

Betonbau

Einführung in die Norm SIA 262

Druckglieder

Pascal Schertenleib, dipl. Ing., Eidgenössische Technische  
Hochschule, Lausanne

Prof. Dr Aurelio Muttoni, Eidgenössische Technische Hochschule,  
Lausanne

Dr Joseph Schwartz, Hochschule Technik und Architektur Luzern,  
Horw

Auszug der Dokumentation D 0182, Schweizerischer Ingenieur- und  
Architektenverein, Zürich, 2003



## 6 Druckglieder

Pascal Schertenleib et Aurelio Muttoni, Lausanne, Joseph Schwartz, Luzern

### 6.1 EINLEITUNG

Zum Nachweis der Stabilität von Druckgliedern ist es erforderlich, die Verformungen (Effekte 2. Ordnung) zu berücksichtigen. Nach alter Norm SIA 162 werden die Verformungen aufgrund der Beanspruchungen und der Biegesteifigkeit  $EI$  ermittelt. Dieser letzte Parameter ist stark vom Bewehrungsgehalt des Druckgliedes und von den Schnittkräften abhängig. Das Verhalten ist wegen der Rissbildung und den plastischen Verformungen der Baustoffe nicht linear (Bild 6.1). Diese Methode benötigt im allgemeinen mehrere Iterationsschritte zur Ermittlung des optimalen Bewehrungsgehalts, weil dieser gleichzeitig Berechnungsparameter und Resultat ist.

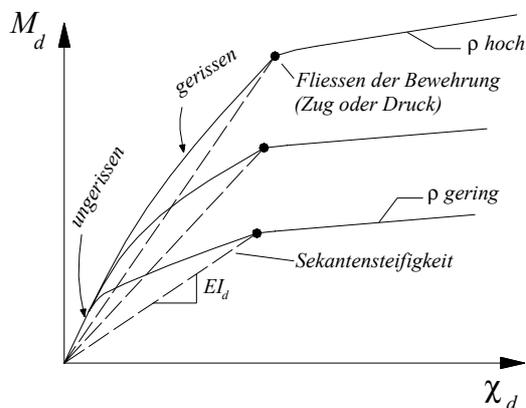


Bild 6.1 Biegemoment-Krümmungs-Diagramm

Die Norm SIA 262 schlägt vor, dieses Erschwernis auszuweichen, indem nicht die Biegesteifigkeit, sondern die Krümmungsverteilung des Druckgliedes als Grundlage herangezogen wird, um die Verformungen zu ermitteln. Bei der sogenannten Krümmungsmethode wird somit als Grenzzustand der Tragsicherheit in einem Querschnitt, im allgemeinen dem höchstbeanspruchten, der Bemessungswert der maximalen Krümmung  $\chi_d$  definiert. Die Verformungen resultieren dann aus der zweifachen

Integration der Krümmung über die Länge des Druckglieds.

### 6.2 EXZENTRIZITÄT UND AUSWIRKUNGEN

#### 6.2.1 Grundsatz

Das Biegemoment eines Druckgliedes wird durch die folgenden drei Einflüsse bewirkt:

- Biegung infolge Normalkraft in Kombination mit den geometrischen Imperfektionen des Druckglieds
- Schnittkräfte erster Ordnung infolge Einwirkungen
- Biegung infolge Normalkraft in Kombination mit den Verformungen des verbogenen Druckglieds.

Aus praktische Gründen wird die maximale Exzentrizität  $e_d$  zwischen der Wirkungslinie der Resultierenden der Normalkraft  $N_d$  und der Achse des verformten Druckglieds wie folgt definiert:

$$M_d = -N_d \cdot e_d \quad (262.57)$$

Die maximale Exzentrizität kann in drei Komponenten zerlegt werden:

$$e_d = e_{0d} + e_{1d} + e_{2d} \quad (262.58)$$

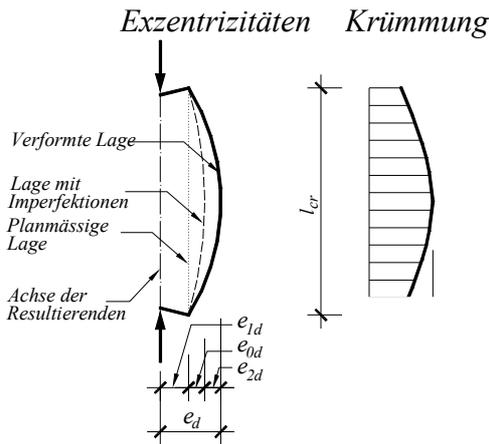


Bild 6.2 Resultierende der Exzentrizitäten und Krümmung

### 6.2.2 Exzentrizität $e_{0d}$ infolge von Imperfektionen

Als Exzentrizität  $e_{0d}$  infolge der gemeinsamen Imperfektionen ist der grösste der folgenden zwei Werte anzunehmen:

$$e_{0d} = \alpha_i \frac{l_{cr}}{2} \quad \text{oder} \quad e_{0d} = \frac{d}{30} \quad (262.59)$$

$\alpha_i$  Fusspunktverdrehung des Druckglieds gemäss 262 Art. 4.1.3.2.3

$l_{cr}$  Knicklänge des Druckglieds

$d$  statische Höhe

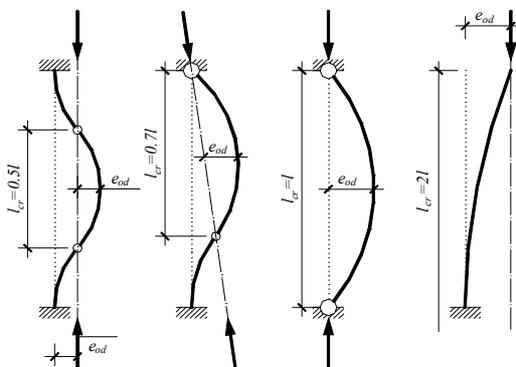


Bild 6.3 Exzentrizität infolge geometrischer Imperfektionen für verschiedene statische Systeme

### 6.2.3 Exzentrizität erster Ordnung $e_{1d}$

Die Exzentrizität erster Ordnung  $e_{1d}$  resultiert aus den Schnittkräften und ist dadurch bedingt, dass die Wirkungslinie der Resultierenden der inneren Kräfte nicht mit der neutralen Achse des Druckglieds zusammenfällt:

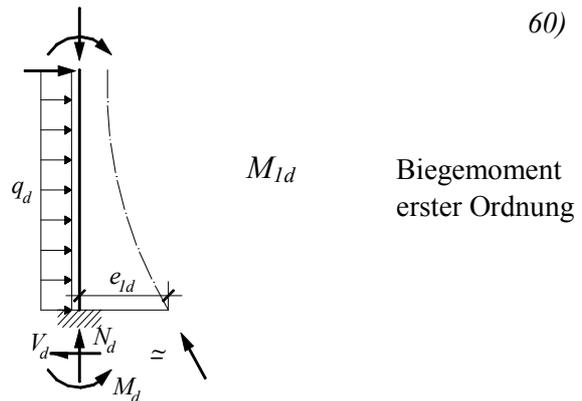


Bild 6.4 Verteilung der Exzentrizität erster Ordnung

Die infolge aufgezwungener Verformungen bei statisch unbestimmten Systemen resultierenden Auswirkungen müssen ebenfalls berücksichtigt werden.

#### 2.3.1 Exzentrizität $e_{2d}$ infolge der Effekte zweiter Ordnung

Die Exzentrizität  $e_{2d}$  infolge der Effekte zweiter Ordnung resultiert aus der Verformung des Druckglieds. Sie entspricht dem Abstand zwischen der neutralen Achse des verformten Druckglieds und einer durch die Gelenke verlaufenden Geraden.

Die Exzentrizität  $e_{2d}$  kann mit Hilfe der Arbeitsgleichung (Prinzip der virtuellen Verschiebungen) an einem einfachen Balken der Länge  $l_{cr}$  zwischen den beiden Wendepunkten der Biegelinie ermittelt werden (Biegelinie bei zentrischem Knicken):

$$e_{2d} = \int_0^{l_{cr}} \chi_d \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (6.1)$$

wobei  $\bar{M}$  das virtuelle Biegemoment infolge Einheitskraft darstellt. Die Berechnung des Integrals liefert das folgende Resultat:

$$e_{2d} = \chi_{\max,d} \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} \quad (262.61)$$

wobei  $c$  eine Konstante ist, welche von der Verteilung der Krümmung über den betrachteten einfachen Balken abhängt.

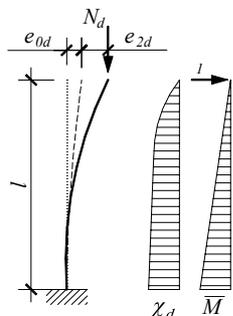


Bild 6.5 Definition der Exzentrizität infolge der Effekte zweiter Ordnung

Die Verteilung der Krümmung ist von der Biegesteifigkeit und von der Schnittkraftverteilung abhängig. Die Norm *SIA 262, Art. 4.3.7.12* schlägt den folgenden Wert vor:

$$c = \pi^2 \quad (262.65)$$

Dieser Wert trifft exakt zu, wenn die Krümmung sinusförmig über die Länge des Druckglieds variiert; dies ist der Fall, wenn die Biegesteifigkeit über die Länge des Druckglieds konstant ist und wenn die Effekte zweiter Ordnung eine bedeutende Rolle spielen ( $e_{2d} \gg e_{1d}$ ). Dieser Wert ist jedoch im allgemeinen konservativ und eignet sich bestens für Näherungsberechnungen. Die exakte Berechnung der Konstanten  $c$  mit Hilfe der Arbeitsgleichung wird im Kapitel 6.6 behandelt.

Es ist zu bemerken, dass die gemäss *Gl. 262.58* und *262.60* berechneten Exzentrizitäten  $e_{0d}$  und  $e_{1d}$  die maximalen Werte in Feldmitte des einfachen Balkens mit Länge  $l_{cr}$  darstellen. Wenn die Verteilung von  $e_{1d}$  stark verschieden ist, kann der massgebende Querschnitt an einem anderen Ort liegen. Der genaue Ort ist dort, wo eine zur Wirkungslinie der Resultierenden der Normalkraft  $N_d$  parallele Gerade die verformte Achse des Druckglieds tangential berührt (Querkraft null, maximales Biegemoment). Der Bemessungswert der Exzentrizität  $e_d$  muss in diesem Fall angepasst werden, unter der

vereinfachenden Annahme, dass der Verlauf der Exzentrizität  $e_{2d}$  affin zur Knickfigur ist. Der entsprechende Sachverhalt ist im Bild 6.6 dargestellt.

Es kann zweckmässig sein, vor allem wenn die Exzentrizität  $e_d$  stark über die Länge des Druckglieds variiert, die Bewehrung in mehreren Querschnitten zu bemessen. Der Wert von  $e_d$  muss auch dann jeweils wie beschrieben angepasst werden.

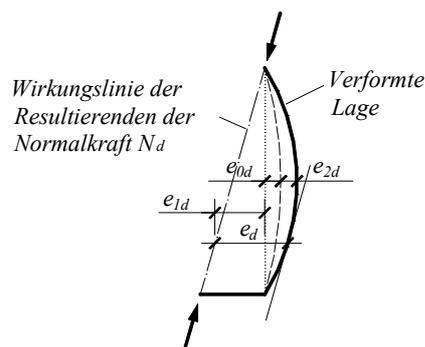


Bild 6.6 Definition der Exzentrizität im massgebenden Querschnitt

### 6.3 BEMESSUNGSWERT DER KRÜMMUNG

Aus den *Gl. (262.57), (262.58) und (262.61)* folgt:

$$M_d = -N_d \cdot e_{0d} + M_{1d} - N_d \cdot \chi_{\max,d} \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} \quad (6.2)$$

Diese Beziehung ist eine Gerade im Biegemoment-Krümmungs-Diagramm (Siehe Bild 6.7). Der Schnittpunkt dieser Geraden, welche die Beanspruchung beschreibt, mit der Kurve, welche das Verhalten des massgebenden Querschnitts beschreibt, ist ein Gleichgewichtspunkt. Eine Vergrößerung des Biegemoments erster Ordnung führt zu einer Verschiebung dieses Schnittpunkts nach rechts (Vergrößerung der Krümmung).

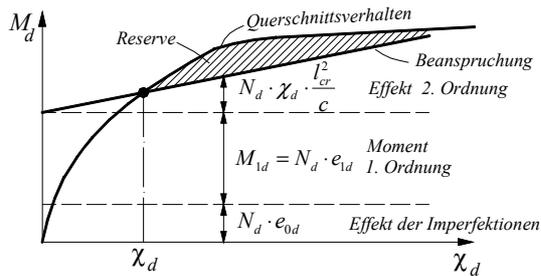


Bild 6.7 M- $\chi$ -Darstellung; Kurve des Querschnittsverhaltens und Kurve der Schnittkräfte

Das Biegemoment kann solange vergrössert werden, bis die Beanspruchungsgerade die Biegemoment-Krümmungs-Kurve, welche das Verhalten des Querschnitts beschreibt, tangential berührt. (Versagen des Druckglieds). In diesem Fall handelt es sich um eine Traglastberechnung, d.h. um eine Berechnung ohne Tragsicherheitsreserve.

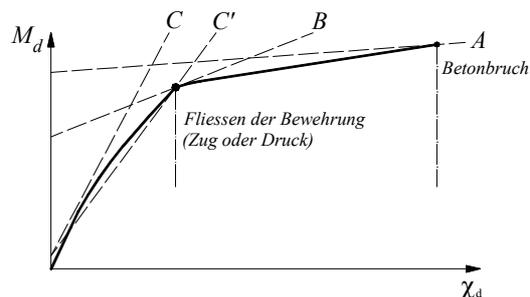


Bild 6.8 Bemessungs-Grenzzustände für verschiedene Belastungsfälle und für verschiedene Schlankheiten

Drei verschiedenen Fälle sind im Bild 6.8 dargestellt:

- Die Gerade A weist eine kleine Neigung auf (d.h. eine kleine Normalkraft und eine kleine Schlankheit) und  $M_{1d}$  oder  $e_{0d}$  sind gross. Für diese Kombination erfolgt im Tangentialpunkt der Bruch infolge Betonversagen im massgebenden Querschnitt.
- Die Gerade B beschreibt den Fall mittlerer Normalkraft und mittlerer Schlankheit. Der Tangentialpunkt liegt dann im Allgemeinen im Bereich der fließenden Zug- oder Druckbewehrung. Für diesen Zustand weist das Biegemoment-Krümmungs-

Diagramm eine klare Diskontinuität der Tangentensteifigkeit auf. Die Krümmung  $\chi_d$  ist also klar definiert und ergibt sich direkt aus dem Biegemoment-Krümmungs-Diagramm; sie beträgt:

$$\chi_d = \frac{\varepsilon_{sd} - \varepsilon'_{sd}}{d - d'} \quad (262.63)$$

$\varepsilon_{sd}$  Dehnung der Zugbewehrung

$\varepsilon'_{sd}$  Dehnung der Druckbewehrung

$d$  statische Höhe der Zugbewehrung

$d'$  statische Höhe der Druckbewehrung

mit  $\sigma = f_{sd}$  oder  $\sigma' = -f_{sd}$

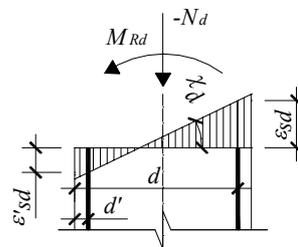


Bild 6.9 Dehnungsebene bei maximaler Krümmung

- Die Gerade C im Bild 6.8 entspricht einer hohen Normalkraft und einer sehr grossen Schlankheit. In diesem Fall kann der Querschnitt nur einem kleinen Biegemoment erster Ordnung widerstehen (Zentrische Druckbeanspruchung). Das Druckglied versagt infolge Knicken und die Krümmung  $\chi$  erreicht nicht die Fließkrümmung. Wird trotzdem die Fließkrümmung eingesetzt, so wird eine auf der sicheren Seite liegende Lösung erzielt (Gerade C' im Bild 6.8).

Im Diskontinuitätspunkt sind zwei verschiedene Regimes möglich, eines mit Fließen der Zugbewehrung und eines mit Fließen der Druckbewehrung. Bei kleiner Druckbeanspruchung ist Fließen der Zugbewehrung massgebend, bei sehr grosser Druckbeanspruchung erreicht dagegen die Druckbewehrung die Fließgrenze (Bild 6.10).

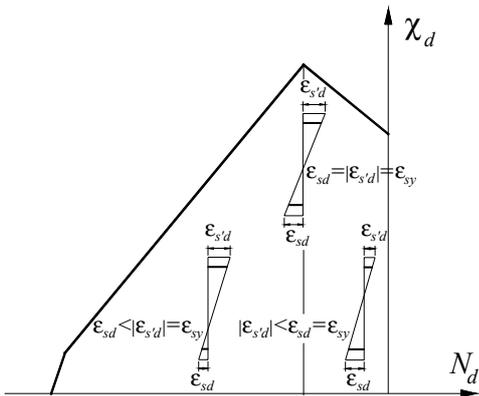


Bild 6.10 Dehnungsebenen unter der  $N_d$ - $M_d$ -Interaktion

Eine obere Begrenzung des Bemessungswertes der Krümmung kann erhalten werden unter der Annahme, dass sowohl die Zugbewehrung als auch die Druckbewehrung fließen.

$$\chi_d \cong \frac{2 \cdot f_{sd}}{E_{sd}(d-d')} \quad (262.62)$$

Dieser Wert ist eine gute Näherung für die Vorbemessung der Bewehrung, zur Beurteilung ob eine genauere Untersuchung notwendig ist oder zur Ermittlung von Näherungslösungen. Es ist zu bemerken dass der Einfluss des Schwindens und des Kriechens des Betons bereits in der Gl. (262.62) berücksichtigt ist, weil der Querschnitt in diesem Fall plastifiziert ist.

#### 6.4 BERECHNUNGSPHASEN UND GENAUGKEIT

Die in der Norm SIA 262 vorgeschlagene Methode bietet die Möglichkeit verschiedene Genauigkeitsgrade zu erreichen, welche den Berechnungsphasen eines Projektes angepasst sind. Je nach gewünschter Genauigkeit müssen die Berechnung des Bemessungswertes der Krümmung  $\chi_d$  sowie dessen Verteilung (Konstante  $c$ ) verbessert werden. Vier verschiedenen Berechnungsphasen können klar unterschieden werden (Bild 6.11):

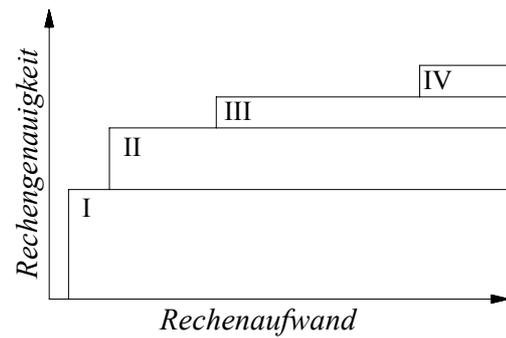


Bild 6.11 Verhältnis Genauigkeit-Berechnungsaufwand

- I Eine erste Näherungsberechnung kann auf der Basis des Bemessungswertes der Krümmung  $\chi_d$  gemäss Gl. (262.62) und der Konstanten  $c$  gemäss Gl. (262.65) durchgeführt werden. Diese Methode erlaubt eine sehr schnelle Berechnung des Biegemoments zweiter Ordnung:

$$M_{2d} = -N_d \cdot \chi_d \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.3)$$

Die Grösse dieses Biegemoments kann als Entscheidungskriterium dienen, ob eine genauere Berechnung notwendig ist.

- II Aufgrund der in der ersten Phase ermittelten Bewehrung kann die Krümmung  $\chi_d$  aus dem zugehörigen  $M$ - $\chi$ -Diagramm gewonnen oder mit einer Querschnittsanalyse ermittelt werden. Im Allgemeinen lautet die Gleichung der Krümmung:

$$\chi_d = \frac{\epsilon_{sd} - \epsilon'_{sd}}{d - d'} \quad (262.63)$$

Diese zweite Phase erlaubt die Berücksichtigung der zu den Beanspruchungen zugehörigen Dehnungsebene. Im allgemeinen kann die Fließkrümmung angenommen werden (Diskontinuitätspunkt im  $M$ - $\chi$ -Diagramm, Geraden  $B$  und  $C'$  im Bild 6.8). Bei grossen Schlankheiten und kleinen Exzentrizitäten  $e_{1d}$  kann eine kleinere Krümmung angenommen werden (Gerade  $C$  im Bild 6.8).

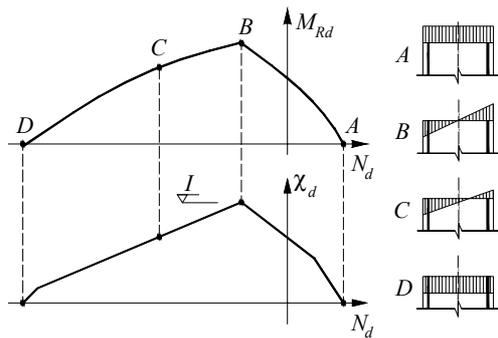


Bild 6.12 Dehnungsebenen ausgewählter  $N_d$ - $M_d$ -Kombinationen

Die Exzentrizität infolge der Effekte zweiter Ordnung hat sich gegenüber derjenigen der ersten Phase verringert. Es ist dagegen im allgemeinen erforderlich, die Einflüsse des Schwindens und Kriechens zu berücksichtigen (siehe Abschnitt 6.5).

- III In einer dritten Phase kann der Wert  $c$  verbessert werden aufgrund der im Abschnitt 6.6 angegebenen Krümmungsverteilung.
- IV In einer vierten Phase kann die Variation der Steifigkeit infolge des durch das Reißen und die plastischen Verformungen der Baustoffe verursachten nicht linearen Verhaltens berücksichtigt werden. Dies bedingt eine numerische Analyse.

## 6.5 EINFLUSS DER LANGZEITEFFEKTE

Die Baustoffgesetze, welche zur Ermittlung der  $M$ - $\chi$ -Diagramme für Stahlbeton herangezogen werden, berücksichtigen in der Regel die Langzeiteffekte wie Schwinden und Kriechen nicht. Kriechen unter ständigen Lasten und Schwinden führen zu einem irreversiblen Verformungszustand. Bei der Berechnung des Grenzzustands der Tragsicherheit muss diese Verformung berücksichtigt werden. Dies bedeutet, dass für den Nachweis der Stabilität von Druckgliedern die Krümmung und somit die Effekte zweiter Ordnung vergrößert werden. Die totale Krümmung beträgt dann:

$$\chi_{d,tot} = \chi_d + \chi_{d,irr} \quad (6.4)$$

$\chi_d$  Bemessungswert der Krümmung gemäss Gl. (262.63)

$\chi_{d,irr}$  irreversible Krümmung infolge Schwinden und Kriechen der Druckzone zum Zeitpunkt  $t$

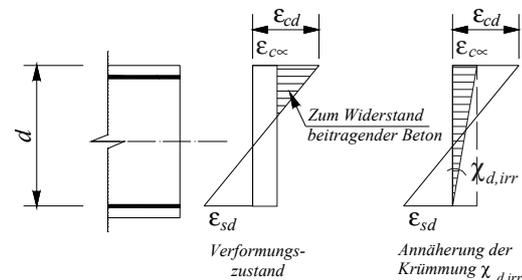


Bild 6.13 Dehnungsebene, wirksamer Querschnitt des Betons und Definition der Krümmung  $\chi_{d,irr}$

Die Krümmung  $\chi_{d,irr}$  des Querschnittes kann angenähert werden unter der Annahme, dass die Langzeiteffekte nur die Druckzone beeinflussen:

$$\chi_{d,irr} = \frac{|\epsilon_{c\infty}|}{d} \quad (262.64)$$

$\epsilon_{c\infty}$  maximale Dehnung infolge Schwinden und Kriechen der Druckzone unter den Beanspruchungen und der Effekte erster Ordnung.

## 6.6 BERECHNUNG VON $c$ AUF DER BASIS DER VERTEILUNG DER SCHNITTKRÄFTE

Weiter oben wurde gezeigt, dass der Wert  $c$  von der Verteilung der Krümmung abhängig ist. Wenn ein nicht lineares  $M$ - $\chi$ -Verhalten angenommen wird, ist diese Verteilung affin zu derjenigen des Biegemoments. Die Berechnung von  $c$  kann mit Hilfe der Arbeitsgleichung erfolgen.

$$e_{2d} = \int_0^{l_{cr}} \chi \cdot \bar{M} dx = \chi \frac{l_{cr}^2}{c} \quad (6.5)$$

Im Bild 6.14 sind einige Beispiele für den Wert  $c_i$  in Abhängigkeit der Verteilung der Schnittkräfte und des statischen Systems angegeben.

	gelenkig gelagerte Stütze	Kragstütze
Deutliche Effekte 2. Ordnung		
Stützenkopfmoment + Effekte 2. Ordnung vernachlässigbar		
Einwirkung H + Effekte 2. Ordnung vernachlässigbar		
Wind + Effekte 2. Ordnung vernachlässigbar		

Bild 6.14 Werte von  $c_i$  in Abhängigkeit der Schnittkräfte und des statischen Systems

Da die Schnittkräfte aus der Überlagerung verschiedener Einwirkungen resultieren, muss ein mittlerer Koeffizient  $c$  ermittelt werden, welcher die verschiedenen Einflüsse berücksichtigt.

In den folgenden Formeln wird zugunsten einer besseren Übersichtlichkeit auf die Indizes  $i$  der Bemessungswerte verzichtet. Die Exzentrizität zweiter Ordnung wird erhalten, indem die Exzentrizität infolge der Verformung erster Ordnung  $e_2^I$  mit einem Vergrößerungsfaktor multipliziert wird:

$$e_2 = e_2^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \sum_{i=1}^n e_{2,i}^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (6.6)$$

$N_{cr}$  Knicklast nach Euler

Die Exzentrizität  $e_{2,i}^I$  infolge Verformung erster Ordnung unter der Einwirkung  $i$  beträgt:

$$e_{2,i}^I = \frac{M_i}{EI} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c_i} \quad (6.7)$$

Die Gleichungen (6.7) und (6.6) ergeben::

$$e_2 = \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{EI} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \chi \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.8)$$

$$e_2 = \frac{\sum_{i=1}^n M_i + N \cdot e_2}{EI} \cdot \frac{\ell_{cr}^2}{c} \quad (6.9)$$

Durch Auflösung der Gleichungen (6.8) und (6.9) nach  $c$  folgt:

$$c = N \frac{\ell_{cr}^2}{EI} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (6.10)$$

Nach Einführung der kritischen Knicklast nach Euler resultiert:

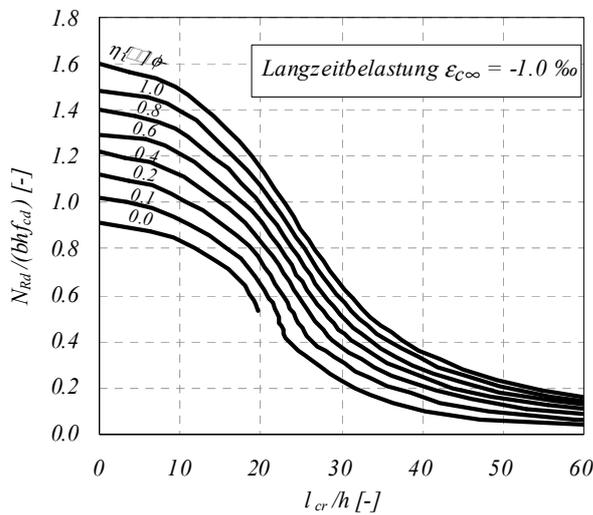
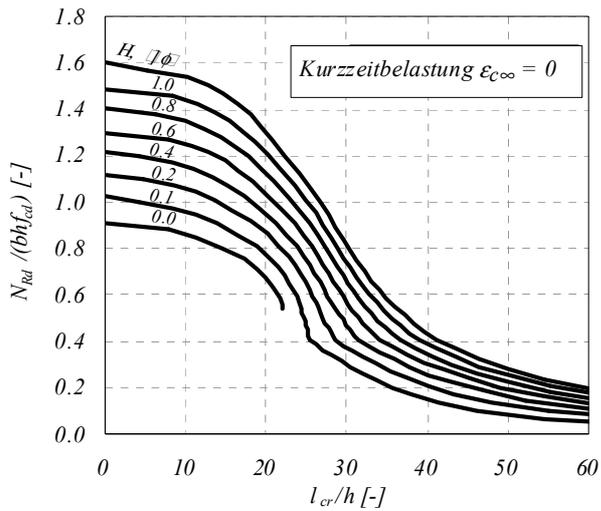
$$c = \pi^2 \cdot \frac{N}{N_{cr}} + \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{c_i}} \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{cr}}\right) \quad (6.11)$$

Mit dieser Gleichung kann ein mittlerer Wert  $c$  mit Berücksichtigung der Einflüsse der verschiedenen Einwirkungen bestimmt werden.

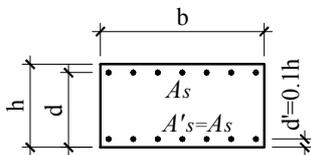
Es ist zu bemerken, dass  $c$  hier mit Hilfe einer linearen Berechnung ermittelt wird. Es handelt sich somit um das gleiche, auf den Vergrößerungsfaktor abgestützte Verfahren, welches der Norm SIA 162 zugrunde liegt. Die erhaltenen Resultate sind somit vergleichbar.

### 6.7 KNICKKURVEN

Für nahezu zentrisch beanspruchte Druckglieder ist es zweckmässig, Knickkurven anzuwenden. Die hier angegebenen Kurven sind für rechteckige Querschnitte nach der beschriebenen Methode (Phasen I und II) ermittelt worden.



Querschnitt



$$\omega = \frac{A_s + A'_s}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$$

### 6.8 ANWENDUNG AUF EINE BRÜCKENSTÜTZE

Im folgenden wird die im Bild 6.16 dargestellte Brückenstütze im Bauzustand bemessen.

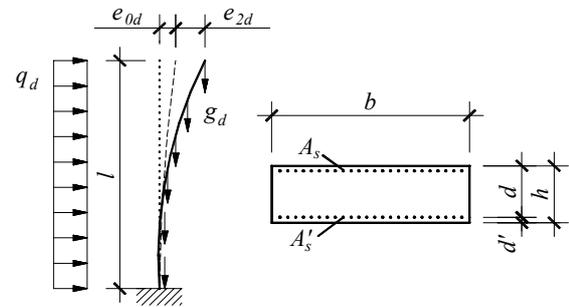


Bild 6.16 Brückenstütze im Bauzustand: System mit Einwirkungen und Querschnitt

Baustoffe: Beton C35/45 und Stahl B500B.

Die Exzentrizität  $e_{0d}$  infolge geometrischer Imperfektionen beträgt nach (262.16) und (262.59):

$$e_{0d} = \frac{1}{300} \cdot \frac{2 \cdot 45}{2} = 0.15 \text{ m}$$

Geometrie:

- $\ell = 45.0 \text{ m}$
- $b = 5.0 \text{ m}$
- $h = 1.50 \text{ m}$
- $d = 1.43 \text{ m}$
- $d' = 0.07 \text{ m}$

Einwirkungen:

Wind:  $q_d = 4.8 \text{ kN/m}^2$

#### 6.8.1 Phase I

Der Bemessungswert des Biegemoments wird nach folgender Beziehung bestimmt:

$$M_d = -N_d \cdot (e_{0d} + e_{1d} + e_{2d}) \quad (262.58)$$

Die Eigenlasten werden vereinfachend punktuell zu 1/3 am Kopf und zu 2/3 am Fuss der Stütze konzentriert.

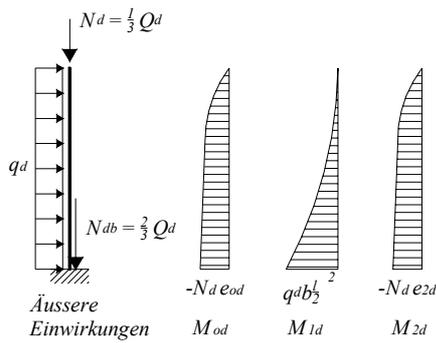


Bild 6.17 Schnittkräfte

Die Gleichung (262.56) kann umgeschrieben werden:

$$M_d = -N_d \cdot (e_{0d} + e_{2d}) + M_{1d} \quad (6.12)$$

Berechnung der Exzentrizität zweiter Ordnung  $e_{2d}$  (262.62), (262.61) et (262.65)

$$\chi_d = \frac{2 \cdot f_{sd}}{E_{sd} \cdot (d - d')}$$

$$\chi_d = \frac{2 \cdot 435}{205 \cdot 10^3 (1.43 - 0.07)} = 0.00312 \text{ m}^{-1}$$

$$e_{2d} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{c} = \chi_d \cdot \frac{l_{cr}^2}{\pi^2}$$

$$e_{2d} = 0.00312 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 2.44 \text{ m}$$

Berechnung von  $N_d$  und  $M_{1d}$

$$N_d = \frac{1}{3} (\gamma_{G,sup} \cdot \gamma_c \cdot b \cdot h \cdot l) = -3.87 \text{ MN}$$

$$M_{1d} = \gamma_Q \cdot q_p \cdot b \cdot \frac{l^2}{2} = 24.3 \text{ MNm}$$

Durch Einsetzen dieser Werte in GL. (6.12) :

$$M_d = (0.15 + 2.44) \cdot (3.87) + 24.3 = 34.8 \text{ MNm}$$

Die Bewehrung wird dann mit Hilfe des  $N$ - $M$ -Interaktionsdiagramms ermittelt:  $\rho = 1.4 \%$

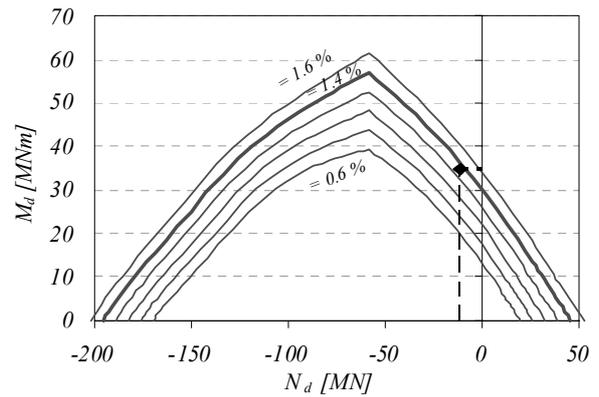


Bild 6.18  $N_d$ - $M_d$ -Interaktionsdiagramm

### 6.8.2 Phase II

Ausgehend von der in der ersten Phase ermittelten Bewehrung wird mit einer Querschnittsanalyse die Fließkrümmung ermittelt. Im vorliegenden Fall resultiert  $\chi_d = 0.0021 \text{ m}^{-1}$  (siehe auch  $M$ - $\chi$ -Diagramm im Bild 6.19)

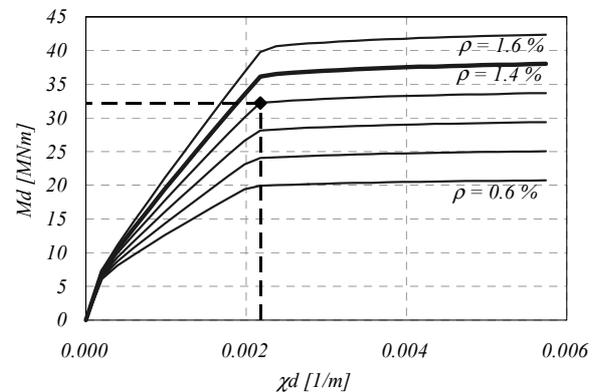


Bild 6.19  $M$ - $\chi$ -Diagramm;  $\epsilon_{c\infty} = 0$

Die Exzentrizität infolge der Effekte zweiter Ordnung  $e_{2d}$  und der Bemessungswert des Biegemoments  $M_d$  betragen:

$$e_{2d} = 0.0021 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 1.72 \text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 1.72) \cdot (3.87) + 24.3 = 31.5 \text{ MNm}$$

Der Bewehrungsgehalt kann mit Hilfe des  $N$ - $M$ -Interaktionsdiagramms (Bild 6.17) angepasst werden:  $\rho = 1.2 \%$ .

### 6.8.3 Einfluss der Langzeitverformungen

Die zeitabhängigen Effekte (Kriechen, Schwinden und Relaxation) können im Bauzustand normalerweise vernachlässigt werden. Dieser Paragraph erörtert die Vorgehensweise, wenn sie dennoch berücksichtigt werden sollen.

Gemäss (262.64) beträgt mit  $\varepsilon_{c\infty} = -1.0\text{‰}$ :

$$\chi_{d,irr} = \frac{|\varepsilon_{c\infty}|}{d} = \frac{|-0.001|}{1.43} = 0.0007 \text{ m}^{-1}$$

$$\chi_{d,tot} = 0.0021 + 0.0007 = 0.0028 \text{ m}^{-1}$$

$$e_{2d} = 0.0028 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{\pi^2} = 2.29 \text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 2.29) \cdot (3.87) + 24.3 = 33.8 \text{ MNm}$$

Die Berechnung mit exakter Berücksichtigung des Kriechens ergibt für den Bemessungswert des Biegemoments  $M_d = 33.8 \text{ MNm}$  den zusätzlichen Krümmungswert infolge Kriechens  $\chi_{d,irr} = 0.0005 \text{ m}^{-1}$ .

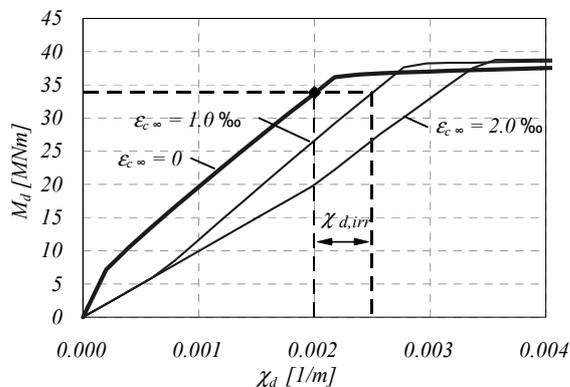


Bild 6.20  $M$ - $\chi$ -Diagramm;  $\varepsilon_{c\infty} = 0, 1.0, 2.0\text{‰}$   
 $\rho = 1.4\%$

Die aufgrund der Gl. (262.64) ermittelte Krümmung  $\chi_{d,irr}$  liefert eine ausgezeichnete Näherung des Querschnittsverhaltens und die Berechnung ist sehr einfach.

### 6.8.4 Phase III, Berechnung von c

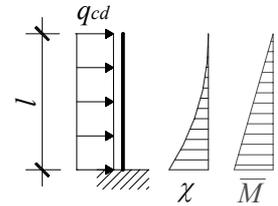
Das Biegemoment infolge geometrischer Imperfektionen  $M_{od}$  beträgt knapp 3 % des Biegemoments infolge Wind  $M_{1d}$ . In einer ersten

Näherung kann somit die Verteilung der Krümmung affin zu derjenigen des Biegemoments infolge Wind angenommen werden.

$$e_{2d} = \int_0^{\ell_{cr}} \chi \cdot \bar{M} dx$$

$$e_{2d} = \frac{1}{4} \chi \cdot \ell^2$$

$$e_{2d} = \frac{1}{16} \chi \cdot \ell_{cr}^2$$



Der Wert von c beträgt dann  $c = 16$ . Die Exzentrizität infolge der Effekte zweiter Ordnung  $e_{2d}$  und der Bemessungswert des Biegemoments  $M_d$  betragen:

$$e_{2d} = 0.0021 \cdot \frac{(2 \cdot 45)^2}{16} = 1.06 \text{ m}$$

$$M_d = (0.15 + 1.06) \cdot (3.87) + 24.3 = 29 \text{ MNm}$$

Der Bewehrungsgehalt kann nochmals leicht reduziert werden ( $\rho = 1.1\%$ ).

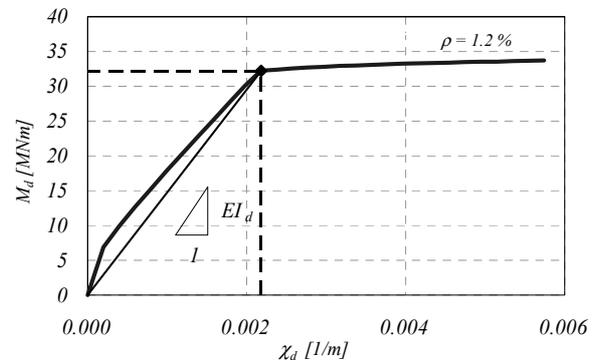


Bild 6.21  $M$ - $\chi$ -Diagramm;  $\varepsilon_{c\infty} = 0$ ;  $\rho = 1.2\%$

Zur Berechnung des mittleren Wertes der Konstanten c wird die elastische Knicklast nach Euler benötigt:

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot EI_d}{\ell_{cr}^2} \quad (13)$$

$$EI_d = \frac{M_{Rd}}{\chi_d} = \frac{32.2}{0.00218} = 14800 \text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 14800}{(2 \cdot 45)^2} = -18 \text{ MN}$$

Die Konstante  $c$  kann dann mit Gl. (12) ermittelt werden.

$$c = \pi^2 \cdot \frac{3.87}{18} + \frac{3.87 \cdot 0.15 + 24.3}{\pi^2 + \frac{24.3}{16}} \cdot \left(1 - \frac{3.87}{18}\right)$$

$$\Rightarrow c = 14.5$$

Der ermittelte Wert bewirkt nur geringfügige Anpassungen des Bemessungswertes des Biegemoments  $M_d$  und der Exzentrizität zweiter Ordnung  $e_{2d}$  gegenüber der vorhergehenden Berechnung.

### 6.8.5 Vergleich mit der Berechnung gemäss Norm SIA 162

Im Folgenden wird das Vorgehen bei der Berechnung der behandelten Brückenstütze mit Hilfe der Steifigkeitsmethode beschrieben.

1. Iterationsschritt:

$$w_0 = e_0 = 0.15 \text{ m}$$

$$M_d^I = M_{d,qc} + w_0 \cdot N_d$$

$$M_d^I = 24.3 + 0.15 \cdot 3.87 = 24.9 \text{ MNm}$$

Wahl:  $\rho = 1.0 \%$  im  $M$ - $\chi$ -Diagramm (siehe Bild 3.12).

$$EI_d = \frac{M_{Rd}}{\chi_d} = \frac{28.2}{0.00218} = 13000 \text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 13000}{(2 \cdot 45)^2} = -15.84 \text{ MN}$$

Berechnung der Verformung erster Ordnung  $w_d^I$ :

$$w_d^I = \frac{N_d}{N_{cr}} \cdot e_0 + \gamma_Q \cdot q_c \cdot b \cdot \frac{\ell^4}{8 \cdot EI_d}$$

$$w_d^I = \frac{3.87}{15.84} \cdot 0.15 + 1.5 \cdot 3.2 \cdot 5 \cdot \frac{45^4}{8 \cdot 13000} = 0.98 \text{ m}$$

Berechnung der Verformung zweiter Ordnung  $w_d^{II}$ :

$$w_d^{II} = w_d^I \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} = 0.98 \cdot \frac{1}{1 - \frac{3.87}{15.84}} = 1.30 \text{ m}$$

$$M_d = M_{1d} + (w_{0d} + w_d^{II}) \cdot N_d$$

$$M_d = 24.3 + (0.15 + 1.3) \cdot 3.87 = 29.9 \text{ MNm}$$

Der Bewehrungsgehalt muss erhöht werden ( $M_d > M_{Rd}$ ).

2. Iterationsschritt:

Wahl des Bewehrungsgehalts  $\rho = 1.2 \%$

$$EI_d = \frac{32.2}{0.00218} = 14800 \text{ MNm}^2$$

$$N_{cr} = -\frac{\pi^2 \cdot 14800}{(2 \cdot 45)^2} = -18 \text{ MN}$$

$$w_d^I = \frac{3.87}{18} \cdot 0.15 + 1.5 \cdot 3.2 \cdot 5 \cdot \frac{45^4}{8 \cdot 14800} = 0.86 \text{ m}$$

$$w_d^{II} = 0.86 \cdot \frac{1}{1 - \frac{3.87}{18}} = 1.10 \text{ m}$$

$$M_d = 24.3 + (0.15 + 1.1) \cdot 3.87 = 29.2 \text{ MNm}$$

Der gewählte Bewehrungsgehalt ist ausreichend und kann sogar reduziert werden. Durch Interpolation zwischen den Resultaten der beiden Iterationsschritte resultiert der Wert  $\rho = 1.08 \%$ .

## 6.9 SCHLUSSFOLGERUNG

Der Bemessungswert des Biegemoments  $M_d$  und der Bewehrungsgehalt, berechnet aufgrund der Steifigkeitsmethode (SIA 162), sind vergleichbar mit den entsprechenden Werten nach der Krümmungsmethode (SIA 262). Die Vorteile der Krümmungsmethode gehen anschaulich aus dem Vergleich hervor, weil der Bemessungswert der Krümmung  $\chi_d$  der einzige neu zu berechnende Wert zwischen zwei Iterationsschritten ist. Weiter erlaubt die Methode nach SIA 262 die Berechnung in Phasen (siehe Bild 6.11)

