

Dimensionamiento y verificación del hormigón estructural mediante el método de los campos de tensiones

Dimensioning and check of structural concrete using the stress field method



Aurelio Muttoni

Prof. Dr., Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza



Miguel Fernández Ruiz

Dr. Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suiza

RESUMEN

Los campos de tensiones son una herramienta basada en el teorema del mínimo de la plasticidad que puede ser empleada tanto para el dimensionamiento como para la verificación de elementos o estructuras de hormigón armado y pretensado. En este artículo se resumen sus bases teóricas y de aplicación, proponiéndose finalmente un ejemplo del cual se analizan los resultados obtenidos.

SUMMARY

The stress field method is a tool based on the lower-bound theorem of plasticity. It can be applied for both the dimensioning of new structural elements and for the checking of existing ones. This paper reviews the theoretical principles of the method and its application to practical cases. An example is finally presented whose results are discussed.

1. INTRODUCCIÓN

El método de los campos de tensiones es una herramienta fundada en la teoría de la plasticidad que permite el dimensionamiento y verificación de elementos y estructuras de hormigón armado y pretensado. Su aplicación no se restringe exclusivamente a este ámbito, pudiendo ser empleado además en el análisis de estructuras en acero estructural o bien de fábrica (ladrillo y piedra).

Existen además otros métodos de cálculo basados en la teoría de la plasticidad con aplicación al hormigón estructural. Entre ellos destaca principalmente el método de las bielas y los tirantes, el cual se basa en la denominada analogía de la celosía y que ha sido adoptado en la norma española EHE. El análisis del hormigón estructural mediante modelos de celosía comenzó en un principio como un desarrollo intuitivo del comportamiento del hormigón armado, sin base teórica sólida y sobre la base de resultados de ensayos. Ritter (1899) propuso por primera vez el análisis de una viga de hormigón armado mediante su idealización como una celosía. El desarrollo de modelos de celosía continuó posteriormente con Morsch (1908) y su evolución ha seguido hasta nuestros días. En esta línea, Schlaich (1982, 1987) completando diferentes aspectos teóricos y prácticos de la analogía de la celosía, formalizó un método de análisis y comprobación de estructuras, el cual ha sido ampliamente difundido y empleado bajo el nombre de método de las bielas y los tirantes.

Los campos de tensiones nacen en cambio como una aplicación directa de la teoría de la plasticidad. El primer planteamiento de un campo de tensiones completo para un elemento estructural se debe a Drucker (1961) quien propuso un campo de tensiones lícito para una viga bajo carga puntual y bajo carga distribuida. El desarrollo posterior de la aplicación de los campos de tensiones al estudio del hormigón estructural se produjo fundamentalmente en la ETHZ (Zürich) de la mano del profesor Thürlimann, continuando su evolución hasta nuestros días con diversos trabajos sobre el tema (Müller 1978, Marti, 1980, Muttoni 1989). Otro centro destacado en el desarrollo de esta técnica ha sido la universidad de

Copenhague bajo la dirección del profesor Nielsen (Nielsen et al. 1978, Nielsen 1999).

A pesar de sus diferentes orígenes, ambos métodos de análisis son complementarios y el trabajo conjunto con ambos es el que produce mejores resultados de cara a la determinación del mecanismo resistente óptimo de una estructura.

Actualmente, la norma suiza SIA 262 para la construcción en hormigón emplea este método para el dimensionamiento y verificación de elementos de hormigón estructural, presentando un tratamiento unitario en su análisis.

En este artículo se resumen los principios y aplicación del método de los campos de tensiones presentando tanto sus fundamentos (Muttoni et al. 1997, 2006) como su aplicación normativa (SIA 262).

2. BASES TEÓRICAS

2.1. Definiciones

En este artículo se hará referencia tanto a modelos de bielas y tirantes como a modelos de campos de tensiones, la definición de los mismos entendida en este artículo es la siguiente (ver Figura 1):

1. Modelo de bielas y tirantes. Por modelo de bielas y tirantes se entiende una idealización estructural en la cual la estructura real se asimila a una celosía equivalente (o a un modelo de barras hipostático en ciertos casos) de la cual se calculan, dadas unas acciones, los esfuerzos axiales en cada elemento. Dicha celosía debe satisfa-

cer las condiciones de equilibrio y respetar las condiciones de contorno. El cálculo de las fuerzas en los elementos permite dimensionar las armaduras a disponer en los tirantes mientras que la capacidad de las bielas (respetando la condición estática de plasticidad) es comprobada en los nudos.

2. Modelo de campos de tensiones. Por modelo de campo de tensiones se entiende una idealización estructural en la que se trabaja obteniendo (y comprobando) directamente las tensiones en el hormigón y acero provocadas al aplicar sobre un determinado elemento un conjunto de acciones. El campo de tensiones debe satisfacer las condiciones de equilibrio, respetar la condición estática de plasticidad y respetar las condiciones de contorno de la estructura real.

En general, un modelo de bielas y tirantes corresponde a una idealización en la que se analiza el comportamiento estructural trabajando con fuerzas (resultantes) mientras que en un modelo de campos de tensiones se trabaja con tensiones.

Evidentemente, existen fuertes analogías entre ambos métodos aunque también tienen diferencias importantes. Una vez que se plantea un campo de tensiones lícito, puede obtenerse directamente un modelo de bielas y tirantes a partir del mismo mediante la disposición de diferentes barras en la posición de las resultantes de tensiones. En este sentido, el trabajo con campos de tensiones es una buena guía para el posterior establecimiento de un modelo adecuado de bielas y tirantes. La situación contraria (establecer un modelo de campos de tensiones a partir de un modelo de bielas y tirantes), aunque es posible, es algo más compleja de realizar, no existiendo unicidad en la solución.

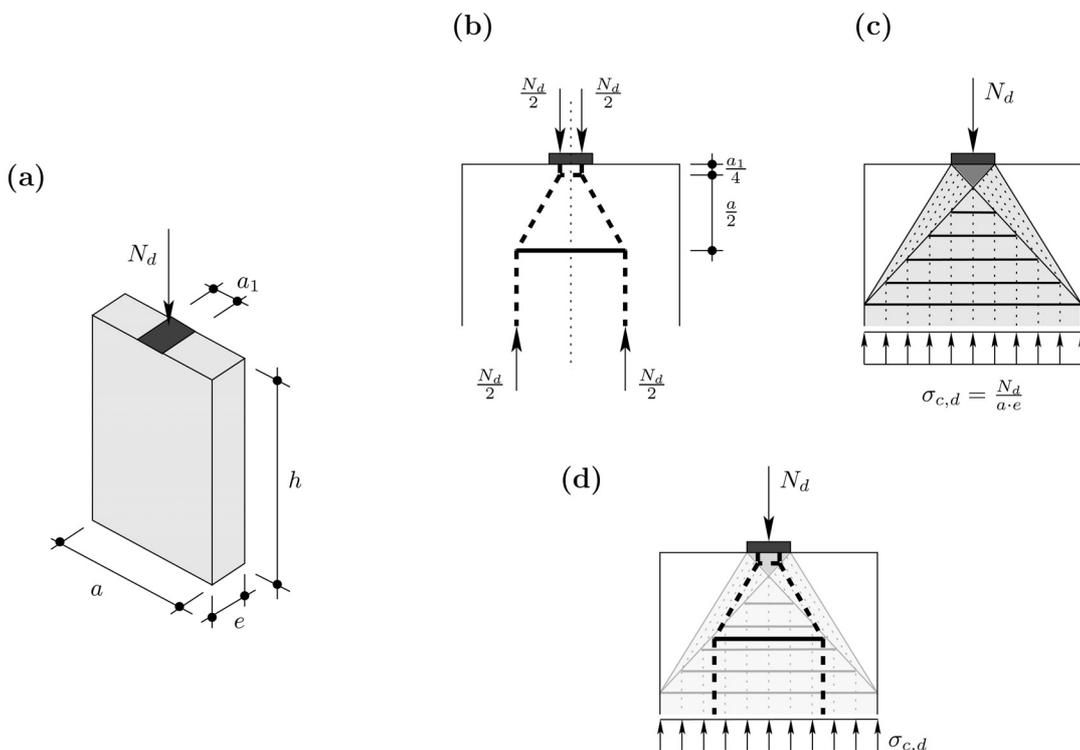


Figura 1. Concepto de modelos de campos de tensiones y bielas y tirantes:

(a) problema físico (difusión de una carga concentrada); (b) modelo de bielas y tirantes; (c) modelo de campos de tensiones y (d) modelo de bielas y tirantes como resultante de los elementos del campo de tensiones.

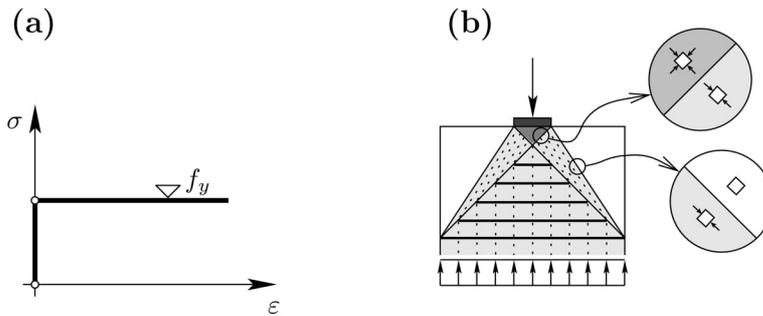


Figura 2. Campos de tensiones de línea discontinua: (a) ley de comportamiento uniaxial rígido-plástica y (b) detalles de líneas de discontinuidad y estados tensionales a ambos lados de las mismas para el ejemplo mostrado en la figura 1.

2.2. Teorema del límite inferior de la plasticidad

El método de los campos de tensiones es una aplicación del teorema del límite inferior de la plasticidad. Según el mismo, todo sistema de cargas (Q_S) en equilibrio con un campo de tensiones que satisface la condición estática de plasticidad, es un límite inferior de la carga de rotura (Q_R):

$$Q_{SI} \leq Q_R$$

Por condición estática de plasticidad, dentro del contexto de los campos de tensiones, se entiende que el valor de la tensión en un punto debe ser igual o inferior a la tensión de plastificación del material (tanto para el acero como para el hormigón):

$$\sigma \leq f_y$$

El teorema del límite inferior de la plasticidad conduce a soluciones seguras de diseño siempre y cuando las hipótesis bajo las cuales la teoría de la plasticidad es aplicable sean respetadas (Muttoni 1989).

2.3. Ley constitutiva de materiales y concepto de línea de discontinuidad

La aplicación de la teoría de la plasticidad requiere la definición para cada material de su tensión de plastificación (f_y). Para la construcción de campos de tensiones de una manera sencilla, suele aplicarse además la hipótesis de un comportamiento rígido perfectamente plástico, tal y como se muestra en la figura 2 (a).

Esta última hipótesis, no obstante, no es obligada, pudiendo aceptarse por ejemplo leyes de tipo elasto-plástico. Sin embargo, la aceptación de la condición rígido-plástica permite el desarrollo de los denominados campos de tensiones de "línea discontinua", cuyo planteamiento y resolución son sencillos.

Las líneas de discontinuidad (ver figura 2 (b)) se definen como curvas que delimitan regiones dentro de un cuerpo. A lo largo de las líneas de discontinuidad pueden producirse saltos (discontinuidades) en el valor de las tensiones paralelas a uno y otro lado de la misma, debiendo ser iguales sus tensiones normales así como sus tensiones tangenciales.

Un caso particular de línea de discontinuidad es aquel en el cual las tensiones principales resultan paralelas a la propia

línea. En esta situación, la tarea de análisis de un modelo de campos de tensiones resulta muy sencilla, por lo que es el caso de línea de discontinuidad empleado con mayor frecuencia (por ejemplo, el mostrado en la figura 2 (b)).

2.4. Idealización del comportamiento del hormigón y el acero

La idealización del comportamiento real del hormigón y el acero como una ley de tipo rígido-plástico puede ser realizada siempre y cuando se respeten una serie de condiciones.

Para el hormigón, la fragilidad (entendida como la pendiente de su rama de ablandamiento) aumenta conforme lo hace su resistencia, ver figura 3 (a). Para tener en cuenta este fenómeno, cuya influencia no es lineal con el incremento de la resistencia, se propone idealizar el comportamiento del hormigón mediante una resistencia plástica equivalente (f_{cp} , ver figura 3 (b)) que considera este fenómeno. Dicha resistencia plástica puede obtenerse según la fórmula siguiente (Muttoni et al., 1997):

$$f_{cp} = 3.1 \cdot f_{ck}^{2/3} \leq f_{ck}$$

donde f_{ck} se expresa en MPa. Dicha relación propone reducciones en la resistencia plástica equivalente respecto de la resistencia característica a partir de $f_{ck} > 30$ MPa. Este valor es además el propuesto en la norma SIA 262.

La resistencia a tracción del hormigón no se considera debido a su gran fragilidad (lo que impide realizar análisis plásticos con la misma).

Para el acero, la idealización de su comportamiento como rígido-plástico es posible, adoptando como valor de la resistencia plástica el límite elástico del material, ver figuras 3 (c) y (d).

3. ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS CAMPOS DE TENSIONES

Para la construcción de campos de tensiones se requiere el empleo de tres elementos básicos: las bielas, los tirantes y los nudos.

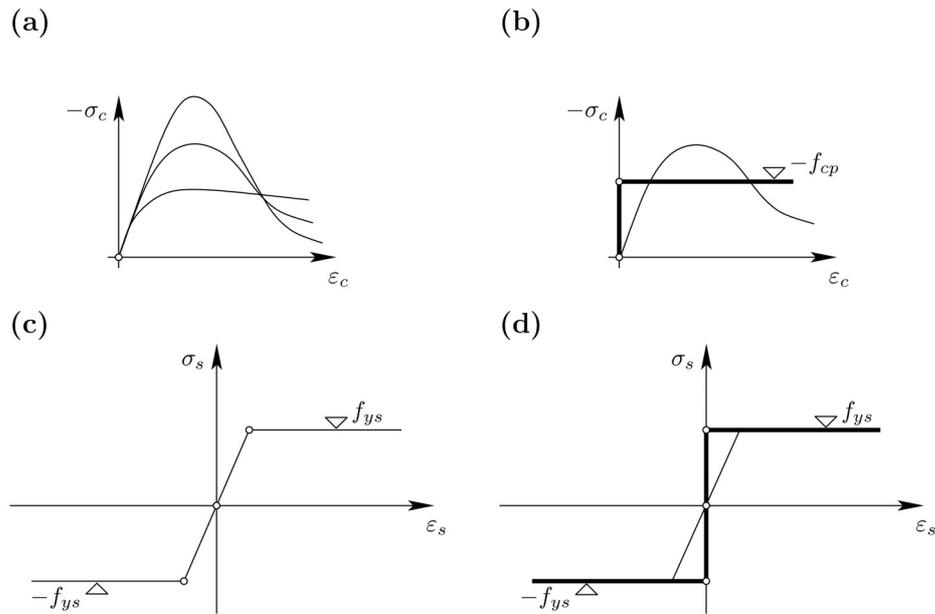


Figura 3. Leyes de comportamiento uniaxial rígido-plásticas para el hormigón y acero: (a) respuesta del hormigón para diferentes valores de su resistencia a compresión; (b) idealización rígido-plástica de la respuesta del hormigón y valor de la resistencia plástica adoptada (f_{cp}); (c) comportamiento elasto-plástico del acero y (d) respuesta rígido-plástica idealizada del acero y resistencia plástica adoptada (f_{ys}).

3.1. Bielas

Las bielas corresponden a los elementos comprimidos uniaxialmente alojados dentro del hormigón pudiendo tener diferentes estados de deformaciones laterales impuestas. Existen dos configuraciones diferentes de bielas: las bielas rectas y las bielas en abanico (ver figura 4).

La verificación de la capacidad de las bielas se realiza mediante el estudio de su tensión principal máxima de compresión. Su capacidad resistente se encuentra fuertemente influenciada por el estado de deformaciones laterales impuestas en el hormigón (Muttoni, 1989). La verificación por lo tanto de la tensión en el hormigón se realiza teniendo en cuenta la resistencia plástica efectiva (ver Figura 5), debiendo satisfacerse la inecuación siguiente:

$$|\sigma_{c,max,d}| \leq f_{ce,d}$$

donde:

$$f_{ce,d} = \frac{f_{ce}}{\gamma_c}$$

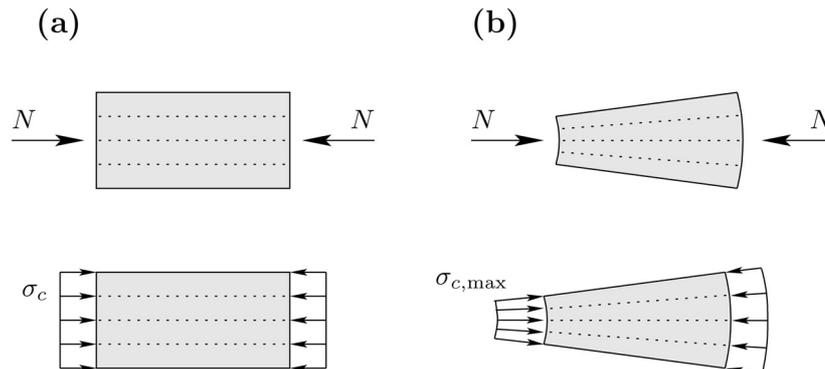


Figura 4. Bielas de hormigón: (a) biela recta y (b) biela en abanico y tensión máxima en el mismo ($\sigma_{c,max}$).

Es interesante comparar los valores propuestos en la figura 5 con los especificados en EHE (art. 40.3.1 y 40.3.2):

1. En el caso de zonas con estados de compresión uniaxial, EHE propone limitar la resistencia del hormigón a $f_{1cd} = 0.85 (f_{ck}/\gamma_c)$. En los campos de tensiones, la resistencia adoptada (f_{cp}/γ_c) proporciona valores superiores a los de EHE mientras f_{ck} sea inferior a 50 MPa, siendo posteriormente más conservadora. En general, para hormigones convencionales, los valores adoptados por ambas formulaciones son similares.
2. En zonas de fisuración paralela a las bielas, debe adoptarse según EHE $f_{1cd} = 0.70 (f_{ck}/\gamma_c)$. Este valor es nuevamente similar al propuesto en los campos de tensiones ($0.80 f_{cp}/\gamma_c$)
3. Cuando las bielas transmiten compresiones a través de fisuras con abertura controlada, según EHE debe adoptarse $f_{1cd} = 0.60 (f_{ck}/\gamma_c)$. En este caso, cuando la resistencia característica sea superior a 30 MPa, la formulación adoptada por los campos de tensiones es claramente más conservadora.

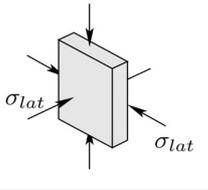
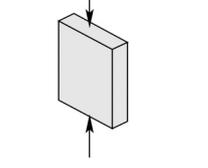
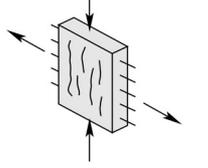
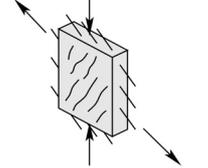
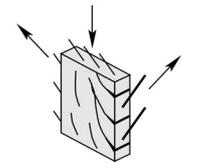
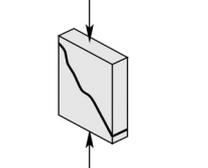
TIPO DE SOLICITACIÓN		f_{ce}	APLICACIONES
Hormigón confinado activa o pasivamente sin fisuración		$f_{cp} + 4 \sigma_{lat} $	<ul style="list-style-type: none"> • Compresión triaxial • Confinamiento lateral • Introducción de cargas concentradas
Hormigón sin fisuración en compresión uniaxial		f_{cp}	<ul style="list-style-type: none"> • Compresión simple con armadura de control de fisuración • Columnas, muros, vigas en flexión
Hormigón fisurado con deformación lateral impuesta		$0.8 f_{cp}$	<ul style="list-style-type: none"> • Muros • Losas • Vigas con deformación lateral
Hormigón fisurado con deformación diagonal impuesta		$0.6 f_{cp}$	<ul style="list-style-type: none"> • Muros • Losas con torsión importante • Vigas con cortante o torsión
Hormigón fisurado con armadura plastificada en dos direcciones		$0.4 f_{cp}$	<ul style="list-style-type: none"> • Vigas o muros con armadura longitudinal y cercos plastificados
Hormigón sin control de abertura de fisuras		Teoría de la plasticidad no aplicable	<ul style="list-style-type: none"> • Elementos con armadura mínima insuficiente • Punzonamiento

Figura 5. Resistencia plástica efectiva del hormigón f_{ce} según el tipo de solicitación.

4. Nuevamente, EHE admite resistencias superiores a los campos de tensiones cuando las bielas se transmiten a través de fisuras de gran abertura, donde según EHE debe emplearse $f_{1cd} = 0.40 (f_{ck}/\gamma_c)$.

3.2. Tirantes

Los tirantes son los elementos encargados de transmitir la tracción, siendo materializados en la estructura real mediante barras de acero pasivo o bien barras de acero activo (pretensado). El anclaje de los tirantes puede realizarse mediante placas (bien sean éstas placas metálicas unidas a la pieza, cercos o bien redondos con cabeza regreusada) o por adherencia (pudiendo considerarse en este caso una ley de adherencia rígido-plástica, un estudio riguroso sobre este tema puede consultarse en Marti et al., 1998), ver Figura 6.

En caso de ser un anclaje en hormigón confinado, lo que se produce en ciertos nudos repartidos, puede considerarse una mejora en la tensión de adherencia, lo que conduce reduccio-

nes en la longitud de anclaje en el entorno del 30% para casos donde $\sigma_{lat} = f_c$ y la zona se encuentre correctamente confinada mediante la disposición de una armadura constructiva mínima. Dicha armadura mínima debe garantizar que no se produzca una rotura frágil tras la fisuración de la pieza y que la fisuración se distribuya de manera uniforme sobre el elemento.

Debe verificarse para los diferentes tirantes de un modelo:

1. Que la tensión a la que trabaja el acero sea igual o inferior a su resistencia plástica:

$$\sigma_{s,d} \leq f_{yd} = \frac{f_{ys,k}}{\gamma_s}$$

2. Que la barra tenga capacidad de anclaje suficiente.

3.3. Nudos

Los nudos, donde se produce la confluencia de las diferentes bielas y tirantes, son el tercer elemento que debe ser estu-

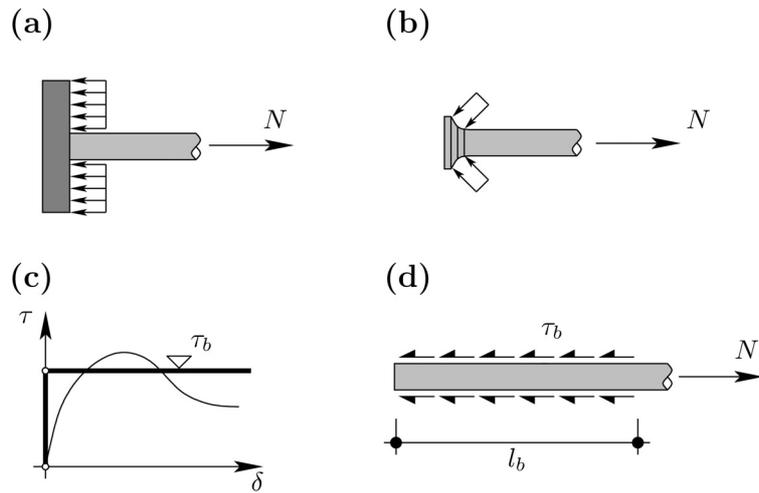


Figura 6. Anclajes de tirantes: (a) anclaje concentrado; (b) anclaje de cabeza regresada; (c) ley de adherencia rígido-plástica y (d) anclaje por adherencia.

diado en un modelo de campos de tensiones. Los diferentes nudos se encuentran agrupados en cuatro categorías topológicas posibles (ver Figura 7).

3.3.1. Nudos CCC

Los nudos CCC son aquellos que únicamente reciben compresiones.

Los nudos de este tipo más sencillos son los hidrostáticos (llamados pseudo-hidrostáticos en el caso de tensión plana) es decir, los nudos cuyas bielas confluyentes se encuentran todas a la misma tensión. Estos nudos presentan la particularidad de que todas las bielas son perpendiculares al nudo (no existen tensiones de corte en los bordes del mismo) lo que permite su obtención gráfica de manera sencilla.

No se necesita verificar estos nudos ya que el estado tensional en su interior se encuentra representado por un círculo de Mohr colapsado en el que todas las direcciones son principales y con tensión igual a la de las bielas que en él confluyen (cuya resistencia se encontraba previamente verificada).

En caso de nudos CCC no hidrostáticos, deben obtenerse las tensiones principales en el mismo y verificar que sean inferiores o iguales a la resistencia plástica del hormigón.

3.3.2. Nudos CCT

En los nudos CCT, hay un tirante que confluye entre al menos dos bielas. Este tipo de nudos puede admitir configuraciones concentradas (con el anclaje de la barra realizándose fuera del nudo) o repartidas (realizándose el anclaje de la barra a lo largo del propio nudo) según se muestra en la Figura 7, donde el caso concentrado puede ser tratado como el nudo CCC visto anteriormente. En ambas, debe verificarse que la longitud de anclaje del tirante sea suficiente y que el ángulo formado por el tirante y cada una de las bielas no sea inferior a 45° si no se ha dispuesto una armadura constructiva mínima o a 25° si se ha dispuesto una armadura de este tipo para controlar la repartición y abertura de fisuras. Valores inferiores a estos ángulos disminuyen seriamente la compatibilidad del nudo, pudiéndose originar fisuras con gran abertura lo que

reduciría la resistencia de la biela comprimida por debajo de los límites anteriormente establecidos de f_{ce} (Muttoni et al., 1997, 2006).

TIPO	CONCENTRADO	DISTRIBUIDO
CCC		
CCT		
CTT		
TTT		

Figura 7. Tipos de nudos concentrados y distribuidos.

3.3.3. Nudos CTT

Los nudos CTT se caracterizan por tener una única biela que confluye en un nudo con una serie de tirantes. Estos nudos, que nuevamente pueden ser concentrados o distribuidos, deben ser estudiados con cuidado ya que en principio pueden desarrollar fisuras de gran abertura que reducen considerablemente la resistencia de la biela (por lo que debe disponerse siempre una armadura constructiva mínima para el control de la fisuración en la zona nodal). El ángulo formado entre la biela y los diferentes tirantes debe respetar el criterio anteriormente expuesto para los nudos CCT.

Una variante que mejora el comportamiento del nudo consiste en doblar las armaduras (y confinar la zona adecuadamente con cercos) de forma que la biela se apoye sobre una única barra. Con esta disposición la resistencia del hormigón se mejora notablemente pudiendo alcanzar f_{cp} . Deben en este caso respetarse las recomendaciones presentadas en las diferentes normas sobre el radio de doblado de las barras y su separación.

3.3.4. Nudos TTT

El último caso posible de nudos son aquellos constituidos exclusivamente por tirantes. Debe prestarse una especial atención en este caso a la zona de anclaje de las barras, la cual se recomienda confinar mediante cercos debido al estado tensional del mismo. Una variante que permite mejorar el comportamiento del nudo consiste en utilizar una barra doblada, aunque en cualquier caso el confinamiento por cercos sigue siendo necesario.

4. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LOS CAMPOS DE TENSIONES

La aplicación del método de los campos de tensiones puede realizarse de manera general según dos procedimientos diferentes:

- Realización de un dibujo exacto del campo de tensiones, respetando los anchos de los diferentes elementos y verificando si hay espacio suficiente para los mismos. Este procedimiento es especialmente recomendable cuando se tienen nudos hidrostáticos.
- Realización de un dibujo preciso pero cualitativo del campo de tensiones, resolviéndose el mismo mediante la realización de cortes y análisis de subsistemas. Este método es recomendable cuando los nudos no son hidrostáticos.

Una colección completa de ejemplos prácticos sobre la aplicación del método mediante los dos procedimientos anteriores puede consultarse en (Muttoni et al. 2006).

4.1. Ejemplo de aplicación

A continuación se presenta un ejemplo de verificación de una pieza mediante el método de los campos de tensiones

empleando para ello los dos procedimientos anteriormente descritos.

La pieza representa un elemento que podría corresponder a una viga de transmisión de carga en un cinturón de rigidez (que conecta el núcleo con los soportes de fachada en un edificio con una altura importante). La geometría del elemento se presenta en la Figura 8. La pieza se supone ejecutada en hormigón HP-70 ($f_{cp}=52$ MPa) y armada longitudinal y transversalmente con cercos dobles $\phi 25$ cada 125 mm teniendo además un pretensado compuesto por 10 barras $\phi 50$ ($F_{uk}=2.0$ MN; $F_{yk}=1.6$ MN; $F_{p0}=1.4$ MN por barra).

Del análisis de cargas de la estructura se obtienen dos casos determinantes, correspondiendo a una fuerza vertical aplicada en el voladizo de la pieza de $V_d = \pm 13$ MN.

Primeramente se calcula el caso de carga de 13 MN hacia abajo. Se comienza trabajando con una solución de apoyo directo (ver Figura 9) con bielas a una tensión de f_{cd} ($=f_{cp}/\gamma_c = 35$ MPa) al encontrarse el hormigón en una situación de compresión uniaxial sin tracciones transversales.

En la Figura 9 pueden apreciarse los problemas de anclaje que se tienen para esta solución en el nudo CCT donde se introduce la carga (esquina superior izquierda de la figura). Dichos problemas se encuentran motivados por la gran fuerza (23.2 MN) que debe anclarse a la izquierda del nudo, lo que requeriría un fuerte pretensado de losa y armadura pasiva correctamente anclada (el resto de nudos son de tipo CCC y por lo tanto no presentan problemas particulares).

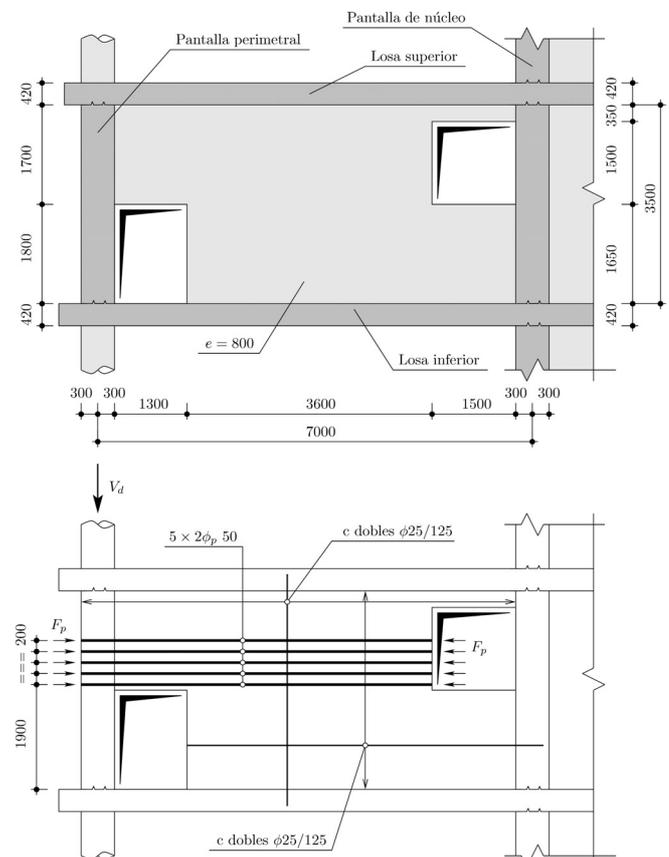


Figura 8. Geometría y esquema de armado y de acciones sobre la viga cargadero (cotas en mm).

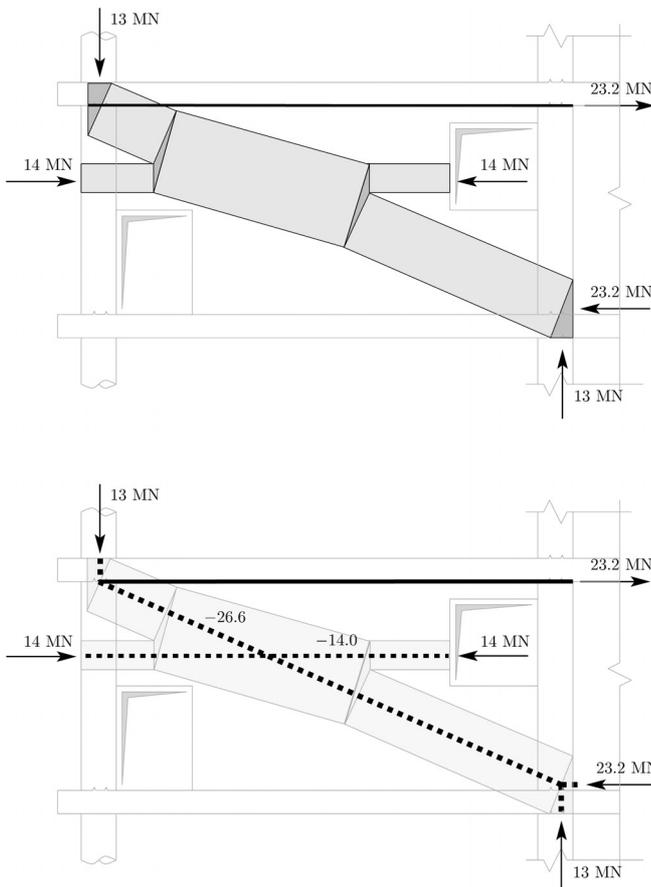


Figura 9. Modelo de campos de tensiones y modelo equivalente de bielas y tirantes para el caso de carga hacia abajo con apoyo directo.

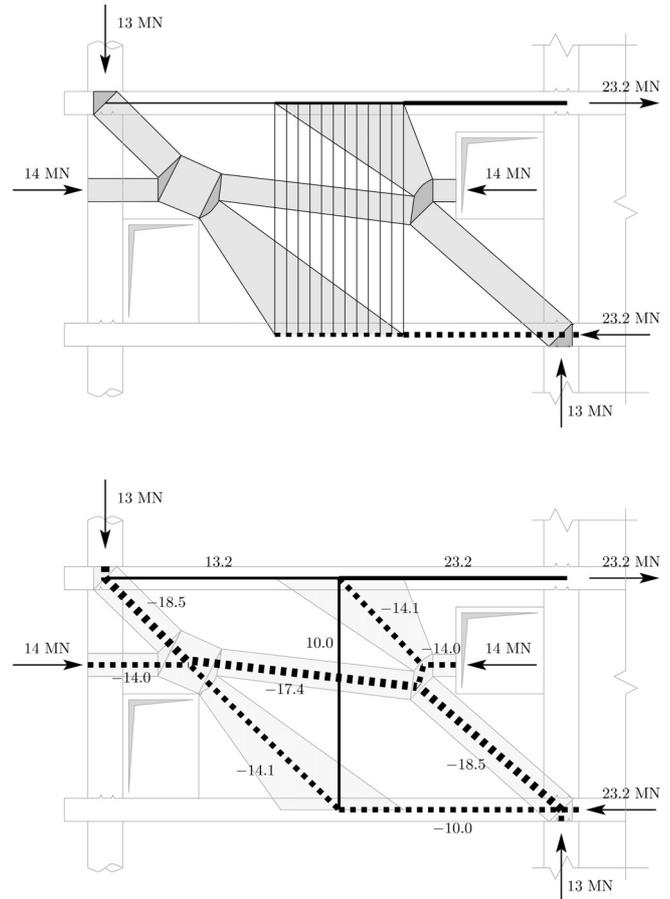


Figura 10. Modelo de apoyo indirecto de campos de tensiones y modelo equivalente de bielas y tirantes para el caso de carga hacia abajo.

Esta solución puede refinarse suponiendo un apoyo indirecto (Figura 10) el cual es mucho más favorable y sencillo para el anclaje de las fuerzas del nudo CCT donde se introduce la carga. En este caso la biela intermedia (correspondiendo a -17.4 MN) debe ser verificada con una tensión de $0.80 f_{cd}$ al existir una tracción prácticamente perpendicular a la misma (en el esquema esta verificación se omite al existir espacio suficiente sin utilizar alrededor de la biela).

En ambos casos, se muestra también el modelo equivalente de celosía obtenido disponiendo la resultante de las tensiones de los diferentes elementos.

En cuanto al caso de carga hacia arriba, la solución es ligeramente más compleja y recuerda al comportamiento de un apoyo a media madera. Un posible modelo de campos de tensiones se detalla en la Figura 11. En este caso, debido a que los nudos no son hidrostáticos, se obtienen los esfuerzos en los elementos mediante la realización de cortes en la estructura, aislando subsistemas y planteando su equilibrio tal y como se muestra en la figura 12. Con este procedimiento puede calcularse tanto las armaduras necesarias como las tensiones en las bielas de hormigón (debiendo ser inferiores a $0.60 f_{cd}$ al existir armaduras traccionadas en ángulos próximos a 45° respecto de las bielas).

El modelo de celosía es también complejo (ver Figura 11) y para su elaboración se obtiene una buena guía usando el anterior modelo de campos de tensiones.

Puede observarse que la disposición de armaduras inclinadas sería muy eficaz en este caso de carga. Sin embargo, dichas armaduras serían difíciles de activar en el caso de carga hacia abajo, por lo que un esquema de armado ortogonal parece más razonable.

Es interesante destacar que la implementación mediante el método de los elementos finitos de las hipótesis de los campos de tensiones (Fernández Ruiz y Muttoni, 2006) es una vía prometedora para el análisis de configuraciones complejas (como la presentada en este ejemplo) de manera sistemática.

5. CONCLUSIONES

Este artículo ha presentado un resumen de los fundamentos teóricos así como de la aplicación al dimensionamiento de elementos de hormigón estructural del método de los campos de tensiones. En el mismo se han observado una serie de aspectos:

1. El método de los campos de tensiones, base de la actual norma suiza SIA 262 para el análisis de estructuras de hormigón, es una técnica madura y consolidada en la práctica, que proporciona resultados de diseño del lado de la seguridad.
2. El método permite una comprensión en detalle del comportamiento estructural así como la identificación de posibles

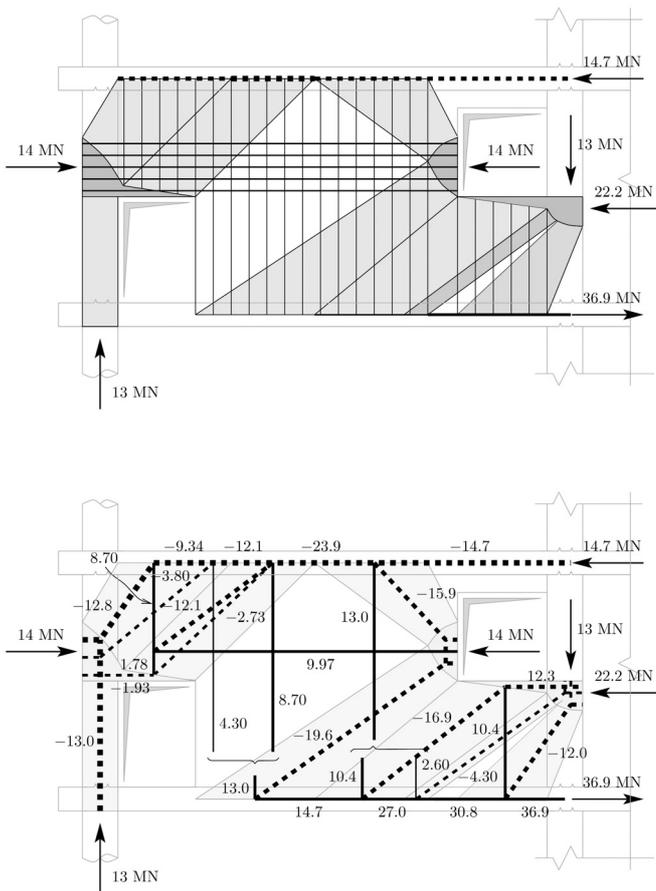


Figura 11. Modelo de campos de tensiones y modelo equivalente de bielas y tirantes para el caso de carga hacia arriba.

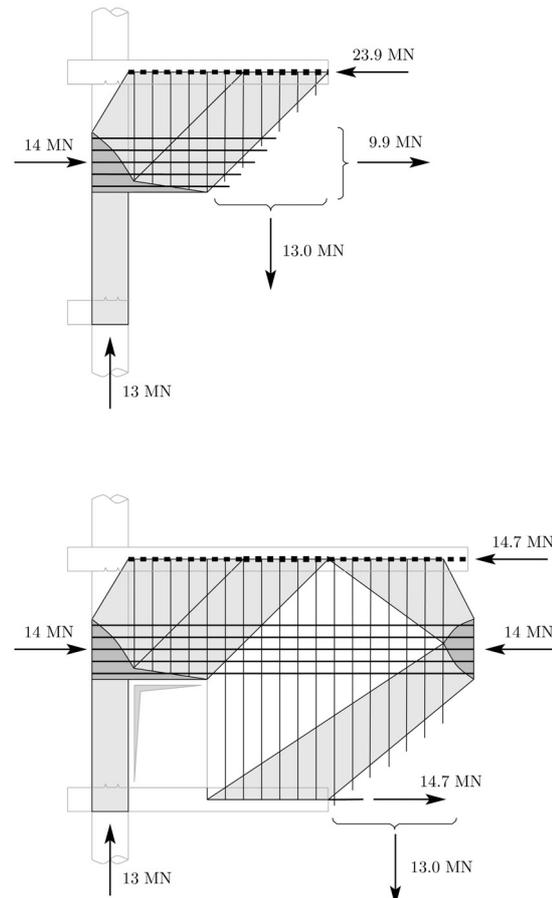


Figura 12. Obtención de fuerzas en tirantes y bielas mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio en diferentes cortes (resolución seccional).

zonas críticas (tanto de compresiones como de anclaje) dotando al proyectista de una gran libertad en el diseño de una estructura y la elección de sus mecanismos resistentes. Ésto permite ir ajustando mediante diferentes iteraciones el mecanismo resistente óptimo para un caso determinado de carga.

3. El comportamiento frágil del hormigón es introducido en el análisis transformando la resistencia del material en una resistencia plástica equivalente, reduciendo la misma para tener en cuenta el grado de fisuración y disponiendo una armadura mínima para controlar la abertura de las fisuras.

4. La resolución de los campos de tensiones puede realizarse mediante procedimientos diferentes según los nudos sean hidrostáticos o no. En cualquier caso, con una cierta experiencia, su resolución es relativamente rápida, incluso gráfica, pudiendo realizarse sin necesidad de cálculos mecanizados o informáticos (aunque ésta es también una posibilidad).

5. Respecto a los modelos de bielas y tirantes, ambos métodos pueden considerarse como complementarios, trabajando uno en tensiones y otro en fuerzas, siendo por ejemplo los campos de tensiones una buena guía en la obtención de un posible modelo de celosía.

6. El trabajo conjunto con modelos de campos de tensiones y de bielas y tirantes es el que produce mejores resultados de cara a la comprensión del funcionamiento resistente de un elemento y a la adopción de posibles soluciones estructurales.

Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento al Dr. Miguel Gómez Navarro (MC-2, Estudio de Ingeniería SL, Madrid) por sus valiosos comentarios y sugerencias durante la redacción de este artículo.

NOTACIÓN

N :	Esfuerzo axial
Q_S :	Sistema de cargas
Q_R :	Sistema de cargas de rotura
f_{c0} :	Resistencia de referencia del hormigón a compresión uniaxial
f_{cp} :	Resistencia plástica del hormigón a compresión uniaxial
f_{ce} :	Resistencia plástica efectiva del hormigón
$f_{ce,d}$:	Resistencia plástica efectiva del hormigón de dimensionamiento
f_{ck} :	Resistencia característica del hormigón a compresión uniaxial (medida sobre probeta cilíndrica)
f_{ctk} :	Resistencia característica del hormigón en tracción

$f_{ct,0.05}$:	Fractil 5% de la resistencia característica del hormigón en tracción
f_y :	Tensión de plastificación (límite elástico).
f_{ys} :	Tensión de plastificación a compresión y tracción del acero
f_{ysk} :	Tensión característica de plastificación a compresión y tracción del acero
f_{yd} :	Tensión de plastificación de cálculo a compresión y tracción del acero
l_b :	Longitud de anclaje
ε :	Deformación
ε_c :	Deformación del hormigón
ε_s :	Deformación del acero
σ :	Tensión
σ_c :	Tensión en el hormigón
$\sigma_{c,max}$:	Tensión máxima de compresión en el hormigón
σ_{lat} :	Tensión de confinamiento
σ_n :	Tensión normal a una línea de discontinuidad
σ_s :	Tensión en el acero
$\sigma_{s,d}$:	Valor de cálculo de la tensión en el acero
σ_t :	Tensión tangencial a una línea de discontinuidad
τ :	Tensión tangencial

REFERENCIAS

- (1) Drucker, D. C. (1961). "On structural concrete and the theorems of limit analysis", *Mémoires IABSE*, IABSE, Vol. 21, 1961, pp. 49-59.
- (2) Fernández Ruiz, M. y Muttoni, A. (2006) "On the development of suitable stress fields for structural concrete", *ACI Structural Journal*, aceptado para su publicación, 2006.
- (3) Marti, P. (1980). *Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton*, IBK, ETH Zürich, 1980, 176 p.
- (4) Marti, P., Alvarez, M., Kaufmann, W., and Sigrist, V. (1998), "Tension chord model for structural concrete", *Structural Engineering International*, IABSE, Vol. 8, No. 4, 1998, pp. 287-298
- (5) Mörsch, E. (1908). *Der Eisenbetonbauer, seine Theorie und Anwendung*, Verlag von Konrad Wittwer, 3° ed., 1908
- (6) Muttoni, A. (1989). *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*, IBK, ETH Zürich, 1989, 159 p.
- (7) Muttoni, A., Schwartz, J. y Thürlimann, B. (1997). *Design of concrete structures with stress fields*, Birkhäuser / Springer, 1997, 145 p.
- (8) Muttoni, A., Schwartz, J. y Thürlimann, B. (2006). *Dimensionamiento y concepción de estructuras en hormigón armado mediante campos de tensiones*, IS-BETON, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2006 (Este documento puede descargarse desde la dirección web: <http://is-beton/Publications/2006/Muttoni06b.pdf>), 2006, 101 p.
- (9) Müller, P. (1978). *Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken*, IBK, ETH Zürich, 1978, 160 p.
- (10) Nielsen, M. P., Braestrup, M. W., Jensen, B. C. y Bach, F. (1978). *Concrete plasticity, beam shear -shear in joints-punching shear*, Danish Society for Structural Science and Engineering, Special Publication, 1978
- (11) Nielsen, M. P. (1999). *Limit analysis and concrete plasticity*, CRC Press, 2° ed., 1999, 908 p.
- (12) Ritter, W. (1899). "Die Bauweise Hennebique", *Schweizerische Bauzeitung*, XXXIII, N° 7, 1899, pp. 41-61.
- (13) Schlaich, J., Weischede, D. (1982). *Ein praktisches Verfahren zum methodischen Bemessen und Konstruieren im Stahlbetonbau*, Bulletin d'Information n° 150, CEB, 1982, 163 pp.
- (14) Schlaich, J., Schäfer, K. y Jennewein, M. (1987). "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, Mayo-Junio, 1987, pp. 75-150.