatiques doivent également être pris en compte.

6.2.4 Excentricité due aux effets du second ordre e_{2d}

L'excentricité e_{2d} due aux effets du second ordre résulte de la déformation de l'élément fléchi. Elle correspond à la distance entre l'axe neutre de l'élément déformé et une droite passant par les points d'inflexion ou par les articulations.

L'excentricité e_{2d} peut être calculée par le biais du théorème de la force unité (principe des travaux virtuels) en considérant un système représenté par une poutre simple de longueur ℓ_{cr} délimitée par les points d'inflexion (déformée due au flambage centré) :

$$e_{2d} = \int_0^{\ell_{cr}} \chi_d \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (6.1)$$

où \bar{M} est le moment virtuel dû à la force unité.

Le calcul de l'intégrale fournit le résultat suivant :

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} \quad (262.61)$$

où c est une constante qui dépend de la répartition de la courbure le long de la poutre simple considérée.

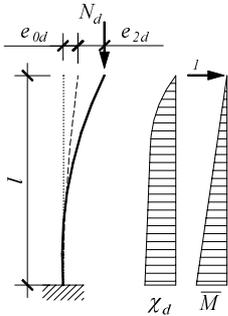


Figure 6.5 Définition de l'excentricité due aux effets du second ordre

La répartition de la courbure dépend de la rigidité et des efforts intérieurs. La norme *SIA 262* préconise à l'art. 4.3.7.12 une valeur égale à :

$$c = \pi^2 \quad (262.65)$$

Cette valeur est exacte si la courbure varie sinusoidalement, ce qui est le cas lorsque la rigidité est constante et lorsque les problèmes de stabilité sont importants ($e_{2d} \gg e_{1d}$). La valeur $c = \pi^2$ est généralement conservatrice et peut être utilisée pour le calcul d'une solution approchée. Le calcul exact de la constante c au moyen du théorème de la force unité sera abordé au chapitre 6.6.

Il faut remarquer que les excentricités e_{0d} et e_{2d} calculées selon les éq. 262.58 et 262.60 représentent les valeurs maximales au milieu de la poutre simple de longueur l_{cr} considérée. Si la répartition de e_{1d} est sensiblement différente, il est possible que la section déterminante se trouve à un autre endroit. Cette section correspond alors au point où une droite parallèle à la résultante des efforts intérieurs N_d est tangente à l'axe de l'élément déformé (effort tranchant nul, moment maximal). L'excentricité de dimensionnement e_d devra dans ce cas être adaptée et on admettra généralement que l'excentricité e_{2d} suit approximativement une courbe affine à la déformée de flambage. La figure 6.6 définit les différentes excentricités de dimensionnement pour ce cas particulier.

Lors de grandes variations de l'excentricité de dimensionnement e_d le long de l'élément comprimé, il est également possible de calculer l'armature nécessaire en plusieurs sections. La valeur de e_d doit simplement être adaptée comme expliqué précédemment.

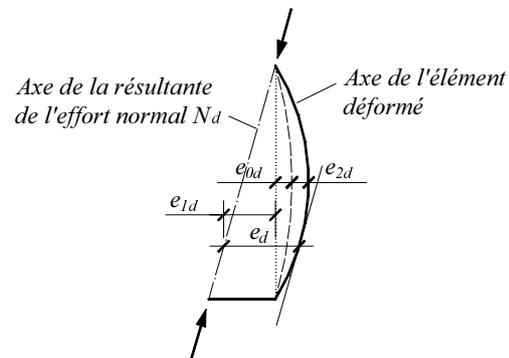


Figure 6.6 Définition de l'excentricité dans la section déterminante

6.3 COURBURE DE DIMENSIONNEMENT

Les éq. (262.57), (262.58) et (262.61) permettent d'établir la relation :

$$M_d = -N_d \cdot e_{0d} + M_{1d} - N_d \cdot \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} \quad (6.2)$$

Cette relation correspond à une droite dans le diagramme moment – courbure (voir figure 6.7). Le point d'intersection de cette droite représentant les effets d'action avec la courbe qui décrit le comportement de la section déterminante constitue le point d'équilibre.

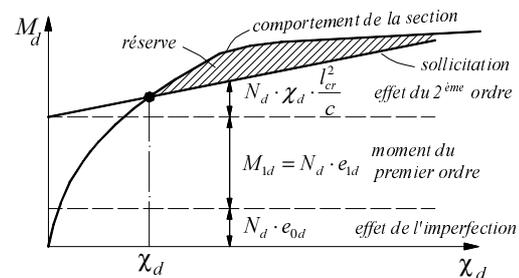


Figure 6.7 Diagramme $M-\chi$; courbe du comportement de la section et droite de la sollicitation

Une augmentation du moment de premier ordre conduit à un déplacement vers la droite du point d'intersection (augmentation de la courbure). La limite d'une telle augmentation (ruine de l'élément comprimé) est atteinte quand la droite des effets d'action devient tangente à la courbe moment – courbure qui décrit le comportement de la section. Il s'agit dans ce cas d'un calcul sans réserve de résistance.

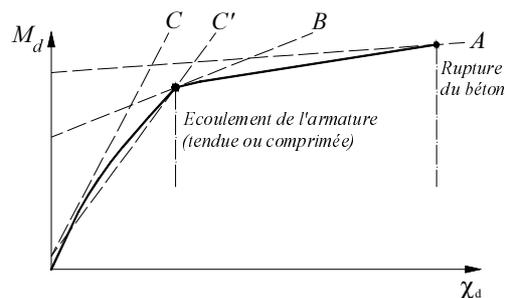


Figure 6.8 États limites de dimensionnement pour différentes situations de charge et d'élancement

Trois situations possibles sont représentées à la figure 6.8:

- La droite *A* est caractérisée par une faible pente (c'est-à-dire un effort normal et un élancement petit) et de grandes valeurs de M_{1d} ou e_{0d} . Pour cette combinaison, le point de tangence correspond à la rupture par écrasement du béton dans la section déterminante.
- La droite *B* décrit le cas d'un effort normal et d'un élancement moyen. Le point de tangence correspond alors généralement à l'état où l'écoulement dans l'armature tendue ou comprimée est atteint. Pour cet état, le diagramme de comportement M - χ montre clairement une discontinuité de la rigidité tangente. La courbure χ_d est donc clairement définie et peut être lue directement sur le diagramme moment-courbure ou calculée avec l'équation :

$$\chi_d = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon'_{sd}}{d - d'} \quad (262.63)$$

ε_{sd} Déformation de l'armature tendue

ε'_{sd} Déformation de l'armature comprimée

d Hauteur statique de l'armature tendue

d' Hauteur statique de l'armature comprimée

$$\text{avec } \varepsilon_{sd} = \frac{f_{sd}}{E_s} \text{ ou } \varepsilon'_{sd} = -\frac{f_{sd}}{E_s}$$

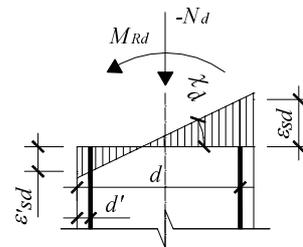


Figure 6.9 Plan de déformation à courbure maximale

- La droite *C* de la figure 6.8 correspond à un effort normal élevé et à un très grand élancement. Dans ce cas, la section ne peut résister qu'à un faible moment de premier ordre (cas de la compression centrée). La rupture de l'élément comprimé résulte d'un flambage et la courbure χ n'atteint pas la courbure d'écoulement. La prise en compte de la courbure d'écoulement avec le moment correspondant conduit à une solution conservatrice (droite *C'* dans la figure 6.8).

Pour le point de discontinuité, deux régimes sont possibles : l'un avec écoulement de l'armature tendue, l'autre avec écoulement de l'armature comprimée. Pour des efforts de compression faibles, c'est l'écoulement de l'armature tendue qui est déterminant ; pour des efforts de compression importants, c'est par contre l'armature comprimée qui atteint en premier l'écoulement (Figure 6.10).

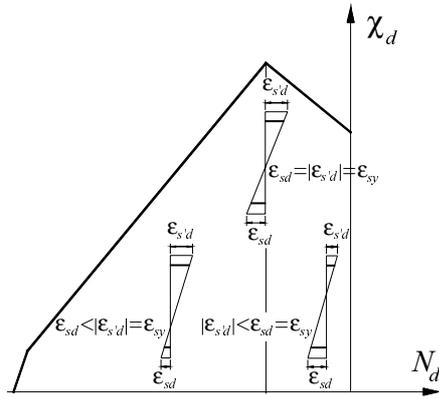


Figure 6.10 Etats de déformation sous interaction $N_d - M_d$

Une limite supérieure de la courbure de dimensionnement maximale est obtenue en admettant l'écoulement simultané des barres d'armature de traction et de compression.

$$\chi_d \cong \frac{2 \cdot f_{sd}}{E_{sd}(d-d')} \quad (262.62)$$

Cette valeur s'avère être une bonne approximation pour effectuer un prédimensionnement de l'armature, pour vérifier si une analyse plus détaillée est nécessaire ou pour la recherche de solutions approchées. Il est à noter que l'influence du fluage et du retrait est déjà comprise dans l'éq. (262.62) puisque la plastification de la section est effective dans ce cas.

6.4 PHASES DE CALCUL ET PRÉCISION

La méthode proposée dans la SIA 262 offre la possibilité d'atteindre différents degrés de précision qui s'adaptent bien aux phases de calcul d'un projet. Selon la précision voulue, le calcul de la courbure de dimensionnement χ_d ainsi que sa répartition le long de l'élément (constante c) devront être affinés. Quatre phases de calcul peuvent être clairement définies (Figure 6.11).

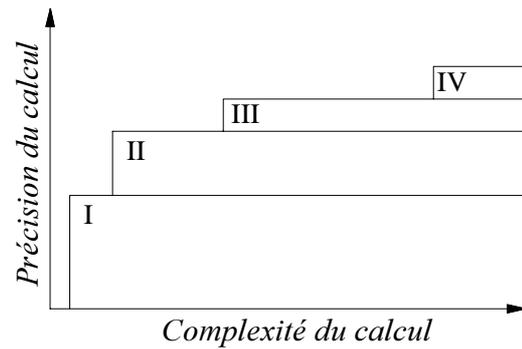


Figure 6.11 Rapport précision-complexité du calcul

- I Un premier calcul approximatif peut être effectué sur la base de la courbure de dimensionnement χ_d selon l'éq. (262.62) et la constante $c = \pi^2$ selon l'éq. (262.65). Cette méthode permet de calculer très rapidement le moment du second ordre :

$$M_{2d} = -N_d \cdot \chi_d \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.3)$$

L'importance de ce moment peut décider si un calcul plus détaillé est nécessaire.

- II Sur la base de l'armature dimensionnée lors de la première phase, la courbure χ_d peut être lue sur le diagramme $M-\chi$ correspondant ou obtenue par une analyse en section. La courbure est alors définie par la formule générale :

$$\chi_d = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon'_{sd}}{d - d'} \quad (262.63)$$

Cette deuxième phase permet de tenir compte de l'état plan de déformation correspondant aux efforts intérieurs. Généralement la courbure d'écoulement peut être admise (point de discontinuité dans le diagramme $M-\chi$, droites B et C' dans la figure 6.8). Pour de grands élancements et de faibles excentricités e_{1d} , une courbure plus petite peut être admise (voir droite C dans la figure 6.8).

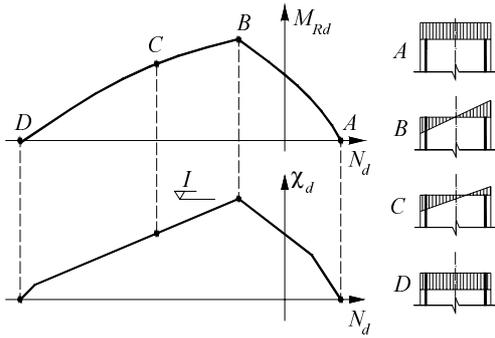


Figure 6.12 États de déformation sous interaction $N_d - M_d$

L'excentricité due aux effets du second ordre se trouve réduite par rapport à la première phase. Par contre, il est généralement nécessaire de tenir compte des effets différés (voir chapitre 6.5).

- III Dans une troisième phase, la valeur de c peut être affinée sur la base de la répartition des courbures comme indiqué au chapitre 6.6.
- IV Dans une quatrième phase, la variation de rigidité due au comportement non linéaire suite à la fissuration et aux déformations plastiques des matériaux peut être considérée par le biais d'une analyse numérique.

6.5 INFLUENCE DES EFFETS DIFFÉRÉS

Les lois de matériaux utilisées pour le béton armé lors de la détermination des diagrammes $M-\chi$ ne tiennent compte que très rarement des effets différés tels que le fluage et le retrait. Le fluage sous charges permanentes et le retrait conduisent à un état de déformation irréversible. Lors d'un calcul à l'état limite ultime, ces déformations doivent être prises en compte. Pour la vérification de la stabilité des éléments comprimés, cela se traduit par une augmentation de la courbure de dimensionnement et donc des effets du second ordre. La courbure totale est alors définie par :

$$\chi_{d,tot} = \chi_d + \chi_{d,irr} \quad (6.4)$$

χ_d Courbure de dimensionnement définie à l'équation (262.63)

$\chi_{d,irr}$ Courbure irréversible due au fluage et au retrait de la zone comprimée au temps t

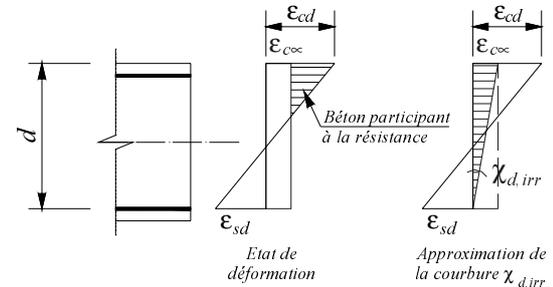


Figure 6.13 Plan de déformation, section participante du béton et définition de la courbure préalable $\chi_{d,irr}$

La courbure irréversible de la section $\chi_{d,irr}$ peut être approximée en admettant que les effets différés influencent uniquement la zone comprimée:

$$\chi_{d,irr} = \frac{|\epsilon_{c\infty}|}{d} \quad (262.64)$$

$\epsilon_{c\infty}$ Déformation spécifique maximale due au retrait et au fluage de la zone comprimée sous les actions permanentes en considérant l'effet du premier ordre.

6.6 CALCUL DE C SUR LA BASE DES EFFETS D'ACTION

On a vu précédemment que la constante c dépend de la répartition de la courbure. Si un comportement $M - \chi$ linéaire est admis, cette répartition sera affine au diagramme des moments. Le calcul de la constante c peut s'effectuer au moyen du théorème de la force unité qui découle du principe des travaux virtuels.

$$e_{2d} = \int_0^{\ell_{cr}} \chi \cdot \bar{M} dx = \chi \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.5)$$

La figure 6.14 donne quelques exemples de la valeur de c_i pour différents effets d'action i et systèmes statiques.

	colonne bi-articulée	colonne encastrée à la base et libre en tête
Effets du second ordre importants		
Moment en tête de pile + effets second ordre négligeables		
Effort horizontal H + effets second ordre négligeables		
Vent + effets second ordre négligeables		

Figure 6.14 Valeurs de c_i en fonction des effets d'action et du système statique

Comme les efforts intérieurs résultent de la superposition de plusieurs actions, un coefficient c moyen tenant compte des différentes contributions doit être déterminé.

Dans les formules suivantes, les indices d pour les actions de dimensionnement ont été omis pour plus de clarté. L'excentricité du 2^{ème} ordre est obtenue en appliquant le facteur d'amplification du second ordre à l'excentricité due aux déformations du premier ordre e_2^I :

$$e_2 = e_2^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \sum_{i=1}^n e_{2,i}^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (6.6)$$

N_{cr} Charge critique de flambage d'Euler

L'excentricité $e_{2,i}^I$ due aux déformations du premier ordre sous l'action i vaut :

$$e_{2,i}^I = \frac{M_i}{EI} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c_i} \quad (6.7)$$

En substituant l'éq. (6.7) dans l'éq. (6.6), on obtient :

$$e_2 = \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{EI} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \chi \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.8)$$

$$e_2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i + N \cdot e_2}{EI} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.9)$$

En substituant l'éq. (6.8) dans l'éq. (6.9), et en tirant c , on obtient :

$$c = N \frac{\ell_{cr}^2}{EI} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (6.10)$$

Enfin, en introduisant la valeur de la charge critique de flambage d'Euler on obtient :

$$c = \pi^2 \cdot \frac{N}{N_{cr}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (6.11)$$

Cette dernière expression permet donc le calcul d'une constante c moyenne établie sur la base des contributions des différentes actions.

Il faut remarquer que la détermination de c se base sur un calcul linéaire. La SIA 162 utilise la même méthode basée sur le facteur d'amplification du second ordre. Les résultats ainsi obtenus sont donc tout à fait comparables.

6.7 COURBES DE FLAMBAGE

Pour les éléments de structure soumis à un effort de compression à peu près centré, il est utile d'utiliser les courbes de flambage. Les courbes de flambage présentées ci-contre ont été établies pour des sections rectangulaires sur la base de la méthode décrite précédemment (phases I et II).

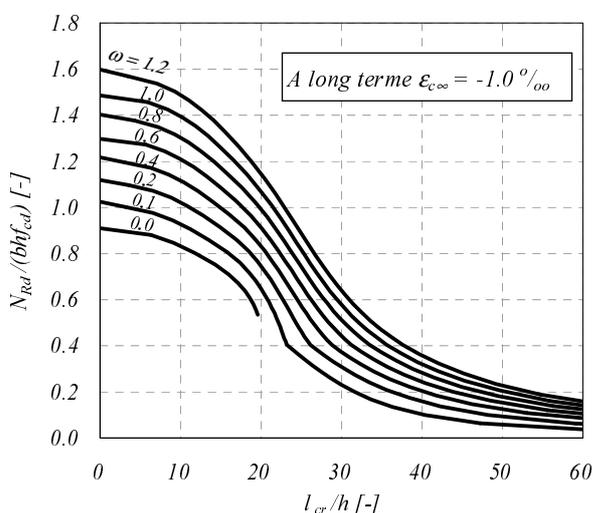
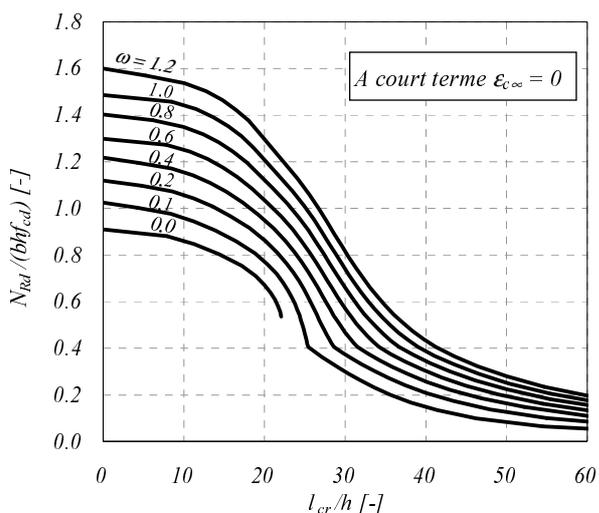
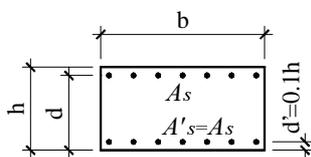


Figure 6.15 Courbes de flambage pour une section rectangulaire



$$\omega = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$$

6.8 APPLICATION – PILE DE PONT

Le dimensionnement de la pile de pont de la figure 6.16 au stade de construction est présenté ci-après.

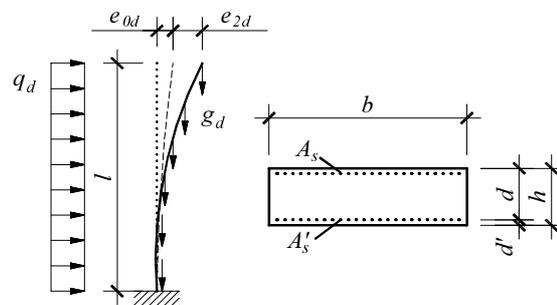


Figure 6.16 Pile de pont au stade de construction

Les matériaux prévus sont : béton C35/45 et acier B500B.

L'excentricité e_{0d} due aux imperfections est donnée par (262.16) et (262.59):

$$e_{0d} = \frac{1}{300} \cdot \frac{2 \cdot 45}{2} = 0.15 \text{ m}$$

Géométrie :

- $\ell = 45.0 \text{ m}$
- $b = 5.0 \text{ m}$
- $h = 1.50 \text{ m}$
- $d = 1.43 \text{ m}$
- $d' = 0.07 \text{ m}$

Actions :

Vent : $q_d = 4.8 \text{ kN/m}^2$

6.8.1 Phase I

La valeur de calcul du moment de est obtenu au moyen de la formule suivante :

$$M_d = -N_d \cdot (e_{0d} + e_{1d} + e_{2d}) \quad (262.58)$$

Afin d'obtenir une déformation comparable de la pile sous charge permanente, le poids propre est appliqué ponctuellement à raison de 1/3 en tête de pile et 2/3 à la base.

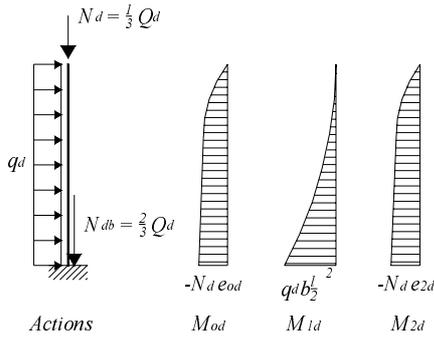


Figure 6.17 Effets d'action

L'éq. (262.58) peut également s'écrire :

$$M_d = -N_d \cdot (e_{0d} + e_{2d}) + M_{1d} \quad (6.12)$$

Calcul de l'excentricité du second ordre e_{2d} , (262.62), (262.61) et (262.65) :

$$\chi_d = \frac{2 \cdot f_{sd}}{E_{sd} \cdot (d - d')}$$

$$\chi_d = \frac{2 \cdot 435}{205 \cdot 10^3 (1.43 - 0.07)} = 0.00312 \text{ m}^{-1}$$

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{\pi^2}$$

$$e_{2d} = 0.00312 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 2.44 \text{ m}$$

Calcul de N_d et M_{1d} :

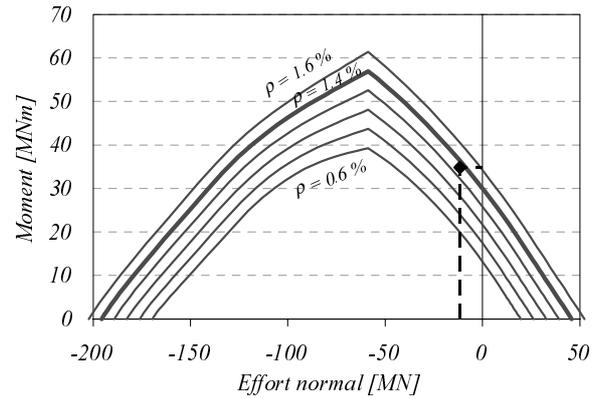
$$N_d = \frac{1}{3} (\gamma_{G, \text{sup}} \cdot \gamma_c \cdot b \cdot h \cdot l) = -3.87 \text{ MN}$$

$$M_{1d} = q_d \cdot b \cdot \frac{l^2}{2} = 24.3 \text{ MNm}$$

En introduisant ces valeurs dans l'éq. (6.12) :

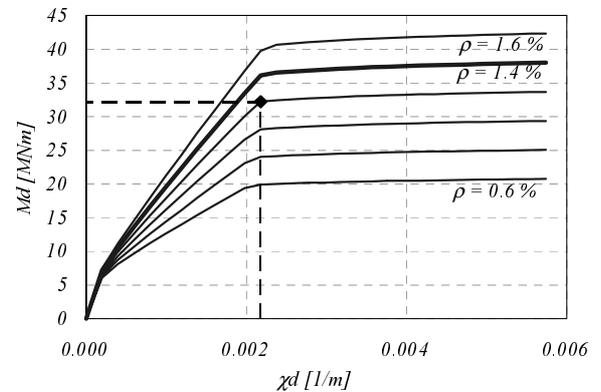
$$M_d = (0.15 + 2.44) \cdot (3.87) + 24.3 = 34.8 \text{ MNm}$$

L'armature est alors déterminée au moyen d'un diagramme d'interaction N - M : $\rho = 1.4\%$

Figure 6.18 Diagramme d'interaction N_d - M_d

6.8.2 Phase II

Sur la base de la section d'armature dimensionnée dans la première phase, il est possible de calculer la courbure d'écoulement par le biais d'une analyse en section. Dans notre cas $\chi_d = 0.0021 \text{ m}^{-1}$ (voir aussi diagramme $M - \chi$ dans la figure 6.19)

Figure 6.19 Diagramme M - χ ; $\varepsilon_{c\infty} = 0$

L'excentricité due aux effets du second ordre e_{2d} et la valeur de calcul du moment M_d deviennent :

$$e_{2d} = 0.0021 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 1.72 \text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 1.72) \cdot (3.87) + 24.3 = 31.5 \text{ MNm}$$

Le taux d'armature peut être adapté en conséquence au moyen du diagramme d'interaction N - M donné à la figure 6.18 : $\rho = 1.2\%$.

6.8.3 Influence des effets différés

Les effets différés au stade de construction peuvent être négligés. Ce paragraphe illustre la démarche à suivre si on désire néanmoins les prendre en compte.

Selon (262.64) on obtient avec $\varepsilon_{c\infty} = -1.0\text{‰}$:

$$\chi_{d,irr} = \frac{|\varepsilon_{c\infty}|}{d} = \frac{|-0.001|}{1.43} = 0.0007\text{ m}^{-1}$$

$$\chi_{d,tot} = 0.0021 + 0.0007 = 0.0028\text{ m}^{-1}$$

$$e_{2d} = 0.0028 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 2.29\text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 2.29) \cdot (3.87) + 24.3 = 33.8\text{ MNm}$$

Le calcul effectué en tenant compte du fluage de manière adéquate pour un moment de flexion $M_d = 33.8\text{ MNm}$, fournit une valeur de la courbure supplémentaire égale à $\chi_{d,irr} = 0.0005\text{ m}^{-1}$.

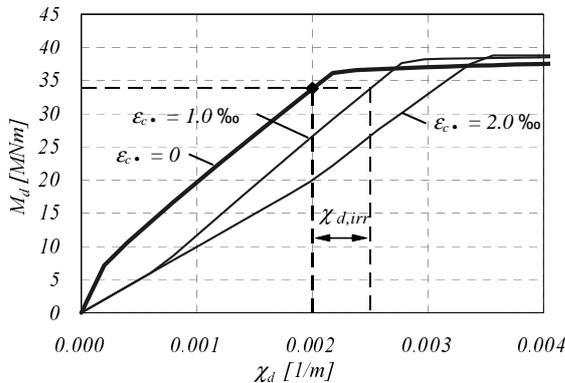


Figure 6.20 Diagramme $M-\chi$; $\varepsilon_{c\infty} = 0, 1.0, 2.0\text{‰}$
 $\rho = 1.4\%$

La courbure irréversible $\chi_{d,irr}$ calculée au moyen de l'éq. (262.64) de la norme fournit une excellente approximation du comportement en section tout en étant simple d'application.

6.8.4 Phase III, calcul de c

Le moment dû à l'imperfection initiale M_{od} représente à peine 3 % du moment dû au vent M_{1d} . En première approximation, la répartition

de la courbure peut être choisie affine aux moments de flexion dus au vent.

$$e_{2d} = \int_0^{\ell_{cr}} \chi \cdot \bar{M} dx$$

$$e_{2d} = \frac{1}{4} \chi \cdot \ell^2$$

$$e_{2d} = \frac{1}{16} \chi \cdot \ell_{cr}^2$$

La valeur de c est donc égale à $c = 16$. L'excentricité due aux effets du second ordre e_{2d} et la valeur de calcul M_d deviennent :

$$e_{2d} = 0.0021 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{16} = 1.06\text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 1.06) \cdot (3.87) + 24.3 = 29\text{ MNm}$$

Le taux d'armature pourrait encore faire l'objet d'une éventuelle réduction ($\rho = 1.1\%$).

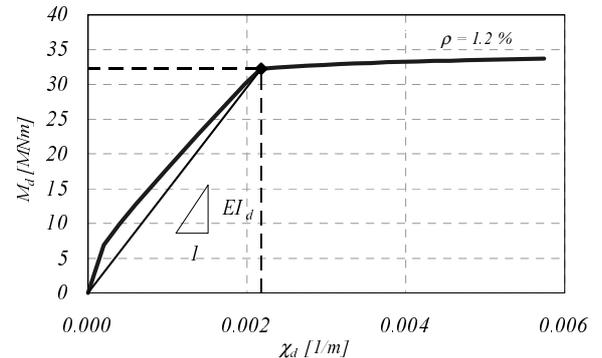


Figure 6.21 Diagramme $M-\chi$; $\varepsilon_{c\infty} = 0$; $\rho = 1.2\%$

Le calcul de la valeur moyenne de la constante c nécessite de connaître la charge critique de flambage élastique d'Euler :

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot EI_d}{\ell_{cr}^2} \tag{6.13}$$

$$EI_d = \frac{M_{Rd}}{\chi_d} = \frac{32.2}{0.00218} = 14800\text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 14800}{(2 \cdot 45)^2} = -18\text{ MN}$$

La constante c est calculé en utilisant la formule (6.11).

$$c = \pi^2 \cdot \frac{3.87}{18} + \frac{3.87 \cdot 0.15 + 24.3}{\frac{\pi^2}{16} + \frac{24.3}{16}} \cdot \left(1 - \frac{3.87}{18}\right)$$

$$\Rightarrow c = 14.5$$

La valeur obtenue n'induit que de faibles variations de la valeur de calcul du moment M_d et de l'excentricité de dimensionnement du 2^{ème} ordre e_{2d} par rapport au précédent calcul.

6.8.5 Comparaison avec la méthode selon SIA 162

La pile de pont décrite auparavant est dimensionnée au moyen de la méthode de la rigidité.

1^{ère} itération:

$$w_0 = e_0 = 0.15 \text{ m}$$

$$M_d^I = M_{d,gc} + w_0 \cdot N_d$$

$$M_d^I = 24.3 + 0.15 \cdot 3.87 = 24.9 \text{ MNm}$$

Choix du taux d'armature dans le diagramme $M-\chi$: $\rho = 1.0 \%$ (voir figure 6.18).

$$EI_d = \frac{M_{Rd}}{\chi_d} = \frac{28.2}{0.00218} = 13000 \text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 13000}{(2 \cdot 45)^2} = -15.84 \text{ MN}$$

Calcul de la déformation du 1^{er} ordre w_d^I :

$$w_d^I = \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_0 + q_d \cdot b \cdot \frac{\ell^4}{8 \cdot EI_d}$$

$$w_d^I = \frac{3.87}{15.84} \cdot 0.15 + 4.8 \cdot 5 \cdot \frac{45^4}{8 \cdot 13000} = 0.98 \text{ m}$$

Calcul de la déformation du 2^{ème} ordre w_d^{II} :

$$w_d^{II} = w_d^I \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} = 0.98 \frac{1}{1 - \frac{3.87}{15.87}} = 1.30 \text{ m}$$

$$M_d = M_{1d} + (w_{0d} + w_d^{II}) \cdot N_d$$

$$M_d = 24.3 + (0.15 + 1.3) \cdot 3.87 = 29.9 \text{ MNm}$$

Le taux d'armature doit être augmenté ($M_d > M_{Rd}$).

2^{ème} itération:

Choix du taux d'armature $\rho = 1.2 \%$

$$EI_d = \frac{32.2}{0.00218} = 14800 \text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 14800}{(2 \cdot 45)^2} = -18 \text{ MN}$$

$$w_d^I = \frac{3.87}{18} \cdot 0.15 + 1.5 \cdot 3.2 \cdot 5 \cdot \frac{45^4}{8 \cdot 14800} = 0.86 \text{ m}$$

$$w_d^{II} = 0.86 \frac{1}{1 - \frac{3.87}{18}} = 1.10 \text{ m}$$

$$M_d = 24.3 + (0.15 + 1.1) \cdot 3.87 = 29.2 \text{ MNm}$$

Le taux d'armature choisi est suffisant et peut même être diminué. Par interpolation entre les résultats des deux itérations, on trouve une valeur de $\rho = 1.08 \%$.

6.9 CONCLUSION

La valeur de calcul du moment M_d et le taux d'armature obtenus avec la méthode de la rigidité (SIA 162) sont comparables à ceux calculés au moyen de la méthode de la courbure (SIA 262). Les avantages de la méthode de la courbure ressortent clairement de cette comparaison puisque seule la valeur de la courbure de dimensionnement χ_d doit être recalculée entre deux itérations. En outre la méthode proposée par la nouvelle norme facilite l'approche par phases.

