Comportement et modélisation des éléments de structure en Béton Fibré à Ultra-Hautes Performances avec armatures passives

THÈSE Nº 4298 (2009)

PRÉSENTÉE LE 4 FÉVRIER 2009 À LA FACULTE ENVIRONNEMENT NATUREL, ARCHITECTURAL ET CONSTRUIT LABORATOIRE DE CONSTRUCTION EN BÉTON PROGRAMME DOCTORAL EN STRUCTURES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Dario REDAELLI

acceptée sur proposition du jury:

Prof. E. Brühwiler, président du jury Prof. A. Muttoni, directeur de thèse Prof. B. Espion, rapporteur Prof. J.-P. Lebet, rapporteur Prof. G. Plizzari, rapporteur



Table des matières

Pı	Préface iii					
R	emer	ciements	\mathbf{v}			
R	Résumé vii					
\mathbf{R}^{i}	iassu	nto	ix			
Su	ımma	ary	xi			
1	Intr	oduction	1			
	1.1	Contexte de l'étude	1			
	1.2	Objectifs de la recherche	2			
2	Évo	lution des matériaux cimentaires	3			
	2.1	Le progrès du béton et le BFUHP	3			
	2.2	Les bétons à hautes et ultra-hautes performances	5			
3	Pro	priétés des matériaux intéressantes pour les applications structurales	9			
	3.1	Introduction	9			
	3.2	Comportement du béton en traction directe	9			
	3.3	Comportement du béton en compression	19			
	3.4	Adhérence entre armatures et béton	32			
	3.5	Comportement au jeune âge et différé du BFUHP	40			
	3.6	Résistance au feu du béton	40			
	3.7	Comportement de l'acier d'armature	40			
4	Con	nportement des éléments tendus	43			
	4.1	Introduction	43			
	4.2	Le tirant en béton armé	43			
	4.3	Comportement expérimental des tirants en béton fibré et armé $\ldots \ldots \ldots$	59			
	4.4	Étude des aspects spécifiques de la fissuration pour un tirant en BFUHP armé	73			
	4.5	Adhérence dans les éléments de structure	81			
	4.6	Modélisation du comportement des tirants en BFUHP	89			
	4.7	Conclusions	112			
5	Comportement du béton confiné dans les éléments de structure comprimés115					
	5.1	Introduction	115			

	5.2	Colonnes armées en béton à haute et ultra-haute résistance	116
	5.3	Modèle de comportement du béton confiné	128
	5.4	Modélisation du confinement passif dans les éléments de structures	142
	5.5	Application de couches minces de confinement en BFUHP	154
	5.6	Conclusions	157
6	Con	nportement des colonnes élancées	159
	6.1	Introduction	159
	6.2	Modélisation de la réponse structurale des colonnes élancées	159
	6.3	Comportement expérimental et modélisation des colonnes en BFUHP et en BFHP	170
	6.4	Études paramétriques de l'influence des propriétés des matériaux sur le com- portement des colonnes élancées	199
	6.5	Conclusions	206
7	Con	clusions et travaux futurs	207
	7.1	Conclusions	207
	7.2	Travaux futurs	210
Ré	éfére	nces bibliographiques	213
No	otatio	ons	227
A	- (Calibration de la courbe de comportement du béton confiné	231
в	- (Colonnes en BSI : relevé de la fissuration	237
С	-]	Firants en BFUHP avec armatures passives	243
	C.1	Introduction	243
	C.2	Echantillons	245
			~ ~ 1
	C.3	Gestion des essais	251

Curriculum vitae

Préface

Le béton fibré à ultra-hautes performances (BFUHP) est un nouveau matériau développé pour atteindre des performances mécaniques élevées (résistance à la compression, résistance à la traction et ductilité) ainsi qu'une bonne durabilité grâce à sa faible perméabilité. Des travaux déjà réalisés au Laboratoire de Construction en Béton ont montré que pour des éléments de petite taille soumis à des efforts modérés, ainsi que dans les systèmes hyperstatiques, le BFUHP a des caractéristiques mécaniques suffisantes pour lui permettre de se passer d'une armature conventionnelle.

Pour des éléments plus importants, comme les tirants, les poutres et les colonnes, le BFUHP doit être renforcé par une armature passive ou pré-tendue afin de pouvoir reprendre de façon suffisamment fiable des efforts plus importants. La thèse de M. Redaelli propose une approche cohérente des éléments tendus, comprimés et fléchis en béton fibré et armés par des armatures conventionnelles. Dans ce cadre, le BFUHP est considéré comme une évolution des matériaux cimentaires classiques (béton ordinaire, béton à haute résistance et béton fibré ordinaire). Cette approche intéressante permet de situer le comportement des éléments en BFUHP dans un contexte plus général, de généraliser les théories déjà développées dans le passé pour les matériaux classiques et de développer des outils nouveaux là où ils sont nécessaires.

Bien que ce matériau ait déjà été utilisé pour des constructions de plus en plus importantes et que son comportement ait été étudié intensivement depuis une dizaine d'années, les règles de dimensionnement sont encore largement basées sur une approche empirique. Le travail de M. Redaelli est une contribution importante dans ce domaine et va sans doute favoriser la diffusion de ce nouveau matériau.

Lausanne, janvier 2009

Prof. Dr Aurelio Muttoni

Remerciements

Ce travail de recherche a été réalisé au laboratoire de construction en béton (IS-BETON) de l'École polytechnique fédérale de Lausanne, sous la direction du Professeur Aurelio Muttoni et dans le cadre du programme de l'école doctorale "Structures".

Je tiens à remercier tout d'abord le Professeur Muttoni de m'avoir proposé un sujet de recherche fort motivant et d'avoir su me guider durant ces années tout en me donnant toujours une grande liberté de choix.

J'aimerais également remercier l'école doctorale de l'EPFL d'avoir financé avec une bourse d'étude ma première année de séjour ici.

J'exprime ma sincère gratitude au Dr Olivier Burdet et au Dr Miguel Fernández Ruiz pour leurs conseils et pour la révision de ma thèse. Je tiens aussi à remercier les membres du jury pour leurs remarques constructives et pour leurs questions qui ont certainement amélioré la qualité finale de ce document.

La partie expérimentale de cette recherche a été possible grâce au soutien technique et matériel des entreprises EIFFAGE France et HOLCIM Suisse, auxquelles va ma reconnaissance. Je remercie le Dr Jörg Jungwirth qui m'a précédé dans la recherche sur les BFUHP et qui a effectué la série d'essais sur colonnes en BSI décrite dans la thèse. Je remercie également M. Daniel Stirnimann qui a effectué la série d'essais sur colonnes en M2C dans le cadre de son travail de diplôme.

Le travail de laboratoire a été possible et fort agréable grâce aux compétences et aux qualités humaines des nombreux techniciens de l'Institut de Structures. Je remercie sincèrement messieurs Gilles Guignet, Sylvain Demierre, Roland Gysler, Patrice Gallay, François Perrin, Gérald Rouge, Nicolas Frey, Hans-Jakob Reist, Gérard Oreiller et Gilbert Pidoux.

Pendant ces derniers quatre ans et demi j'ai profité d'une ambiance très agréable dans le couloir de l'IS-BETON. Je remercie tous mes collègues de travail pour les bons moments passés ensemble. En particulier, le Dr Stefano Guandalini pour une longue et sincère amitié, Mme Yvonne Buehl pour sa présence joyeuse et son aide essentielle et M. Damien Dreier qui a essayé avec persévérance de vaincre ma paresse au dehors du labo.

Je me dois d'exprimer ma plus grande gratitude à ma famille, en particulier à mes parents, mes deux frères et ma soeur pour l'affection, le soutien et la confiance en moi qu'ils m'ont toujours témoigné et parce qu'ils représentent, pour moi, l'exemple à suivre.

Finalement, cette thèse n'aurait pas été achevée sans le support quotidien et sans toutes les énergies inconditionnellement dépensées à cette fin par ma copine Ana.

C'est à elle et à ma famille que je dédie cette thèse.

Résumé

La recherche présente permet d'approfondir les connaissances expérimentales et théoriques du comportement des éléments de structure en béton fibré à ultra hautes performances (BFUHP) avec armatures ordinaires.

Le BFUHP est un matériau de nouvelle conception avec des caractéristiques mécaniques et une durabilité supérieures aux autres bétons. Cependant, le nombre d'applications structurales où le BFUHP est utilisé demeure limité. Des informations supplémentaires sur le comportement du BFUHP dans les éléments de structure sont nécessaires afin de pouvoir exploiter ses excellentes propriétés dans la conception de structures.

Une des possibilités de valoriser les propriétés structurales du BFUHP est celle d'évaluer le bénéfice associé à son utilisation dans des éléments de structurales de conception ordinaire. Une possibilité alternative est celle de rechercher des formes structurales adaptées aux propriétés spécifiques de ce matériau. Cette thèse se concentre sur la première de ces approches et porte principalement sur l'étude et la modélisation du comportement des éléments en BFUHP sollicités en traction ou en flexion composé et renforcés par des armatures ordinaires.

L'étude expérimentale et théorique effectuée sur les éléments tendus contribue à expliquer les mécanismes qui contrôlent la fissuration d'un tirant en béton fibré et armé, en service et à l'état ultime. Un modèle de calcul a été développé pour résoudre le problème différentiel de l'adhérence en présence de comportement non linéaire des matériaux. Le modèle est utilisé pour simuler les aspects principaux de l'adhérence dans un élément en BFUHP et pour expliquer les différences qui existent entre la fissuration d'un tirant en béton ordinaire et le fissuration d'un tirant en BFUHP. Le modèle permet également d'analyser les paramètres qui contrôlent la résistance et la ductilité des tirants, et de donner des indications simplifiées pour la modélisation du comportement en service.

Le comportement des éléments comprimés a été étudié avec une approche théorique et expérimentale. Les résultats de deux séries d'essais sur colonnes en béton fibré à haute et ultra haute résistance sont présentés et discutés dans la thèse. Un modèle analytique a été développé pour simuler le comportement d'un élément en béton soumis à un état de confinement actif ou passif. Un modèle de calcul numérique a été implémenté pour simuler le comportement non linéaire des colonnes armées réalisées en béton et en BFUHP. Ces modèles ont été utilisés pour simuler les essais présentés dans le cadre de cette thèse, de même que d'autres essais de la littérature. Le modèle numérique a été utilisé pour évaluer l'effet des propriétés mécaniques du béton sur le comportement des colonnes sans armatures et avec armatures. Les résultats de ces études paramétriques permettent de clarifier l'influence des propriétés mécaniques du matériau sur le comportement structurel.

Cette thèse contribue à une meilleure compréhension du comportement des éléments en BFUHP armé. L'approche comparative suivie tout le long de la thèse permet de mettre en évidence les différences qui existent entre le comportement du béton ordinaire et le comportement des bétons à haute résistance, fibrés ou non fibrés. La thèse donne également des indications sur les possibles directions pour une utilisation efficace du BFUHP dans les applications structurales.

Mots cléf : Béton Fibré à Ultra Hautes Performances, éléments de structure, armatures passives, adhérence, tirant, colonne, confinement, instabilité, modèle numérique, modèle analytique, applications structurales.

Riassunto

La ricerca descritta in questa tesi permette di approfondire le conoscenze sperimentali e teoriche sul comportamento di elementi strutturali realizzati in calcestruzzo fibro-rinforzato ad altissime prestazioni e provvisti di armature ordinarie.

Il calcestruzzo fibro-rinforzato ad altissime prestazioni (*Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete, UHPFRC*) è un materiale innovativo caratterizzato da proprietà meccaniche e di durabilità superiori a quelle degli altri tipi di calcestruzzo. Tuttavia, l'UHPFRC è stato sinora utilizzato in un numero molto limitato di applicazioni strutturali. Per poter sfruttare pienamente le eccellenti proprietà di questo materiale sono necessarie conoscenze più approfondite sul suo comportamento negli elementi strutturali.

Un modo per valutare l'efficacia strutturale dell'UHPFRC è quello di studiare l'effettivo beneficio associato al suo utilizzo in elementi strutturali di concezione tradizionale. In alternativa, è anche possibile cercare forme ed elementi strutturali di concezione innovativa, più adatti alle proprietà specifiche del materiale. Questa tesi si concentra sul primo tipo di approccio, studiando il comportamento e la modellazione di elementi strutturali lineari realizzati in UHPFRC, sollecitati in trazione o in flessione deviata e rinforzati con armature ordinarie.

La ricerca sperimentale e teorica effettuata sugli elementi tesi contribuisce alla comprensione dei meccanismi che controllano la fessurazione di un tirante in calcestruzzo fibro-rinforzato, in servizio ed a rottura. È stato sviluppato un modello di calcolo per risolvere il problema differenziale dell'aderenza in presenza di un comportamento fortemente non lineare dei materiali. Il modello è stato utilizzato per simulare gli aspetti principali dell'aderenza in un elemento realizzato in UHPFRC e per spiegare le differenze che esistono tra la fessurazione di un tirante in calcestruzzo ordinario e di un tirante in UHPFRC. Il modello permette inoltre di valutare l'influenza dei parametri che controllano la resistenza e la duttilità dei tiranti, e di fornire delle indicazioni per una modellazione semplificata del comportamento in servizio.

Il comportamento degli elementi compressi è stato studiato sperimentalmente e teoricamente. I risultati di due serie di test su colonne in calcestruzzo fibro-rinforzato ad alte ed altissime prestazioni sono descritti e discussi nella tesi. È stato sviluppato un modello analitico per simulare il comportamento del calcestruzzo compresso e posto in condizioni di confinamento attivo o passivo. È stato inoltre sviluppato un modello di calcolo numerico per simulare il comportamento non lineare di colonne snelle realizzate in calcestruzzo ordinario ed in UHPFRC. I modelli sono stati utilizzati per simulare i risultati delle prove sperimentali descritte in questa tesi e di altre prove, descritte nella letteratura scientifica. Il modello numerico è stato infine utilizzato per studiare parametricamente l'influenza delle proprietà meccaniche del calcestruzzo fibro-rinforzato sul comportamento strutturale delle colonne, con o senza armature ordinarie.

I risultati della ricerca contribuiscono a una migliore comprensione del comportamento degli elementi realizzati in UHPFRC e rinforzati con armature ordinarie. L'approccio comparativo adottato in tutta la tesi permette di mettere in evidenza le differenze di comportamento tra elementi strutturali realizzati in calcestruzzo ordinario, ad alta resistenza, con o senza fibre. La tesi fornisce inoltre delle indicazioni sulle possibili direzioni da seguire per un uso efficace dell'UHPFRC nelle applicazioni strutturali.

Parole chiave : calcestruzzo fibro-rinforzato ad altissime prestazioni, elementi strutturali, armature ordinarie, aderenza, tirante, colonna, confinamento, instabilità, modello numerico, modello analitico, applicazioni strutturali.

Summary

The present research improves the experimental and theoretical knowledge on the behaviour of structural elements made of ultra high performance fibre reinforced concrete (UHPFRC) with ordinary reinforcement.

UHPFRC is a recently developed material with much higher mechanical properties and durability than ordinary concrete. However, it has been used so far in a limited number of structural applications. A better knowledge on the behaviour of UHPFRC in structural members is needed to be able to take advantage of its outstanding properties in structural design.

One of the ways in which the structural efficiency of UHPFRC can be studied is to investigate the improvement in structural performance that is gained by using UHPFRC instead of ordinary concrete in common structural members. As an alternative, new structural shapes and structural concepts can be explored, more adapted to the specific material properties. The work presented in this thesis focuses on the first approach by considering the behaviour and modelling of UHPFRC structural members loaded in tension and in bending with axial load, and reinforced with ordinary steel reinforcement.

The experimental and theoretical study carried out on tensile members contributes to the understanding of the fundamental mechanisms that control cracking of a tensile member reinforced with both fibres and bars, in service and at ultimate. A numerical model has been developed to solve the differential problem of bond in the presence of strong mechanical non linearity. This model has been used to simulate the main aspects controlling bond in a UHPFRC member. The results obtained with the model help in clarifying the differences between cracking in ordinary concrete and in UHPFRC ties. The model allows identifying the parameters that influence the strength and ductility of the tie and was used to validate simplified assumptions to model the behaviour of UHPFRC ties in service.

The behaviour of columns has been studied with a theoretical and experimental approach. The results of two test series on UHPFRC and HPFRC columns are reported in the thesis. An analytical model has been developed to study the behaviour of a confined concrete member in compression. A numerical model has been implemented to simulate the non linear behaviour of ordinary concrete and UHPFRC columns. The models have been used to simulate test results reported in this thesis or taken from the literature. The numerical model has been used to evaluate the effect of variations of the mechanical behaviour of concrete on the structural behaviour of a column, with or without reinforcement. The results of those parametrical studies help understanding the influence of mechanical properties on structural response.

This thesis contributes to a better understanding of the behaviour of UHPFRC members with ordinary reinforcement. The comparative approach used in the research makes it possible to show the differences between the structural behaviour of ordinary, high strength and fibre reinforced concrete. Indications are also given on the possible ways in which an effective use of UHPFRC in structural members can be achieved.

Keywords : Ultra High Performance Fibre Reinforced Concrete, structural members, ordinary reinforcement, bond, tie, column, confinement, buckling, numerical model, analytical model, structural applications.

1 Introduction

1.1 Contexte de l'étude

La recherche présente porte sur l'analyse du comportement des éléments de structure réalisés en Béton Fibré à Ultra-Hautes Performances (BFUHP) et renforcés avec armatures ordinaires. Le but de la recherche est d'élargir les connaissances sur le comportement structurel de ces éléments afin d'en faciliter l'application pratique.

Le béton est connu comme matériaux de construction depuis l'antiquité et il est utilisé de manière intensive depuis l'invention du béton armé (1867, Monier). À partir de la moitié du vingtième siècle, et grâce à une interaction multidisciplinaire, le béton commence à marquer des progrès importants : ses propriétés mécaniques continuent à s'améliorer grâce aux acquis de la science des matériaux et pour répondre aux exigences des constructeurs. Aujourd'hui, on est confronté à des bétons "traditionnels", pour lesquels le comportement structurel et les méthodes de calcul et exécution sont bien maitrisés, et à des nouvelles générations de bétons, pour lesquels les progrès de la science des matériaux ont désormais de l'avance par rapport à la vitesse avec laquelle les notions nécessaires pour la modélisation, le calcul et l'exécution sont acquises.

Les BFUHP possèdent une grande attractive pour l'ingénieur qui en voit le potentiel d'application structurale : résistance à compression qui approche celle de l'acier de construction, résistance en traction 3-4 fois plus grande que celle du béton ordinaire, étanchéité presque totale. Pour exploiter cette vaste gamme de propriétés, non seulement mécaniques, plusieurs approches peuvent être suivies :

- optimisation des formes structurales connues, par réduction de la taille des éléments;
- utilisation sélective du BFUHP dans ces parties des éléments de structure qui peuvent bénéficier au mieux de ses propriétés;
- recherche de nouvelles formes ou de systèmes structuraux adaptés à exploiter les propriétés avancées du BFUHP.

Dans tous les cas, l'ingénieur nécessite des données de base pour concevoir la solution la meilleure par rapport aux exigences qui lui sont posées. Afin d'obtenir ces données, le comportement du matériau doit être étudié aux échelles qui permettent de lier les connaissances de la science des matériaux aux exigences des bâtisseurs.

Dans le cadre de la recherche effectuée au sein du laboratoire de construction en béton de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), deux approches de recherche ont été suivies : la recherche de formes structurales adaptées à l'utilisation du BFUHP sans armatures et l'étude du comportement du BFUHP dans des éléments de structure armés de conception classiques. La recherche présente se situe dans ce deuxième domaine.

1.2 Objectifs de la recherche

Afin de faciliter l'application du BFUHP dans les éléments de structure, les objectifs principaux de cette recherche sont la compréhension et la modélisation du comportement mécanique du BFUHP sous sollicitation de base (traction, compression et flexion) et la modélisation du comportement d'éléments de structure réalisés en BFUHP.

Plus précisément, la recherche considère des éléments réalisés en BFUHP, renforcés par des armatures ordinaires et sollicités en traction directe ou en flexion composée.

Pour les éléments soumis à de la traction, les objectifs sont :

- la modélisation du comportement du BFUHP tendu;
- l'étude et la modélisation des mécanismes d'interaction par adhérence entre le BFUHP et les armatures;
- l'étude de l'effet des propriétés spécifiques du BFUHP sur la fissuration et sur le comportement en service et à l'état ultime des éléments tendus.

Pour les éléments soumis à de la flexion composée, les objectifs sont :

- la modélisation du comportement du BFUHP comprimé et du BFUHP comprimé dans des éléments de structure;
- la modélisation du comportement des colonnes en béton fibré et armé en présence des non linéarités mécanique et géométrique;
- l'étude de l'influence que les propriétés mécaniques spécifique du BFUHP ont sur le comportement et l'efficacité structurale des colonnes.

L'un des objectifs principaux de la recherche est celui de mettre en évidence les différences existantes entre le comportement mécanique et structurel du BFUHP et le comportement mécanique et structurel du béton ordinaire et du béton fibré. Un autre objectif est de donner des indications sur les possibilités d'utilisation efficace de BFUHP dans des éléments soumis aux sollicitations étudiées.

2 Évolution des matériaux cimentaires

2.1 Le progrès du béton et le BFUHP

2.1.1 Le béton ordinaire

Le béton est un matériau hétérogène, composé essentiellement de granulats de taille différente, de ciment et d'eau [Scr89]. Le béton peut être produit pratiquement partout, avec une technique relativement simple et en utilisant des ingrédients économiques et localement disponibles. Cela contribue à expliquer son succès historique et son emploi constant et massif dans le domaine de la construction [Han95, Scr05].

L'hétérogénéité du matériau a des conséquences importantes sur son comportement mécanique [Van97a]. Les principales phases présentes dans le béton durci sont :

- les granulats, généralement plus rigides et plus résistants que les autres composants;
- les produits solides de la réaction d'hydratation;
- une partie de ciment qui n'a pas complètement réagi et qui poursuit lentement la réaction d'hydratation;
- un certain volume de pores, vides ou partiellement remplis d'eau.

2.1.1.1 Le double rôle de l'hétérogénéité sur le comportement mécanique du béton

La nature hétérogène du béton influence à la fois sa résistance et sa ductilité. La résistance de béton est fortement réduite par la présence des phases faibles et par la différence de rigidité des composants. La phase la plus faible du béton est constituée par les pores, dont la quantité et la distribution dépendent principalement du rapport eau-liant (figure 2.1) et de la quantité d'air qui est introduite dans le mélange, accidentellement ou intentionnellement, lors du malaxage. La présence des pores favorise la concentration des contraintes. Les pores constituent des endroits préférentiels de propagation des fissures dans le béton sollicité.

Une grande porosité caractérise en particulier la matrice qui se trouve dans la zone en proximité des agrégats, appelée "zone de transition", où les grands cristaux de ciment hydraté se forment [Meh05]. Dans cette zone fragile, des micro-fissures peuvent apparaitre à cause des contraintes dues au retrait de la pâte de ciment, empêché par les agrégats. Les variations d'humidité et de température, différentes pour la pâte et pour les agrégats, peuvent également favoriser la fissuration.

Une fois un mécanisme de rupture initié, la nature hétérogène du béton joue un rôle plutôt favorable : la présence des granulats empêche une propagation incontrôlée des fissures qui se sont produites aux endroits les plus faibles. Les fissures sont forcées suivre des chemins très irréguliers, avec une augmentation de l'énergie nécessaire pour produire une rupture globale. De plus, la présence des agrégats assure un certain niveau d'engrainement entre les lèvres des fissures, qui s'oppose à l'ouverture et au glissement libre, tout en donnant au béton une certaine résistance résiduelle.

Les acquis techniques et les progrès récents dans le domaine de la science des matériaux ont contribué de manière fondamentale à la compréhension du comportement mécanique du béton, permettant d'intervenir sur les origines des faiblesses au niveau de la micro-structure du matériau. En particulier, les connaissances approfondies sur l'hydratation du béton et sur l'optimisation de la granulométrie ont ouvert le chemin vers un développement poussé des matériaux cimentaires et vers la conception de bétons à hautes et ultra-hautes performances.



Fig. 2.1 : Influence a) de la porosité [Meh05] et b) du rapport eau/liant sur la résistance à la compression du béton [Kön01]

Comme on le verra par la suite, les matériaux cimentaires avancés sont, en fait, les résultats d'un processus d'optimisation qui vise à annuler les effets négatifs et à maximiser les effets positifs des hétérogénéités.

2.1.2 Les principes de développement des bétons à hautes et ultra-hautes performances

Le développement des bétons à hautes et à ultra-hautes performances (BHP et BUHP) est un sujet actuel grâce aux multiples avantages que l'utilisation de ces matériaux permet visà-vis des performances structurales et économiques. En outre, les BHP et les BUHP sont des matériaux très étanches, avec une perméabilité fortement réduite et une meilleure durabilité, permettant une augmentation de la qualité et de la durée de vie des constructions. Pour cette raison, il est aujourd'hui préférable de parler de bétons à haute *performances* au lieu de bétons à haute *résistance* : cette dernière définition paraît, en fait, limitative vis-à-vis de la grande variété de bétons existants, qui n'ont pas été optimisés que du point de vue de leurs propriétés mécaniques.

Comme il a été décrit à la section précédente, le principe de base de l'optimisation du béton est la réduction de l'hétérogénéité. La réduction de l'hétérogénéité est obtenue par l'amélioration de la qualité de la matrice, de sorte à en augmenter la densité et à minimiser les différences de rigidité et de résistance par rapport aux agrégats. Cela se fait grâce à la diminution de la quantité de pores.

Les techniques utilisées pour augmenter l'homogénéité sont :

- bas rapport eau-liant, qui réduit la possibilité de formation des grands pores et le volume total des pores;
- diminution de la quantité de granulats grands et de forme irrégulière, qui favorisent la

formation d'une zone de transition faible; pour les BUHP, les grands granulats sont complètement éliminés;

- optimisation de la distribution granulométrique, qui permet un remplissage plus efficace du volume;
- utilisation de poudres avec action pouzzolanique, comme les cendres volantes et la fumée de silice. La fumée de silice joue également un rôle important pour la distribution granulométrique, car elle est constituée de particules très fines qui intègrent la distribution granulométrie dans la gamme inférieure, améliorent le niveau de remplissage et exercent un effet fluidifiant sur le béton frais;
- utilisation d'adjuvants chimiques fluidifiants, qui permettent d'avoir un béton maniable avec un rapport eau/liant réduit. Les BUHP sont, en général, des bétons autoplaçants;
- éventuel traitement thermique pendant la prise ou prise sous pression de vapeur.

2.2 Les bétons à hautes et ultra-hautes performances

Le résultat de l'optimisation du BHP et du BUHP peut être apprécié en observant leur composition, tableau 2.1. Le BUHP, en particulier, se distingue parmi les autres bétons par sa granulation fine, la quantité importante de liant et un rapport eau/ciment très bas.

	Béton ordinaire	BHP 1	BUHP 2
Composition de la matrice	$[kg/m^3]$	$[\mathrm{kg/m^3}]$	$[kg/m^3]$
Ciment	< 400	300-500	700-1000
Agrégat grossier	$\simeq 1000$	900-100	0 - 200
Agrégat fin, sable	$\simeq 700$	600-750	1000 - 2000
Fumée de silice	-	35 - 45	200 - 300
Super-fluidifiants	-	5	10 - 40
Eau	> 200	130 - 190	110 - 200
Eau/ciment	> 0.35	0.28 - 0.38	< 0.24
Eau/liant		< 0.38	< 0.22

Tab. 2.1 : Comparaison de la composition du béton ordinaire, du béton à hautes performances (BHP) et du béton à ultra-hautes performances (BUHP). (1) [Ait92, Lar02], (2) BFUHP DUC-TAL, [Gra02, Red99, Gra06]

L'amélioration des propriétés des matériaux est exprimée par les valeurs dans les tableaux 2.2 et 2.3. La résistance à la compression des BHP est deux à trois fois plus grande que celle d'un béton ordinaire, et celle des BUHP approche les valeurs impressionnantes de 150 à 200 MPa, voire plus (tableau 2.2).

Il est important de noter que, déjà à partir d'une résistance à la compression d'environ 70 MPa, la résistance de la matrice devient comparable à celle des agrégats les plus faibles. Les fissures ne propagent donc plus uniquement dans la matrice, mais peuvent passer au travers des agrégats et suivre des surfaces de rupture plus directes. Pour des bétons à ultrahaute résistance ($f_c \geq 100$ MPa), l'utilisation d'agrégats à haute résistance est nécessaire pour que les agrégats ne deviennent pas les éléments les plus faibles.

L'énergie de rupture (tableau 2.2) diminue fortement avec l'augmentation de l'homogénéité et de la résistance à la compression. Afin de répondre aux exigences d'utilisation structurale, le BUHP doit donc être généralement utilisé avec une quantité suffisante de fibres, de manière à développer une ductilité suffisante [AFGC02, JSCE06]. Cet aspect représente une différence importante entre le BFUHP que l'on cherche à utiliser dans des structures sans armatures ordinaires, et les autres BHP qui sont utilisés toujours avec une armature ordinaire.

Les propriétés conventionnellement utilisées pour indiquer la durabilité du béton, rassemblées

Propriété mécanique	Béton ordinaire	BHP 1	BUHP 2
Densité $[kg/m^3]$	2000-2800	2000-2800	> 2500
Résistance à la compression [MPa]	< 60	60 -100	> 150
Résistance à la traction [MPa]	< 3	< 5	> 8
Module d'élasticité [GPa]	30	< 45	50 -70
Énergie de rupture $[J/m^2]$	$30-200^{-3}$	$< 150^{*,4}$	$< 90 ^{*,4}$
			$> 10\ 000\ ^{**,4}$

Tab. 2.2 : Comparaison des propriétés mécaniques de béton ordinaire, béton à hautes performances (BHP) et béton à ultra-hautes performances (BUHP). (1) [Ait92, Lar02], (2) [Gra02, Red99, Gra06], (3) [MC90], (4) [Witt02], (*) sans fibres, (**) avec fibres

dans le tableau 2.3, montrent une différence claire entre le BUHP et les autres bétons. Les valeurs qui caractérisent le BUHP correspondent à un matériau très résistant à la dégradation et aux attaques environnementales, donc un béton extrêmement durable.

Indicateur de la durabilité	Béton ordinaire	BHP 1	BUHP $^{\rm 2}$
Porosité à l'eau [%]	14-20	10-13	1.5-5
Perméabilité à l'oxygène [m ²]	10^{-16}	10^{-17}	$< 10^{-19}$
Facteur de la diffusion des ions de chlore $[m^2/s]$	2.10^{-11}	2.10^{-12}	2.10^{-14}
Contenu du portlandite $[kg/m^3]$	76	86	0

Tab. 2.3 : Comparaison des indicateurs "conventionnels" de la durabilité de béton (adapté de [Res03])

2.2.1 BFUHP existants

La recherche dans le domaine des matériaux cimentaires a conduit au développement de différents types de BFUHP. Certaines produits sont commercialisés et utilisés pour différentes applications structurales ou architecturales. D'autres font encore l'objet de recherches académiques. Les BFUHP se différencient principalement par leur composition granulaire et par la quantité et la géométrie des fibres (tableau 2.4).

La plupart des BFUHP actuellement utilisés pour les applications structurales (tableau 2.4), ont été développés sur la base du concept d'un matériau connu sous le nom de "*Densified Small Particle concrete*", ou DSP. Le DSP est caractérisé par des granulats hautement compacts, une utilisation intense de fluidifiants et de fumée de silice, et des agrégats très résistants [Ric95, Ros00].

En plus des matériaux indiqués dans le tableau 2.4, qui répondent complètement à la définition de BFUHP, d'autres matériaux existent, qui ont des propriétés similaires aux BFUHP, mais d'autres propriétés clairement inférieures. Le SIFCON est souvent indiqué parmi les BFUHP. Ce matériau a d'autres principes, surtout en ce qui concerne la mise en place : les fibres sont placées d'abord dans le coffrage, et infiltrées ensuite avec la matrice cimentaire. Cette méthode permet d'utiliser une quantité de fibres plus importante (4 à 25 % en volume) [Naa91, Naa95]. La résistance à la compression du SIFCON (≤ 80 MPa) est plutôt similaire à celle d'un béton à haute résistance.

Une autre catégorie de bétons innovants sont les matériaux connus comme "Engineered Cementitious Composites", ECC, [Li93, Li02], caractérisés par une grande ductilité en traction mais par une résistance à la compression et à la traction beaucoup plus basse ($f_c \simeq 60$ MPa).

BFUHP	Laboratoire	V_f [%]	l_f [mm]	d_f [mm]	Référence
RPC (BPR)	Bouygues France	2-2.5	13	0.15	[Ric95]
CEMTEC multiscale	LCPC, France	11	var. 3 types	var.	[Ros97], [Tai03]
BSI (BSI CERACEM)	Eiffage, Sika France	2.5	20	0.3	[Haj03], [Mae04],
DUCTAL	Lafarge, Bouygues Et Rhodia, France	2	12.7	0.2	[Gra06], [Ack04]
Compresit	Danemark	4-6	12	0.4	[Nie95]
M1Q, B3Q BFUHP	Université de Kassel, Allemagne	2.5	6-9	0.15	[Feh05]
CARDIFRC	Université de Cardiff, Royaume-Uni	6	6 et 13		[Stie04]
Hybrid-fibre concrete	Université de Delft Pays-Bas	0.5-6	6, 13, 60	0.16-0.7	[Mar06]
BCV	Vinci-Vicat, France	2-2.5	$12~{\rm et}~20$	0.2-0.3	[Res06]

Tab. 2.4 : BFUHP actuellement utilisés dans la pratique ou la recherche

2.2.2 BFUHP utilisé pour la partie expérimentale de la thèse

Le BFUHP commercialisé sous le nom de BSI, "*Béton Spécial Industriel*", est utilisé dans la partie expérimentale de cette recherche. Le BSI a été développé par le groupe EIFFAGE en collaboration avec le producteur de ciment SIKA dans les année 1990s [Mae04]. La composition de ce matériau et ses propriétés mécaniques sont données dans le tableau 2.5. Des fibres droites en acier à haute limite d'élasticité ($f_{f,y} = 1200$ MPa) sont utilisées. Les fibres ont un diamètre nominal d_f de 0.3 mm et une longueur nominale ℓ_f de 20 mm.

Ingrédient	Quantité	Unité
Ciment	1 114	$\rm kg/m^3$
Fumée de silice	169	kg/m^3
Agrégats fins $(0-6 \text{ mm})$	1072	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Eau	195	$ m kg/m^3$
Super fluidifiant	44.6	$ m kg/m^3$
Fibres, $\ell_f = 20 \text{ mm}, d_f = 0.3 \text{ mm}$	195	$ m kg/m^3$
Masse volumique	2789.6	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Rapport eau/ciment	0.22	-
Rapport eau/liant	0.19	-
Quantité de fibres V_f	2.5	% vol.
Propriétés mécaniques :		
Résistance à la compression f_c	190	MPa
Résistance à la traction f_{ct}	9	MPa
Module d'élasticité E_c	60	GPa
Énergie de rupture	$> 15\ 000$	J/m^2

Tab. 2.5 : Composition par m³ et propriété mécaniques moyennes du BSI [Haj03, Mae04]

2.2.3 BFHP utilisé pour la partie expérimentale de la thèse

Dans le cadre de cette thèse, une série d'essais sur colonnes a été effectuée avec un béton fibré à hautes performances, caractérisé par des propriétés mécaniques inférieures à celles d'un BFUHP typiques (section 6.3.3). Ce matériau a été développé sous le nom "M2C" par le groupe Holcim Suisse. La composition du M2C et ses propriétés mécaniques sont données dans le tableau 2.6 [Sti04]. Plus de détails sur le comportement mécanique du M2C sont donnés à la section 6.3.3.3. Par la suite, ce matériau sera indiqué "BFHP" pour le distinguer des BFUHP typiques.

Ingrédient	Quantité	Unité
Ciment	644	kg/m^3
Cendres	232	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Fumée de silice	240	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Sable	1036	$ m kg/m^3$
Eau	178	$ m kg/m^3$
Adjuvant Glenium ACE	15.12	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Fibres, $\ell_f = 13 \text{ mm}, d_f = 0.16 \text{ mm}$	156	$\mathrm{kg/m^{3}}$
Rapport eau/liant	0.16	-
Quantité de fibres V_f	2	% vol.
Propriétés mécaniques :		
Résistance à la compression f_c	130	MPa
Résistance à la traction f_{ct}	$\simeq 9$	MPa
Module d'élasticité E_c	46	GPa

Tab. 2.6 : Composition par m³ et propriété mécaniques moyennes du M2C [Sti04]

3 Propriétés des matériaux intéressantes pour les applications structurales

3.1 Introduction

Ce chapitre décrit les propriétés des matériaux qui présentent un intérêt pour leur application structurale.

Les propriétés mécaniques discutées sont : le comportement en traction uniaxiale (section 3.2) et le comportement en compression uniaxiale du béton (section 3.3), l'adhérence entre armatures et béton (section 3.4) et le comportement mécanique des armatures (section 3.7).

La description du comportement mécanique du béton est faite selon une approche progressive :

- les phénomènes physiques à la base du comportement observé sont discutés brièvement en s'appuyant sur l'état de connaissances solide existant pour le béton ordinaire (BO);
- les aspects spécifiques qui caractérisent le comportement du béton à haute résistance (BHR), du béton fibré (BF) et du béton fibré à ultra-hautes performances (BFUHP), et qui différencient la réponse de ces matériaux de la réponse du BO, sont présentés;
- le comportement mécanique du BFUHP BSI, utilisé comme référence dans le cadre de cette recherche, est présenté et comparé au comportement d'autres matériaux similaires;
- des lois de modélisation sont proposées pour décrire le comportement mécanique du BSI à utiliser pour l'analyse structurale.

Au sein des discussions sur le comportement en traction et sur le comportement en compression du béton, des indications supplémentaires sont données sur le comportement à la rupture et sur la relation entre le comportement après pic du béton et les dimensions structurales (effets d'échelle).

Le comportement au feu 3.6 et le comportement rhéologique 3.5 du BFUHP sont très synthétiquement discutés, car ces sont des propriétés non mécaniques qui peuvent influencer l'application structurale de ce matériau.

3.2 Comportement du béton en traction directe

3.2.1 Béton ordinaire

Le comportement d'un tirant en béton de longueur ℓ_0 , soumis à un allongement $\Delta \ell$, est montré schématiquement à la figure 3.1. Dans une première phase, le comportement est élastique linéaire et l'allongement $\Delta \ell$ correspond à une déformation $\varepsilon_m = \Delta \ell / \ell_0$ uniforme sur la longueur du tirant. Lorsque la contrainte atteint la résistance à la traction f_{ct} , une fissure s'ouvre, l'effort transmis par l'élément diminue et la partie non fissurée se décharge. Dans cette phase, l'allongement total $\Delta \ell$ de l'échantillon est égal à la somme de l'ouverture



Fig. 3.1 : Comportement d'un prisme en béton soumis à un effort de traction directe

w de la fissure et de l'allongement $\Delta \ell_{nf}$ de la partie non fissurée. La déformation moyenne $\varepsilon = \Delta \ell / \ell_0$ dépend de la longueur ℓ_0 de l'échantillon :

$$\Delta \ell = \Delta \ell_{nf} + w \qquad \qquad \varepsilon = \varepsilon_{nf} + \frac{w}{\ell_0} \tag{3.1}$$

Le comportement mécanique du béton fissuré est caractérisé par une loi contrainte-ouverture de fissure, $\sigma(w)$, qui ne dépend pas de la longueur de l'élément [Hil76] et qui peut être considérée constante pour un matériau donné. La résistance à la traction f_{ct} du béton est beaucoup plus petite que sa résistance à la compression et est généralement exprimée en fonction de la valeur moyenne f_{cm} de celle-ci ([MC90], figure 3.2). Après la fissuration, le comportement du béton ordinaire est très fragile. La capacité de transmettre des efforts au travers des fissures est donnée uniquement par la présence des granulats qui traversent la fissure. Le [MC90] propose une loi $\sigma(w)$ bilinéaire qui dépend de la résistance à la compression



Fig. 3.2 : Relation entre résistance à la compression et résistance à la traction moyennes selon le [MC90]

du béton et de la taille maximale d_a des granulats (figure 3.3-a). La surface couverte par la courbe $\sigma(w)$ est appelée énergie de rupture " G_F " et représente l'énergie nécessaire pour obtenir une séparation complète ($\sigma_t = 0$) des deux lèvres d'une fissure de surface unitaire. G_F est une mesure de la ductilité après fissuration d'un matériau. Pour un béton ordinaire l'énergie de fissuration vaut environ 0.04 à 0.2 N/mm et augmente presque linéairement avec la résistance à la compression de béton (figure 3.3-b).

L'ouverture maximale de la fissure, environ égale à 0.2 mm, ne dépend presque pas de la résistance du béton. La pente initiale des courbes $\sigma(w)$, H_0 , dépend par contre fortement de



Fig. 3.3 : a) Courbes contrainte-ouverture de fissure pour deux bétons de résistance différente et b) énergie de fissuration pour un béton ordinaire en fonction de la résistance moyenne à la compression et de la taille maximale des granulats, selon [MC90]

la résistance du béton et est plus grande pour les bétons à plus haute résistance (selon la taille des granulats, $H_0 = 40 \div 140 \text{ N/mm}^3$ pour un béton C30 et $H_0 = 80 \div 290 \text{ N/mm}^3$ pour un béton C90, [MC90]).



Fig. 3.4 : Courbes contrainte-déformation moyenne théoriques pour des tirants de longueur différente

Pour une loi $\sigma(w)$ du béton donnée, le comportement d'éléments tendus ayant des longueurs ℓ_i différentes peut être modélisé (figure 3.4). La longueur et la déformation moyenne d'un tirant au moment de la fissuration valent :

$$\ell_{fiss} = \ell_i + \varepsilon_{ct} \cdot \ell_i \qquad \qquad \varepsilon_m = \varepsilon_{ct} \tag{3.3}$$

Pour une diminution de contrainte $d\sigma$ après fissuration, la variation de longueur du tirant est égale à la somme de l'incrément d'ouverture de fissure dw et du raccourcissement $d\varepsilon \cdot \ell_i$ de

la partie non fissurée :

$$\ell = \ell_{fiss} + d\ell \tag{3.4}$$

$$d\ell = \widetilde{dw}^{>0} + \widetilde{d\varepsilon \cdot \ell_i}^{<0} = dw(d\sigma) + \frac{d\sigma}{E_c} \cdot \ell_i$$
(3.5)

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{ct} + \frac{d\ell}{\ell_i} = \varepsilon_{ct} + \underbrace{\frac{dw(d\sigma)}{\ell_i}}_{> 0} + \underbrace{\frac{d\sigma}{E_c}}_{< 0}$$
(3.6)

Comme l'équation 3.5 le montre, pour la même contrainte la déformation moyenne est plus grande pour un tirant plus court. Pour une certaine longueur critique, ℓ_{cr} , le raccourcissement $d\varepsilon \cdot \ell_i$ de la partie non fissurée devient plus grand en valeur absolue que l'incrément d'ouverture de fissure dw et le comportement structurel devient instable (figure 3.4, $\ell = 500$ mm). La condition critique peut être exprimée en termes différentiels en imposant que $d\ell = 0$ dans l'équation 3.5 :

$$\frac{dw}{\ell_{cr}} = \frac{d\sigma}{E_c} \qquad \rightarrow \qquad \frac{d\sigma}{\frac{\partial\sigma}{dw} \cdot \ell_{cr}} = \frac{d\sigma}{E_c} \qquad \rightarrow \qquad \ell_{cr} = \frac{E_c}{d\sigma/dw} = \frac{E_c}{H(w)} \tag{3.7}$$

La longueur critique correspond au rapport entre la pente à la décharge et la pente locale de la loi $\sigma(w)$, indiquée avec H(w). La valeur minimale de H(w), qui est la plus critique, se vérifie pour w = 0. Selon une approche alternative, la stabilité du comportement après pic peut être définie en termes intégraux : le comportement est dit stable si l'énergie consommée pour l'ouverture complète de la fissure (G_F) est plus grande que l'intégrale de l'énergie potentielle libérée par la décharge du volume V du tirant non fissuré. Pour un matériau élastique linéaire avant pic, cette condition s'écrit :

$$A \cdot G_F > V \cdot E_V \qquad \to \qquad A \cdot \int_0^{w_u} \sigma(w) dw > V \cdot \frac{f_{ct}^2}{2 \cdot E_c} \tag{3.8}$$

Dans le cas de courbe $\sigma(w)$ linéaire, H(w) est constante et :

$$A \cdot \frac{f_{ct}^2}{2 \cdot H} > A \cdot \ell_{cr} \cdot \frac{f_{ct}^2}{2 \cdot E_c} \longrightarrow \ell_{cr} = \frac{E_c}{H}$$

$$(3.9)$$

Dans le cas des matériaux avec un comportement avant et après pic linéaire, le critère de stabilité locale et globale coïncident. La longueur critique ainsi obtenue vaut le double de la valeur de la "longueur caractéristique" ℓ_{ch} définie par [Hil76] :

$$l_{ch} = \frac{G_F \cdot E_c}{f_{ct}^2} \tag{3.10}$$

3.2.1.1 Bétons fibrés

Les fibres sont ajoutées au béton essentiellement pour réduire sa fragilité : après la fissuration de la matrice, les fibres permettent la transmission d'efforts de traction d'un côté à l'autre d'une fissure grâce à leur ancrage dans la matrice. Pour de petites ouvertures de fissure, l'action des fibres se superpose à l'action des agrégats.

Une très grande variété de fibres existe, mais les fibres les plus utilisées dans les applications structurales sont les fibres en matériaux polymères (PP, PE, PVA) et surtout les fibres métalliques. L'efficacité de l'ancrage des fibres dépend des propriétés mécaniques du béton, des propriétés mécaniques des fibres (résistance et rigidité), du pourcentage volumétrique de fibres, V_f , de la géométrie de fibres (forme, longueur ℓ_f et diamètre d_f).



Fig. 3.5 : Exemples de comportement en traction de bétons fibrés de divers types. a) fibres métalliques lisses [Küt99]; b) fibres métalliques avec crochet [Lee05]; c) fibres métalliques avec crochet plus micro-fibres en laine d'acier [Sor05]; d) fibres métalliques avec crochet [Bar03]

À cause de la grande variété de fibres existantes, il n'est pas possible définir une loi de comportement générale pour les bétons fibrés, comme elle existe pour le béton ordinaire. À titre d'exemple, la figure 3.5 montre les courbes $\sigma(w)$ mesurées pour des bétons renforcés avec des fibres métalliques de géométrie différente. Les bétons fibrés ont une énergie de rupture G_F plus grande que les bétons ordinaires. Selon le type de béton, le type et la quantité de fibres, la pente initiale de la courbe $\sigma(w)$ peut être plus petite ou égale à celle d'un béton non fibré ($H_0 > 10 \text{ N/mm}^3$ pour les courbes sur la figure 3.5).

Le comportement en traction d'un béton fibré peut être caractérisé par des essais de traction directe ou des essais de flexion (traction indirecte). Des lois multi-linéaires, facilement adaptable aux divers types de réponses montrés sur la figure 3.5, sont conseillés par [RIL00] pour la modélisation.

3.2.2 Comportement en traction du BFUHP

Dans un BFUHP, les fibres sont introduites pour obtenir un comportement "ductile" en traction [AFGC02]. Une quantité importante et généralement supérieure à 2 % en volume

[JSCE06] de fibres lisses et courtes en acier à haute résistance est généralement utilisée. Grâce à la quantité importante de fibres, à leur rigidité et à la très bonne adhérence entre fibres et matrice du BFUHP, l'action des fibres s'active dès la fissuration et les fibres assurent la transmission d'un effort égal ou plus grand que l'effort de fissuration de la matrice. Grâce à cette propriété, le comportement en traction du BFUHP diffère du comportement des autres matériaux cimentaires [Naa06].



Fig. 3.6 : Représentation qualitative du comportement mécanique d'un BFUHP en traction directe, et comparaison avec un béton fibré ordinaire

Après la formation de la première fissure, la déformation ne se localise pas. Au contraire, de nombreuses autres fissures peuvent se former tout le long du tirant. Ces fissures, qu'on appellera "micro-fissures", sont caractérisées par des espacements petits, liés à la longueur d'ancrage des fibres, et par des ouvertures très modestes (entre quelques microns et quelques dizaines de microns, section 3.2.2.4). Pour un BFUHP typique, la phase de micro-fissuration correspond à une augmentation modeste ou presque nulle de la force, mais au développement de déformations importantes ($0.25 \div 0.30$ % pour un BFUHP typique). Au niveau macroscopique, la réponse est similaire à un écoulement "plastique". Cependant, la physique du phénomène est différente : la déformabilité dans un élément en BFUHP est atteinte par fissuration et endommagement du matériau. Dans la suite, on appellera donc "pseudo-plastique" ou "pseudo-durcissant" le comportement du BFUHP dans cette phase [Spa08]. Dans le cadre de cette recherche, le comportement du BFUHP dans cette phase sera décrit par une loi contrainte-déformation.

La phase pseudo-plastique est suivie d'une phase adoucissante, caractérisée par l'ouverture d'une fissure et par la décharge du reste de matériau, avec une pente E_{de} réduite. Les fibres sont progressivement arrachées de la matrice. L'effort transmis par les fibres s'annule pour une ouverture de fissure environ égale à la moitié de la longueur des fibres (figure 3.6).

3.2.2.1 Caractérisation du comportement en traction d'un BFUHP

Le comportement en traction d'un BFUHP peut être caractérisé par une approche de modélisation micro-mécanique ou par des essais de laboratoire.

Les approches de type micro-mécaniques dérivent la loi contrainte-ouverture de fissure grâce à la modélisation de l'arrachement (ou "*pull-out*") d'une fibre isolée ancrée dans le béton et moyennant des hypothèses sur la distribution spatiale et le nombre des fibres qui traversent une section fissurée. Ce type d'approche a été utilisé par nombreux chercheurs [Sta90, Naa91a, Li93a, Beh96, Pfy03], principalement dans le cadre du développement et de l'optimisation du matériau.

Les essais de traction indirecte par flexion ne permettent pas de distinguer le comportement

pseudo-plastique du comportement adoucissant car, dans les deux cas la réponse flexionnelle est durcissante. L'essai de traction directe est la seule méthode expérimentale fiable pour déterminer le comportement en traction d'un BFUHP. Deux types d'essais doivent être effectués : des essais sur échantillon à section transversale constante pour étudier la phase de micro-fissuration répartie ; des essais sur échantillons entaillés, pour mesurer le comportement adoucissant [Hab02].

3.2.2.2 Comportement en traction du BSI

Le comportement en traction du BSI (figure 3.7) a été mesuré par [Jung04] avec la méthodologie indiquée au paragraphe précédent [Hab02]. Les courbes contrainte-ouverture de fissure sur la figure 3.7-b ont été obtenues en déduisant la déformation de la partie non fissurée des éprouvettes. Les valeurs moyennes à 28 jours de la résistance à la fissuration de la matrice, f_{ctm} , et de la résistance à la traction des fibres, f_{ct} , valent (voir aussi la figure 3.6) : $f_{ctm} = 8.9$ MPa et $f_{ct} = 9.7$ MPa pour les éprouvettes à section transversale constante; $f_{ctm} = 9.4$ MPa et $f_{ctm} = 10.1$ MPa pour les éprouvettes entaillées.



Fig. 3.7 : Comportement du BSI en traction [Jung04]. a) Phase élastique et de micro-fissuration : mesures et modèle ; b) phase d'ouverture d'une fissure : mesures

[Spa08] a montré que le comportement flexionnel de poutres et dalles fléchies peut être correctement modélisé avec une loi élastique-pseudo-plastique et $f_{ctm} = f_{ct} = 9$ MPa. La valeur moyenne indiquée par le producteur est $f_{ct} = 9.1$ sur éprouvette non entaillée [AFGC02].

3.2.2.3 Loi $\sigma(w)$ analytique pour le comportement du BFUHP tendu

De nombreux auteurs qui travaillent avec les béton fibrés à haute performances [Vis83, Wec83, Li93a, Beh96, Pfy03, Voo03, Leu07] utilisent une loi contrainte-ouverture exponentielle obtenue avec une approche micro-mécanique [Li93a, Beh96] :

$$\sigma(w) = f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_u}\right)^{\alpha} \tag{3.11}$$

avec $w_u = \ell_f/2$. Selon [Li96], $\alpha = 2$ pour le béton ECC (section 2.2.1). [Vis83, Wec83, Pfy03] et [Voo03] adoptent la même valeur pour des bétons renforcés par des fibres métalliques. Selon [Beh96], pour le BPR α dépend de la distribution spatiale des fibres et vaut 4 dans le

cas d'une distribution isotrope 3D et 2 dans le cas d'une distribution unidirectionnelle. La pente initiale de la courbe 3.11 vaut :



Fig. 3.8 : Représentations graphiques des expressions analytiques pour modéliser le comportement du BFUHP tendu

La figure 3.8-a compare le comportement mesurée pour le BSI [Jung04] avec l'expression 3.11 et $\alpha = 2, 3, 4$. L'expression 3.11 surestime de façon importante la pente initiale de la courbe mesurée ainsi que l'énergie de rupture. [Spa08] a proposée une expression alternative, qui permet une meilleure estimation de la pente initiale de la courbe :

$$\sigma(w) = \frac{f_{ct}}{\left(1 + \frac{w}{w_r}\right)^{\alpha}} \tag{3.13}$$

avec $\alpha = 1.2$ et $w_r = 1$ mm. L'expression est similaire à celle proposée par [Sta95]. Cette courbe a le désavantage de ne pas pouvoir reproduire correctement le descente à zéro pour $w = w_u$ (figure 3.8-b). Dans le cadre de cette recherche, l'expression modifiée 3.14 est proposée :

$$\sigma(w) = \frac{f_{ct}}{\left(1 + \frac{w}{w_r}\right)^{\alpha}} \cdot K(w) \qquad \qquad K(w) = \frac{w_u - w}{w_u} \tag{3.14}$$

avec $\alpha = 1$ et $w_r = 1.5$ mm. Cette expression permet de décrire de façon satisfaisante toute la courbe $\sigma(w)$. Une expression analytiquement similaire a été utilisé par [Gam98]. L'expression 3.14 est comparée en figure 3.8-b à la courbe proposée en [Spa08] et sera utilisée dans la suite de ce travail pour la modélisation du comportement des éléments en BSI ainsi que comme courbe décrivant le comportement typique d'un BFUHP dans le cadre d'analyses paramétriques.

3.2.2.4 Comparaison entre approches de modélisation discrète ou homogène pour le comportement en traction d'un BFUHP

Dans le cadre de cette recherche, le comportement en traction du BFUHP dans la phase pseudo-plastique est modélisé avec une loi contrainte-déformation moyenne. Les micro-fissures forment, en fait, un réseau très irrégulier (figure 3.9) qui, du point de vue macroscopique, correspond plutôt à un état d'endommagement réparti qu'à une séquence de fissures discrètes et distinctes.

Cependant, la phase pseudo-plastique est modélisée avec une loi contrainte-ouverture de fissure dans d'autres approches théoriques [Leu07] et normatives [AFGC02, JSCE06]. Pour pouvoir se comparer à ces approches, il est intéressant quantifier l'ouverture de fissure qui peut se produire pendant la phase pseudo-plastique.



Fig. 3.9 : Transmission des efforts dans la première phase d'ouverture d'une microfissure et dans une phase de microfissuration avancée

Le calcul de l'ouverture d'une micro-fissure n'est pas simple. Il peut être effectué à partir d'une approche micro-mécanique, qui est toutefois relativement complexe. D'autre part, la mesure de l'ouverture des micro-fissures lors d'un essai est sujette à nombreuses incertitudes : les capteurs de mesure ont une certaine longueur et le nombre de micro-fissures comprises dans la base de mesure, de même que leur position et géométrie, ne sont pas connus ni facilement détectables. Dans le cadre de cette recherche, on propose de quantifier la relation entre déformation moyenne et ouverture de fissures en phase pseudo-plastique par une interprétation simplifiée du processus de micro-fissuration.

Dans la phase initiale de fissuration (figure 3.9-a), sur une coupe droite d'un élément tendu, il y a une partie de matériau encore non fissurée et une partie qui est fissurée, mais sur laquelle des efforts peuvent être transmis grâce à l'effet combiné des fibres et des granulats. La contribution des granulats et du matériau non fissuré est initialement déterminante : l'état de contrainte et de déformation est pratiquement constant dans le volume du matériau. Pour des ouvertures de fissure plus importantes, les fissures occupent progressivement toute la section transversale, la contribution des granulats diminue et la transmission des contraintes est assurée par les fibres (figure 3.9-b) : l'état de contraintes dans le matériau entre fissures est moins uniforme, car les fibres transmettent les contraintes progressivement sur leur longueur. Le matériau entre les fissures est fortement déchargé.

L'hypothèse la plus simple pour estimer la distance entre fissures s_r est que les fibres transmettent entièrement l'effort à une distance environ égale à $\ell_f/2$. Une distance moyenne entre fissures de $1.5 \cdot \ell_f/2$ peut donc être estimée sur la base de considérations similaires à celles qu'on fait pour la distance entre fissures dans les éléments en béton armé ordinaire [Jung06]. En réalité, les fissures peuvent être plus proches que $1.5 \cdot \ell_f/2$. Dans le cadre de l'analyse structurale et du calcul, il est cependant plus prudent d'estimer l'ouverture de fissure, et donc la distance entre fissures, maximale. À la fin de la phase pseudo-plastique ($\varepsilon_c = \varepsilon_{ct}$) l'allongement total $\Delta \ell_{Tot}$ d'un élément compris entre deux micro-fissures est égal à la somme de l'ouverture de fissure w_{ct} et de l'allongement $\Delta \ell_m$ de la matrice entre deux micro-fissures.



Fig. 3.10 : Hypothèses pour le calcul de l'ouverture de fissure correspondante à la déformation ε_{ct}

Il vaut :

$$\Delta \ell_{Tot} = w_{ct} + \Delta \ell_c = \frac{3}{4} \cdot \ell_f \cdot \varepsilon_{ct} \tag{3.15}$$

L'état de contraintes σ_m et de déformations ε_m de la matrice entre deux fissures, dû aux efforts transmis par les fibres sur les deux côtés de l'élément, est représenté sur la figure 3.10. L'allongement $\Delta \ell_m$ est l'intégrale de ε_m sur la distance entre fissures, $3 \cdot \ell_f/4$, et vaut :

$$\Delta \ell_m = \frac{f_{ct} \cdot \ell_f}{4 \cdot E_c} = \frac{f_{ct} \cdot s_r}{3 \cdot E_c} \tag{3.16}$$

Dans le cas de $E_c = 60$ GPa, $\ell_f = 20$ mm et plateau pseudo-plastique à 9 MPa et $\varepsilon_{ct} = 0.25\%$:

$$\Delta \ell_{Tot} = 0.0375mm \qquad \Delta \ell_m = 7.5E - 4mm \qquad \rightarrow \qquad w_{ct} = 0.03675 \tag{3.17}$$

La déformation du béton entre les fissures est pratiquement négligeable par rapport à l'ouverture de fissure à la fin de la phase de micro-fissuration. Pour un matériau pseudo-plastique, une loi contrainte-ouverture de fissure équivalente à la loi contrainte-déformation est obtenue, selon l'approche proposée, en admettant un plateau à contrainte constante et égal à f_{ct} jusqu'à une ouverture de fissure égale à w_{ct} .

3.3 Comportement du béton en compression

3.3.1 Aspects micro-mécaniques du comportement du béton en compression

La formation et la propagation d'une fissure dans un matériau homogène soumis à un champ de compression uniforme a été étudiée expérimentalement et théoriquement, avec la mécanique de la rupture (figure 3.11, [Ken78, Ken83, Ash86, Sam86, Hor86]).



Fig. 3.11 : Développement des fissures de compression dans un matériau homogène

Ce type de fissuration, également montré sur la figure 3.12-a [Baz97], est typique pour les matériaux céramiques et se produit dans les matériaux cimentaires à haute résistance, caractérisés par une matrice très homogène et peu poreuse et par des granulats petits ou absents [Li92]. Dans un béton ordinaire, la formation des micro-fissures est le plus souvent la conséquence d'irrégularités dans le champ de compression dues à la présence d'inclusions plus rigides (les granulats) ou moins rigides (les pores) (figure 3.12-b et c).



Fig. 3.12 : Mécanismes à l'origine de la fissuration dans matériau poreux soumis à un champ de compression uniforme, adapté de [Baz97]

Les inclusions isolées produisent une concentration de contraintes de traction orthogonales à la direction de l'effort normal et localisée à leurs extrémités supérieure et inférieure (figure 3.12-b). En présence de plusieurs inclusions rigides, l'effort de compression est transmis par appui direct entre les inclusions rigides et des contraintes de traction transversales se développent par équilibre (figure 3.12-c). Dans les deux cas, des fissures verticales de traction (Mode I) se propagent localement et de façon stable jusqu'à ce qu'une mode de rupture global se produise par interaction de nombreuses fissures [Baz97].

3.3.2 Béton ordinaire

La figure 3.13 montre qualitativement le comportement d'un cylindre en béton soumis à un effort de compression centrée. Pour un béton ordinaire, le comportement est linéaire élastique jusqu'à environ 30% de la résistance à la compression. Pour des contraintes plus importantes, des micro-fissures se créent ou se propagent à partir des micro-défauts préexistants. Ces fissures tendent à s'orienter parallèlement à l'effort de compression appliqué. Jusqu'à une contrainte d'environ 70-75% de la résistance à la compression, la propagation des fissures est stable et produit uniquement un endommagement local et une perte de rigidité globale de l'échantillon. Pour des contraintes supérieures, les fissures commencent à interagir. La rupture est atteinte par formation d'un mécanisme global dont la typologie dépend des propriétés du matériau ainsi que de la géométrie et des conditions de bord du spécimen [Ken78]. La déformation latérale du béton non confiné et soumis à un effort de compression est également montrée sur la figure 3.13 : le rapport entre la déformation latérale et la déformation axiale vaut initialement (coefficient de Poisson du béton) 0.15 - 0.25 et augmente avec la résistance du béton.



Fig. 3.13 : Représentation qualitative du comportement d'un cylindre en béton soumis à un effort de compression uniaxial

Les granulats influencent le mode de rupture de façon déterminante. Leur présence augmente les défauts présents dans le matériau et les endroits possibles comme amorces de fissures, de sorte que la résistance du béton est réduite mais, en même temps, l'endommagement est plus réparti dans le volume et la dissipation d'énergie dans la phase avant pic est plus importante. À cause des granulats, les fissures ne peuvent pas se propager verticalement et sont obligées de suivre des parcours irréguliers, ce qui augmente l'aire de la surface impliquée dans le processus de rupture.



Fig. 3.14 : Modalités de rupture en compression pour différentes conditions

Un matériau homogène, fragile et non entravé en direction transversale peut atteindre la rupture par ouverture de fissures longitudinales (figure 3.14-a). Un matériau hétérogène, ou

bien en présence d'un effet de confinement, atteint une ruine plus ductile avec formation de bandes de glissement inclinées.

La présence d'un état de confinement latéral s'oppose à l'ouverture des fissures, favorise un mécanisme de rupture par bandes inclinées et augmente la résistance au glissement le long des surfaces de rupture. Un état de confinement peut être la conséquence d'un effort de compression appliqué transversalement (confinement actif, cas c de la figure 3.14) ou d'une condition d'entrave cinématique de la dilatation transversale du béton comprimé (confinement passif). Ce dernier effet se manifeste par exemple aux extrémités d'un échantillon d'essai, à cause du frottement avec les plateaux de mise en charge de la machine (cas b), mais aussi dans les éléments en béton armés transversalement (cas d). Un effet similaire se manifeste en outre dans la zone comprimée des éléments fléchis (cas e) à cause de l'entrave imposée à la déformation des fibres les plus comprimées par leur proximité des fibres moins sollicitées.

3.3.3 Bétons à haute résistance et bétons fibrés

Le béton à haute résistance a moins de défauts initiaux dans la matrice, une matrice plus compacte et résistante, une zone de transition de meilleure qualité mécanique et des propriétés mécaniques similaires entre matrice et granulats. Le comportement en compression d'un béton à haute résistance est plus rigide, la déviation de la linéarité est moins significative et la phase de fissuration instable commence plus tard que pour un béton ordinaire. Le comportement après pic est par contre beaucoup moins ductile (figure 3.15), à cause de la fragilité en traction de la matrice et à cause du fait que les surfaces de rupture sont moins irrégulières. À partir d'une résistance à la compression de 70-80 MPa, les fissures peuvent traverser les granulats.



Fig. 3.15 : Comportement en compression en fonction de la résistance à la compression. a) Proposition de [MC90] pour $f_{ck} \leq 80MPa$; b) modification proposées [CEB95] pour $50 \leq f_{ck} \leq 100MPa$

L'ajout de fibres n'influence que marginalement le comportement avant pic. Les valeurs de f_c et et ε_{c1} peuvent théoriquement augmenter, grâce au contrôle de la fissuration exercé par les fibres pendant la phase de propagation des fissures longitudinales (figure 3.16, [Hsu94, Nev05]). Cet effet n'est significatif que si le taux des fibres est important et si les propriétés mécaniques et géométriques de fibres et du béton permettent leur activation dès la fissuration. En revanche, l'ajout d'un taux important de fibres dans le mélange augmente le nombre de micro-défauts présents dans le matériau [Man84, Kön98]. Les deux effets se compensent partiellement [Li92], de sorte que l'augmentation de résistance peut pratiquement être négligée



dans la plupart des cas (voir également la section 3.3.4).

Fig. 3.16 : a) Effet des fibres sur le contrôle des fissures en compression. b) Relation entre direction de bétonnage, orientation des fibres et influence de la ségrégation sur la résistance à la compression [Man99]

Les fibres influencent généralement de façon positive la ductilité en compression et augmentent l'énergie nécessaire à l'ouverture et au glissement le long des surfaces de rupture [Hsu94, Tae96, Kön98]. L'efficacité des fibres peut être influencée par la direction de bétonnage : comme dans le cas des agrégats, la présence des fibres peut entrainer la formation de vides à cause des effets locaux de la ségrégation ([Man99], figure 3.16-b). Dans des bétons autoplaçants et pauvres en granulats, les fibres tendent à se disposer en position horizontale : si un effort de compression est appliqué en direction orthogonale à celle de bétonnage, les fibres ne croisent pas les fissures de compression et ne peuvent exercer un effet bénéfique efficace.

3.3.4 BFUHP

Les considérations décrites pour les bétons à haute résistance et pour les bétons fibrés s'appliquent également au BFUHP, dont le comportement en compression est caractérisé par :

- module de Young élevé ($E_c \simeq 45 \div 65$ GPa);
- déviation de la linéarité limitée jusqu'à un niveau de sollicitation proche de la résistance ultime (85-90 %);
- résistance à la compression comprise entre 150 et 250 MPa, pour les BFUHP d'intérêt pratique;
- en absence de fibres, comportement après pic extrêmement fragile et rupture explosive;
- avec fibres, ductilité après pic fortement augmentée.

Le gonflement latéral du BFUHP diffère de celui du béton ordinaire. Pour le béton ordinaire, le coefficient de Poisson vaut environ 0.2 en phase élastique et il dévie de cette valeur pour $\varepsilon/\varepsilon_{c1} \simeq 0.4 \div 0.5$. Le rapport entre déformation latérale et déformation axiale vaut environ 0.5 au pic. Pour le BFUHP, le coefficient de Poisson vaut 0.18 et le rapport entre déformation latérale et déformation axiale vaut environ 0.32 au pic [Tue04].

Les figures 3.17 et la figure 3.18-a montrent des courbes contrainte-déformation mésurées par différents auteurs.



Fig. 3.17 : Comportement contrainte-déformation moyenne mesuré pour différents BFUHP par différents auteurs. Le comportement après pic n'a pas été mesuré par [Gra07] et [Ros05]

Même si le comportement en compression est l'un des aspects principaux pour le dimensionnement, il existe à ce jour un nombre relativement limité d'essais de compression documentés pour le BFUHP. Les essais ont été effectués sur des échantillons de géométrie et taille différentes. À l'exception des essais effectués par [Nie95], qui a utilisé un contrôle mixte en déformation axiale et latérale, les autres essais ont été effectués sans adopter aucune mesure spécifique ni pour minimiser l'effet du confinement exercé par les plateaux de mise en charge, ni pour assurer la stabilité des essais dans la phase après pic. Si les indications concordent, en gros, sur le comportement avant pic, les informations actuellement disponibles pour l'allure de la réponse après pic sont relativement dispersées.



Fig. 3.18 : a) Courbes contrainte-déformation en compression mesurées par [Nie95] sur Compresit avec taux de fibres variable. b) Relation linéaire entre f_c et f_{ct} selon [Nie95] et comparaison avec les résultats des essais de [Beh96] avec taux de fibres variable entre 0 et 4 %

L'influence des fibres sur la résistance à la compression est modeste pour un taux de fibres inférieur à 2-3% en volume, mais elle peut augmenter considérablement pour des taux plus importants. Pour un béton Compresit renforcé avec 3 à 9% de fibres Dramix avec crochet, [Nie95] indique une relation linéaire entre la résistance à la compression et la résistance à la traction du béton fibré, f_{ct} . Cette relation est bien approchée (figure 3.18-b) par l'expression :

$$f_c = f_{c0} + 4 \cdot f_{ct}, \tag{3.18}$$

identique à celle utilisée pour évaluer la résistance à la compression d'un béton ordinaire confiné, selon la théorie de la plasticité et un critère de Mohr-Coulomb ($\varphi = 37^{\circ}$). Comme
d'autres auteurs le font [Tae96], Nielsen propose une similitude entre l'effet des fibres et l'effet d'une pression de confinement externe. En variant le taux de fibres entre 0 et 4% en volume, [Beh96] signale une augmentation qu'il qualifie de "non majeure" (5 à 10%) de f_c . Si l'on compare f_c à f_{ct} , les résultats obtenus par Behloul peuvent être suffisamment bien interprétés sur la base de l'Équation 3.18 et $f_{c0} = 190$ MPa.

Si le taux de fibres est important, comme dans le cas des essais de [Nie95], la courbe contraintedéformation est caractérisée par une déviation notable de la linéarité, qui se produit pendant la phase avant pic où la micro-fissuration est contrôlée par l'action des fibres (figure 3.18-a). Pour des taux de fibres moins importants, le rapport entre le module d'élasticité initial, E_c , et la rigidité sécante au pic, $E_{c1} = f_c/\varepsilon_{c1}$, est nettement plus petit que celui d'un béton ordinaire (tableau 3.1)

	[Jung04] BSI	[Beh96] BPR	[Feh05] -	[Rei07] Ductal	[Ros05] Cemtec	[Gra06] Ductal	$\begin{array}{c} \text{BO} \ [\text{MC90}] \\ \text{C12} \div \text{C80} \end{array}$
E_c/E_{c1}	$1.30 \div 1.45$	1.05	1.11	1.15	1.11	1.17	$1.1 \div 2.4$

Tab. 3.1 : Rapport entre E_c et la rigidité sécante au pic, calculé pour les différents matériaux mon-
trés en figure 3.17

La rupture du BFUHP se manifeste généralement par la formation de surfaces de séparation/glissement peu inclinées ou quasi-verticales, contrôlées par les fibres qui empêchent l'éclatement et la séparation des morceaux en béton fissuré et garantissent une résistance résiduelle importante. Au pic, des réponses très variables sont mises en évidence par les différents auteurs : [Beh96] (figure 3.17-a) enregistre un plateau, une chute rapide de la contrainte et une stabilisation sur un deuxième plateau à environ un tiers de f_c , qui continue jusqu'à une déformation moyenne de presque 2%. [Jung04] (figure 3.17-b) indique une diminution de contrainte brusque mais moins importante (environ 20 MPa), suivie par un comportement progressivement adoucissant. Le même type de saut de contrainte au pic a été mis en évidence, entre autres, par [Sch06] pour un béton fibré à haute résistance et par [Sti04] pour un béton fibré à très haute résistance. [Rei04] et [Feh05] (figure 3.17-c) mesurent une inversion de pente nette au pic et un comportement adoucissant, pratiquement linéaire, après pic. [Gra07] et [Ros05] (figure 3.17-a) décrivent uniquement le comportement avant pic.

La variabilité de comportement ultime peut être attribuée aux propriétés mécaniques des matériaux, mais aussi aux modalités de contrôle des essais.

3.3.4.1 Comparaison

Les différentes courbes montrées sur les figures 3.17 et 3.18-a ont été normalisées par la résistance à la compression et la déformation au pic, et sont comparées dans la figure 3.19. Avant pic, le comportement est fortement non linéaire seulement pour des taux de fibres très importants. Sinon, le comportement tend vers une ligne droite. Après pic, une grande dispersion des résultats existe.



Fig. 3.19 : Comparaison du comportement en compression pour différents types de bétons à ultrahautes performances dans la phase avant pic (a) et après pic (b). Courbes normalisées.

3.3.5 Lois $\sigma(\varepsilon)$ analytiques

Suite au développement du calcul numérique des structures, plusieurs auteurs ont proposé diverses expressions analytiques pour décrire la loi contrainte-déformation du béton et permettre l'implémentation du comportement non linéaire en compression dans des programmes de calcul. La difficulté de définir la loi $\sigma(\varepsilon)$ de façon univoque s'explique par plusieurs raisons :

- la forme de la courbe varie avec le type du béton;
- les phases avant et après pic sont différentes et, pour certains matériaux, difficiles à décrire par des expressions analytiques unifiées;
- en présence d'un état de contraintes multiaxial, la forme de la courbe change;
- les modalités selon lesquelles les essais de compression sont effectués ont une forte influence sur la forme de la courbe, notamment dans la phase après pic.

Parmi les propositions existantes, nous en avons mis en évidence quatre principales.

3.3.5.1 Formulation de Sargin [Sar69]

La formulation la plus générale proposée par Sargin prévoit six paramètres $(a \ge f)$:

$$\sigma_c = \frac{a + b \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) + c \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{d + e \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) + f \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2} \cdot f_c$$
(3.19)

En imposant le passage par l'origine avec pente égale à E_c et le passage par le point de pic (ε_{c1}, f_c) avec pente nulle, l'expression devient (figures 3.20-a et 3.21-a) :

$$\sigma_c = \frac{A \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) + (D-1) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2}{1 + (A-2) \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) + D \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2} \cdot f_c \qquad A = \frac{E_c \cdot \varepsilon_{c1}}{f_c}$$
(3.20)

La courbe est complètement définie par les trois paramètres physiques E_c , f_c , ε_{c1} et par D, qui contrôle principalement la forme après le pic (figure 3.21-a). Les expressions proposées par l'Eurocode ([EC2], analyse non linéaire des structures) et par le Code Modèle CEB-FIP [MC90] sont obtenues à partir de l'Expression 3.20 en imposant D = 0. Dans les deux cas, la validité de l'expression 3.20 est limitée après pic à $\sigma_c \geq 0.5 \cdot f_c$. Wang, Shah et Naaman [Wan78] proposent d'adopter deux valeurs différents pour A et D avant et après pic. Pour un béton fibré, Taerwe [Tae96] applique l'équation originale 3.19 et impose une équivalence entre la surface couverte par la courbe analytique et la surface couverte par la courbe mesurée. Sur la base d'une approche similaire, Spasojevic [Spa08] définit pour le BFUHP BSI un facteur $D(\varepsilon/\varepsilon_{c1})$ qui dépend de l'état de déformation et permet l'utilisation d'une expression unique avant et après pic.

3.3.5.2 Formulation de Kent et Park [Ken71]

Kent et Park proposent une parabole de deuxième degré avant pic et une loi linéaire après après pic (figures 3.20-b et 3.21-b) :

$$\varepsilon \le \varepsilon_{c1}$$
 $\sigma = \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^2\right] \cdot f_c$ (3.21)

$$\varepsilon > \varepsilon_{c1}$$
 $\sigma = [1 - Z \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})] \cdot f_c$ (3.22)

La courbe avant pic n'est pas paramétrée et ne dépend pas du module de Young : la forme est bien adaptée aux bétons ordinaires mais est peu adaptable à d'autres types de béton. L'approximation linéaire décrit de façon grossière le comportement après pic en compression directe. Pour l'analyse des éléments de structures soumis à des sollicitations plus générales, cette approximation est par contre utile : d'un côté, l'erreur commise n'est plus si importante car le comportement en compression après pic, dans un élément de structure, est influencé par



Fig. 3.20 : Comparaison des différentes expressions analytiques pour le comportement avant pic du béton comprimé. Sensibilité aux variations des paramètres.

la géométrie de l'élément et par la présence éventuelle d'états de contraintes multiaxiaux, et ne peut de toute manière pas être décrit précisément, même avec une courbe non linéaire. De plus, la simplicité de la courbe facilite le développement d'expressions analytiques. Cette loi, complétée par un plateau plastique au pic, a été utilisée par Sheick et Uzumeri [She82], Sheick et Yeh [She86, She92] et Saatcioglu and Razvi [Saa92] pour l'analyse du comportement structurel des colonnes en béton armé et confiné. Une loi linéaire après pic est utilisée très souvent et de façon transversale pour les différents types de béton : Hillerborg [Hil90] et Markeset et Hillerborg [Mar95] admettent un comportement après pic linéaire pour étudier respectivement l'effet d'échelle sur le comportement en flexion et l'effet de longueur sur le comportement en compression directe. Schumacher [Sch06] propose une adaptation de l'approche proposée par [Mar95] pour un béton fibré, alors que Reineck et Greiner [Rei07] utilisent une courbe après pic linéaire pour modéliser le comportement des éléments comprimés et fléchis en BFUHP.

3.3.5.3 Formulation de Popovics [Pop73]

Popovics propose une courbe unique avant et après pic (figures 3.20-c et 3.21-c) :

$$\sigma_c = \frac{n \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^n} \cdot f_c \tag{3.23}$$

La courbe dépend des variable physiques f_c et ε_{c1} et du paramètre n, qui ne dépend originairement pas du module d'élasticité. Plusieurs auteurs ont repris cette approche : Carreira et Chu [Car85] fixent n en fonction du module d'élasticité initial $(n = 1/[1 - (f_c \cdot \varepsilon_{c1})/E_c])$.



Fig. 3.21 : Comparaison des différentes expressions analytiques pour le comportement après pic du béton comprimé. Sensibilité aux variations des paramètres.

Ezeldin et Balaguru [Eze92] utilisent 3.23 pour un béton de fibres avec n en fonction des propriétés des fibres. Thorenfeldt et al. [Tho87] proposent une formulation alternative :

$$\sigma_c = \frac{n \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}^*}\right)}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}^*}\right)^{k \cdot n}} \cdot f_c \qquad \varepsilon_{c1}^* \neq \varepsilon_{c1}$$
(3.24)

où k est un paramètre additionnel qui contrôle la forme de la courbe. Mansur [Man99] propose d'utiliser l'expression originale 3.23 avant pic et l'expression modifiée :

$$\sigma_c = \frac{\beta \cdot n \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^{(\beta \cdot n)}} \cdot f_c \tag{3.25}$$

après pic, avec β qui dépend de l'index de renforcement R.I. des fibres. D'autres auteurs, notamment ceux travaillant sur les bétons à très haute résistance, préfèrent utiliser l'expression proposée par Popovics pour le phase avant pic et une expression différente après pic (voir section 3.3.5.4) : cette approche a été suivie par Cusson et al. [Cus95] au cours de leurs recherches extensives sur le comportement des colonnes en béton et en béton à haute résistance armé et confiné, par Campione et al. [Cam02] pour modéliser le comportement des colonnes en béton fibré, et par [Hsu94] pour décrire le comportement en compression du béton fibré.

3.3.5.4 Formulation de Shah [Sha83]

Shah propose une formulation avec deux courbes différentes pour les phases avant et après pic. Avant pic (figure 3.20-d) :

$$\sigma_c = \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}}\right)^A\right] \cdot f_c \qquad A = E_c \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{f_c},\tag{3.26}$$

qui est la même expression que celle conseillée pour le dimensionnement des éléments par l'Eurocode. Cette expression est aussi proposée dans l'extension au Code Modèle pour les bétons à haute résistance [CEB95] et dans les normes provisoires allemandes pour les BFUHP [DAfStb05]. Après pic (figure 3.21-d) :

$$\sigma_c = f_c \cdot \exp\left[-k_{c1} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})^{k_{c2}}\right] \qquad \qquad k_{c1} = \frac{\log(0.5)}{(\varepsilon_{c_{50}} - \varepsilon_{c1})^{k_{c2}}} \tag{3.27}$$

où k_{c2} est un paramètre de forme et $\varepsilon_{c_{50}}$ est la déformation au point où la contrainte résiduelle est égale à la moitié de f_c . En $\varepsilon_c = \varepsilon_{c1}$, la tangente à la courbe tend toujours vers les valeurs limites zéro ou infini selon la valeur du paramètre k_{c2} (supérieure ou inférieure à 1, figure 3.21-d). Cette courbe a été utilisée par plusieurs auteurs pour la simulation du comportement des bétons fibrés à haute résistance, souvent caractérisés par une chute relativement rapide de contrainte après le pic mais par une ductilité et une résistance résiduelle significatives pour des déformations plus grandes. Cusson et al. [Cus95] et par la suite Campione et al. [Cam02] ont utilisé et validé cette expression pour les bétons fibrés à haute résistance et ont proposé des expressions pour les coefficients k_{c1} et k_{c2} (section 5.3).

3.3.5.5 Evolution du module tangent aux courbes $\sigma_c(\varepsilon_c)$

En négligeant la courbe proposée par Kent, qui n'est pas adaptable, nous comparons l'évolution du module tangent pour les autres modèles et avec les mêmes valeurs de E_c , f_c et ε_{c1} (figure 3.22). Les courbes diffèrent de façon significative autour de $\varepsilon_c/\varepsilon_{c1} = 0.5$ et à proximité du pic. La pente tangente prévue par l'expression proposée par [Sha83] est inférieure à la pente élastique dès les tous petits niveaux de déformation, alors que l'expression proposée par [Pop73] prévoit une pente pratiquement égale à la pente élastique jusqu'à $\varepsilon_c/\varepsilon_{c1} = 0.5$. Cette différence, généralement ignorée dans le dimensionnement des éléments, peut par contre influencer les résultats de la modélisation du comportement expérimental pour des éléments en flexion avec effort normal.



Fig. 3.22 : Comparaison entre les courbes $\sigma_c(\varepsilon_c)$ proposée par différents auteurs et évolution de la tangente à la courbe dans la phase avant pic

3.3.5.6 Courbe pour la modélisation du BFUHP

Deux courbes différentes sont choisies pour modéliser les parties avant et après pic du comportement du BSI (figure 3.24). L'expression proposée par Sargin est utilisée avant pic, avec $E_c = 60000$ MPa, $f_c = 190$ MPa et ε_{c1} comprise entre 0.4 et 0.5%.

Après pic, une variante de la formule proposée par Shah est proposée, qui permet d'introduire un plateau de résistance résiduelle à σ_{res} :

$$\sigma_c = (f_c - \sigma_{res}) \cdot \exp\left[-k_{c1} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c1})^{k_{c2}}\right] + \sigma_{res}$$
(3.28)

Cette formulation dépend de plusieurs paramètres (ε_{c50} , κ_{c2} et σ_{res}) mais permet une grande versatilité pour la description des différents matériaux (figure 3.23).



Fig. 3.23 : Adaptation proposée de l'expression de [Sha83] pour le comportement après pic en compression : sensibilité aux variations des paramètres

Pour le BSI $\varepsilon_{c50} = 1\%$, $\sigma_{res} = 0$ sont choisis. Des valeurs de κ_{c1} comprises entre 0.58 e 1.0, en accord avec les indications de Cusson et Paultre [Cus95] et Legeron et Paultre [Leg03],

permettent une description satisfaisante de la forme globale des courbes du BSI après le pic et également de modéliser une réponse plus ou moins fragile dans l'après pic immédiat. Les



Fig. 3.24 : Comparaison entre le modèle et les résultats des essais effectués par Jungwirth [Jung04]

mêmes expressions seront utilisées dans les sections suivantes pour décrire et modéliser le comportement de bétons de classes différentes.

3.3.6 Effet de la longueur de l'éprouvette sur le comportement après pic en compression

La figure 3.25-a montre schématiquement le comportement d'un cylindre en béton de longueur L soumis à un effort de compression centré. Après le pic, la rupture se localise sur une zone de longueur ℓ et le comportement structurel dépend de la longueur de l'élément.



Fig. 3.25 : Localisation de la rupture pour le béton comprimé

Jusqu'aux années 80, l'effet d'échelle en compression n'avait pas été étudié, en partie à cause des difficultés liées à la mesure du comportement après pic du béton [Kot83, Van86, Von92, Jan97, Van97]. Le phénomène de localisation est plus complexe en compression qu'en traction (figure 3.1). La rupture présente deux mécanismes différents (figure 3.25-a) : un endommagement volumétrique par formation de fissures parallèles à la direction de l'effort de compression dans tout le volume de la zone de localisation ; un mécanisme de rupture final par localisation des déformations le long de surfaces de glissement inclinées [Mar93, Mar95]. Les deux mécanismes contribuent de façon différente à l'effet d'échelle : le premier mécanisme est associé à une dissipation d'énergie volumétrique, le deuxième à une dissipation d'énergie surfacique. Plusieurs approches de modélisation ont été proposées, avec des hypothèses parfois contradictoires : de façon générale, le comportement d'un échantillon peut être décrit sur la base des contributions montrées en figure 3.25-b et résumées par les équations 3.29 et 3.30. L'endommagement volumétrique peut être décrit par une loi contrainte-déformation moyenne, valable sur la zone de longueur ℓ . La formation des surfaces de glissement peut être décrite par une loi contrainte-déplacement δ , indépendante de la longueur de l'éprouvette et de la zone de rupture. La décharge du béton se produit avec pente E_{de} sur une longueur ℓ^* qui est égale, selon différents auteurs, à ℓ ou à L.

$$\Delta \ell = \varepsilon_{pic} \cdot L - \frac{\Delta \sigma \cdot \ell^*}{E_{de}} + \varepsilon_v(\Delta \sigma) \cdot \ell + \delta_s(\Delta \sigma)$$
(3.29)

$$\overline{\varepsilon}_{moy} = \varepsilon_{pic} - \frac{\Delta \sigma \cdot \ell^*}{E_{de} \cdot L} + \frac{\varepsilon_v(\Delta \sigma) \cdot \ell}{L} + \frac{\delta_s(\Delta \sigma)}{L}$$
(3.30)



Fig. 3.26 : Effet d'échelle mesuré par [Van86]

Les premières considérations quantitatives sur l'effet d'échelle en compression peuvent être attribuées à Van Mier [Van86], qui a effectué des essais sur des prismes en béton ordinaire de section carrée avec une longueur de 50, 100 et 200 mm et un élancement de 0.5, 1 et 2 (figure 3.26). Selon Van Mier, le déplacement δ_p nécessaire pour casser l'éprouvette après le pic ne dépend pas de la géométrie de l'éprouvette et est une propriété du matériau :

$$\delta_p = (\varepsilon - \varepsilon_{pic}) \cdot h \tag{3.31}$$

Sur la base des résultats de Van Mier, Hilleborg [Hil90] et Bažant [Baz89] ont proposé deux approches de modélisation alternatives. Hillerborg fait l'hypothèse que la déformation se localise sur une ligne ($\varepsilon_v = 0$) et que tout le reste de l'éprouvette se décharge après le pic ($\ell = 0, \ell^* = L$). Bažant définit une loi contrainte-déformation valable sur une bande de localisation, dont l'épaisseur dépend de la longueur caractéristique du matériau et est fixée à 50 mm : le béton dans cette bande continue à se déformer, alors qu'à l'extérieur il se décharge ($\ell = 50 \text{ mm}, \ell^* = L - \ell$).

Markeset [Mar93, Mar95] propose une approche qui considère en même temps la contribution volumétrique et la contribution surfacique. La quantification des deux contributions se base sur des considérations de type énergétique. L'énergie totale nécessaire pour la formation des fissures longitudinales est exprimée en fonction de l'énergie de fracture G_F du matériau et de la distance estimée entre fissures longitudinales. Si l'énergie totale dépensée pour rompre l'échantillon est mesurée lors des essais, l'énergie associée aux deux mécanismes de rupture (volumétrique et surfacique) peut être évaluée et les courbes $\sigma_c(\varepsilon_d)$ et $\sigma_c(w_c)$ sur la figure 3.27 peuvent être déterminées.



Fig. 3.27 : Hypothèses et définition des paramètres du modèle de [Mar93]

Ce modèle est actuellement le seul qui considère explicitement les deux mécanismes de rupture. Il a été successivement utilisé par d'autres auteurs, qui ont adapté la formulation originale aux éléments fléchis [Mey97, Sin98, Sin03] et au béton fibré [Sch06]. La limite principale de ce modèle réside dans le nombre important de paramètres d'étalonnage qui doivent être déterminés avec des essais spécifiques. Dans le cas d'un BFUHP, ces informations ne sont pas disponibles. De plus, la notion d'énergie de fissuration, qui est à la base du modèle, doit être considérée avec attention dans le cas du BFUHP parce que la rupture en compression se produit en présence de fissures longitudinales qui ne sont pas encore complètement ouvertes : une énergie dissipée plus petite que la valeur totale de G_F devrait donc être considérée.

Pour le béton ordinaire, la longueur de la zone de localisation est généralement admise constante et égale à environ 2 fois le diamètre de l'éprouvette [Mut90, Sig95]. Afin d'analyser la zone de localisation en détail, Jansen et al. [Jan97] ont effectué des essais sur cylindres en béton avec un élancement compris entre 2 et 5.5. Selon ces auteurs, la zone de localisation n'a pas une longueur constante, mais augmente progressivement entre 1 fois et environ 2 fois le diamètre de l'éprouvette. L'évolution de la longueur de la zone de rupture, qui contraste avec les hypothèses d'autres auteurs, a été également mise en évidence avec une méthode acoustique par [Pur06].

3.4 Adhérence entre armatures et béton

L'adhérence est l'ensemble des phénomènes qui permettent la transmission d'un effort longitudinal entre l'armature et le béton [FIB00]. Dans un élément de structure, l'adhérence dépend de nombreux facteurs, liés à la géométrie de l'élément et à l'état de déformation et contrainte tridimensionnel qui existe dans le béton et dans l'acier d'armature (section 4.5). Cependant, dans le cadre de l'analyse structurale, l'adhérence est généralement modélisée par une loi uniaxiale qui relie la contrainte tangentielle τ agissant à l'interface armature-béton au déplacement relatif, ou "glissement" δ , qui se produit localement entre armature et béton lorsque leur état de déformation longitudinale n'est pas égal (section 4.2.2).

3.4.1 Mécanismes d'adhérence

Plusieurs phénomènes apparaissent lors de l'extraction d'une barre d'armature enrobée dans un élément en béton ([FIB00], figures 3.28 et 3.29).

Initialement, l'adhérence est donnée par adhésion chimique et par une petite contribution d'ancrage micro-mécanique dû aux irrégularités de la surface acier-béton. Aucun glissement local ne se produit, mais la barre se déplace par rapport au béton non perturbé à cause de la déformabilité au cisaillement du béton (figure 3.28-a). La contribution de l'adhésion à l'adhérence est modeste et elle est rapidement vaincue.



Fig. 3.28 : Représentations schématique des courbes $\tau(\delta)$ typiques obtenues lors d'essais d'arrachement pour un béton ordinaire

Pour une barre non nervurée, suite à la rupture de l'adhésion, l'adhérence est donnée uniquement par le frottement acier-béton. Pour une barre nervurée, les nervures assurent un ancrage de type mécanique plus efficace, avec formation de bielles comprimées qui s'appuient sur les nervures de la barre et dont la poussée doit être équilibrée dans le béton d'enrobage (figure 3.29-b). Des contraintes de compression importantes apparaissent en face des nervures. Le béton est localement écrasé, le glissement augmente et des fissures transversales secondaires se forment aux extrémités postérieures des nervures et se propagent avec une forme conique (figure 3.29-a). Suite à la formation de ces fissures, la poussée des bielles comprimées doit être équilibrée par des anneaux de traction tangentielle dans le béton d'enrobage, qui causent rapidement une fissuration radiale à proximité de la barre (figure 3.29-b).



Fig. 3.29 : Représentation schématique du mécanisme d'adhérence pour une barre nervurée

Si l'épaisseur de l'enrobage est suffisante, la propagation des fissures radiales s'arrête car les contraintes de traction tangentielles dans la partie externe et non fissurée de l'anneau suffisent à équilibrer la poussée des bielles : dans ce cas, une rupture ductile se produit après des déplacements importants par écrasement progressif et cisaillement final des dents de béton entre les nervures (figure 3.28-f). Si l'épaisseur de l'enrobage est insuffisante, la rupture est plus fragile et se manifeste par la propagation incontrôlée des fissures radiales dans tout l'enrobage (figure 3.28-d). Des situations intermédiaires peuvent se produire (figure 3.28-e), typiquement si la fissuration radiale est contrôlée par la présence d'un état de confinement actif (compression transversale) ou passif (étriers, fibres). La dernière partie de la courbe $\tau(\delta)$ présente un plateau qui correspond à la contribution résiduelle due au frottement.

3.4.2 Mesure de l'adhérence

La loi d'adhérence $\tau(\delta)$ est généralement mesurée par des essais d'arrachement de barre (essais de "pull-out", figure 3.30 à gauche [RIL78]). Si la longueur ℓ de contact entre armature et béton est suffisamment petite ($\ell/\phi_s \leq 5$), la contrainte τ et le glissement δ peuvent être considérés uniformes sur ℓ . La contrainte τ est alors calculée par division de la force appliqué par la surface de contact, et le glissement δ est égal à celui mesuré à l'extrémité non chargée de la barre. La longueur ℓ étant petite, l'état de sollicitation dans la barre demeure modeste et n'influence pas l'adhérence (section 4.5.2). Une épaisseur c de l'enrobage suffisante ($c/\phi_s \geq 4.5$) est généralement choisie pour éviter le risque de rupture par fendage (section 4.5.1).



Fig. 3.30 : Cadre d'essai [RIL78] pour la mesure de l'adhérence. Loi d'adhérence pour un béton ordinaire ($f_{ck} = 30 \text{ MPa}$) [MC90]

3.4.3 Béton ordinaire

1

La loi $\tau(\delta)$ originairement proposée par [Cia81] et adoptée par [MC90] est parmi les plus utilisées (figure 3.30 à droite). Elle se compose de quatre branches :

$$\tau = \tau_{max} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^{\alpha} \qquad \qquad \delta \le \delta_1 \tag{3.32}$$

$$\tau = \tau_{max} \qquad \qquad \delta_1 < \delta \le \delta_2 \tag{3.33}$$

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \cdot \left(\frac{\delta - \delta_2}{\delta_3 - \delta_2}\right) \qquad \qquad \delta_2 < \delta \le \delta_3 \tag{3.34}$$

$$\tau = \tau_f \tag{3.35}$$

Les valeurs δ_i et τ_i à utiliser dépendent des conditions de confinement et du type de barres d'armature (à adhérence normale ou améliorée). La condition est considérée "confinée" si le rapport entre l'épaisseur c de l'enrobage et le diamètre de la barre est plus grand que cinq et si l'espacement net entre barres vaut plus que 10 fois leur diamètre, ou bien en présence d'une armature transversale ou d'une pression de confinement latérale "suffisantes" [MC90].

- Conditions confinées : $\delta_1 = 1 \text{ mm}$, $\delta_2 = 3 \text{ mm}$, $\tau_1 = 2.5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$, $\alpha = 0.4, \tau_1 = \sqrt{f_{ck}} \text{ mm}$, et δ_3 est égal à la distance nette entre nervures ;
- Conditions non confinées : $\delta_1 = 0.6 \text{ mm}$, $\delta_2 = \delta_1$, $\delta_2 = 10 \text{ mm}$, $\tau_1 = 2.0 \cdot \sqrt{f_{ck}}$, $\alpha = 0.4$, $\tau_1 = 0.3 \cdot \sqrt{f_{ck}} \text{ mm}$.

Dans des conditions de confinement intermédiaires, les paramètres δ et τ peuvent être interpolés linéairement entre les valeurs donnés pour les cas confiné et le cas non confiné. Les équations 3.32 à 3.35 ne dépendent pas de la position x le long de la barre, si la distance comptée à partir d'une fissure transversale est plus grande que cinq fois le diamètre de la barre. Sinon, toutes les valeurs des paramètres δ et τ doivent être réduite par le facteur $\lambda(x) = 0.2 \cdot x/\phi_s$.

3.4.4 Béton à haute résistance

[Hua96] et al. ont proposé pour les BHR une adaptation des paramètres qui définissent la loi $\tau(\delta)$ du béton ordinaire. Les différences principales sont :

- remplacement de la relation $\tau_1 = 2.5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$, qui sous-estime τ_1 pour les BHR, par la relation linéaire $\tau_1 = 0.45 \cdot f_{cm}$;
- comportement avant pic plus rigide pour un BHR ($\alpha = 0.3$) que pour un BO ($\alpha = 0.4$);
- proposition des valeurs adaptées : $\delta_1 = 0.5 \text{ mm et } \delta_2 = 1.5 \text{ mm};$
- remplacement du plateau de frottement résiduel avec une diminution linéaire vers zéro.

En cas de rupture par fendage, le comportement d'un élément en BHR est plus fragile et donc moins favorable que le comportement d'un élément en BO. Dans ce cas, l'utilisation d'un béton fibré peut produire une amélioration importante de l'adhérence. Ces aspects seront rappelés et traités plus en détail à la section 4.5.1.1.

3.4.5 Bétons fibrés, à hautes et ultra-hautes performances

Un certain nombre d'essais d'adhérence entre armatures et bétons fibrés à hautes performances se trouve dans la littérature. L'adhérence développée par ces matériaux est significativement plus grande ($\tau_{Max} = 40 \div 60$ MPa pour un BFUHP typique) que celle que l'on observe pour un béton ordinaire. Les essais d'adhérence avec le BFUHP doivent ainsi être effectués avec une longueur de contact entre armature et béton réduite et égale à 1 à 3 fois le diamètre de la barre, de sorte à éviter l'écoulement plastique de celle-ci. En conséquence, un nombre limité de nervures est activé lors des essais et les résultats peuvent être fortement influencés par la géométrie et par la position locale des nervures.

3.4.5.1 Essais d'adhérence effectuées par Hamza et Naaman [Ham96] et par Krstulovic-Opara [Krs94] avec le béton SIFCON

Le béton SIFCON est caractérisé par des propriétés mécaniques inférieures à celles d'un BFUHP typique ($f_c = 40$ à 90 MPa, $f_{ct} \leq 6$ MPa). Cependant, grâce à la quantité très importante de fibres utilisées, l'adhérence a pour ces matériaux des aspects plus similaires à celle qui se développe dans les éléments en BFUHP qu'à celle des éléments en béton fibré ordinaire.

Hamza et Naaman [Ham96] ont effectué des essais avec environ 5 % en volume de fibres, alors que [Krs94] a utilisé 1 à 7 % en volume de fibres. Dans les deux cas, des cadres d'essais spécifiques et différents des cadres d'essais standards ont été utilisés.



Fig. 3.31 : Adhérence de barres d'armature et béton SIFCON : mesures et comparaison avec l'adhérence pour un béton ordinaire, selon (a) [Ham96] et (b) [Krs94]

Avec 7 % de fibres, la valeur de τ_{max} augmente 4 à 6 fois, δ_1 augmente 4 à 7 fois et l'aire couverte par la courbe $\tau(\delta)$ augmente de 30 fois par rapport à un béton ordinaire. [Ham96] indique que la rigidité avant pic de la courbe $\tau(\delta)$ est jusqu'à 5 fois plus grande que dans le cas du béton ordinaire (figure 3.31-a). Selon [Krs94], la relation entre rigidité avant pic et taux de fibres n'est pourtant pas claire à cause de l'effet négatif lié à la perte de maniabilité et compacité du béton, qui se manifeste pour les taux de fibres les plus importants (figure 3.31-b). Les fibres empêchent qu'une rupture par fendage se produise. Il est intéressant de noter que [Ham96] met en relation la qualité de l'adhérence avec la résistance à la compression du béton. Selon [Krs94], en revanche, la résistance et la rigidité de la loi $\tau(\delta)$ sont contrôlées par la résistance et la ténacité en traction du béton fibré.

3.4.5.2 Essais de Jungwirth [Jung04]

Jungwirth [Jung04] a réalisé des essais de *pull-out* avec le BFUHP BSI et des barres d'armature en acier ordinaire. Les essais ont été effectués selon les indications de la norme suisse SN-EN 262/1, qui reprend le cadre d'essais RILEM. La longueur de contact entre barre et béton ℓ est variable selon les essais et comprise entre 2 et 3 fois le diamètre de la barre. La barre a atteint la rupture avant l'arrachement pour l'essai avec le rapport ℓ/ϕ_s le plus important (50/12). Dans les autres cas, la rupture a été atteinte par arrachement, mais avec une plastification de la barre dans deux cas sur cinq. La rupture ne s'est jamais produite par propagation de fissures radiales de fendage ($c/\phi_s = 5$).

$\phi_s \; [\mathrm{mm}]$	$\ell_b [{\rm mm}]$	$c \; [\rm{mm}]$	τ_{max} [MPa]	$\delta(\tau_{max}) [\mathrm{mm}]$	Rupture
12	20	70	61.0	0.73	Arrach.
12	30	65	59.3	1.07	Plast.
20	50	55	-	-	Rupt.
20	40	60	65.7	0.94	Arrach.
20	50	55	55.4	0.99	Plast.
20	50	55	54.5	0.98	Arrach.

Tab. 3.2 : Résultats des essais de pull-out avec BFUHP BSI [Jung04]

Les courbes mesurées suivent qualitativement l'allure des courbes $\tau(s)$ proposées en [MC90] pour une barre nervurée en conditions confinées (section 3.4.3). La résistance d'adhérence maximale est sous-estimée par les formules proposées par [MC90] et par [Hua96] (sections 3.4.3 et 3.4.4). Le comportement avant pic est beaucoup plus rigide ($\delta_1 \simeq 0.1$ mm, figure 3.32 à gauche) que pour un BO. Pour des glissements plus importants (figure 3.32 à droite), le comportement est décrit de façon satisfaisante avec un plateau qui arrive jusqu'à 3 mm et avec une diminution linéaire jusqu'à une valeur de $0.4 \cdot \tau_{max}$ et un glissement δ_3 correspondant à la distance entre nervures [MC90].



Fig. 3.32 : Adhérence mesurée pour le béton BSI par [Jung04] et modélisation avec l'expression analytique proposée en [MC90]. Représentation à deux échelles différentes

3.4.5.3 Essais de Reineck et Greiner [Rei04]

Les essais ont été effectués avec le BFUHP Ductal, des cubes de 40 mm de côté et des barres de diamètre 4 mm. La figure 3.33-a compare les résultats de la série principale ($\ell_b = 8$ mm) avec les résultats obtenus par [Jung04] : la rupture est toujours atteinte par arrachement de la barre et la contrainte d'adhérence maximale $\overline{\tau}_{max}$ vaut 41.9 MPa (moyenne sur 6 essais). Une deuxième série (voir figure 3.33-b), avec $\ell_b = 13$ mm, donne $\overline{\tau}_{max} = 48.1$ MPa, mais 4 barres sur 6 ont plastifié avant l'arrachement. Pour une troisième série, effectuée avec du Ductal sans fibres, $\overline{\tau}_{max} = 45.2$ MPa.



Fig. 3.33 : Résultats des essais de pull-out effectués par [Rei04] avec barres ϕ_s 4 mm : a) essais avec longueur d'ancrage de 8 mm et comparaison avec les résultats obtenus par [Jung04] ; b) essais avec longueur d'ancrage de 13 mm

Les courbes de la série principale n'ont presque pas de plateau et un comportement après pic

nettement moins ductile que les courbes mesurées par [Jung04]. Les courbes des essais avec ancrage long et écoulement des armatures sont similaires à celles du cas de référence dans la partie avant pic, mais elles présentent une brusque chute au pic. Les courbes des essais avec Ductal sans fibres ont une résistance maximale du même ordre de grandeur mais un comportement avant pic légèrement moins rigide que les essais avec fibres.

3.4.5.4 Essais de Holschemacher et Weisse [Hol04, Wei03] avec BUHP sans fibres

[Hol04] et [Wei03] ont effectué des essais d'arrachement avec trois BUHP sans fibres qui diffèrent par le type de granulats utilisé et qui développent une résistance à la compression de 135 à 147 N/mm², une résistance à la traction de 9.5 à 12.2 N/mm² et un module de Young de 47.1 à 52.9 GPa. Les essais suivent la méthode RILEM, mais la longueur d'ancrage est réduite à seulement 1.5 fois le diamètre de la barre, égal à 10 mm. D'autres paramètres des essais sont l'enrobage (25 et 45 mm) et la direction de bétonnage (parallèle ou perpendiculaire à la direction d'essai). La figure 3.34-a montre que, en conditions de confinement suffisant, une adhérence similaire se développe avec ou sans fibres. La figure 3.34-b montre l'influence de la présence des granulats et de la direction de bétonnage sur l'adhérence.



Fig. 3.34 : Adhérence mesurée par [Hol04] avec Ductal sans fibres : comparaison avec les résultats obtenus par [Jung04] avec BSI fibré ; b) effet des granulats et de la direction de bétonnage.
"hz" : mise en traction orthogonale à la direction de bétonnage ; "vto" : mise en traction dans la direction de bétonnage, arrachement dans le sens opposé au coulage ; "vtc" : mise en traction dans la direction de bétonnage, arrachement dans le même sens que le coulage

3.4.5.5 Essais de Leutbecher [Leu07]

Leutbecher a effectué des essais de *pull-out* pour étudier l'effet du diamètre de la barre (8, 10 et 12 mm), du type d'armature (acier d'armature passive et barres en acier de précontrainte à haute résistance) de l'enrobage $(1.0 \cdot \phi, 2.5 \cdot \phi, 4.5 \cdot \phi)$ et de la direction de bétonnage. Les barres d'armature à haute résistance ("St", sur la figure 3.35), qui ont une aire de nervure plus petites que les barres ordinaires ("BSt"), atteignent des τ_{max} du même ordre de grandeur, mais avec un comportement moins rigide ($\delta_{max} = 1.5$ mm à la place que 0.1 - 0.2 mm). Pour les enrobages les plus petits, la rupture est atteinte par fendage : en absence de fibres le phénomène est fragile, alors qu'avec 1% de fibres la fissuration par fendage est contrôlée et le comportement est ductile.



Fig. 3.35 : Adhérence mesurée par [Leu07]. "c45", "c25", "c10" pour l'épaisseur de l'enrobage en mm; "F" pour les essais avec béton fibré; "BSt" pour les armatures en acier B500 ordinaire, "St" pour barre nervurées en acier à haute résistance 1420/1570; diamètre 10 mm pour toutes les barres

3.4.5.6 Adhérence entre armatures de précontrainte et BFUHP

Les mécanismes d'adhérence dans le cas des armatures de précontrainte diffèrent par rapport au cas des armatures passives à adhérence améliorée. Pour les mono-fils, l'adhérence est uniquement donnée par l'adhésion et par le frottement, alors que dans le cas des torons à sept fils il y a aussi une contribution d'adhérence de type mécanique, due à la variabilité de la projection du profil de la section transversale selon l'axe de la barre. En raison de l'absence de nervures ainsi que de la grande déformabilité transversale (coefficient de Poisson) des torons, l'adhérence est fortement influencée par l'état de contrainte dans l'acier. Un nombre limité d'essais d'adhérence entre torons de précontrainte et BFHUP a été trouvé dans la littérature.

- Lubbers et Steinberg [Lub03] Lubbers et Steinberg ont effectué des essais d'arrachement de torons de précontrainte ancrés dans des blocs en béton ordinaire et dans des blocs en BFUHP, en variant le type de toron (12.7 mm "standard" et "oversize") et la longueur d'ancrage (600, 450 et 300 mm environ). Les essais n'ont pas été conçus pour mesurer le comportement $\tau(\delta)$ local. La réponse obtenue avec le béton ordinaire et une longueur d'ancrage d'environ 600 mm sont très similaires aux résultats obtenus avec les torons standard ancrés sur 450 mm dans le BFUHP et avec les torons oversize ancrés sur 300 mm dans le BFUHP. Une longueur d'ancrage des torons dans le BFUHP et avec les terminent avec la rupture de la barre avant son arrachement.
- **Hegger** [**Heg04**] Hegger présente des résultats d'essais d'adhérence entre torons et BFUHP. Les essais ont été effectués pour déterminer les valeurs minimales de l'enrobage et de la distance entre torons pour éviter une rupture par fendage. Les résultats expérimentaux indiquent que ces deux valeurs peuvent être respectivement réduites à seulement 2 et 1.5 fois le diamètre nominal du toron. Ces valeurs sont inférieures à celles obtenues par Hegger avec un béton ordinaire, un béton léger et un béton auto-plaçant, et elles permettent une réduction significative de l'aire de béton nécessaire pour disposer les torons.

3.5 Comportement au jeune âge et différé du BFUHP

Les BFUHP présentent un comportement rhéologique et au jeune âge spécifique [Ack04]. Ils sont caractérisés par un retrait endogène important et par une partie de retrait de séchage, qui se développent avec une cinématique rapide [Lou96, Che01, AFGC02, Kam07] : la valeur du retrait libre total peut atteindre 700 à 900 μ m/m à 90 jours. Dans [AFGC02], un retrait à temps infini égal à 550 μ m/m est indiqué pour le BFUHP n'ayant pas été soumis à un traitement thermique. Pour les BFUHP soumis à un traitement thermique, le retrait après prise est pratiquement nul. Toujours selon [AFGC02], le coefficient de fluage vaut 0.2 pour le BFUHP avec traitement thermique et 0.8 sans traitement thermique.

Le comportement au jeune âge du BFUHP sera discuté plus en détail à la section 4.6.3.

3.6 Résistance au feu du béton

La résistance au feu est un paramètre clef pour l'utilisation des bétons fibrés dans la construction et la sécurité des bâtiments. Comme tous les autres bétons, les BUHP sont des matériaux qui ne brûlent pas et pour lesquels les effets du feu se manifestent lentement. Cependant, pour un BUHP la porosité est réduite et les pores sont complètement fermés : la résistance vis-à-vis de l'éclatement (ou "*spalling*") est donc modeste, même si la quantité d'eau libre est faible [Beh02]. Les mécanismes physiques à l'origine du *spalling* pour un BUHP sont bien expliqués en [Deh04]. Sans fibres, l'éclatement de la couche d'enrobage est très fragile.

La présence des fibres métalliques limite l'éclatement et l'écaillage de l'enrobage [BSI]. L'utilisation de fibres en polypropylène (PP) permet d'augmenter la résistance au feu du béton en général et des BUHP en particulier [Beh02, Wal05, Hor05]. La présence des fibres en PP lors du malaxage augmente la porosité de la matrice. En outre, les fibres fondent à une température d'environ 150°, laissant un réseau de pores connectés qui permet à la vapeur d'eau de sortir du béton sans générer la pression interne à l'origine du *spalling*. Selon [Hor05], 2 kg/m³ de fibres en PP suffisent pour éviter complètement le *spalling* pour un BFUHP. L'ajout des fibres en PP peut clairement entrainer une réduction des propriétés mécaniques.

3.7 Comportement de l'acier d'armature

Le comportement de l'acier d'armature est initialement linéaire élastique, puis non linéaire avec développement de déformations plastiques. Le comportement dans la première phase est complètement décrit par le module d'élasticité E_s de l'acier. Cette phase se termine lorsque la contrainte atteint la limite d'écoulement f_{sy} . Le comportement des aciers à dureté naturelle (figure 3.36-a) montre un plateau d'écoulement distinct jusqu'à une déformation ε_{sh} . Une nouvelle phase durcissante se produit ensuite, qui se termine avec la rupture de la barre lorsque la résistance f_{su} de l'acier et la déformation ultime ε_{su} correspondante sont atteintes.

Pour les aciers déformés à froid (figure 3.36-b), le plateau plastique a déjà été parcouru à cause des déformations imposées lors du procédé de formage : la phase élastique linéaire est donc directement suivie par la phase d'écrouissage. Dans ce cas, la limite d'écoulement est définie de façon conventionnelle comme la contrainte correspondant à une valeur spécifiée de déformation plastique résiduelle après la décharge (0.2% pour les aciers d'armature passive et 0.1% pour les aciers de précontrainte). Le comportement de l'acier à la décharge est linéaire avec une pente élastique E_s . Dans le cadre de cette recherche, le comportement des armatures est modélisé par des lois analytiques non linéaires. Pour l'acier déformé à froid, la loi de



Fig. 3.36 : Comportement mesure (gris) et modélisé (noir) pour l'acier d'armature. a) Acier à dureté naturelle (B450C, Topar S); b) acier étiré à froid (B500B, Topar R)

[Ram41] est utilisée :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \left(\frac{\sigma_s}{k_c}\right)^{\alpha_{s1}} \tag{3.36}$$
$$\ln\left(\frac{\varepsilon_{su} - f_{su}/E_s}{\varepsilon_{su}}\right)$$

Pour l'acier à dureté naturelle une expression exponentielle est utilisée [Alv98] :

$$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \qquad \qquad \varepsilon_s \le \frac{f_{sy}}{E_s} \tag{3.38}$$

$$= f_{sy} + \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}\right)^{\alpha_{s2}}\right] \cdot (f_{su} - f_{sy}) \qquad \qquad \varepsilon_s \le \varepsilon_{su} \qquad (3.40)$$

Pour les barres d'armature testées dans le cadre de cette recherche (Annexe C et figure 3.36) : $E_s = 205000 \text{ N/mm}^2$, $f_{s,y0.2} = 545 \text{ N/mm}^2$, $f_{s,u} = 600 \text{ N/mm}^2$, $k_a = k_b = 0.2\%$ et $\varepsilon_{su} = 4 \div 6\%$ pour l'acier déformé à froid; $E_s = 205000 \text{ N/mm}^2$, $f_{s,y} = 525 \text{ N/mm}^2$, $\varepsilon_{s,h} = 2.5\%$, $f_{s,u} = 620 \text{ N/mm}^2$, $\varepsilon_{s,u} = 12 \div 15\%$ et $\alpha_{s2} = 3.5$, comme dans [Alv98] pour l'acier à dureté naturelle. Ces valeurs seront utilisées également pour les autres analyses. Les exceptions seront indiquées dans le texte.

Le comportement d'une barre d'armature comprimée diffère du comportement d'une barre d'armature tendue, si la barre est libre de se déformer latéralement. Ce phénomène a été étudié par plusieurs auteurs [Thü59, Mut90, Mon92, Dha02, Bae05] : dès le début de la plastification, voire déjà en phase élastique, une barre comprimée tend à se déformer latéralement, et cela diminue sa capacité de transmettre des efforts en direction axiale. L'importance de cet effet augmente avec le rapport L/ϕ_s , où L est la distance entre points latéralement tenus.

4 Comportement des éléments tendus

4.1 Introduction

Le tirant en béton armé est un élément de structure que l'on retrouve rarement dans les applications pratiques. Cependant, son étude est essentielle pour comprendre les mécanismes à la base de la fissuration et de la déformation de toutes les parties des éléments de structure soumises à des efforts de traction.

Ce chapitre traite du comportement des tirants en béton armé et fibrés. Il est structuré de la façon suivante :

Le comportement structurel et les méthodes connues pour modéliser la réponse des tirants armés et réalisés en béton ordinaire (BO) sont décrits dans la première section. Cette partie sert d'introduction et de référence pour la deuxième partie, qui étudie le comportement des tirants armés réalisés en BFUHP.

L'analyse des tirants en BFUHP s'appuie sur des résultats expérimentaux et sur des développements théoriques. Les résultats des essais effectués à l'EPFL sont décrits en détail avec une attention particulière sur les informations qui aident à la compréhension de la spécificité de la fissuration des tirants en BFUHP par rapport aux tirants en béton ordinaire. Les observations et les interprétations données par d'autres chercheurs qui ont effectué des essais similaires sont également présentées.

Les différences principales entre la réponse d'un tirant en BFUHP et d'un tirant en BO armé sont ensuite énumérées. Une méthode de modélisation pour les tirants en BFUHP, qui différencie le comportement en service et le comportement ultime, est ensuite donnée.

Les résultats de la modélisation sont comparés aux résultats des essais. Des études paramétriques sont enfin effectuées pour évaluer l'importance relative des divers paramètres.

4.2 Le tirant en béton armé

Le comportement des tirants en BO armé a été intensivement étudié dans le passé [FIB00]. Dans le cadre de cette recherche, la description du comportement des tirants en BO armé est présentée afin de comprendre les aspects spécifiques du comportement des tirants en BFUHP armé. Elle sert également pour introduire les définitions et les concepts nécessaires pour traiter du problème de la fissuration.

4.2.1 Description du comportement structurel d'un tirant en béton armé

La figure 4.1 montre qualitativement les différentes phases du comportement forceallongement d'un tirant en béton ordinaire armé. Dans une première phase le comportement du tirant est élastique-linéaire et la rigidité axiale du tirant est égale à la somme de la rigidité



Fig. 4.1 : Représentation qualitative du comportement d'un tirant en béton armé soumis à un effort de traction

axiale du béton et de l'acier :

$$\frac{\Delta\ell}{\ell_0} = \varepsilon_c = \varepsilon_s = \frac{F}{E_c \cdot A_c + E_s \cdot A_s} = \frac{F}{E_c \cdot A_c \cdot (1 + \rho \cdot n)}$$
(4.1)

$$\sigma_c = \varepsilon \cdot E_c \qquad \sigma_s = \varepsilon \cdot E_s = n \cdot \sigma_c \tag{4.2}$$

où A_s et A_c sont les aires de la surface en acier et de la surface en béton, $\rho = A_s/A_c$ est le taux géométrique d'armature du tirant et $n = E_s/E_c$. Lorsque la contrainte dans le béton atteint la résistance à la traction (point (a) dans la figure 4.1), une fissure se produit sur une section où la résistance est légèrement plus faible. Pour un béton ordinaire, l'effort de traction transmis par le béton tombe très rapidement à zéro au droit de la fissure. Pratiquement tout l'effort de traction doit être transmis par la barre d'armature seule et l'état de contraintes et déformations sur la section de la fissure vaut¹:

$$\sigma_{c,0} = 0 \qquad \qquad \varepsilon_{c,0} = 0 \tag{4.3}$$

Le béton déchargé tend à se raccourcir élastiquement autour de la fissure, alors que l'acier d'armature subit un allongement supplémentaire (figure 4.2-a). Cette incompatibilité de déformation produit un déplacement relatif (appelé glissement) δ entre les deux matériaux. Dans cette phase initiale de fissuration, le glissement ne se propage généralement pas sur toute la longueur du tirant. Une partie de l'effort de traction est progressivement retransmise au béton par adhérence et, à une certaine distance de la fissure, que l'on appellera longueur d'introduction de l'effort ℓ_{intr} , les conditions de compatibilité des déformations ($\varepsilon_s = \varepsilon_c$) et de glissement nul ($\delta = 0$) sont établies à nouveau (figure 4.2-a). En admettant que les efforts sont transmis entre acier et béton par des contraintes tangentielles τ et que la valeur de τ est constante, la longueur d'introduction de l'effort ℓ_{intr} peut être déterminée par simple équilibre des forces longitudinales du sous-système constitué par la partie de barre d'armature comprise entre la fissure et la première section à déformations homogènes. Si ϕ_s est le diamètre de la barre et $\sigma_{s,hom}$ est la contrainte dans l'acier dans la section homogène (équation 4.2) :

$$\ell_{int} = \frac{A_s \cdot (\sigma_{s,0} - \sigma_{s,hom})}{\pi \phi_s \tau} = \frac{f_{ct} \cdot \phi_s}{4\tau \rho}$$
(4.5)

Dans un essai en allongement imposé, lors de la fissuration la courbe force-allongement a l'allure montrée à la figure 4.1 entre les points (a) et (b) : l'effort diminue d'abord rapidement,

 $^{^{1}}$ Dans le cadre de cette recherche, les variables mécaniques sont indiquées avec un indice "0" au droit de la fissure



Fig. 4.2 : Représentation qualitative de la phase de formation de fissures isolées (a et b) et de la phase d'ouverture des fissures stabilisés (c) pour un tirant en béton ordinaire

car la chute de la contrainte transmise par le béton sur la fissure a un effet plus important que l'augmentation de contrainte due à l'activation des armatures. L'effort augmente ensuite et, quand il est à nouveau égal à l'effort de première fissuration, la contrainte dans le béton atteint à nouveau la résistance à la traction dans la zone à comportement homogène et une nouvelle fissure peut se produire. Pendant cette phase de *formation des fissures* (figure 4.1) la position des fissures dépend de la variabilité statistique de la résistance à la traction du béton le long de l'élément et de la présence des fissures déjà formées. À cause de la décharge du béton sur la zone d'introduction, des nouvelles fissures ne peuvent pas se produire à une distance inférieure à ℓ_{intr} d'une fissure existante.

La phase de formation des fissures se termine lorsque la distance entre fissures existantes est partout inférieure à $2 \cdot \ell_{int}$. À ce moment, un glissement entre acier et béton existe tout le long du tirant et f_{ct} ne peut plus être atteint dans une section homogène. Les fissures existantes s'ouvrent alors de plus en plus, à cause de l'allongement et du glissement progressif des barres d'armature, alors que l'état de contrainte et de déformation dans le béton ne change que marginalement (figure 4.2-c). D'autres fissures peuvent encore se produire entre les fissures existantes, notamment à cause de l'augmentation de la contrainte d'adhérence τ avec l'augmentation des glissements, mais en général la courbe $F - \Delta \ell$ (figure 4.1) garde une pente presque constante, égale à la pente de la courbe de l'armature seule. Dans toutes les phases, l'allongement total du tirant est égal à l'allongement total des armatures

$$\Delta \ell = \int_0^{\ell_0} \varepsilon_s(x) dx \tag{4.6}$$

qui est plus petit que l'allongement de la barre d'armature nue à cause de l'effet raidissant (ou "*tension stiffening*") du à la participation du béton tendu à la transmission de l'effort de traction entre les fissures.

La figure 4.3 compare le comportement d'un tirant dit *suffisamment armé*, pour lequel la résistance des armatures nues est supérieure à l'effort de fissuration, et un tirant dit *sous armé*, pour lequel cette condition n'est pas remplie. Pour un tirant correctement armé, la résistance est égale à la résistance des armatures, et le comportement est très ductile grâce



Fig. 4.3 : Différence de comportement entre un tirant ductile, pour lequel la résistance des armatures est supérieure à l'effort de fissuration, et un tirant sous-armé fragile

au fait que les armatures peuvent se plastifier au droit de toutes les fissures, voire sur toute la longueur de l'élément, si l'adhérence est faible. Pour un tirant sous armé, la résistance est supérieure à la résistance des armatures seules, mais la ductilité est très réduite car, dès qu'une fissure s'ouvre, l'effort repris par le tirant diminue irréversiblement et la déformation se localise uniquement sur une fissure. Ce type de comportement est en général à éviter dans les éléments de structures.

4.2.2 Modélisation du comportement d'un tirant en béton armé

La modélisation du comportement d'un tirant en phase fissurée doit tenir compte de l'existence d'un glissement relatif entre béton et acier et du mécanisme de transmission d'efforts par adhérence entre les deux matériaux.

La transmission d'efforts entre béton et acier produit des champs de contraintes axiales, radiales et tangentielles dans le béton qui enrobe la barre d'armature. Le mécanisme d'adhérence est fortement influencé par l'état de contraintes et de déformations triaxial qui existe dans l'acier et dans le béton ([Tep79, FIB00, Fer06a], section 4.5). Cependant, l'approche de modélisation la plus utilisée dans la recherche et dans la pratique se base sur une simplification uniaxiale du problème, qui rassemble l'influence des divers paramètres géométriques et matériels dans une loi d'adhérence $\tau(\delta)$ et qui permet la résolution d'un système d'équations différentielles qui dépendent de la seule variable spatiale x, mesurée le long de l'axe de la barre d'armature.

4.2.2.1 Équation différentielle de l'adhérence

On considère un élément en béton tendu et armé avec, par simplicité, une seule barre d'armature (figure 4.4). On admet que l'élément fait partie d'un tirant fissuré et qu'un déplacement relatif $\delta(x)$ existe entre le béton et l'acier.

La géométrie de l'élément est définie par le diamètre ϕ_s de la barre d'armature, la forme et les dimensions de la section en béton et éventuellement l'enrobage c. Le comportement mécanique du béton et de l'acier est exprimé par des lois contraintes-déformations uni-axiales, en général non linéaires :

$$\sigma_c(x) = \sigma_c \left[\varepsilon_c(x) \right] \; ; \quad \sigma_s(x) = \sigma_s \left[\varepsilon_s(x) \right] \tag{4.7}$$

La transmission d'efforts entre acier et béton se fait par des contraintes de cisaillement τ que l'on admet agir sur la surface de contact nominale acier-béton. La contrainte d'adhérence



Fig. 4.4 : Définition des variables du problème de l'adhérence et représentation d'un élément différentiel de longueur dx

dépend de la position x le long de l'élément et, dans le cas le plus général, du glissement δ entre acier et béton, de la déformation ε_s de l'acier et de la déformation ε_c du béton, elles aussi variables en fonction de la position x [FIB00] :

$$\tau(x) = \tau \left[x, \delta(x), \varepsilon_c(x), \varepsilon_s(x) \right] \tag{4.8}$$

L'équilibre global des forces suivant la direction x de l'élément infinitésimal dx esquissé sur la figure 4.4 permet d'écrire $dF_{tot} = dF_c + dF_s = 0$, où $F_c = \sigma_c \cdot A_c$ et $F_s = \sigma_c \cdot A_s$. L'équilibre des sous-systèmes représentés par l'acier seul et par le béton seul permet d'écrire :

$$dF_s = d\sigma_s \cdot A_s = -\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_s \cdot dx \tag{4.9}$$

$$dF_c = d\sigma_c \cdot A_c = \tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_s \cdot dx \tag{4.10}$$

où $\pi \cdot \phi_s$ est le périmètre de la barre. Les lois constitutives permettent d'exprimer l'état de déformation des matériaux en fonction de l'état de contraintes. Finalement, $\delta(x)$ est lié cinématiquement à l'état de déformation dans les matériaux par la relation différentielle suivante :

$$\delta(x_i) = \delta(x_{i-1}) + [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] \cdot dx \tag{4.11}$$

$$\frac{d\delta x}{dx} = \delta'(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x) \tag{4.12}$$

Une deuxième différentiation de δ en fonction de x en 4.12 et la substitution des équations 4.9 et 4.10 permettent d'écrire :

$$\delta''(x) = \varepsilon'_{s}(x) - \varepsilon'_{c}(x) =$$

$$= \frac{d\varepsilon_{s}}{d\sigma_{s}} \cdot \sigma'_{s}(x) - \frac{d\varepsilon_{c}}{d\sigma_{c}} \cdot \sigma'_{c}(x) =$$

$$= \frac{1}{\sigma'_{s} [\varepsilon_{s}(x)]} \cdot \frac{-\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_{s}}{A_{s}} - \frac{1}{\sigma'_{c} [\varepsilon_{c}(x)]} \cdot \frac{\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_{s}}{A_{c}} =$$

$$= -\frac{\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_{s}}{A_{s}} \cdot \left[\frac{1}{\sigma'_{s} [\varepsilon_{s}(x)]} + \rho \frac{1}{\sigma'_{c} [\varepsilon_{c}(x)]}\right] \qquad (4.13)$$

qui est la forme la plus générale de l'équation différentielle de deuxième ordre décrivant le problème de l'adhérence [FIB00]. Comme on le voit, l'équation 4.13 dépend de la géométrie par les variables ϕ_s , A_s et ρ , du comportement mécanique du béton et de l'acier et de la loi d'adhérence, pour laquelle l'équation 4.8 s'applique.

4.2.2.2 Conditions de bord pour la résolution de l'équation différentielle de l'adhérence

La résolution de l'équation 4.13 nécessite la définition du domaine d'intégration et des conditions de bord. Dans le cadre de cette recherche, des configurations de fissuration simplifiées sont considérées (figure 4.5) : le comportement est admis symétrique des deux côtés des fissures ; la distance entre fissure dans la phase de fissuration stabilisée est admise constante et égale à une valeur moyenne. Ces hypothèses sont généralement acceptées et conduisent à des résultats satisfaisants dans la modélisation du comportement moyen des éléments en béton armé ordinaire [MC90].



Fig. 4.5 : Définition des conditions de bord pour le problème différentiel de l'adhérence. En haut : résistance à la traction après fissuration du béton négligée. En bas : résistance à la traction après fissuration du béton considérée.

Une limite du domaine d'intégration est toujours donnée par la section fissurée. La contribution que la déformation de la partie d'armature comprise entre les deux lèvres de la fissure donne à l'ouverture de fissure est négligée. La valeur du glissement acier-béton au droit de la fissure est égale à la moitié de l'ouverture de fissure :

$$\delta_0 = w/2 \tag{4.14}$$

Deux cas doivent être distingués pour définir l'état de déformation du béton au droit de la fissure. Le béton ordinaire a un comportement après pic en traction très fragile et sa contribution à la transmission des contraintes peut être négligée. Les conditions de bord sont (figure 4.5-a et b) :

$$\sigma_{c,0} = 0 \qquad \varepsilon_{c,0} = 0 \tag{4.15}$$

Si par contre le béton a une résistance résiduelle après fissuration non négligeable, la contrainte qu'il transmet dépend de l'ouverture de fissure et les conditions de bord sont (figure 4.5-c et d) :

$$\sigma_{c,0} = \sigma_c(w) \neq 0 \qquad \varepsilon_{c,0} \neq 0 \tag{4.16}$$

La résolution du problème différentiel est dans ce cas plus complexe. L'état de déformation $\varepsilon_c(x)$ du béton sur la longueur d'introduction doit être connu pour calculer l'ouverture de fissure (équations 4.12 et 4.14), mais la condition de bord pour le calcul de $\varepsilon_c(x)$ est exprimée dans l'équation 4.16 en fonction de l'ouverture de fissure. La résolution du problème prend dans ce cas un caractère itératif.

Afin de définir l'autre limite du domaine d'intégration et les conditions de bord à y appliquer, on distingue la phase de formation des fissures (figure 4.5-a et c) de la phase de fissuration stabilisée (figure 4.5-b et d).

La phase de formation des fissures se caractérise par la présence de fissures isolées que l'on peut admettre suffisamment distantes pour ne pas s'influencer réciproquement. On étudie donc un domaine d'intégration compris entre la section fissurée et la première section où la compatibilité des déformations entre béton et acier est à nouveau établie. La distance ℓ_{int} entre la section fissurée et cette section, qu'on appellera *homogène*, est a priori inconnue. Les conditions de bord suivantes s'appliquent sur la section homogène :

$$\varepsilon_{c,hom} = \varepsilon_{s,hom}$$
 $\delta_{hom} = 0$, (4.17)

Selon l'équation 4.14, l'ouverture de fissure est égale à deux fois l'aire comprise entre le diagramme de la déformation de l'acier et le diagramme de la déformation dans le béton sur le domaine $[0, \ell_{int}]$.

Pendant la phase de fissuration stabilisée la distance entre fissures est égale à la valeur moyenne $s_{r,moy}$. Par symétrie, le glissement δ dans la section à mi-distance entre deux fissures est nul et :

$$x_{hom} = s_{r,moy} \qquad \qquad \delta = 0 \tag{4.18}$$

Sur tout le domaine d'intégration, $\varepsilon_s \neq \varepsilon_c$. L'ouverture de fissure est égale à deux fois l'aire comprise entre les diagrammes de déformation de l'acier et du béton sur le domaine $[0, s_{r,moy}/2]$.

4.2.2.3 Approche de modélisation du comportement d'un tirant en béton armé

Nous considérons la figure 4.1 davantage. La modélisation du comportement d'un tirant est effectuée numériquement en plusieurs phases [MC90].

Après formation de la première fissure (point (a) sur la figure 4.1), un modèle à fissure isolée (figure 4.5-a ou c) est utilisé pour décrire le comportement entre les points (a) et (b) et pour déterminer la distance minimale théorique entre fissures, $s_{r,min}$. Cette distance est égale à la valeur de la ℓ_{intr} de la force au moment $\sigma_{c,hom}$ atteint de nouveau la résistance à la traction du béton. D'un point de vue graphique, ce point est facilement détectable dans un diagramme $\sigma_{c,hom}(\ell_{intr})$.

Le comportement entre les points (b) et (c) sur la figure 4.1) peut être modélisé de façon approchée en considérant un nombre n de fissures calculées avec le modèle à fissures isolées. Cette approximation est acceptable uniquement si le nombre n est suffisamment petit par rapport à la longueur L du tirant, de sorte que l'hypothèse que les fissures n'interagissent pas $(2 \cdot n \cdot \ell_{int} \leq L)$ est acceptable.

La phase de fissuration stabilisée est modélisée par le modèle à fissures symétriques (figure 4.5-b et d). La distance moyenne entre fissures à la fin de la phase de formation des fissures est fixée à $s_{r,moy} = 1.5 \cdot s_{r,min}$.

Si pendant la phase de fissuration stabilisée la contrainte de fissuration est dépassée de nouveau à la section à mi-distance entre deux fissures, le comportement pour des efforts plus grands est modélisé avec une distance entre fissures réduite de moitié.

4.2.2.4 Solutions analytiques du problème de l'adhérence

Dans le cas le plus général, l'équation 4.13 avec les conditions de bord décrites au paragraphe précédent ne peut pas être réduite à une solution analytique explicite à cause de la non linéarité des lois constitutives des matériaux (équations 4.7).

Tirants en béton ordinaire

Pour l'analyse du comportement en service des éléments en béton armé ordinaire, des simplifications importantes peuvent être admises [Fer06a] :

- a. le comportement élastique linéaire parfaitement fragile du béton;
- b. le comportement élastique linéaire de l'acier;
- c. la déformation du béton peut être négligée par rapport à celle de l'acier dans les équations 4.12 et 4.13.

Avec les hypothèses a. et b., l'équation 4.13 devient :

$$\delta''(x) = -\frac{\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_s}{A_s} \cdot \left[\frac{1}{E_s} + \rho \frac{1}{E_c}\right] = -\frac{\tau(x) \cdot \pi \cdot \phi_s}{A_s \cdot E_s} \cdot [1 + \rho n]$$
(4.19)

Si τ est exprimé en fonction de la seule variable δ :

$$\delta''(x) = -\frac{\tau[\delta(x)] \cdot \pi \cdot \phi_s}{A_s \cdot E_s} \cdot [1 + \rho n] = K \cdot \tau[\delta(x)]$$
(4.20)

où K est une constante qui dépend uniquement de la géométrie du problème et des propriétés des matériaux. Une solution analytique peut être obtenue si des expressions suffisamment simples sont choisies pour la loi d'adhérence. Par exemple :

$$\tau(\delta) = \tau_{const} \tag{4.21}$$

$$\tau(\delta) = \tau_0 + \tau_1 \cdot \delta \tag{4.22}$$

$$\tau(\delta) = \tau_{max} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta_{max}}\right)^{\alpha}$$
 [Bal87] (4.23)

L'équation 4.20 est fréquemment utilisée dans l'étude du comportement en service des éléments fissurés. Avec l'expression 4.21 et un choix approprié de la valeur de τ_{const} , elle est à la base de la plupart des approches normatives et de calcul simplifiées. Un autre avantage de la formulation 4.20 réside dans le fait que l'adhérence acier-béton se mesure traditionnellement par des essais d'arrachement de barres, qui fournissent directement une courbe $\tau(\delta)$ (section 3.4).

La plastification des armatures complique doublement le problème : le comportement de l'acier n'est plus linéaire et l'adhérence diminue localement où la barre est plastifiée (section 4.5.2). On écrit donc :

$$\tau(x) = \tau[\delta(x), \varepsilon_s(x)] \tag{4.24}$$

Marti et al. [Mar98] ont proposé une approche qui permet de tenir compte du comportement non linéaire de l'acier et de l'influence de la plastification sur l'adhérence, tout en gardant la possibilité de résoudre analytiquement le problème. L'approche se base sur l'utilisation d'une loi $\tau(\delta)$ en escaliers avec valeur pleine de l'adhérence dans les zones où la barre est élastique et valeur réduite dans les zones où la barre est plastifiée. Cette approche permet d'implémenter des lois non linéaires pour l'acier. Sa validité a été vérifiée pour les éléments tendus et fléchis.

Fernández Ruiz et al. [Fer06a] proposent une approche alternative. Ils postulent l'existence d'une fonction $\delta(x)$ unique qui subit une translation suivant la direction x pour décrire différents niveau de charge. Avec cette hypothèse, δ et ε_s dépendent uniquement de la variable xet, en négligeant la déformation du béton entre les fissures, l'équation 4.13 permet d'écrire

$$\varepsilon_s(x) = \delta'(x) \quad \to \quad \delta = \delta(\varepsilon_s) \tag{4.25}$$

et donc

$$\tau(\delta) = \tau[\delta(\varepsilon_s)] = \tau(\varepsilon_s) \tag{4.26}$$

L'équation 4.13 peut ainsi être exprimée et résolue analytiquement comme une équation à variables séparables dans les deux variables x et ε_s . Cette approche permet d'obtenir une solution analytique avec des lois $\tau(\delta)$ et $\sigma_s(\varepsilon_s)$ non linéaires. L'effet de la plastification de l'armature sur l'adhérence et les effets de réduction locale de l'adhérence à proximité d'une fissure sont pris en compte dans la formulation analytique par l'utilisation de deux fonction $K_b(\varepsilon_s)$ et $\lambda(x)$:

$$\tau(\varepsilon_s, x) = \tau[\delta(x)] \cdot K_b(\varepsilon_s) \cdot \lambda\left(\frac{x}{\phi_s}\right)$$
(4.27)

Tirants en béton fibré

Les approches analytiques énumérées ci-dessus sont toutes développées en négligeant la contribution à la transmission des efforts du béton fissuré.

Pour le béton fibré, la contribution après fissuration du béton tendu ne peut pas être négligée, car elle influence la fissuration [Van00]. Même si les autres simplifications énumérées pour le béton non fibré demeurent valables pour un béton fibré de résistance ordinaire, une solution analytique ne peut en général plus être obtenue.

Pour le BFUHP, des complications supplémentaires apparaissent : le comportement du béton tendu est non linéaire à cause de la présence de la phase pseudo-plastique; les déformations développées dans le béton tendu sont du même ordre de grandeur que les déformations de l'acier au début de la plastification, et ne sont donc pas négligeables dans le calcul de l'ouverture de fissure. En outre, comme on le montrera à la section 4.3, la plastification des armatures peut se produire lorsque la résistance maximale de l'élément n'est pas encore atteinte : le comportement non linéaire de l'acier interagit avec le comportement non linéaire du béton et influence de façon déterminante la réponse structurale.

Une résolution numérique, qui permet de tenir compte des différentes non linéarités du problème, devient ainsi nécessaire pour analyser la fissuration des éléments en béton fibré et en BFUHP.

4.2.2.5 Modélisation numérique

La méthode de calcul numérique utilisée se base sur une discrétisation du domaine d'intégration en éléments de longueur finie et sur une recherche itérative d'une solution en équilibre et compatible avec les conditions de bord. La même méthode a été utilisée par d'autres auteurs [FIB00, Fan99] pour l'analyse de tirants en béton armé ordinaire. Dans le cadre de cette analyse, la méthode sera adaptée pour étudier les aspects spécifiques liés à la fissuration des éléments en béton fibré et en BFUHP. Le processus de calcul mis au point dans le cadre de cette recherche est expliqué par la suite.

Pour que le processus d'intégration numérique puisse être effectué, toutes les quantités statiques et cinématiques doivent être connues sur une extrémité du domaine d'intégration. Dans le cadre de cette recherche, l'ouverture de fissure w est choisie comme variable libre du problème. Pour une certaine valeur w_i , une valeur de première itération est admise pour la contrainte $\sigma_{s,0}$ de l'armature au droit de la fissure.

Avec ces hypothèses, la déformation $\varepsilon_{s,0}$ de l'acier, la contrainte $\sigma_{c,0}$ et la déformation $\varepsilon_{c,0}$ du béton au droit de la fissure sont connues. Le glissement local δ_0 au droit de la fissure est également connu (équation 4.14), ce qui permet de calculer la valeur de bord de la contrainte d'adhérence $\tau(\delta_0, \varepsilon_{s0}, x)$. En admettant que la valeur de τ soit constante sur la longueur, infinitésimale, de chaque élément dx, les équations différentielles d'équilibre et de compatibilité permettent de calculer les variations de contraintes et de déformations dans le béton et l'acier (équations 4.9 et 4.10) ainsi que la variation du glissement relatif (équation 4.11).

Dans le cas d'une fissure isolée (figure 4.5-a et c), la valeur de $\sigma_{s,0}$ est modifiée de manière itérative jusqu'à ce qu'une section est trouvée, où :

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \tag{4.28}$$

$$\delta = 0 \tag{4.29}$$

Le problème différentiel est posé de sorte que les conditions de bord doivent être imposées sur une section dont la position est a priori inconnue. L'algorithme adopté pour la résolution de ce problème est le suivant. L'intégration numérique est arrêtée en $x = x_i$ si une des deux conditions suivantes est vérifiée :

$$\varepsilon_s(x_i) < \varepsilon_c(x_i) \tag{4.30}$$

$$\delta(x_i) < 0 \tag{4.31}$$

Si c'est la condition 4.30 qui est d'abord vérifiée, la valeur de δ en x_i demeure supérieure à zéro :

$$\delta(x_i) = \frac{w}{2} - \int_0^{x_i} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx > 0 \tag{4.32}$$

Cela signifie que l'aire comprise entre le diagramme de la déformation de l'acier et le diagramme de la déformation du béton est plus petite que la valeur intégrale de glissement cherchée, qui est égale à la moitié de l'ouverture de fissure :

$$\int_0^{x_i} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)] dx < \frac{w}{2}$$
(4.33)

Une translation positive du diagramme de ε_s est nécessaire pour que la valeur de l'intégrale dans l'équation 4.33 augmente et la condition 4.29 soit satisfaite. La valeur d'hypothèse de la contrainte $\sigma_{s,0}$ est donc augmentée pour l'itération suivante.

Si la condition 4.31 est d'abord vérifiée, $\varepsilon_s > \varepsilon_c$ au point x_i . La valeur d'hypothèse de $\sigma_{s,0}$ est donc réduite pour l'itération suivante afin de satisfaire l'équation 4.28.

Le processus de recherche itérative de $\sigma_{s,0}$ est arrêté lorsque

$$|\varepsilon_s(x_i) - \varepsilon_s(x_i)| < t_{\varepsilon} \qquad et \tag{4.34}$$

$$|\delta(x-i)| < t_{\delta} \tag{4.35}$$

où t_{ε} et t_{δ} sont les limites de précision recherchées. La précision atteignable avec cette méthode dépend de la précision avec laquelle la position de la section homogène peut être déterminée. Cela est fonction de la taille dx de l'élément discret. L'utilisation d'une discrétisation avec dx constant sur tout le domaine d'intégration conduirait à un temps de calcul excessif. Une discrétisation variable le long du domaine d'intégration (dx plus grand à proximité de la fissure, dx réduit en s'approchant de la section homogène inconnue) est conseillée afin de permettre de satisfaire en même temps les exigences de précision et de vitesse de calcul.

Dans le cas d'une fissuration stabilisée (figure 4.5-b et d), l'étendue du domaine d'intégration est connue et égale à la moitié de la distance entre fissures. Le domaine d'intégration est discrétisé en un nombre fixe d'éléments dx et une seule condition de bord, $\delta = 0$ à mi-distance entre fissures, est contrôlée.

4.2.2.6 Effet d'un état d'autocontraintes sur la fissuration

Les définitions de section homogène et d'ouverture de fissure doivent être adaptées en présence d'un état d'autocontraintes. La figure 4.6 compare qualitativement l'état de déformations et la modalité de calcul de l'ouverture de fissure pour trois cas : un tirant pour lequel les autocontraintes n'existent pas ou sont négligées, un tirant précontraint et un tirant pour lequel le retrait du béton est considéré.



Fig. 4.6 : Représentation schématique des déformations et de la fissuration dans un tirant ordinaire, un tirant précontraint et un tirant pour lequel l'effet du retrait du béton est considéré

Précontrainte

On considère le cas de précontrainte par pré-tension et on néglige les pertes dues au comportement différé du béton. Les chemins de contrainte et de déformation suivis par le béton et l'acier à cause de la précontrainte sont montrés à la figure 4.7. Avant l'application d'une charge, le raccourcissement du tirant, égal à celui du béton, vaut :

$$\varepsilon_{c,ini} = \Delta \varepsilon = -\varepsilon_{p0} \cdot \left(\frac{\rho \cdot n}{1 + \rho \cdot n}\right) < 0 \tag{4.36}$$

53

où ε_{p0} est la déformation de l'acier lors de la mise en tension. La déformation de l'acier vaut :

$$\varepsilon_{s,ini} = \varepsilon_{p0} \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot n}{1 + \rho \cdot n} \right) \tag{4.37}$$

La différence entre la déformation initiale de l'acier et du béton est égale à ε_{p0} et demeure



Fig. 4.7 : Représentation de l'état de contraintes et de déformations dans l'acier et dans le béton à cause de l'application d'une précontrainte

constante en absence de glissement acier-béton. La section homogène est définie donc par la condition :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_c + \varepsilon_{p,0} \tag{4.38}$$

Le fait que la différence initiale de déformation entre béton et acier ne contribue pas à l'ouverture de fissures doit être considéré dans le calcul de δ :

$$\delta(x_{i+1}) = \delta(x_i) + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[\varepsilon_p(x) - \varepsilon_c(x)\right] dx - \varepsilon_{p0} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

Retrait du béton

À cause du retrait, le béton tend à se raccourcir progressivement dans le temps. Des contraintes de traction dans le béton et de compression dans l'acier apparaissent en conséquence du fait que le retrait du béton est partiellement empêché par les armatures. Une évaluation détaillée du comportement au jeune âge du BFUHP est donnée à la section 4.6.3. La méthode simplifiée du coefficient de vieillissement est adoptée ici pour mettre en évidence de façon plus intuitive les implications du retrait du béton sur la fissuration. En s'appuyant sur le principe de superposition d'effets, propre à cette méthode, et représenté à la figure 4.8, on peut calculer le raccourcissement $\Delta \varepsilon$ d'un tirant armé du à une déformation de retrait ε_s . On écrit (figure 4.8) :

$$|F_{cs}| = |\varepsilon_{cs} \cdot E_c^* \cdot A_c| \tag{4.39}$$

$$\Delta \varepsilon = \frac{F_{cs}}{E_c^* \cdot A_c + E_s \cdot A_s} = \varepsilon_{cs} \cdot \frac{E_c^* \cdot A_c}{E_c^* \cdot A_c + E_s \cdot A_s} < 0 \tag{4.40}$$

où ε_{cs} est le retrait libre du béton au temps t considéré et

$$E_c^* = \frac{E_c}{1 + \chi\varphi} \tag{4.41}$$



Fig. 4.8 : État de contraintes et déformations dans l'acier et dans le béton à cause du retrait du béton.

est le module d'élasticité du béton, réduit pour tenir compte du fluage en traction, $\chi \simeq 0.6$ est le coefficient de vieillissement et φ est le coefficient du fluage. Avec $\rho = A_s/A_c$ et $n^* = E_s/E_c^*$, on obtient :

$$\Delta \varepsilon = \left[\frac{\varepsilon_{cs}}{1 + \rho \cdot n^*}\right] \tag{4.42}$$

$$\varepsilon_{cs,res} = \varepsilon_{cs} - \Delta \varepsilon = \varepsilon_{cs} \cdot \left[1 - \frac{1}{1 + \rho \cdot n^*} \right] < 0$$
(4.43)

$$\sigma_{c,cs} = -\frac{E_c \cdot \varepsilon_{cs}}{1 + \chi \cdot \varphi} \cdot \left[1 - \frac{1}{1 + \rho \cdot n^*}\right] > 0 \tag{4.44}$$

$$\sigma_{s,cs} = E_s \cdot \frac{\varepsilon_{cs}}{1 + \rho \cdot n^*} < 0 \tag{4.45}$$

Pour l'analyse du comportement des tirants, nous définissons une déformation "fictive" ε_c^* , telle que :

$$\varepsilon_c^* = \varepsilon_c - \Delta \varepsilon - \varepsilon_{cs,res} \cdot \frac{E_c^*}{E_c} \tag{4.46}$$

Cette déformation est définie de sorte que la fonction $\sigma_c(\varepsilon_c^*)$ coïncide avec la loi contrainte-déformation nominale du béton (figure 4.9). Dans les sections à comportement homogène (figure 4.6) :

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c^* + \Delta \varepsilon + \varepsilon_{cs,res} \cdot \frac{E_c^*}{E_c} \tag{4.47}$$

Après fissuration, la relation cinématique entre glissement et déformations peut être exprimée en fonction de ε_c^* :

$$\delta(x_{i+1}) = \delta(x_i) + \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[\varepsilon_s - \varepsilon_c\right] dx = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \left[\varepsilon_s - \varepsilon_c^*\right] dx + \left[\Delta\varepsilon + \varepsilon_{cs,res} \cdot \frac{E_c^*}{E_c}\right] \cdot (x_{i+1} - x_i)$$
(4.48)

Le béton fissuré se décharge élastiquement et, pour $\sigma_c = 0$, le point (B) sur la figure 4.9 est atteint. Comme le montre la figure 4.9, un béton pour lequel le retrait à été partiellement

empêché pendant un certain temps ne développe plus la totalité du retrait libre ε_{cs} lorsque la condition d'entrave est enlevée. Une partie de l'effet du retrait libre, égale à (figure 4.9) :

$$\varepsilon_{cs,res} \cdot \left(1 - \frac{E_c^*}{E_c}\right) \tag{4.49}$$

a été en fait compensée par le fluage en traction du béton.



Fig. 4.9 : Contribution du retrait empêché à l'ouverture de fissure

4.2.3 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Le modèle numérique décrit à la section 4.2.2.5 a été principalement développé pour analyser le comportement des tirants en BFUHP. Dans ce paragraphe, néanmoins, une comparaison entre la prévision obtenue avec le modèle et des résultats expérimentaux de la littérature est présentée afin de démontrer le fonctionnement et la fiabilité des algorithmes développés. L'approche de calcul utilisée est celle décrite au paragraphe 4.2.2.3.

4.2.3.1 Essais de Farra et Jaccoud [Far93]

Trois tirants essayés par Farra et Jaccoud [Far93] sont considérés à titre d'exemple. Les tirants ont une longueur totale égale à 1150 mm, une longueur de la zone de mesure de 1000 mm et une section transversale carrée $(100 \times 100 \text{ mm}^2)$. Ils sont armés par une seule barre, dont le diamètre est variable selon les échantillons ($\phi_s = 10, 14, 20 \text{ mm pour } \rho = 0.79, 1.56$ et 3.24 %). Les valeurs de f_c , E_c et f_{ct} mesurées par Farra pour cette série de tirants sont en bon accord avec les valeurs obtenues en appliquant le Code Modèle FIB : le comportement après fissuration en traction a été donc modélisé selon les indications du Code Modèle FIB [MC90] pour un béton avec la résistance à la compression mesurée par [Far93]. Farra a effectué également des essais d'adhérence, mais il a utilisé des échantillons avec ancrages longs et il a mesuré uniquement le glissement à l'extrémité non chargée de la barre : la réponse mesurée par Farra est beaucoup plus rigide que celle que l'on obtiendrait avec le Code Modèle. En outre, les résultats rapportés par Farra se limitent à des glissements inférieurs à 0.04 mm. La courbe proposée par le Code Modèle a donc été utilisée pour la modélisation : une dimension maximale des agrégats $d_a = 16$ mm selon rapport d'essais et de bonnes conditions d'adhérence ont été choisis. Selon le rapport d'essai, un retrait libre $\varepsilon_{cs} = 250 \ \mu m/m$ au moment des essais à été également utilisé pour la modélisation.



Fig. 4.10 : Simulation des essais de Farra et Jaccoud [Far93]

Les résultats de la modélisation sont montrés à la figure 4.10 pour les trois tirants. Pour chaque tirant, les courbes correspondent aux différentes phases de comportement sont données (figure 4.10-c). Pendant la phase de formation de fissures, la valeur exacte des forces correspondant à la séquence de formation des nouvelles fissures dépend de la variabilité statistique de f_{ctm} , qui n'est pas un paramètre du modèle. Les valeurs des forces qui correspondent aux points blancs sur la figure (figure 4.10-c) ont été fixées sur la base de valeurs mesurées. En alternative, une variabilité de f_{ctm} peut être admise.

Les distances moyennes entre fissures, calculée avec $1.5 \cdot s_{r,min}$, sont estimées de façon satisfaisante (figure 4.10-a et b). Dans le domaine de déformation considéré, le modèle prévoit la formation de fissures secondaires pour les tirants avec $\rho = 1.56$ et 3.24 %, alors qu'il ne la prévoit par dans le cas du tirant moins armé : ce comportement est confirmé pas les résultats des essais (figure 4.10-b).

4.2.3.2 Essais de Bishoff [Bis03]

Bishoff [Bis03] a étudié expérimentalement l'influence du retrait sur la fissuration. On considère ici deux tirants avec une longueur de mesure de 2000 mm et une section transversale carrée (250 x 250 mm). Les tirants sont renforcés avec 4 barres $\phi_s = 20 \text{ mm} (f_{sy} = 458 \text{ MPa})$. Le béton a une résistance à la compression d'environ 45 MPa, et les propriétés des matériaux pour la simulation du comportement sont admises selon les indications du Code Modèle pour un béton de cette résistance. La taille maximale des granulats a été admise égale à 32 mm. L'auteur a mesuré le retrait libre jusqu'au moment du test pour deux tirants : ces valeurs (135 μ m/m et 230 μ m/m) sont utilisées pour la simulation, avec $\chi = 0.7$ et $\varphi = 1$.



Fig. 4.11 : Simulation des essais de Bishoff [Bis03]

Les résultats de la simulation sont montrés à la figure 4.11. Seules les courbes obtenues avec modèle de fissuration stabilisée sont montrées. Les courbes grises ont été tracées en considérant le raccourcissement initial des tirants dû au retrait. Les courbes noires ont été tracées à partir de l'origine comme il a été fait par Bischoff. Le modèle permet de décrire deux aspects essentiels de l'influence du retrait sur la fissuration : la diminution de la force de première fissuration et le fait que les courbes grises convergent toutes sur la même courbe en phase de fissuration stabilisée.

4.3 Comportement expérimental des tirants en béton fibré et armé

Le but de cette section est de décrire le comportement des tirants armés réalisés avec du béton fibré à hautes performances. Le sujet est introduit par un état de l'art des observations expérimentales et théoriques proposés par d'autres auteurs qui ont étudié l'interaction entre armatures et béton fibré à hautes performances. Par la suite, les résultats principaux et les aspects spécifiques mis en évidence par une campagne d'essais effectuée à l'EPFL sur tirants en BFUHP armé sont présentés.

4.3.1 État de l'art sur les tirants armés en béton fibré à hautes performances

De nombreuses recherches théoriques et expérimentales ont été dédiées, avec des résultats similaires, à l'étude des effets des fibres sur le comportement des tirants ou des poutres armées réalisées en béton ordinaire ou à haute résistance [Esp93, Abr97, Van00, Nog00, Bis03, Tho06, Sch06]. Grâce aux fibres, la contribution après fissuration du béton tendu à la rigidité des éléments augmente (figure 4.12-b), alors que la distance entre fissures, et donc l'ouverture moyenne des fissures, diminuent (figure 4.12-c). Si l'action des fibres est efficace jusqu'à des ouvertures de fissure importantes, comme cela est par exemple le cas des fibres métalliques avec crochets, les fibres peuvent contribuer à la résistance du tirant pendant la plastification des armatures (figure 4.12-a) et, éventuellement, jusqu'à la ruine.



Fig. 4.12 : Effet des fibres sur la fissuration des éléments armés. a) et b) : comportement structurel de tirants armés et fibrés, adapté de [Nog00] ; "HSC_{REF}" = béton sans fibres. c) : relevé des fissures flexionnelles de poutres avec différents taux de fibres, adapté de [Van00]

Dans le cas des éléments réalisés en béton fibré à ultra-hautes performances, des aspects spécifiques apparaissent. L'étude de littérature présentée dans cette section ne considère pas les éléments en béton fibré ordinaire, mais se concentre sur les tirants réalisé avec des matériaux fibrés à hautes et ultra-hautes performances.

À cette fin, trois types de matériaux "à hautes performances" peuvent être distingués : des
bétons à résistance modérément haute ($f_c \simeq 60-80$ MPa), renforcés par des fibres polymères et caractérisés par un comportement durcissant très ductile en traction (paragraphes 4.3.1.1, 4.3.1.2); des bétons à haute et ultra-haute résistance ($f_c \simeq 130-160$ MPa) renforcés par une quantité de fibres insuffisante pour assurer un comportement pseudo-plastique (paragraphes 4.3.1.3 et 4.3.1.4); des BFUHP à comportement durcissant en traction (paragraphes 4.3.1.5, 4.3.1.6 et 4.3.1.7).

4.3.1.1 Observations expérimentales de Fischer et Li [Fis02] sur tirants en ECC armés

Fischer et Li [Fis02] sont les premiers auteurs qui soulignent les aspects spécifiques de la fissuration des tirants armés fabriqués avec un béton à comportement durcissant en traction. Ils utilisent le béton ECC (section 2.2.1, [Li03]) renforcé par 1.5 % en volume de fibres en polyéthylène ($f_c = 80$ MPa, $E_c = 45$ GPa, $f_{ctm} = 4.5$ MPa, $f_{ct} = 6.5$ MPa et $\varepsilon_{ct} = 4$ %). Les tirants sont armés par une barre ϕ_s 12 mm ($f_{sy} = 420$ MPa, $E_s = 210$ GPa, $\rho = 1.3 - 1.8$ %). La figure 4.13-a compare le comportement de tirants sans et avec fibres : le tirant en ECC fibré est plus rigide après fissuration et atteint une résistance plus grande que celle des armatures seules ; la force transmise par les tirants fibrés augmente de façon continue jusqu'à la rupture des barres.



Fig. 4.13 : Comportement structurel et schématisation de la fissuration pour les tirants décrits en [Fis02]

Les conclusions que Fischer et Li tirent des observations expérimentales peuvent être résumées ainsi : la distance entre fissures des éléments en ECC armé ne dépend pas de l'adhérence acier-béton, mais de l'action des fibres qui forcent la formation d'un réseau de micro-fissures avec une distance moyenne d'environ 10 mm. L'effort de traction est transmis au travers des fissures principalement par les fibres, et non par adhérence (figure 4.13-b) : les variations de contraintes le long de la barre sont modestes et la déformation de l'acier peut être considérée comme constante et égale à la moyenne du béton micro-fissuré. Le mécanisme d'ancrage par appui direct de bielles de compression inclinées sur les nervures des barres, typique pour un béton ordinaire en présence de glissement acier-béton importants, ne se manifeste pas pour un tirant en ECC armé. Il n'y a donc pas d'endommagement par poinçonnement local du béton à proximité des fissures ni par fissuration longitudinale de fendage.

Les conclusions proposées par Fischer et Li ne peuvent pas être appliquées sans réserve aux éléments en BFUHP armé. Premièrement, le béton ECC a un comportement durcissant en traction et une capacité en déformation beaucoup plus importants que ceux d'un BFUHP typique (ε_{ct} vaut environ 4% pour l'ECC, seulement 0.25% pour le BSI) : le béton est donc

en phase de comportement durcissant pendant la plastification des armatures et jusqu'à la rupture finale du tirant. Deuxièmement, la validité de la description physique proposée par [Fis02] dépend en partie du fait que le béton ECC a une matrice ordinaire et donc une adhérence acier-béton inférieure que celle d'un BFUHP typique. Pour un BFUHP, des contraintes d'adhérence importantes peuvent théoriquement se développer même en présence de micro-fissures.

4.3.1.2 Observations expérimentales d'Otsuka et al. [Ots03] et analyse de Fantilli et al. [Fan05, Fan07] sur tirants en béton fibré et armé

Otsuka et al. [Ots03] utilisent deux types de béton : un béton renforcé avec 1.5 % en volume de fibres en polyéthylène (PE) et un béton renforcé avec 1.0 % de fibres en PE et 0.5 % de cordes métalliques obtenues à partir de 5 fils métalliques torsadés longs de 32 mm. La matrice n'est pas à ultra-hautes performances. Le comportement en traction a une phase durcissante, plus évidente pour le matériau avec fibres métalliques. La fissuration est observée à la surface avec



Fig. 4.14 : Mise en évidence par rayon-X avec liquide de contraste de la fissuration d'un tirant en béton fibré et armé [Ots03]

un microscope et dans le volume de l'échantillon avec une technique de rayon-X avec injection de liquide de contraste (figure 4.14). Les résultats montrent une formation progressive de fissures avant et pendant la plastification des armatures. Les premières fissures ont leur origine au droit des nervures de la barre. Dans le béton renforcé par des fibres métalliques les fissures sont plutôt orthogonales à la direction de la barre et, même si elles sont très proches, elles occupent toute la section transversale (figure 4.14-a - 4.14-c). À l'état ultime, une zone de rupture fortement endommagée existe avec de nombreuses fissures transversales très proches (figure 4.14-e). Pour les tirants sans fibres métalliques, la fissuration est par contre similaire à celle d'un béton armé ordinaire, avec des fissures principales et des fissures secondaires coniques qui n'occupent pas toute la section [Got71].

Le comportement des tirants testés par Fischer et par Otsuka a été modélisé par Fantilli et al. [Fan05, Fan07]. Ces auteurs montrent que le comportement peut être modélisé par une approche homogène jusqu'à la rupture, si les fibres demeurent dans la phase de comportement durcissant (figure 4.15, [Fan05]). En outre, ils étudient théoriquement l'effet des fibres sur la forme d'une fissure. Pour un béton non fibré la fissure est moins ouverte à proximité de l'armature, alors que pour un béton fibré la fissure a une ouverture presque constante et pour un béton à comportement durcissant la fissure est plus ouverte à proximité de la barre qu'au bord de l'échantillon.



Fig. 4.15 : Résultats de la modélisation proposée par [Fan05] pour un tirant en béton fibré et armé

4.3.1.3 Observations de Shionaga [Shi06] sur tirants en B130 et B180 fibrés et armés

Shionaga [Shi06] compare le comportement de tirants fibrés (fibres métalliques droites, $\ell_f = 13 \text{ mm}, d_f = 0.16 \text{ mm}$) et non fibrés réalisés avec deux bétons à haute résistance ($f_c = 130 \text{ MPa}$ et $f_c = 180 \text{ MPa}$). Il varie le taux de fibres (0, 0.8 et 1.6 %) avec le même taux d'armature ($\phi_s = 10 \text{ mm}, A = 50 \times 50 \text{ mm}, \rho = 3.24 \%$).



Fig. 4.16 : Différente fissuration et comportement de tirants en béton armé et fibré en fonction du taux de fibres [Shi06]

Pour les tirants fibrés, de nouvelles fissures continuent à se créer entre les fissures existantes pendant toute la phase avant le pic (figure 4.16). Dès l'écoulement, la force dans le tirant diminue progressivement et la déformation se concentre dans une seule fissure. Les distances moyennes entre fissures valent environ 55, 22 et 14 mm pour ρ respectivement égal à 0, 0.8 et 1.6 %.

4.3.1.4 Observations de Leutbecher [Leu07] sur des tirants en béton armé à haute résistance et renforcé par différents taux de fibres

Leutbecher [Leu07] étudie l'influence du taux de fibres (0.9 - 2.5 %), du retrait et du type d'armature sur le comportement en service des tirants armés. La géométrie des échantillons est donnée à la figure 4.17. Le processus de fissuration est progressif et fortement affecté

par la variabilité statistique de la résistance le long de l'élément : des fissures se forment initialement à des positions aléatoires, mais d'autres fissures apparaissent ensuite entre les premières jusqu'à atteindre des distances entre fissures de 2 à 3 mm pour les taux de fibres les plus importants (figure 4.17-c). Cette multi-fissuration est atteinte même si le comportement du béton fibré n'est pas durcissant en traction. Leutbecher affirme que le comportement en service des tirants armés et fibrés ne peut pas être décrit correctement par une approche homogène, mais seulement en considérant la fissuration. Il effectue des mesures de retrait et propose un modèle de calcul capable de tenir compte de la formation progressive et aléatoire des fissures ainsi que de l'influence du retrait sur la loi $\sigma(w)$ en traction des fibres et sur la réponse structurale des tirants.



Fig. 4.17 : a) Géométrie des échantillons armés, b) comportement mesuré et modélisation pour trois taux de fibres différents, c) évolution de la distance entre fissures, adapté de [Leu07]

4.3.1.5 Observations de Jungwirth [Jung04a, Jung06] sur des tirants en BSI armé

Jungwirth [Jung04a] a effectué une série d'essais sur tirants en BSI avec un taux d'armature variable entre 1.8 et 5.2%. Il a également testé un élément précontraint avec 4 torons T15. Les résultats de ces essais montrent l'effet bénéfique des fibres et de la précontrainte sur la rigidité des éléments en service. La résistance ultime des tirants est plus grande que la résistance des armatures seules. La déformation se concentre précocement dans une seule fissure et la rupture est atteinte avec un allongement total très limité. Deux types de fissures sont mis en évidence : un réseau de micro-fissures, distantes de 10 à 15 mm et difficilement visibles à l'oeil nu, et d'autres fissures, plus nettes, distantes de 40 à 60 mm. Jungwirth [Jung06] associe le premier type de fissures à l'effet du comportement pseudo-plastique du BSI tendu et modélise la première partie de la réponse du tirant fissuré avec une approche de superposition homogène. Lorsque le comportement adoucissant en traction du BFUHP commence, Jungwirth propose de modéliser le comportement en admettant l'existence d'un réseau de fissures, qu'il appelle méso-fissures, dont la distance moyenne et le comportement sont contrôlés par l'adhérence armatures-béton. Il propose un modèle de calcul qui permet de prévoir le comportement avant pic ainsi que la rupture des tirants en BFUHP armés.

4.3.1.6 Observations de Sigrist et Rausch [Sig08] sur des tirants en BFUHP armé

Sigrist et Rausch [Sig08] effectuent des essais sur des tirants en BFUHP renforcé par 2.5% en volume de micro-fibres métalliques droites ($\ell_f = 9 \text{ mm}, d_f = 0.18 \text{ mm}$). Le système de mise en charge choisi se base sur la traction directe des barres d'armature et ne permet pas de mesurer correctement la résistance du tirant armé, la rupture se manifestant toujours dans la barre nue à l'ancrage. Du même que [Jung06], Sigrist et Rausch distinguent une phase de micro-fissuration, liée au comportement durcissant du BFUHP tendu, et une phase d'ouverture de fissures principales, qu'ils appellent macro-fissures (figure 4.18). À la différence de [Jung06], les auteurs n'admettent pas que les fissures principales forment un réseau régulier, mais ils postulent la présence de quelques fissures principales, dont une (la plus faible) est déterminante pour la résistance de l'élément. Ils proposent un modèle de calcul qui admet un comportement homogène dans la phase de micro-fissuration et qui analyse le problème de l'adhérence pour décrire le comportement de la fissure critique principale. Pour la modélisation du problème de l'adhérence, il est admis que le matériau micro-fissuré au dehors de la zone de rupture, où la barre qui traverse la fissure critique s'ancre, continue à se charger et à se déformer en suivant indéfiniment la branche durcissante de la loi bilinéaire du BFUHP tendu (figure 4.18 à droite).



Fig. 4.18 : Hypothèses pour la modélisation du comportement des macro-fissures et des zones microfissurées de tirants en BFUHP armé, selon [Sig08]

4.3.1.7 Observations de Oesterlee [Oes08] sur des tirants en BFUHP armés

Oesterlee [Oes08] a investigué l'effet du type d'acier ($f_{sy} = 360, 520, 560, 700$ MPa) et de la géométrie superficielle des barres d'armature (nervurées, lisses) sur la réponse de tirants en BFUHP armé et renforcé par 3-4% de fibres métalliques. Il a effectué de nombreux essais d'arrachement de barres d'armature et des essais sur tirants armés. Les résultats des essais montrent que tous les échantillons présentent une phase de micro-fissuration, suivie par la localisation de la rupture sur une seule fissure. Les éléments armés par des barres lisses permettent néanmoins d'atteindre une plus grande déformabilité à la rupture.

4.3.1.8 Conclusion sur l'état de l'art

L'étude bibliographique met en évidence trois approches différentes pour l'analyse des tirants en béton renforcés avec fibres et armatures. Les auteurs qui travaillent avec des matériaux à comportement fortement durcissant en traction admettent que la fissuration est contrôlée par les fibres, comme dans les éléments sans barres d'armatures. Ils modélisent le comportement, en service et à la rupture, avec une approche de simple superposition des contributions du béton fibré et de l'acier, en admettant que la déformation dans l'acier est constante et égale à la déformation moyenne du béton tendu et micro-fissuré.

Les auteurs qui travaillent avec des bétons à haute ou ultra-haute résistance et comportement adoucissant en traction indiquent que la fissuration est au contraire contrôlée par l'adhérence acier-béton, comme dans le cas d'un tirant armé en béton ordinaire. Les fibres influencent la distance entre fissures et favorisent la formation progressive de fissures entre les fissures existantes, jusqu'à atteindre des distances minimales entre fissures de quelques millimètres.

Le comportement des éléments en BFUHP se situe dans une condition intermédiaire. Un BFUHP typique a un comportement faiblement durcissant, ou pseudo-plastique. La fissuration en service est donc fortement influencée par l'effet des fibres, qui permettent la formation d'un réseau de micro-fissures très proches comme dans un tirant non armé. Cependant, tous les auteurs indiquent que la résistance ultime est atteinte en présence de fissures macroscopiques qui dominent le comportement local et dont la réponse doit être modélisée en tenant compte de l'adhérence entre armature et béton.

4.3.2 Essais effectués à l'EPFL

Dans le cadre de cette thèse, deux séries d'essais sur tirants en BFUHP armés ont été effectuées au sein du laboratoire de structures en béton de l'EPFL. Les résultats détaillés des essais effectués par l'auteur sont donnés dans l'Annexe C. Les résultats d'une autre série sont décrits en [Jung04a].



Fig. 4.19 : Géométrie des tirants testés à l'EPFL. Propriétés et résultats principaux pour six tirants réalisés en BFUHP BSI (Annexe C)

Les résultats expérimentaux obtenus sur six tirants réalisés en BFUHP BSI et renforcés par des armatures en acier $f_{sy} = 500$ MPa sont considérés dans ce chapitre [Red06]. Deux nuances différentes d'acier (acier étiré à froid et acier déformé à chaud) et deux taux d'armatures différents sont considérés (Annexe C). La figure 4.19 montre schématiquement la géométrie des échantillons et la position des armatures dans la section transversale. Le tableau dans la même figure résume les propriétés des tirants et les résultats principaux des essais : une partie des variables indiquées dans le tableau sont définies à la figure 4.23, alors que d'autres symboles seront décrits plus loin dans cette section. Les tirants T-S41 et T-R41 sont respectivement similaires aux tirants T-S42 et T-R42.

4.3.2.1 Réponse structurale globale

Une représentation schématique du comportement d'un tirant en BFUHP armé (figure 4.23) et une description détaillée des différentes phases de comportement sont données à la section 4.3.2.2.



Fig. 4.20 : Résultats des essais sur tirants en BFUHP. À gauche : armatures en acier ordinaire étiré à froid. À droite : armatures en acier ordinaire déformé à chaud

La figure 4.20 rassemble les courbes contrainte nominale-allongement moyen des six tirants considérés. La figure 4.21 compare la réponse de deux tirants (T-R41 et T-S42) à la réponse d'un tirant armé réalisé en béton fibré avec une résistance à la compression d'environ 90 MPa et armé avec 4 barres ϕ 16 mm. Dans la même figure, le comportement théorique de l'acier seul et du béton seul sont également montrés. Les courbes théoriques ont été calculées à partir du comportement mécanique mesuré pour l'acier (Annexe C) et pour le BFUHP (section 3.2.2, [Jung04]). L'effet de la longueur sur la fragilité après pic du BFUHP non armé est également montré sur la figure. Grâce à la résistance et à la ductilité en traction du BFUHP, sa contribution à la rigidité du tirant est importante avant et après fissuration. La résistance des tirants en BFUHP est plus grande que la résistance des armatures seules, mais elle est atteinte pour une déformation petite et environ égale à celle d'écoulement de l'acier. Après le pic, la force diminue et la déformation se concentre sur une seule fissure critique. L'état ultime est atteint par rupture séquentielle des barres d'armatures dans la section fissurée critique. À la rupture, la déformation moyenne des tirants en BFUHP armé est inférieure à 2% (tableau de la figure 4.19) et clairement plus petite que la déformation ultime de l'acier d'armature (6-15 %).

Le béton fibré ordinaire donne une contribution plus petite que le BFUHP à la rigidité du tirant. Comme pour les tirants en BFUHP, et à différence des tirants en béton ordinaire, la



Fig. 4.21 : Comparaison entre le comportement de deux tirants en BFUHP (a et b) et d'un tirant en béton fibré (c). Moitié supérieure de la figure : comportement avant plastification des armatures. Moitié inférieure : rupture

résistance maximale du tirant BFs est plus grande que la résistance des armatures seules. Cependant, la force n'atteint pas son maximum au début de la plastification des armatures, mais elle suit une évolution similaire à celle de la force transmise par les armatures. La résistance maximale est atteinte à la fin de la phase écrouissante de l'acier, en correspondance avec un allongement important et après que l'acier est plastifié sur de nombreuses fissures. La figure 4.22 compare la fissuration à la rupture pour les tirants T-S42 et BFs : le tirant en



Fig. 4.22 : Fissuration à la rupture pour (a) un tirant en BFUHP (T-S42) et (b) un tirant en béton fibré (BF-s, Annexe C)

BFUHP atteint la rupture avec l'ouverture d'une seule fissure, alors que le reste de l'échantillon se décharge. Pour le tirant en béton fibré, de nombreuses fissures s'ouvrent pendant la plastification des armatures. Cela contribue à donner à cet élément une déformabilité ultime beaucoup plus importante que celle de l'élément en BFUHP.

4.3.2.2 Fissurations et état de déformation locale pendant les différentes phases de comportement d'un tirant en BFUHP armé

Les mesures d'allongement local effectuées pendant les essais permettent de mettre en évidence des aspects spécifiques liés à la fissuration des éléments en BFUHP armés. Ces aspects sont discutés ici en se référant aux différentes phases de comportement d'un tirant en BFUHP armé, schématiquement montrées à la figure 4.23 et énumérées ci-dessous :

- I. avant pic, non fissuré
- II. avant pic : a) micro-fissuré, b) fissures à comportement adoucissant
- III après pic : a) ouverture d'une fissure critique, b) décharge du reste de l'éprouvette
- IV. rupture des armatures.

La rupture des barres peut être clairement appréciée sur la figure 4.20. Le comportement en phase élastique-linéaire ne diffère pas du cas des tirants en béton ordinaire. Les valeurs de rigidité axiale mesurées pour les tirants moins armés ($\rho = 3.2\%$) correspondent à la rigidité axiale théorique calculée avec $E_c = 60$ GPa et $E_s = 205$ GPa. Les tirants les plus armés ($\rho = 3.5\%$) montrent par contre une rigidité axiale inférieure aux attentes, presque égale à celle des tirants moins armés.



Fig. 4.23 : Représentation qualitative du comportement d'un tirant en BFUHP armé

Phase fissurée avant pic

D'un point de vue théorique, le BFUHP tendu manifeste deux phases distinctes de comportement fissuré avant-pic : une phase de micro-fissuration pseudo-plastique ou légèrement durcissante (II-a), suivie par une phase à comportement adoucissant (II-b). Si les propriétés mécaniques du matériau sont uniformes, la limite entre les deux phases est théoriquement atteinte en même temps sur tout le tirant, pour une déformation moyenne environ égale à ε_{ct} (figure 4.23). En outre, si le comportement est pseudo-plastique ou durcissant, la rigidité axiale $K_{mes} = \Delta F / \Delta \ell$ du tirant fissuré doit être égale ou supérieure à la rigidité axiale K_{th} des barres d'armature seules :

$$K_{th} = \frac{E_s \cdot A_s}{\ell_{mes}} \tag{4.50}$$

La figure 4.24 montre le comportement mesuré localement grâce aux jauges placées en différentes positions le long des tirants. Le comportement mesuré est comparé à la rigidité théorique des barres d'armature seules. La pente des courbes mesurées montre une grande variabilité parmi les différents tirants, mais aussi le long de chaque tirant. Cependant, la valeur moyenne de la rigidité des tirants est bien approximée par sa valeur théorique (figure 4.28-a).



Fig. 4.24 : Courbes contrainte nominale-allongement moyen local mesurées par différentes jauges pour six tirants en BFUHP et comparaison avec la rigidité de l'acier seul

Deux types de réponse locale peuvent être distingués (figure 4.25) : les courbes bilinéaires et avec une pente après fissuration de la matrice égale ou supérieure à la rigidité des armatures seules correspondent à des zones des tirants où le BFUHP a un comportement durcissant (b) ou pseudo-plastique (a). Les courbes qui ont une pente inférieure à la rigidité des armatures (c) et les courbes qui présentent un plateau à effort constant après la fissuration de la matrice (d) ne s'expliquent que si le béton n'a localement pas un comportement pseudo-plastique. Il est très important de souligner que des zones de ce dernier type sont présentes dans tous les tirants essayés.



Fig. 4.25 : Comparaison qualitative entre le comportement local mesuré sur les tirants et le comportement local du BFUHP

La figure 4.26 montre l'effet de la variabilité des propriétés mécaniques sur la définition des phases II-a et II-b. Dans le cas théorique d'un matériau à comportement uniforme (figure 4.26, "Matériau uniforme"), la transition entre phase II-a et phase II-b est représentée par un point. Si le rapport $\Delta \ell_{\varepsilon_{ctm}}/\Delta \ell_{\varepsilon_{sy}}$ est petit, le comportement avant pic est fortement influencé par la présence de fissures à comportement adoucissant : le cas limite dans ce sens correspond à celui d'un élément en béton fibré ordinaire, pour lequel $\varepsilon_{ctm} = \varepsilon_{ct}$ (figure 4.26, "Matériau uniforme", cas a). Si le rapport $\Delta \ell_{\varepsilon_{ctm}}/\Delta \ell_{\varepsilon_{sy}}$ est proche ou supérieur à l'unité, le comportement avant pic est contrôlé par la phase de micro-fissuration : le cas limite dans ce sens (figure 4.26, "Matériau uniforme", cas b) se manifeste pour des matériaux comme l'ECC



Fig. 4.26 : a) Importance relative de la phase de micro-fissuration et de la phase de fissuration avec comportement adoucissant sur le comportement d'un tirant en fonction de la relation entre ε_{ctm} et ε_{sy} . b) Superposition des deux phases en fonction de la variabilité du comportement en traction du matériau le long d'un élément

(section 4.3.1.1, [Ots03]).

Dans un cas plus général, les propriétés mécaniques du matériau présentent une certaine variabilité statistique (figure 4.26, "Variabilité des propriétés") : la phase II-a et la phase II-b sont donc partiellement superposées. Si la variabilité statistique des propriétés le long d'un tirant est très grande (figure 4.26, "Variabilité des propriétés", cas b), la zone de superposition peut occuper toute la phase avant pic. Les éléments testés à l'EPFL se situent dans ce cas : des fissures à comportement adoucissant existent dès la fissuration de la matrice (figures 4.24, 4.25). Cependant, le rapport $\Delta \ell_{\varepsilon_{ctm}} / \Delta \ell_{\varepsilon_{sy}}$ pour le BSI et pour un acier d'armature ordinaire est proche de l'unité.



Fig. 4.27 : a) Comparaison entre comportement à la décharge mesuré (tirant T-R42) et simulé en admettant l'hypothèse (b) pour le comportement à la décharge du BFUHP

Comportement à la décharge pendant la phase avant-pic

Des cycles de charge et décharge ont été effectués pour l'échantillon T-R42. La rigidité de la décharge peut être estimée de façon approchée (figure 4.27-a) en admettant la compatibilité des déformations entre acier et béton, une décharge avec pente élastique pour l'acier et une loi de comportement homogène $\sigma(\varepsilon)$ pour le béton micro-fissuré avec évolution de la pente de la décharge $E_{de}(\varepsilon_c)$ estimée avec la méthode du point-pivot (figure 4.27-b). La validité de cette approximation pour $E_{de}(\varepsilon_c)$ pendant la phase pseudo-plastique a été démontrée également dans le cas des éléments minces en BFUHP non armés et fléchis [Spa08].

Comportement après pic

Après le pic, la déformation se concentre dans une seule fissure et le reste de l'échantillon se décharge. Dans cette phase, l'allongement total du tirant dépend de sa longueur et vaut :

$$\Delta \ell = \Delta \ell_{pic} - \Delta \ell_{de} + \Delta w \tag{4.51}$$

où $\Delta \ell_{de}$ est le raccourcissement de la partie de tirant qui se décharge, $\Delta \ell_{pic}$ est l'allongement du tirant au pic et w est l'augmentation de l'ouverture de la fissure critique. Pour les éléments testés, le comportement à la décharge est pratiquement linéaire (Annexe C). La figure 4.28-b montre le rapport entre les valeurs mesurées de rigidité axiale à la décharge $K_{mes,de}$ et une valeur de référence $K_{th,de}$. La valeur de référence est calculée pour le point à la fin du plateau ($\varepsilon = \varepsilon_{ct}$) avec les mêmes hypothèses montrées à la figure 4.27. La dispersion des valeurs à la figure 4.28-b est plus grande que celle observée pour la rigidité avant pic (figure 4.28-a). Cependant, pour les tirants considérés, la valeur $K_{th,de}$ représente une estimation adéquate de la valeur moyenne de la rigidité axiale à la décharge. À la ruine, la contrainte dans les



Fig. 4.28 : Comparaison entre valeurs de rigidité axiale mesurées et valeurs théoriques

barres d'armature est connue et vaut f_{su} . La contrainte $\sigma_{fu,th}$ transmise par les fibres à la ruine est égale à la différence entre la force totale F_u à la rupture et la force théoriquement reprise par les barres $F_{su,th}$. L'ouverture de fissure à la ruine peut être indirectement estimée au moyen de $\sigma_{fu,th}$ et de la courbe $\sigma_f(w)$. Le rapport $F_u/F_{su,th}$ est très proche de l'unité pour tous les tirants : la contrainte $\sigma_{fu,th}$ est toujours inférieure à 0.5 N/mm², qui correspond à des ouvertures de fissures supérieures à 7.5 mm.

Mise en évidence de l'effet du retrait

Le comportement rhéologique du BFUHP n'a pas été mesuré dans le cadre de cette recherche. Cependant, l'effet du retrait peut être indirectement apprécié en observant le comportement



Fig. 4.29 : Mise en évidence du décalage entre le point d'écoulement de l'acier dans les tirants et pour l'acier nu. a) Tirant T-S81; b) tirants T-S41 et T-S42

des tirants armés avec acier déformé à chaud (figure 4.29) : pour ces tirants, le point qui correspond à l'écoulement de l'acier d'armature peut être graphiquement repéré de façon relativement aisée, et est décalé par rapport à la déformation d'écoulement nominale de l'acier. Ce décalage ne peut s'expliquer qu'en admettant qu'un état de compression est présent au début des essais dans l'acier d'armature.

Fissuration par fendage au droit des armatures

Pratiquement tous les échantillons ont montré une fissuration par fendage en correspondance avec la position des armatures et à proximité des fissures transversales principales (figure 4.30). La présence de ces fissures est indicative d'un état de traction tangentiel qui existe autour des barres d'armature à cause de l'introduction de l'effort d'adhérence. Cet aspect sera analysé en plus de détail à la section 4.5.1.



Fig. 4.30 : Fissuration par fendage longitudinal au droit des armatures, tirant T-S41

4.4 Étude des aspects spécifiques de la fissuration pour un tirant en BFUHP armé

Grâce aux observations tirées des essais et en s'appuyant sur l'outil de simulation numérique décrit à la section 4.2.2.5, il est possible de mettre en évidence les aspects spécifiques qui différencient la fissuration dans des éléments armés réalisés en béton ordinaire ou en BFUHP.

4.4.1 Calcul de la distance entre fissures pour divers types de béton

Dans un tirant en béton armé ordinaire, la distance minimale entre fissures pendant la phase de formation des fissures, $s_{r,min}$, peut être estimée sur la base d'un critère mécanique simple (section 4.2.2.3 et figure 4.31). Elle est en fait théoriquement égale à la valeur de la longueur d'introduction ℓ_{intr} au moment où la force dans le tirant atteint de nouveau la force de première fissuration et $\sigma_{c,hom} = f_{ctm}$ (point C sur la figure 4.31)² :

$$s_{r,min} = \ell_{intr}|_{(\sigma_{c,hom} = f_{ctm})} \tag{4.52}$$



Fig. 4.31 : Comportement d'un tirant en béton armé ordinaire lors de la fissuration

Fantilli et al. [Fan99] ont montré par une analyse numérique que, si la contribution en traction du béton fissuré est considérée ($\sigma_f(w) \neq 0$), la force transmise par un tirant armé peut légèrement augmenter après la fissuration de la matrice, pour ensuite diminuer (ligne fine après le point A dans la figure 4.31). Fantilli et al. ont considéré des éléments en béton ordinaire, pour lesquels cette contribution est très petite et généralement négligeable. Dans le paragraphe 4.4.1.1, la même approche est étendue à des matériaux comme les bétons fibrés ou les BFUHP, qui ont un comportement $\sigma(w)$ moins fragile que le béton ordinaire. Les résultats obtenus donnent des informations importantes sur la façon dont on peut estimer la distance entre fissures pour des éléments en BFUHP. Cette section reprend et développe les résultats présentés dans [Red07].

4.4.1.1 Comparaison entre le comportement après fissuration d'un BO, un BF et un BFUHP

Soit un tirant en béton armé de géométrie connue (figure 4.32). Les comportements de l'acier d'armature ($E_s = 210$ GPa) et du béton non fissuré sont admis élastiques linéaires. Pour $\sigma_c = f_{ctm}$, une fissure isolée se produit dans le béton. Le comportement après fissuration du béton est complètement caractérisé par sa loi $\sigma(w)$ [Hil76]. Trois lois $\sigma(w)$ différentes et

(1 = 0)

²En réalité la force de deuxième fissuration peut être légèrement plus haute que F_{cr} , à cause de la variabilité statistique de la résistance à la traction du béton. Cela ne change pas la validité du critère pour la détermination de la distance minimale $s_{r,min}$



Fig. 4.32 : Courbes $\sigma(w)$ pour béton ordinaire, béton fibré et BFUHP. Avant pic $E_c = 33.5$ GPa pour BO et BF, $E_c = 60$ GPa pour le BFUHP.

représentatives du comportement typique d'un béton ordinaire (BO, [MC90]), d'un béton fibré ordinaire (BF) et d'un BFUHP (figure 4.32) sont considérées. La phase de micro-fissuration du BFUHP, qui correspond au cas limite de comportement adoucissant avec pente nulle, est négligée. Une loi d'adhérence $\tau(\delta)$ identique est admise pour tous les matériaux afin de focaliser l'attention sur l'effet de la courbe $\sigma(w)$. La loi $\tau(\delta)$ proposée en [MC90] pour un béton ordinaire ($f_c = 30$ MPa) en conditions de bonne adhérence et enrobage suffisant est utilisée. L'effet d'une variation de la loi $\tau(\delta)$ sera étudié par la suite.



Fig. 4.33 : Influence de la courbe $\sigma(w)$ sur le comportement après fissuration

La figure 4.33 montre les résultats de la simulation. Les diagrammes 4.33-a à c montrent

la variation de l'effort de traction dans le tirant F en fonction de l'ouverture de fissure w. Les diagrammes 4.33-d à f montrent l'évolution de la contrainte dans le béton de la section homogène $\sigma_{c,hom}$ en fonction de la longueur d'introduction ℓ_{intr} de l'effort.

Pour une mise en charge monotone, ℓ_{intr} augmente constamment si les matériaux ont un comportement élastique. Par contre, la valeur de $\sigma_{c,hom}$ évolue de façon affine à la force F. En accord avec l'approche présentée à la figure 4.31, la distance minimale théorique entre fissures peut être lue sur les diagrammes $\sigma_{c,hom}(\ell_{intr})$ aux points où $\sigma_{c,hom} = f_{ctm}$. Pour le béton ordinaire (figure 4.33-a et d), l'effort dans le tirant et la contrainte $\sigma_{c,hom}$ augmentent légèrement après fissuration [Fan99]. Cet effet est plus important pour les éléments fortement armés, mais demeure petit par rapport à la variabilité statistique de la résistance à la traction du matériau.

Pour le BFUHP (figure 4.33-c et f), le comportement est complètement différent. A cause de la pente très faible de la courbe $\sigma(w)$ et grâce à l'activation des armatures sur la fissure, la force dans le tirant et la contrainte $\sigma_{c,hom}$ augmentent de manière continue avec l'ouverture de fissure. Cela est vrai pour tous les taux d'armature, sauf pour le taux extrêmement faible ($\phi_s = 4 \text{ mm}, \rho_s = 0.2\%$) qui correspond à un tirant sous-armé. Comme il est évident en considérant la figure 4.33-f, la distance minimale entre fissures ne peut pas être estimée avec le même critère que celui utilisé pour le béton ordinaire. Pour le BF (figure 4.33-b et e), la situation est intermédiaire.



Fig. 4.34 : Effet de l'adhérence sur le comportement d'une fissure isolée dans un tirant armé en béton ordinaire. BO avec $\phi_s = 12 \text{ mm et } \rho_s = 1.8\%$

Les différences de comportement entre BO, BF et BFUHP dépendent de la pente de la courbe $\sigma(w)$ pour des petites ouvertures de fissure (figure 4.32). La valeur totale de l'énergie de fissuration G_F , égale à la surface couverte par la courbe contrainte-ouverture de fissure, n'a par contre pas une influence directe sur le comportement dans cette phase.

La qualité de l'adhérence acier-béton joue un rôle important, comme la figure 4.34 le montre pour le BO : si l'adhérence augmente (figure 4.34-a), le comportement après fissuration est moins fragile et la valeur théorique de $s_{r,min}$ diminue. L'adhérence est beaucoup plus forte pour un BFUHP que pour un BO (section 3.4) : la différence de comportement après fissuration entre un tirant en BO et un tirant en BFUHP est donc en réalité encore plus évidente que sur la figure 4.33, où la même adhérence a été admise pour tous les matériaux.

La rigidité de la partie ascendante de la courbe $\tau(\delta)$ influence également le comportement après-fissuration. La figure 4.35 montre l'influence de la valeur du glissement δ_1 au pic de τ (section 3.4) sur le comportement après fissuration, toutes autres conditions étant égales ($\tau_1 = 30$ MPa). La valeur $\delta_1 = 1$ mm est celle indiquée dans le [MC90] pour le béton ordinaire. La valeur $\delta_1 = 0.014$ mm représente, avec $\tau_1 = 30$ MPa, une bonne estimation de la rigidité de la courbe d'adhérence mesurée par [Jung04] pour le BSI.



Fig. 4.35 : Effet de l'adhérence sur le comportement d'une fissure isolée dans un tirant armé en béton ordinaire. BO avec $\phi_s = 12 \text{ mm et } \rho_s = 1.8\%$

4.4.1.2 Facteurs autres que l'adhérence qui influencent la distance minimale entre fissures

Dans les éléments de structures, la distance minimale entre fissures est influencée par des facteurs qui ne sont pas directement liés à l'adhérence entre armatures et béton. Ces facteurs sont énumérés dans cette section avec une discussion de leur importance dans le cas des éléments en BO armé et en BFUHP armé.

Éléments de structure en BO

Les facteurs suivants sont considérés :

- la variabilité statistique de la résistance à la traction;
- la non uniformité de l'état de contraintes dans le béton à proximité d'une fissure existante [Bro65, Bro65a, Got71];
- la présence d'armatures transversales.

L'effet de la variabilité statistique de f_{ctm} sur la distance minimale entre fissures peut être apprécié grâce aux diagrammes $\sigma_{c,hom}(\ell_{intr})$ de la figure 4.33-d et e : une valeur théoriquement plus grande est obtenue pour $s_{r,min}$ si le matériau où la deuxième fissure doit apparaitre a une résistance à la fissuration supérieure à celle la première fissure (une différence de 5% est considéré dans la figure 4.33, à titre d'exemple).



Fig. 4.36 : Influence de la géométrie sur la distance entre fissures, d'auprès [Bro65a]

Du fait que le béton à côté d'une fissure est complètement déchargé et que les contraintes d'adhérence transmises par les armatures nécessitent une certaine distance afin de se diffuser dans la totalité de la section transversale, l'état de contraintes dans le béton est localement non uniforme et des nouvelles fissures qui traversent toute l'aire de la section ne peuvent pas se former à proximité d'une fissure existante [Got71]. Cette distance dépend principalement de la géométrie de l'élément et de l'enrobage (figure 4.36, [Bro65a]).

Dans les éléments de structures en béton ordinaire, la position effective des fissures est très souvent influencée par la position des armatures transversales, dont la présence crée une discontinuité qui affaiblit la résistance à la fissuration de la section.

Éléments de structure en BFUHP

Variabilité statistique du comportement en traction

Si la variabilité statistique du comportement en traction est prise en compte, la distance minimale entre fissures peut être calculée pour un tirant en BFUHP avec la même approche que celle utilisée pour un béton ordinaire (figure 4.31 et équation 4.52). En admettant que la résistance à la fissuration d'une section particulièrement faible, $f_{ct,fiss}$, est inférieure à la résistance à la fissuration f_{ctm} du matériau voisin, la valeur de $s_{r,min}$ est théoriquement égale à la distance nécessaire pour transmettre au béton, par adhérence, une contrainte égale à la différence $f_{ctm} - f_{ct,fiss}$ (figure 4.37-a).



Fig. 4.37 : a) Variabilité de la résistance à la traction de la matrice ; b) comportement du béton tendu proposé par [Wal08] pour calculer la distance entre fissures ; c) diagrammes $\sigma_{c,hom}(\ell_{intr})$ obtenus avec le comportement "b", $\rho_s = 0.8$, 1.6, 3.2, 6.7% et une chute de contrainte de 1 MPa

Pour un BFUHP, la variabilité statistique du comportement $\sigma(w)$ après fissuration peut avoir le même effect. Walraven et al. [Wal08] ont récemment proposé de déterminer la distance entre fissures pour un BFUHP en admettant qu'une chute de contrainte de traction se produit lors de la fissuration de la matrice (figure 4.37-b). Pour le calcul de $s_{r,min}$, les deux cas a et b sur la figure 4.37 donnent des résultats similaires.

L'importance effective de la différence entre $f_{ct,fiss}$ et f_{ctm} sur la valeur de $s_{r,min}$ doit être évaluée au cas pas cas. La figure 4.37-c montre les diagrammes $\sigma_{c,hom}(\ell_{intr})$ obtenus avec une diminution de 1 MPa, le comportement en traction et la loi d'adhérence du BSI ($f_{ctm} = 9$ MPa, $E_c = 60$ GPa, sections 3.2.2.3 et 3.4.5.2). La valeur théorique de $s_{r,min}$ est variable entre 15 à 45 mm selon le taux d'armature. Cette distance, petite pour un béton ordinaire, est significative pour un BFUHP.

État de contraintes à proximité d'une fissure existante

Pour un BFUHP, l'état de traction à proximité d'une fissure existante est très uniforme grâce à la présence des fibres qui assurent une transmission de contraintes repartie sur toute la section transversale (figure 4.13-b, [Fis02]).

Si le béton a un comportement pseudo-plastique ou durcissant, ce sont les fibres qui forcent la formation de nouvelles fissures. Dans ce cas, la distance nécessaire pour la diffusion de l'effort transmis par les armatures n'influence pas la valeur théorique de $s_{r,min}$. Des situations intermédiaires existent si le béton fibré a un comportement adoucissant ou, pour un BFUHP, pour des grandes ouvertures de fissure. Dans ce cas, l'effort est transmis en partie par les armatures et en partie par les fibres, et l'état de contrainte à proximité des fissures résulte de la superposition des deux contributions.

Pour un élément en BFUHP, la distance minimale entre fissures est aussi limitée par la distance nécessaire pour que les fibres transmettent l'effort de traction au béton. Cette distance, égale à une fraction de la longueur des fibres, ne dépasse en tout cas pas quelques millimètres pour un BFUHP renforcé avec micro-fibres métalliques.

Position des armatures transversales

Dans un élément de structures en BFUHP, les armatures transversales ne sont généralement pas utilisées. En outre, l'espacement de ces armatures est plus grand que la distance entre les micro-fissures d'un BFUHP. L'échelle de la fissuration dans un BFUHP est telle que, en revanche, la distance et la position des nervures peuvent influencer la position des fissures, comme cela a été mis en évidence par [Ots03].

4.4.2 Définition du tension stiffening pour un béton fibré

Dans un tirant en béton armé ordinaire le béton ne participe pratiquement pas à la transmission des contraintes au travers d'une fissure. Cependant, la **rigidité** du tirant fissuré est plus importante que la rigidité des barres d'armature seules grâce à la contribution (*tension stiffening*) du béton tendu entre les fissures.



Fig. 4.38 : Effet du tension stiffening et de la contrainte transmise par les fibres sur le comportement de tirants armé réalisés en béton ordinaire, en béton fibré et en BFUHP

La déformation moyenne des armatures et du tirant

$$\Delta \ell / \ell = \varepsilon_{sm} \tag{4.53}$$

est plus petite que la déformation $\varepsilon_{s,0}(\sigma_{s,0})$ de la barre au droit de la fissure. Dans un diagramme force-allongement (figure 4.38 à gauche), cette différence est représentée graphiquement par la distance $\Delta \ell_{ts}$ mesurée sur l'axe des déplacements entre la courbe F- $\Delta \ell$ du tirant et celle des armatures seules.

Pour un tirant en béton fibré (figure 4.38 au centre) la distance entre la courbe $F-\Delta \ell$ du tirant et celle des armatures est généralement plus grande que pour un tirant en béton armé ordinaire (figure 4.12-b). L'effet structurel est similaire au cas d'un tirant non fibré, mais le phénomène est qualitativement différent. En admettant que les fibres n'influencent pas l'adhérence, l'effet de *tension stiffening* proprement dit ($\Delta \ell_{ts}$) diminue pour un tirant en béton fibré, car la distance entre fissures diminue à cause de la présence des fibres. Néanmoins, pour un état de contrainte $\sigma_{s,0}$ dans les armatures donné, les fibres peuvent encore transmettre une contrainte sur la fissure. Cette contribution du béton fibré à la **résistance** du tirant est représentée graphiquement par une translation de la courbe $F - \Delta \ell$ dans la direction de l'axe des forces F (figure 4.38 au centre).

Pour tous les types de béton, les deux contributions du béton (à la rigidité et à la résistance) participent au comportement du tirant. Le béton fibré représente un cas intermédiaire. Le béton ordinaire et le BFUHP représentent deux cas extrêmes. Pour le béton ordinaire, la contribution à la résistance est pratiquement nulle et la différence entre la courbe du tirant et la courbe des armatures est uniquement due au *tension stiffening*. Pour un tirant en BFUHP armé micro-fissuré (figure 4.38 à droite), l'adhérence joue un rôle moins important car elle agit sur des distances très courtes entre fissures. L'effet de *tension stiffening* proprement dit est donc fortement réduit : la différence entre la courbe du tirant et la courbe des armatures est presque entièrement due à la contribution des fibres à la résistance. Cet aspect sera quantifié de façon plus précise à la section 4.6.2.1.

4.4.3 Influence de la variabilité des propriétés mécaniques sur l'évolution de la fissuration

Pour un élément en béton ordinaire, la variabilité du comportement en traction influence la phase de formation des fissures mais n'a aucune influence sur les phases suivantes, quand la contribution du béton est nulle dans toutes les fissures. L'état de contrainte et de déformation entre deux fissures tend ainsi à atteindre rapidement une condition symétrique (figure 4.5-b) qui est conservée jusqu'à la rupture.

Pour un tirant en BF ou en BFUHP, le comportement de chaque fissure est différent à cause de la variabilité locale du nombre et de l'orientation des fibres : un comportement symétrique entre deux fissures voisines n'est donc pas toujours atteint. Si une asymétrie existe, on dira que la fissure la plus faible "domine" le comportement local. Dans ce cas, l'état de contrainte dans les armatures, l'ouverture de fissure et le glissement acier-béton sont plus grands pour la fissure dominante.

Lors de la plastification des armatures, le caractère dominant de la fissure la plus faible est favorisé : l'écoulement de l'acier est atteint plus rapidement dans la fissure faible, et cela entraîne une perte d'adhérence et le développement de glissements importants. Pour un élément en BFUHP micro-fissuré, le caractère dominant d'une fissure par rapport aux autres peut être également influencé par des facteurs très locaux tels que la position relative des nervures des armatures par rapport à la position des fissures, ou bien la qualité locale du matériau, qui influence l'adhérence.



Fig. 4.39 : Évolution de la fissuration en fonction de la différence de comportement entre fissures voisines

À cause de ces facteurs, il se peut qu'une situation de fissuration stabilisée ne soit pas atteinte dans un élément caractérisé par une grande variabilité du comportement local. Dans ce cas, la phase de formation des fissures n'est pas suivie par la phase de fissuration stabilisée, mais par une phase où le caractère dominant des fissures faibles se manifeste 4.39.

4.5 Adhérence dans les éléments de structure

Dans un élément de structure, l'adhérence entre béton et barres d'armature dépend de plusieurs facteurs, qui ne sont pas complètement mis en évidence par un essai d'arrachement de la barre d'armature. Les facteurs les plus influents sont décrits dans cette section. Des propositions pour la modélisation de l'adhérence dans les tirants testés à l'EPFL et de manière plus générale dans les éléments en BFUHP armés sont faites.

4.5.1 Effet de la fissuration radiale sur l'adhérence

Si l'épaisseur de l'enrobage est trop petite, l'adhérence est contrôlée par la résistance à la traction des anneaux tendus en béton. Les premières analyses quantitatives sur l'influence de l'épaisseur de l'enrobage sur l'adhérence ont été proposées par Tepfers [Tep79] sur la base des évidences expérimentales fournies par [Got71] et [Bro65]. Tepfers a proposé une schématisation à trois dimensions du problème (figure 4.40-a) et a modélisé le comportement des anneaux tendus en béton sur la base d'une analogie avec le comportement d'un tuyau épais soumis à une pression interne uniforme p (figure 4.40-c). Selon cette approche de modélisation, la contrainte d'adhérence τ est directement liée à la pression p par une relation du type (figure 4.40-b) :

$$\tau = p \cdot \tan \alpha \tag{4.54}$$

où α est l'angle entre les bielles comprimées et l'axe de la barre d'armature. L'approche de Tepfers néglige l'influence de la géométrie réelle des nervures ainsi que l'existence d'une contribution cohésive à l'adhérence, qui ne nécessite pas la mobilisation des efforts de traction dans les anneaux [Cai96]. Cependant, l'analogie proposée par Tepfers permet une compréhension intuitive et une modélisation simplifiée et efficace des aspects essentiels du phénomène, et a été successivement reprise et enrichie par de nombreux auteurs [Pli87, Nog95, den96, Gam98, Dup02].



Fig. 4.40 : Schématisation de [Tep79] du mécanisme d'adhérence et approches possibles de modélisation de l'état de contrainte tangentiel

Tepfers considère trois états possibles de contraintes dans l'anneau (figure 4.40-c) : élastique non fissuré (a), élastique fissuré parfaitement fragile (b) et plastique (e). Les cas (a) et (e) donnent les limites inférieure et supérieure de la résistance de l'anneau tendu. L'étude du deuxième cas montre que [Tep79], même si la contribution après fissuration du béton est nulle, la pression de confinement maximale n'est pas atteinte dans la condition (a), mais avec une certaine pénétration des fissures radiales. Dans les trois cas, la pression de confinement maximale p_{max} peut être exprimée analytiquement en fonction de la résistance à la traction du béton f_{ctm} et du rapport c/ϕ_s entre enrobage et diamètre de la barre. Dans le cas (a) la pression maximale est atteinte quand la contrainte tangentielle vaut f_{ctm} à $x_r = 0$ [Cor92] :

$$p_{max,a} = \frac{(\phi_s/2 + c)^2 - (\phi_s/2)^2}{(\phi_s/2 + c)^2 + (\phi_s/2)^2} \cdot f_{ctm}$$
(4.55)

Dans le cas (b) la pression maximale est atteinte avec une pénétration x_r de la fissure égale à $0.486 \cdot c$ et vaut [Tep79] :

$$p_{max,b} = \frac{c + \phi_s/2}{1.664 \cdot \phi_s} \cdot f_{ctm} \tag{4.56}$$

La solution plastique (e) est obtenue par simple équilibre :

$$p_{max,e} = \frac{c}{\phi_s/2} \cdot f_{ctm} \tag{4.57}$$

Si la contribution après pic du béton tendu est considérée (cas (c) et (d) à la figure 4.40-c), p_{max} se situe entre les valeurs $p_{max,b}$ et $p_{max,e}$. Cela présente un intérêt spécifique pour le béton fibré, où la contribution après fissuration des fibres permet, dans le cas de rupture par fissuration radiale, d'augmenter la valeur maximale de l'adhérence, la rigidité et la ductilité de la courbe $\tau(\delta)$ [Eze89, Har95, Cai04]. Dans le cas des BFUHP, ces effets devraient être encore plus remarquables, grâce à la ductilité du comportement pseudo-plastique en traction.

Des modèles capables de tenir compte de la contribution après fissuration du béton ont été proposés, entre autres, par [Nog95, den96, Ros92]. Balaguru, Gambarova et al. [Bal95] ont proposé un modèle élasto-plastique-fissuré (Cas (d) sur la figure 4.40-c) et démontré que, pour un matériau au comportement pseudo-plastique, p_{max} est pratiquement égale à la valeur issue d'un calcul plastique (type (e) sur la figure), en particulier si le rapport c/ϕ_s est petit (< 3).



Fig. 4.41 : Calcul de la pression maximale à l'intérieur d'un anneau en béton fissuré : a) lois $\sigma(w)$ considérées, avec $w_u = 0.1, 1, 10 \text{ mm}$; b) résultats du calcul. Pl. : plastique, El.F. : Élastique-fissuré, El. : Élastique

Un comportement pseudo-plastique du BSI peut ne pas se manifester à cause de la variabilité de distribution des fibres [Spa08], qui est fortement affectée par les modalités de bétonnage. Pour les tirants testés à l'EPFL, la mise en place du béton était influencée par la forme des échantillons et par la présence des armatures [Jung06]. Il n'est donc pas prudent admettre une efficacité tangentielle totale des fibres. Pour estimer la résistance à la fissuration de l'enrobage dans le BFUHP, nous utilisons donc plutôt un modèle élastique-fissuré du type (c). En outre, des variantes de la courbe contrainte-ouverture de fissures sont considérées afin d'investiguer l'effet d'un comportement après fissuration plus fragile. Sur la figure 4.41-a, la courbe de référence est celle définie à la section 3.2.2.2 pour le BFUHP, avec $f_{ct} = 9$ MPa et $w_u = 10$ mm. Deux courbes avec un comportement plus fragile sont obtenues pour $w_u = 1$ mm et $w_u = 0.1$ mm.

Afin de résoudre le problème, des hypothèses cinématiques sont nécessaires dans la zone fissurée. Les hypothèses introduites par [Big95] sont reprises et adaptées au cas présent :

- la partie non fissurée de l'anneau est modélisée selon la théorie élastique linéaire [Cor92];
- le critère de fissuration est donné par la condition de contrainte tangentielle égale à f_{ctm} ;
- dans la zone fissurée, l'allongement tangentiel total de chaque anneau est égal à la somme de l'ouverture de *n* fissures plus l'allongement du béton non fissuré, qui se décharge de manière élastique après fissuration;
- dans la zone fissurée, l'allongement tangentiel total de chaque anneau est égal à l'allongement tangentiel total du dernier anneau non fissuré [Big95];
- le nombre de fissures est une variable du problème.



Fig. 4.42 : a) Modélisation de l'évolution de la pression interne en fonction de l'épaisseur de la partie d'anneau fissurée. b) Résultats expérimentaux avec barres de 10 mm et enrobage variable [Leu07]

La figure 4.41-b présente l'évolution du rapport p_{max}/f_{ct} en fonction du rapport c/ϕ_s entre enrobage et diamètre de la barre. Dans la même figure, les courbes correspondantes aux équations 4.55, 4.56 et 4.57 sont données. La figure 4.42-a montre en outre l'évolution de pen fonction du niveau de propagation des fissures dans l'enrobage (figure 4.40) et du rapport c/ϕ_s . Les résultats montrent que :

- p_{max} est atteinte quand la fissure occupe toute l'épaisseur de l'enrobage (figure 4.42-a);
- pour la courbe $\sigma(w)$ typique d'un BFUHP, la différence entre p_{max} et la valeur plastique $p_{max,e}$ est très petite, même en absence de phase pseudo-plastique;
- pour un BFUHP et les rapports c/ϕ_s considérées, p_{max} est peu sensible au nombre de fissures³;

³Sur la figure 4.41-b, les points correspondants à $w_u = 10$ mm et n = 4 fissures n'ont pas été dessinés car ils se trouvent entre la courbe plastique et les points calculés pour n = 1, et ils coïncident pratiquement avec ces derniers.

- dans les cas avec $w_u = 1$ mm et $w_u = 0.1$ mm, l'influence du nombre des fissures augmente et p_{max} s'éloigne de la valeur plastique.

La figure 4.42 compare les valeurs calculées de p_{max} avec des résultats d'essais d'arrachement [Leu07]. La relation entre τ et p est donnée par l'équation 4.54. Sur la base de la figure 3.29-b, $\alpha = 45^{\circ}$ et $\tau = p$. Les courbes de la figure 4.42-b ont été mesurées pour un béton à comportement adoucissant en traction, f_{ctm} environ égale à 9 MPa et 1 % en volume de fibres métalliques avec une longueur de 9 mm. L'estimation de la contrainte d'adhérence maximale est satisfaisante dans les cas de rupture par fissuration radiale. Le modèle prévoit uniquement la résistance pour ce mode de rupture : la résistance à la rupture par arrachement (type f sur la figure 3.28 et courbe avec $c/\phi = 4.5$ sur la figure 4.42-b) est déterminante si l'épaisseur de l'enrobage est suffisante $(c/\phi_s > 3$ [Wei03]) et doit être déterminée par un essai.

Pour les tirants armés testés à l'EPFL, $f_{ct} = 10 \div 12$ MPa. Pour les tirants avec 4 barres d'armature $\phi_s = 16$ mm, l'enrobage est égal à 20 mm et on obtient :

$$\tau_{max} = p_{max,e} = \frac{2 \cdot (10 \div 12) \cdot 20}{16} = 25 \div 30 \text{MPa}$$
(4.58)

Pour les tirants avec 8 barres, la distance nette entre barres (30 mm) est déterminante pour le calcul de l'épaisseur de l'anneau de confinement. On a ainsi :

$$\tau_{max} = p_{max,e} = \frac{2 \cdot (10 \div 12) \cdot 30/2}{16} = 22.5 \div 27 \text{MPa}$$
(4.59)

L'épaisseur de l'enrobage peut influencer d'une manière importante la contrainte d'adhérence maximale τ_1 . Pour les éléments testés dans le cadre de cette thèse, cet effet se traduit par une réduction de τ_1 d'environ 50% par rapport à la valeur mesurée lors d'essais d'arrachement en conditions confinées ($\tau_1 \simeq 60$ MPa, section 3.4.5.2)

4.5.1.1 Modification de la courbe $\tau(\delta)$ en présence de fissuration radiale

Si l'adhérence est contrôlée par la propagation des fissures radiales, la forme de la courbe $\tau(\delta)$ change, notamment après le pic.



Fig. 4.43 : a) Changement de la courbe d'adhérence d'un béton ordinaire en présence de rupture par fissuration radiale [MC90]. b) Comparaison entre la courbe d'adhérence de deux bétons de différente résistance à la compression, en présence de rupture par fissuration radiale [Har04]



Fig. 4.44 : a) Effet du volume de fibres sur le comportement après pic de la loi d'adhérence en présence de fissuration radiale [Eze89]. b) Proposition de [Har95] pour modéliser la loi d'adhérence du béton ordinaire et fibré

Pour un béton ordinaire, la fissuration radiale influence l'adhérence si $c/\phi_s \leq 5$ [MC90] : dans ce cas, l'évolution de la loi d'adhérence en fonction du rapport c/ϕ_s est montrée à la figure 4.43-a. Un béton à plus haute résistance montre un comportement plus fragile qu'un béton ordinaire, à cause de la plus grande fragilité de la matrice (figure 4.43-b, [Har04]). L'ajout des fibres peut exercer un effet bénéfique sur la partie après pic de la loi d'adhérence. Ezeldin et Balaguru [Eze89] montrent que la ductilité après pic augmente en fonction du taux de fibres et que le saut de contraintes en correspondance du pic peut être pratiquement annulé grâce à l'ajout d'environ 1 % de fibres métalliques (figure 4.44-a). [Har95] obtient des résultats qualitativement similaires. Il propose la loi d'adhérence montrée à la figure 4.44-b : dans le cas de rupture par arrachement, l'ajout des fibres n'a aucun effet sur l'adhérence. En cas de rupture par fissuration radiale, l'effet positif des fibres se manifeste sur la ductilité après pic. Nous admettons que pour un BFUHP la ductilité en traction donnée par les fibres suffit à produire une transition progressive au pic. Il n'y a actuellement pas une quantité de données expérimentales suffisante pour tirer des indications définitives, mais les résultats des essais de [Leu07] semblent confirmer cette supposition (figure 4.42-b à titre d'exemple).



Fig. 4.45 : Loi d'adhérence proposée pour l'analyse des éléments en BFUHP. a) courbes complètes ; b) agrandissement de la phase initiale

Pour l'analyse du comportement structurel des éléments en BFUHP armés, les hypothèses suivantes sont admises (figure 4.45). La courbe $\tau(\delta)$ mesurée par [Jung04] est adoptée pour décrire le cas de rupture par arrachement, avec $\tau_1 = 60$ MPa. Si la fissuration radiale est déterminante, la contrainte d'adhérence maximale τ_1 est limitée à la valeur $\tau_1 = p_{max,e}$ issue d'un calcul plastique (équation 4.59, cas (e) à la figure 4.40) et avec l'hypothèse que $\alpha = 45^{\circ}$. La contrainte résiduelle τ_2 est réduite par le même facteur de réduction appliqué à τ_1 . Une diminution linéaire entre τ_1 et τ_2 est admise. τ_s est atteint pour un glissement égal à la distance entre nervures.

Ces hypothèses nécessitent, à l'heure actuelle, une validation expérimentale complète.

4.5.2 Effet de l'état de déformation des armatures

Lorsque les armatures sont soumises à un effort dans la direction axiale, elles subissent une déformation transversale par effet de Poisson, qui modifie l'état de contact avec le béton et influence l'adhérence :

$$\tau = \tau(\delta, \varepsilon_s) \tag{4.60}$$

Pour les barres lisses, l'adhérence est principalement due au frottement et est fortement influencée par les variations de diamètre de l'armature, déjà dans la phase élastique.

Pour les barres nervurées, l'adhérence est principalement donnée par l'ancrage mécanique réalisé par les nervures : l'influence de l'effet de Poisson sur l'adhérence est dans ce cas beaucoup moins importante que pour une barre lisse, car la réduction de la dimension transversale de la barre demeure faible par rapport à la hauteur des nervures. L'effet de ε_s sur l'adhérence peut être complètement négligé en phase élastique. Cependant, l'adhérence diminue significativement dès le début de la plastification de l'acier [Shi87a]. Les mécanismes de cette diminution ne sont à ce jour pas complètement clairs, mais peuvent être liés à la perte totale de la contribution résiduelle par frottement entre les nervures, ou bien au changement de la géométrie des nervures, plastifiées et fortement sollicitées par la concentration locale des efforts des bielles comprimées.



Fig. 4.46 : Représentation schématique de la loi d'adhérence proposée par [Shi87]

En s'appuyant sur des mesures détaillées de déformation locale le long de barres ancrées, [Shi87] et al. indiquent que la loi d'adhérence ne dépend pas de la position le long de la barre mais de l'état de déformation $\varepsilon_s(x)$ locale des armatures. Ils proposent pour $\tau(\delta, \varepsilon_s)$ une expression qui est le produit d'une loi monotone croissante en $\tau(\delta)$ et d'un facteur de réduction $g(\varepsilon_s)$ (figure 4.46) :

$$\tau(\delta,\varepsilon_s) = \tau(\delta, f_c, \phi_s, c) \cdot g(\varepsilon_s) = 0.73 \cdot f_c \cdot \left[\ln\left(1 + 5 \cdot \delta/\phi\right)\right]^3 \cdot \left[\frac{1}{1 + \varepsilon_s \cdot 10^5}\right]$$
(4.61)

Salem et Maekawa [Sal99] adaptent la loi proposée par [Shi87] pour inclure l'effet de la rupture par *splitting* : le même facteur de réduction $g(\varepsilon_s)$ proposé par Shima est utilisé. L'augmentation de $\tau(\delta)$ s'arrête à partir du glissement pour lequel la résistance au *splitting* est atteinte.

Huang et al. [Hua96] proposent une adaptation de la loi $\tau(\delta)$ du [MC90] pour le bétom à haute résistance en présence de plastification des armatures. La loi varie localement en fonction de l'état de déformation dans les armatures : si la barre est plastifiée, une courbe $\tau(\delta)$ différente s'applique pour chaque section de l'élément armé. Marti et al. [Mar98] proposent une définition très simple de la loi d'adhérence (section 4.2.2.4). L'adhérence est modélisée par une loi rigide plastique. L'effet de la plastification des armatures est pris en compte par une réduction de 50 % de la valeur constante de τ (figure 4.47-a).

$$\delta > \delta_y \quad \to \quad \tau = 0.5 \cdot \tau_{Max} \tag{4.62}$$

Pour le BFUHP, [Jung06] utilise la même approche mais avec une réduction de 75% de la contrainte maximale pour la phase de plastification (figure 4.47-a).



Fig. 4.47 : Comparaison entre les facteurs de réduction de l'adhérence dans la phase d'écoulement des armatures proposées par a) [Mar98] et [Jung06] et b) [Fer06a]

En analogie avec [Shi87], Fernández et Muttoni [Fer06a] proposent d'utiliser un coefficient de réduction de l'adhérence $K_b(\varepsilon_s)$ qui dépend uniquement de l'état de déformation des armatures (équation 4.27). L'expression analytique du facteur $K_b(\varepsilon_s)$ dépend de la loi choisie pour modéliser la relation $\tau(\delta)$. Pour $\tau = \tau_{Max} \cdot (\delta/\delta_{Max})^{1/3}$:

$$K_b(\varepsilon_s) = \left(\frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_s(x)}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon'_{sy}}\right) \cdot \left(\frac{\varepsilon'_{sy}}{\varepsilon_s(x)}\right)^{\alpha}$$
(4.63)

La valeur 0.5 est donnée par [Fer06a] pour le paramètre α . Avec $\alpha = 0$, le facteur K_b donne une diminution linéaire de τ entre la déformation ε'_{sy} et la déformation où l'adhérence s'annule, indiquée par ε_{bu} . Selon [Fer06a], la valeur de ε_{bu} est en relation avec la géométrie des nervures : une valeur comprise entre 6 et 12 % est indiquée dans l'article. Dans le cadre de cette recherche, la déformation ε_{bu} est admise égale à la déformation ultime de l'acier d'armature, ε_{su} (figure 4.47-b). La déformation ε_{sy} est égale à f_{sy}/E_s pour l'acier déformé à chaud, alors que pour l'acier étiré à froid une valeur plus petite que $f_{s,y0.2}$ (section 3.7) et correspondant à la déformation de déviation de la linéarité est utilisée.

4.5.3 Réduction locale de l'adhérence à proximité d'une fissure

À une certaine distance d'une section fissurée, la loi d'adhérence ne dépend pas de la position le long de la barre. À proximité d'une fissure, par contre, l'efficacité de l'adhérence est fortement réduite. Les premières nervures à côté d'une fissure s'appuient sur des anneaux de traction de diamètre réduit. En outre, la résistance au cisaillement du béton peut être localement dépassée et un phénomène de poinçonnement local peut se produire. Pour le béton ordinaire, le [MC90] propose un facteur de réduction $\lambda(x)$:

$$\lambda(x) = \frac{x}{5 \cdot \phi} \le 1 \tag{4.64}$$

qui s'applique à toutes les valeurs τ et δ de la loi d'adhérence ordinaire (section 3.4.3). Ce facteur a été défini pour tenir directement compte du phénomène de poinçonnement local et indirectement de la plastification locale des armatures [FIB00] et de l'efficacité réduite des anneaux de béton [Alv98]. Pour les éléments en BFUHP testés à l'EPFL, un endommagement significatif du béton à été observé après rupture sur une distance de seulement de 1-2 nervures des fissures. En outre, l'effet de la plastification des armatures est considéré de façon indépendante (section 4.5.2).

Nous proposons ainsi une approche de réduction de l'adhérence qui considère uniquement la taille réduite des anneaux de traction à proximité d'une fissure. En admettant $\alpha = 45$ degrés, le modèle montré à la figure 4.45 est utilisé. Pour les points qui se trouvent à une distance x de la fissure inférieure à c, néanmoins, la courbe $\tau(\delta)$ locale est obtenue en remplaçant la valeur de c par celle de x.

4.6 Modélisation du comportement des tirants en BFUHP

4.6.1 Typologies de réponses des tirants en BFUHP

En s'appuyant sur l'ensemble des observations expérimentales et théoriques décrites dans les sections précédentes, la figure 4.48 montre un tableau qui vise à résumer les réponses possibles que l'on peut observer pour un tirant armé jusqu'au pic de l'effort de traction.



Fig. 4.48 : Phases de comportement d'un tirant en BFUHP en fonction de l'uniformité des propriétés mécaniques et du type d'armature

Dans le tableau, le chemin B1-D1-E1 correspond aux phases de comportement traditionnelles d'un tirant en béton armé ordinaire. L'influence du comportement $\sigma(w)$ du béton sur le passage entre la phase non fissurée (A) et la phase (B) a été décrite dans la section 4.4.1 : si la force transmise par le tirant continue à augmenter lors de la fissuration, la distance entre fissures n'est pas contrôlée uniquement par l'adhérence armatures-béton. Dans le cas des éléments en BFUHP, la distance entre fissures est contrôlée par la présence des fibres et elle correspond à une fraction de la longueur des fibres. Cela entraîne la formation d'un réseau de fissures très proches (Cas B2).

Le comportement du matériau le long d'un élément en BFUHP est caractérisé par une va-

riabilité qui peut être très importante [Wue07] et qui influence l'évolution de la fissuration dans les phases C et D (section 4.4.3). Si le comportement du matériau est très uniforme le long du tirant, les micro-fissures peuvent continuer à s'ouvrir jusqu'au pic de la force (figure 4.48-C1). Si les propriétés mécaniques sont très dispersées, les fissures les plus faibles tendent à dominer le comportement local (figure 4.48-C2). Les essais effectués à l'EPFL montrent que des zones micro-fissurées à comportement relativement homogène coexistent le long d'un tirant avec quelques fissures à comportement nettement plus faible.

La plastification des armatures agit comme facteur favorisant le caractère dominant des fissures les plus faibles (section 4.4.3). Si la plastification intervient lorsque le comportement est encore localement peu homogène (par exemple, si des fissures à comportement adoucissant et des micro-fissures à comportement durcissant coexistent) les fissures les plus faibles gardent leur caractère dominant et la fissuration évolue vers la situation D3, puis vers la rupture. Dans le cas contraire, de nombreuses fissures "faibles" peuvent s'ouvrir avant que l'acier atteigne l'écoulement et, le cas échéant, produire un schéma de fissuration stabilisée lorsque les zones d'influence de fissures faibles mais similaires parviennent à interagir (figure 4.48-D2).

Dans le cas D1 (tirant en BO armé), la force maximale est égale à la force transmise par les armatures et elle est atteinte après que l'acier a plastifié et écroui dans toutes les fissures (figure 4.48-E1). Dans les cas D2 et D3, un maximum de l'effort dans le tirant est atteint lors de la plastification des armatures, si les fibres sont en phase adoucissante. Dans ce cas, la résistance du tirant est égale à la résistance de la fissure statistiquement la plus faible et la force au pic est égale à la somme de la contribution de l'acier et des fibres. La force diminue après le pic et une seule fissure continue à s'ouvrir (figure 4.48-E2). Cette phase de comportement sera analysée plus en détail à la section 4.6.4. Dans le cas D3, la fissure la plus faible est entourée par un matériau plus résistant. Dans les cas D1 et D2, la force maximale est par contre atteinte avec un schéma de fissuration symétrique.

Le comportement des tirants en BSI armés avec armatures ordinaires testés à l'EPFL suit le chemin B2 - C2 - D3 -E2. Dans les sections suivantes, on se concentrera sur l'étude du comportement dans ces régimes. L'étude des cas C1 et C2 est effectuée afin de vérifier si l'influence de l'adhérence armatures-béton sur le comportement structurel d'un élément micro-fissuré peut être négligée. L'effet de la présence de sections à comportement plus faible sur la réponse structurale dans cette phase est également discuté. Le cas D3-E2 est étudié pour déterminer quels paramètres influencent la résistance et la réponse après pic des tirants.

4.6.1.1 Choix de modélisation de l'adhérence

La loi $\tau(\delta)$ de base est celle définie à la section 3.4.5.2 en s'appuyant sur les mesures effectuées par [Jung04]. Des hypothèses en partie différentes sont admises pour la modélisation de l'adhérence pendant la phase de micro-fissuration (cas C1 et C2 de la figure 4.48) et à la rupture (cas D3-E2 de la figure 4.48).

L'étude du cas C est effectuée afin de mettre en évidence les différences qui existent entre une approche de calcul qui modélise le BFUHP en phase pseudo-plastique comme un matériau homogène et une approche qui considère la nature discrète des micro-fissures et l'effet de l'adhérence armatures-béton. Pour cela, nous avons intérêt à maximiser l'effet de l'adhérence. En outre, les ouvertures et les distances entre les fissures dans cette phase de comportement sont modestes et les armatures sont en phase élastique. L'adhérence est donc modélisée par la loi $\tau(\delta)$ de base et en négligeant les effets de réduction décrits dans la section 4.5.

Sur le chemin C2-D3-E2 identifié, le comportement ultime est dominé par l'ouverture d'une seule fissure. Au pic, les armatures atteignent la plastification sur toute la longueur du tirant

et des ouvertures de fissures importantes se produisent. L'adhérence se développe sur une longueur plus importante et par un mécanisme d'appui direct sur les nervures, qui est influencé par la formation de fissures radiales. Pour la modélisation de cette phase, la loi $\tau(\delta)$ de base est utilisée avec tous les facteurs de réduction décrits dans la section 4.5.

4.6.2 Modélisation du comportement d'un tirant en béton armé micro-fissuré

4.6.2.1 Comparaison entre approches de modélisation homogène et à fissures discrètes

Pour les tirants en BFUHP testés à l'EPFL, une partie importante de la réponse avant pic se produit pour des déformations qui correspondent, nominalement, à la phase de comportement pseudo-plastique du BFUHP.

Pendant cette phase, les tirants sont constellés de fissures. Plusieurs auteurs [Ots03, Jung06, Sig08] modélisent la réponse dans cette phase par une loi $\sigma(\varepsilon)$ moyenne pour le BFUHP micro-fissuré et en admettant que la déformation de l'acier d'armature est uniforme le long du tirant et égale à la déformation moyenne du BFUHP micro-fissuré. Avec cette approche, que l'on dénotera comme "Approche homogène", le comportement du tirant en phase micro-fissurée est calculé comme en phase élastique non fissurée (figure 4.49-a), y compris les effets du retrait. La possibilité de décrire le comportement moyen des tirants en BSI armés par cette approche a été montrée dans [Jung06, Red07].



Fig. 4.49 : Représentation schématique des approches de calcul possibles en phase pseudo-plastique : a) approche homogène, b) approche à fissures discrètes, c) contraintes dans le béton entre fissures selon l'approche à fissures discrètes

Cependant, des fissures discrètes existent effectivement dans le BFUHP pendant cette phase, et les armatures interagissent avec les fibres pour transmettre les efforts au travers des fissures et au béton non fissuré. Selon [Leu07], l'effet combiné des deux types de renforcement ne peut être décrit que si le béton est considéré comme un matériau micro-fissuré et si le problème de l'adhérence acier-béton est considéré. Cette approche de modélisation, que l'on appellera "à fissures discrètes", considère des tranches idéalisées d'épaisseur égale à la distance entre fissures (figure 4.49-b) : le béton au droit de la fissure est complètement déchargé, mais une contrainte de traction lui est progressivement transmise par l'effet conjoint des fibres et des armatures (figure 4.49-c).

En utilisant la méthode de calcul numérique décrite dans la section 4.2.2.5, les deux approches de modélisation (homogène et à fissures discrètes) peuvent être comparées. Puisque la force dans le tirant continue à augmenter après fissuration de la matrice, le modèle à fissures isolées ne peut pas être utilisé efficacement pour déterminer la distance minimale entre fissures (section 4.4.1). La distance entre fissures dépend de l'action des fibres et est égale à une fraction de la longueur des fibres. Dans les éléments armés, à cause de la contrainte de traction additionnelle qui est transmise au béton non fissuré par les armatures, la distance entre fissures doit en principe être plus petite ou, à la limite, égale à celle que l'on retrouve dans un élément en BFUHP non armé.

Le choix d'une distance très petite ne présente d'ailleurs pas d'utilité pour l'étude menée dans cette section : afin de comparer l'approche "homogène" et l'approche "à fissures discrètes", nous avons en fait intérêt à admettre une distance entre fissures plutôt grande, qui maximise les effets de l'adhérence et souligne les différences entres les deux approches. La distance entre



Fig. 4.50 : Comparaison entre les résultats obtenus avec le modèle homogène et le modèle à fissures discrètes : a) comportement des tirants; b) détail de la figure a, pour le tirant avec $\rho_s = 6.5\%$; c) contraintes dans l'acier à la fissure; d) cas qui considère le retrait du béton

fissures est donc admise égale à celle estimée pour un élément non armé : $s_r = 3/4 \cdot \ell_f = 15$ mm. Le comportement du BFUHP est alternativement décrit par les lois $\sigma(\varepsilon)$ et $\sigma(w)$, équivalentes entre elles selon l'approche décrite dans la section 3.2.2.4. Pour l'approche à fissures discrètes, la transmission de l'effort des fibres au béton est modélisée avec les mêmes hypothèses que celles utilisées pour les tirants non armés (section 3.2.2.4). L'adhérence est modélisée selon les choix décrits au paragraphe 4.6.1.1, mais différentes valeurs de τ_1 seront considérées afin d'évaluer l'influence de l'adhérence sur les résultats de l'analyse.

La figure 4.50 compare le comportement modélisé par l'approche homogène (courbes grises épaisses, parfois difficilement visibles) avec l'approche à fissures discrètes (courbes noires). La différence en termes de comportement global est faible et ne change pas l'allure des courbes (figure 4.50-a) : pour les valeurs les plus petites de τ , il est à peine possible de distinguer les deux approches. Pour les cas considérés, la contrainte de traction dans le béton à mi-distance entre fissures n'atteint jamais la résistance à la traction du BFUHP : la distance entre fissures choisie ne doit donc pas être réduite.

D'un point de vue théorique, la différence entre approche homogène et approche à fissures discrètes est donnée par le fait que cette dernière considère l'effet de tension stiffening et conduit à une réponse légèrement plus rigide (voir également la figure 4.38). L'effet est plus marquant pour les taux d'armature les plus élevés. La figure 4.50-b montre un détail de la courbe avec $A_s/A_c = 6.5\%$. L'effet de tension stiffening augmente avec une augmentation de τ_1 , mais seulement jusqu'à $\tau_1 \simeq 30$ MPa. Pour les valeurs de glissement qui s'activent dans cette analyse ($\delta_0 = w/2 < 0.02$ mm à la fin de la phase pseudo-plastique) et en considérant la loi d'adhérence du BFUHP ($\delta_1 = 0.08$ mm, section 3.4), des contraintes d'adhérence plus importantes ne peuvent pas s'activer.

La figure 4.50-c montre l'évolution de la contrainte dans l'armature au droit de la fissure en fonction de la déformation moyenne du tirant. Dans un matériau micro-fissuré, la même contrainte est atteinte dans l'acier pour une déformation plus petite que celle qu'on attendrait sur la base d'un calcul homogène. Cette localisation de contraintes dans l'armature anticipe le moment où la plastification de l'acier est atteinte. Cet aspect peut affecter le comportement ultime du tirant, qui est influencé par la plastification des armatures.

4.6.2.2 Étude analytique de l'état de contraintes et déformation à la fin de la phase pseudo-plastique

Afin d'étudier de façon paramétrique les différences entre le modèle homogène et le modèle à fissures discrètes, un calcul analytique simplifié est effectué. Ce calcul considère uniquement la point qui correspond nominalement à la fin du plateau pseudo-plastique. L'ouverture de fissure vaut à ce moment w_{ct} (section 3.2.2.4). Le glissement vaut $\delta_0 = w_{ct}/2$ au droit de la fissure (x = 0) et il est nul à $x = s_r/2$. On peut écrire (équation 4.48) :

$$\frac{w_{ct}}{2} = \int_0^{s_r/2} \left[\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)\right] dx + \left[\Delta\varepsilon + \varepsilon_{cs,res} \cdot \frac{E_c^*}{E_c}\right] \cdot \frac{s_r}{2}$$
(4.65)

La contribution due au retrait sera négligée par la suite. Le problème de l'adhérence est simplifié en admettant une valeur τ_{moy} constante et égale à la valeur moyenne entre x = 0 en $x = s_r/2$. La distribution effective de $\delta(x)$ est négligée et la valeur moyenne de τ sur x est calculée directement par intégration de la fonction $\tau(\delta)$ entre $\delta = 0$ et $\delta = \delta_0$. Pour une loi comme celle donnée dans le [MC90], on obtient :

$$\delta_0 < \delta_1 \qquad \qquad \tau_{moy} = \frac{\int_0^{\delta_0} \tau d\delta}{\delta_0} = \frac{\tau_M}{\alpha + 1} \cdot \left(\frac{\delta_0}{\delta_1}\right)^{\alpha} \tag{4.66}$$

$$\delta_0 = \delta_1 \qquad \qquad \tau_{moy} = \frac{\tau_M}{\alpha + 1} \tag{4.67}$$

$$\delta_0 > \delta_1 \qquad \qquad \tau_{moy} = \frac{\tau_M}{\alpha + 1} \cdot \frac{\delta_1}{\delta_0} + \tau_M \cdot \frac{\delta_0 - \delta_1}{\delta_0} \tag{4.68}$$

En considérant $w_{ct} = 0.03675$ mm à la fin de la phase pseudo-plastique (section 3.2.2.4) et $\delta_1 = 0.08 \div 0.01$ mm pour le BFUHP (section 3.4.5.2), la condition 4.66 est déterminante. L'état de déformations et de contraintes dans le béton est nul à la fissure et augmente vers $s_r/2$ à cause de l'adhérence avec les armatures et à cause des fibres. L'intégrale de la déformation du béton entre 0 et $s_r/2$ correspond à la somme de l'aire gris clair et de l'aire gris foncé de la figure 4.49-c et vaut :

$$\int_0^{s_r/2} \varepsilon_c(x) \, dx = \frac{\sigma_f(w) \cdot s_r}{6 \cdot E_c} + \tau_{moy} \cdot \frac{\pi \cdot \phi \cdot s_r^2}{8 \cdot A_c \cdot E_c} \tag{4.69}$$

L'état de contraintes dans l'acier diminue linéairement à cause de l'adhérence. Si le comportement de l'acier est élastique linéaire et $\sigma_{s,0}$ est la contrainte dans l'acier au droit de la fissure :

$$\int_{0}^{s_{r}/2} \varepsilon_{s} \, dx = \frac{s_{r}}{E_{s}} \cdot \left(\frac{\sigma_{s0}}{2} - \frac{\tau_{moy} \cdot \pi \cdot \phi_{s}}{8 \cdot A_{s}} \cdot s_{r}\right) \tag{4.70}$$

Dans ce cas, σ_{s0} peut être explicitée en fonction de la seule inconnue w:

$$\sigma_{s,0} = \frac{\tau_{moy}[\delta(w)] \ s_r}{\phi} \cdot (1 + n \cdot \rho_s) + \frac{n \cdot \sigma(w)}{3} + \left(\frac{w}{s_r} - \varepsilon_{cs,add}\right) \cdot E_s \tag{4.71}$$

Si l'acier a un comportement non linéaire, la solution n'est plus explicite. En considérant un acier à comportement durcissant, on a par exemple (section 3.7) :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma}{E_s} + \left(\frac{\sigma}{k_c}\right)^{\alpha_{s1}} \tag{4.72}$$

$$\int_{0}^{s_{r}/2} \varepsilon_{s} dx = \frac{\sigma_{s0} \cdot s_{r}}{2 \cdot E_{s}} - \frac{\tau_{moy} \cdot s_{r}^{2}}{2 \cdot \phi_{s} \cdot E_{s}} - \frac{\phi_{s}}{4 \cdot \tau_{moy} \cdot k_{c}^{\alpha_{s1}} \cdot (\alpha_{s1} + 1)} \cdot \left[(\sigma_{s0} - 2 \cdot \tau_{moy} \cdot s_{r}/\phi_{s})^{\alpha_{s1} + 1} - (\sigma_{s0})^{\alpha_{s1} + 1} \right]$$
(4.73)

et σ_{s0} doit être calculée itérativement. La force transmise par le tirant à la fin de la phase pseudo plastique vaut en tout cas :

$$F = \sigma_{s,0} \cdot A_s + f_{ct} \cdot Ac \tag{4.74}$$

Tirant armé avec de l'acier d'armature ordinaire

La figure 4.51 montre les résultats de ce calcul pour un acier ordinaire (B500B) avec loi contrainte-déformation non linéaire (équations 4.72 et 4.73). Les valeurs de la force F dans le tirant et de la contrainte σ_{s0} dans l'acier au droit de la fissure ont été calculées par l'approche

homogène $(F_{hom}, \sigma_{s0,hom})$ et par l'approche à fissures discrètes (F_{discr}, σ_{s0}) . Les rapports entre les valeurs calculées par les deux approches sont donnés en fonction du taux d'armature $(\rho_s = 1 \div 8\%)$ et du diamètre des barres $(\phi_s = 4 \div 32 \text{ mm})$. Dans ce calcul paramétrique, si la contrainte en traction du le béton à mi-distance entre fissures dépasse la résistance à la traction du béton $(f_{ctm} = 9 \text{ MPa})$, la distance entre fissures est réduite de moitié et le point correspondant est indiqué par un cercle blanc sur les diagrammes.



Fig. 4.51 : Comparaison entre approches de modélisation homogène et fissurée pour la valeur de la force dans le tirant (a) et de la contrainte dans l'acier au droit de la fissure (b). Valeur calculées pour une ouverture de fissure qui correspond à la fin de la phase pseudo plastique



Fig. 4.52 : Comparaison entre approches de modélisation homogène et fissurée pour la valeur de la force dans le tirant (a) et de la contrainte dans l'acier au droit de la fissure (b). Valeur calculées pour une distance entre fissures réduite à 10 mm

La différence qui existe entre les résultats obtenus par un calcul homogène et par un calcul à fissures discrètes augmente avec le taux d'armature et est plus sévère pour les barres de diamètre plus petit, qui ont un rapport entre périmètre et aire plus grand et une adhérence plus efficace. La différence en termes de force dans le tirant est en tout inférieure à 10 % et inférieure à 5 % pour des barres de diamètre plus grand ou égal à 12 mm. D'un point de vue structurel, cette différence peut être négligée. La différence en termes de contraintes dans la barre d'armature est plus importante, pouvant atteindre environ 12% pour des barres de
très faible diamètre. En considérant une distance entre fissures de 10 mm (figure 4.52), les différences entre modèle fissuré et homogène diminuent significativement.

Tirant armé avec acier d'armature à haute résistance

Les résultats présentés aux figures 4.51 et 4.52 ont été obtenus avec un acier d'armature ordinaire, qui atteint la plastification pour une déformation proche de la fin du comportement pseudo-plastique du BFUHP. Ce cas est représentatif du comportement des tirants armés testés à l'EPFL. Avec le début de la plastification, la rigidité de l'acier diminue : l'augmentation des ouvertures de fissures est possible grâce aux déformations qui se développent dans l'acier sans variations de contraintes importantes. Cet effet est pris en compte dans l'analyse par le biais de l'équation 4.73. Si le comportement de l'acier est linéaire élastique pendant



Fig. 4.53 : Comparaison entre approches de modélisation homogène et fissurée pour la valeur de la force dans le tirant (a) et de la contrainte dans l'acier au droit de la fissure (b). Cas d'acier à haute résistance

toute la phase pseudo-plastique, la localisation des déformations a un effet plus direct sur la localisation des contraintes. Dans ce cas, la différence entre modèle homogène et modèle fissuré est plus importante. Cela est montré sur la figure 4.53, où les résultats obtenus pour un acier avec limite d'écoulement supérieure à 1000 MPa et pour deux valeurs de distance entre fissures ($s_r = 15 \text{ mm et } s_r = 10 \text{ mm}$) sont présentés.

4.6.2.3 Discussion sur les résultats du modèle

L'étude menée au paragraphe 4.6.2 considère pour le calcul dans le cas fissuré des conditions idéales, qui surestiment l'efficacité de l'adhérence. Cela afin d'évaluer l'écartement maximum par rapport au cas du comportement homogène.

Dans ce cas idéal, il a été montré que pour un acier ordinaire et un BFUHP avec $\varepsilon_{ct} = 0.25\%$ l'effet de l'adhérence sur le comportement global d'un tirant peut être négligé pendant la phase pseudo-plastique. Cependant, la localisation des contraintes dans la barre d'armature en anticipe la plastification au droit de la fissure : cet aspect peut avoir une influence sur le comportement ultime du tirant. Les valeurs obtenues dépendent en partie du fait que l'acier commence à se plastifier pendant la phase pseudo-plastique du béton. Pour un acier à haute résistance, qui a un comportement élastique pendant toute la phase pseudo-plastique du béton, l'effet de l'adhérence sur la force transmise par le tirant et sur la localisation des contraintes dans la barre est plus important. Ces effets peuvent être très importants pour des barres de très faible diamètre.

En réalité, de nombreux aspects peuvent réduire l'efficacité de l'adhérence. La distance entre fissures peut être inférieure à $3/4 \cdot s_r$ [Leu07]. En outre, les fissures n'ont généralement pas une géométrie nette comme dans la schématisation de la figure 4.49, mais plutôt l'allure représentée à la figure 3.9.

Il est important souligner qu'une incertitude très importante réside dans la façon dont l'adhérence armatures-béton est modélisée. Dans le cadre de cette analyse, et comme cela a été fait par d'autres auteurs [Leu07], l'adhérence acier-béton a été modélisée par une loi $\tau(\delta)$ mesurée lors d'un essai d'arrachement de barres. Cependant, les conditions que l'on retrouve dans un élément micro-fissuré sont différentes. La longueur d'introduction de l'effort ne vaut que quelques millimètres : l'ancrage qui peut effectivement se produire localement dépend de la position des nervures par rapport à la position des fissures, de même que de la qualité locale du béton durci. En outre, les efforts transmis par adhérence entre acier et béton n'ont pas la possibilité de se diffuser sur toute la section transversale, comme il est évident en observant l'élancement d'une tranche micro-fissurée (figure 4.49-b). Il est probable que l'aire de béton effectivement intéressée par l'interaction avec les armatures soit limitée à une zone réduite autour de la barre, le comportement dans la partie restante étant contrôlé uniquement par l'action des fibres.

Toutes ces conditions indiquent que, dans un élément micro-fissuré, l'adhérence peut être moins efficace que celle mesurée par un essai d'arrachement de barre. Le comportement réel se situe donc probablement entre les résultats du modèle micro-fissuré et les résultats du modèle homogène. Toutes autres conditions étant égales, l'utilisation d'un modèle homogène ne conduit qu'à une légère sous-estimation de la rigidité structurale : l'implémentation d'un modèle qui considère la fissuration du béton pendant la phase de comportement pseudoplastique ne semble donc pas indispensable.

En comparant les diagrammes de la figure 4.50 avec les courbes expérimentales de la figure 4.24, on remarquera enfin que la réponse structurale est influencée de façon plus significative par la variabilité locale du comportement du béton que par l'effet de l'adhérence acier-béton sur le comportement du béton micro-fissuré.

4.6.2.4 Effet d'un comportement adoucissant

Les fissures à comportement adoucissant apparaissent théoriquement à la fin de la phase pseudo-plastique. Comme les résultats des essais le montrent (figure 4.24), pour un matériau

comme le BSI des fissures de ce type existent dès la fissuration de la matrice.

La figure 4.54-a montre différentes lois contrainte-ouverture de fissure obtenues en annulant le plateau pseudo-plastique et en variant de façon importante l'ouverture de fissure ultime w_u de la courbe $\sigma(w)$ ($w_u = 10 \div 0.1$ mm). La figure 4.54-b montre la réponse de tirants, calculée par l'approche à fissures discrètes décrite aux paragraphes précédents, $s_r = 15$ mm et les lois $\sigma(w)$ modifiées.



Fig. 4.54 : Comparaison entre approche de modélisation fissurée et homogène dans le cas d'un comportement adoucissant en traction du béton. a) Variation de la courbe $\sigma(w)$; b) résultats de la modélisation

À titre de comparaison, la figure 4.54-b montre également des courbes de référence calculées avec une approche homogène. Pour les courbes de référence, le comportement $\sigma(\varepsilon)$ du béton dans la phase adoucissante est calculé comme pour un tirant fissuré de longueur égale à la distance entre micro-fissures.

Pour des éléments armés de manière similaire aux tirants testés à l'EPFL ($\rho = 3.2\%$), la réponse structurale avant pic est très similaire pour un béton à comportement pseudo-plastique et pour un béton qui a le même comportement $\sigma(w)$ en phase adoucissante mais qui n'a pas de plateau pseudo-plastique. Le même résultat a été obtenu par [Spa08] pour des éléments fléchis minces non armés. En outre, même si w_u et la pente de la courbe $\sigma(w)$ sont réduits à un dixième, le comportement demeure assez ductile. Exception faite pour le cas de comportement plus fragile ($w_u = 0.1 \text{ mm}$), la force dans le tirant continue d'augmenter après fissuration de la matrice, même en admettant que w_u et la pente de la courbe $\sigma(w)$ valent un vingtième de leur valeur nominale.

Si la loi $\sigma(w)$ nominale est connue, une approche simplifiée pour estimer le comportement avant pic consiste à admettre que la distance entre fissures est liée à la longueur des fibres $(s_r = 3/4 \cdot \ell_f$ est une limite supérieure) et que le comportement du béton tendu est décrit par la loi contrainte-déformation d'un tirant de longueur égale à la distance entre fissures. Cette approche néglige le *tension stiffening*, surestime la distance entre fissures et néglige le fait que le béton entre les fissures est dans un état de traction et de déformation plus important que dans le matériau non armé. La courbe obtenue sous-estime la rigidité réelle.

4.6.3 Modélisation de l'effet du retrait au jeune âge sur le comportement des tirants

L'approche de modélisation de l'effet du retrait sur le comportement des tirants armés décrite à la section 4.2.2.6 se base sur la méthode simplifiée du coefficient de vieillissement χ . Dans le cas du BFUHP, le retrait est principalement endogène et se développe avec une cinématique très rapide [Kam07]. Au jeune âge, le module d'élasticité du béton est plus bas, et le potentiel de fluage est plus élevé. Les coefficients de fluage φ et de vieillissement χ à appliquer pour une telle histoire de déformation imposée ne sont pas connus a priori.

Pour estimer l'effet du retrait au jeune âge sur l'état d'autocontraintes dans un tirant en BFUHP armé, une résolution numérique de l'équation générale du fluage est proposée. La déformation totale au temps t vaut :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{el}(t) + \varepsilon_{fl}(t) \tag{4.75}$$

où les indices "cs", "el" et "fl" représentent respectivement les contributions dues au retrait, élastique et de fluage. La déformation totale peut s'exprimer en forme générale :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \int_{t_1}^t J(t', t_1) d\sigma(t')$$
(4.76)

où $J(t, t_1)$ est la fonction de fluage spécifique qui représente la somme de la déformation élastique et de la déformation due au fluage qui se développent entre le temps t_1 et le temps tdans le béton à cause d'une contrainte unitaire appliquée à l'instant t'. Le temps est discrétisé en intervalles Δt . Pour chaque intervalle $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, il est admis que la variation de contraintes $\Delta \sigma(t_i)$ est appliquée au temps $0.5 \cdot (t_{i-1} + t_i)$. L'équation 4.76 peut être écrite sous forme discrète en mettant en évidence l'inconnue $\Delta \sigma(t_i)$.

$$\Delta \varepsilon(t_{i}) = [\varepsilon_{cs}(t_{i}) - \varepsilon_{cs}(t_{i-1})] + \sum_{i=1}^{i-1} \left[J(t_{i}, t_{j-1/2}) - J(t_{i-1}, t_{j-1/2}) \right] \cdot \Delta \sigma(t_{j}) + \left[J(t_{i}, t_{i-1/2}) - J(t_{i-1/2}, t_{i-1/2}) \right] \cdot \Delta \sigma(t_{i}) = \\ = \Delta \varepsilon_{cs}(t_{i}) + \mathbf{J} \cdot \underline{\Delta \sigma} + J(t_{i}, t_{i-1/2}) \cdot \Delta \sigma(t_{i})$$
(4.77)

Dans l'équation 4.77, la sommation a été remplacée de manière abrégée par la notation $\underline{\mathbf{J}} \cdot \underline{\Delta \sigma}$. Si l'évolution du retrait dans le temps et la fonction $J(t, t_1)$ sont connues, l'équation 4.77 a seulement deux inconnues : $\Delta \sigma(t_i)$ et $\Delta \varepsilon(t_i)$. Une autre équation est obtenue pour chaque pas de charge à partir de la condition d'équilibre du tirant armé :

$$\Delta\sigma(t_i) \cdot A_c + \Delta\sigma_s(t_i) \cdot A_s = 0 \quad \to \quad \Delta\sigma(t_i) + \Delta\varepsilon(t_i) \cdot E_s \cdot \rho_s = 0 \tag{4.78}$$

Pour chaque pas de calcul on peut donc résoudre le système de deux équations 4.77 et 4.78 et obtenir :

$$\Delta\sigma(t_i) = -\left[\frac{\Delta\varepsilon_{ct}(t_i) + \underline{\mathbf{J}} \cdot \underline{\Delta\sigma}}{1 + 1/(\rho_s \cdot E_s)}\right] \qquad \Delta\varepsilon(t_i) = -\frac{\Delta\sigma(t_i)}{\rho_s \cdot E_s} \tag{4.79}$$

Les fonctions qui contrôlent le comportement rhéologique du BFUHP sont issues de la littérature pour des matériaux similaires au BSI. L'expression analytique proposée pour le fluage spécifique en compression par les Recommandations Provisoires françaises sur les BFUHP ([AFGC02],[Lou96]) est applicable uniquement pour t > 2.65 jours. L'équation 4.80, indiquée dans [Kam07] pour les BFUHP et originairement proposée par [Baz96] est donc utilisée dans le cadre de cette analyse, avec A = 6. Dans le domaine temporel considéré pour cette analyse (0 à 100 jours) et avec les autres hypothèses décrites ci-dessous, cette équation donne des résultats similaires à celle proposée dans [AFGC02] (figure 4.55-d).



Fig. 4.55 : Données admises pour l'estimation approchée du comportement au jeune âge des tirants en BFUHP armé

L'évolution de $\varphi_{\infty}(t)$ indiquée par [Che01] pour le BFUHP Ductal sans traitement thermique est admise (figure 4.55-c). L'évolution du module d'élasticité est décrite par l'équation 4.81 (s = 0.2) [MC90] :

$$E_c(t) = E_{c,28} \cdot \sqrt{\exp\left\{s \cdot \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{0.5}\right]\right\}}$$
(4.81)

Le développement du retrait dans le temps est décrit par l'équation 4.82, proposée par [Gra06] pour le BFUHP Ductal. Dans les figures 4.55-a et b, les valeurs calculées pour $\varepsilon_{cs}(t)$ et $E_c(t)$ sont comparées aux valeurs mesurées par [Che01] pour le BFUHP Ductal sans traitement

thermique.

$$\varepsilon_{cs}(t) = \frac{t}{A+t} \cdot \varepsilon_{cs,\infty} \qquad A = 5.5$$

$$(4.82)$$

La figure 4.56 présente les résultats de l'analyse. L'évolution des déformations et des contraintes dans le temps est donnée pour des éléments armés et soumis à l'historique de $\varepsilon_{cs}(t)$ de la figure 4.55-a. Pour le béton, $E_{c,28} = 60$ GPa a été utilisé. Les résultats sont donnés en fonction du taux d'armature ρ_s (3.2, 6.4, 10 %) et de la valeur de $\varepsilon_{cs,\infty}$ (450, 550, 650 μ m/m).



Fig. 4.56 : Résultats de la modélisation des effets du retrait au jeune âge : développement de la déformation et de l'état de contraintes dans le béton en fonction du temps et pour trois valeurs de taux d'armature

Le raccourcissement des tirants à 60 jours vaut entre 360 et 428 μ m/m pour $\varepsilon_{cs,\infty}$ compris entre 550 et 650 μ m/m et $\rho_s = 3.2$ %, entre 285 et 336 μ m/m pour le même retrait libre total et $\rho_s = 6.4$ %. Dans le même cas, la contrainte de traction développée dans le béton à 60 jours vaut entre 2.37 et 2.80 MPa pour $\rho_s = 3.2$ %, entre 3.74 et 4.42 MPa pour $\rho_s = 6.4$ %.

Le BSI a un retrait total à temps infini égal à environ 750 μ m/m, dont environ 650 μ m/m de retrait endogène et environ 100 μ m/m de retrait de séchage. Les échantillons testés à l'EPFL ont été stockés dans l'eau entre le jour du décoffrage et 1 à 3 jours avant de l'essai. Dans ces conditions, le retrait de séchage n'a théoriquement pas pu se développer. Nous acceptons donc $\varepsilon_{cs,\infty} = 650 \ \mu$ m/m.

La figure 4.57 compare le comportement mesuré des tirants au comportement simulé en considérant l'effet du retrait. La valeur $f_{ctm} = f_{ct} = 11$ MPa est utilisée pour la résistance à la traction. Cette valeur est obtenue à partir de la résistance à la compression mesurée à l'âge des essais et en admettant que la résistance à la traction et la résistance à la compression évoluent dans le temps de façon affine. L'effet d'orientation des fibres dans un tirant armé, différente de l'orientation dans un échantillon de caractérisation mécanique, a été considéré selon les indications données dans [AFGC02]. Les courbes noires à ligne continue et épaisse de la figure 4.57 correspondent à un calcul où le fluage en traction du béton et l'évolution temporelle de $E_c(t)$ ont été négligés ($\varphi = 0, E_c = E_{c,28}$). Les courbes noires discontinues ont été par contre calculées en considérant le fluage du béton selon les résultats du calcul effectué dans ce paragraphe. L'effet du fluage en traction et de la variabilité du module d'élasticité sont visibles. Cependant, l'effet de la relaxation est sous-estimé pour certains tirants (T-R41, T-R42, T-S81).



Fig. 4.57 : Comparaison entre le comportement expérimental des tirants et les résultats des simulations qui admettent un comportement homogène et considèrent l'effet du retrait empêché

Cela peut s'expliquer par le fait que la relaxation a été modélisée en considérant le fluage spécifique indiqué par [AFGC02], qui est issu de mesures de fluage en compression. Dans le ces des tirants, le fluage agit en traction et est caractérisé par une évolution différente [Atr03, Kam07]. En outre, des conditions de fluage non linéaire en traction peuvent se développer au jeune âge [Kam07]. Finalement, la modélisation approchée présentée dans cette section ne considère pas l'effet des variations thermiques sur l'évolution de l'état de déformation du béton pendant les premières heures après la prise.

Des informations plus détaillées sont nécessaires afin de pouvoir prévoir de façon simple l'effet du retrait au jeune âge sur l'état de contraintes dans des éléments en BFUHP armés. Du point de vue expérimental, une méthode alternative est celle de mesurer directement le raccourcissement des éléments armés. Cela permet de déterminer l'état de contraintes dans les armatures et, par équilibre, dans le béton.

4.6.4 Comportement ultime de la zone de rupture d'un tirant en BFUHP armé

L'évolution de la fissuration pour un tirant en BFUHP dépend de nombreux aspects, résumés sur la figure 4.48 : la résistance du tirant peut être atteinte en présence de plusieurs fissures à comportement adoucissant et qui interagissent entre elles (figure 4.48-C1 ou D2), ou d'une fissure particulièrement faible entourée par du béton fissuré mais plus résistant (figure 4.48-D3). De toute façon, dans la phase après pic une seule fissure continue à s'ouvrir.

En considérant le comportement observé lors des essais, la modélisation se focalise dans cette section sur le cas où la rupture est contrôlée par une fissure particulièrement faible. Les hypothèses suivantes sont admises :

- a. la fissure critique a, par définition, une résistance inférieure à la valeur moyenne;
- b. le problème de l'adhérence pour la fissure critique est modélisé par l'approche de fissure isolée (section 4.2.2.2, figure 4.5-c);
- c. le matériau à proximité de la fissure critique, quoique fissuré, est considéré homogène et son comportement est décrit par une loi $\sigma(\varepsilon)$;
- d. les hypothèses a à c s'appliquent dans la zone de la fissure critique avant et après pic.



Fig. 4.58 : Fissure critique à comportement en traction plus faible que le matériau voisin

L'avantage principal de l'approche proposée est qu'elle utilise un seul modèle pour décrire le comportement avant et après pic. Des hypothèses additionnelles sont cependant nécessaires pour définir les propriétés de la "section faible" et la loi $\sigma(\varepsilon)$ à utiliser pour modéliser le comportement du béton dans la zone autour de cette section faible.

Comportement moyen et comportement de la section critique

La distinction entre le comportement de la section critique et le comportement moyen du reste du tirant devrait se faire sur la base de la distribution statistique du comportement en traction d'un BFUHP. À la connaissance de l'auteur, il n'existe pourtant pas dans la littérature de données suffisantes pour définir de façon rationnelle une telle distribution statistique qui, en outre, ne dépend pas seulement du matériau utilisé, mais également des modalités de mise en place. La dispersion statistique peut affecter les valeurs de f_{ctm} , f_{ct} , ε_{ct} ainsi que le type de réponse, durcissante ou adoucissante en traction [Wue07].

En s'appuyant sur les observations effectuées lors des essais (figures 4.24 et 4.25), il est raisonnable admettre pour les éléments testés que la section critique a un comportement <u>non</u> pseudo-plastique et une résistance $f_{ctm,fiss}$ inférieure au reste du matériau. Un comportement élastique-pseudo-plastique, puis adoucissant, est en revanche admis pour le reste du tirant (figure 4.58).

Modélisation de la zone à proximité de la fissure critique

Le béton autour de la fissure critique et tout le long du tirant est, en réalité, constellé de microfissures. Les limites du domaine d'intégration du problème de l'adhérence ne correspondent donc pas à une section fissurée et à une section à comportement homogène, comme pour un tirant en béton ordinaire, mais à deux section fissurées, dont une (critique) est moins résistante (figure 4.59).



Fig. 4.59 : Représentation schématique de l'évolution de l'état de déformation et de l'adhérence autour de la fissure critique

Une modélisation qui prend en compte la nature discrète de la fissuration dans la zone à proximité de la fissure critique serait particulièrement complexe à cause de la présence de plusieurs fissures sur le domaine d'intégration et du fait que la position de la deuxième limite du domaine d'intégration change au fur et à mesure que la fissure principale s'ouvre. Nous proposons donc de modéliser le béton micro-fissuré par une loi contrainte-déformation homogène. Dans ce cas, une limite du domaine d'intégration est donnée par une section homogène fictive (figure 4.58), sur laquelle la compatibilité des déformations ($\varepsilon_{s,hom} = \varepsilon_{c,hom}$) et la condition de glissement nul ($\delta_{hom} = 0$) sont recherchées comme dans le cas d'un tirant en béton armé ordinaire (section 4.2.2).

Pendant la phase de comportement pseudo-plastique ou durcissant, le comportement de la zone à proximité de la fissure critique est décrit par la loi $\sigma(\varepsilon)$ homogène du BFUHP (section 3.2.2.2). L'évolution de l'état de déformation et de contraintes dans la zone autour de la fissure au moment de la fissuration et pour trois niveaux d'ouverture de fissure est schématiquement montrée à la figure 4.60.

À la différence des éléments en béton armé ordinaire, dans le cas des éléments en BFUHP le comportement du béton à proximité de la fissure est non linéaire. Cela entraîne deux conséquences. Dès que la résistance f_{ctm} à la fissuration du béton est dépassée, la compatibilité des déformations dans la section homogène fictive est atteinte avec un saut de ε_c , dû au plateau pseudo-plastique. D'un point de vue physique, cette augmentation de déformation représente une mesure moyenne de l'ouverture d'une fissure locale ainsi que le fait que l'ancrage de la barre se produit dans un matériau micro-fissuré.

Deuxièmement, certains points de part et d'autre de la fissure subissent une augmentation initiale de leur état de sollicitation, suivie par une décharge avec pente réduite (pas numéro (3) pour la section kk de la figure 4.60). Dans le modèle, le comportement à la décharge est modélisé par l'approche présentée à la section 4.3.2.2, figure 4.27. L'endommagement et la fermeture incomplète des fissures sont ainsi introduits de façon équivalente grâce à la loi contrainte-déformation homogène. Dans l'algorithme de résolution du problème de l'adhérence, l'état de contraintes et de déformations local est enregistré en fonction de x pour



Fig. 4.60 : Évolution de l'état de contraintes et déformations à plusieurs endroits dans la zone de la fissure critique

chaque pas de calcul et est utilisé pour déterminer le comportement local au pas de calcul suivant.

Si la force dans le tirant continue à augmenter, la résistance f_{ct} est à un certain moment atteinte dans la section homogène fictive. À partir de ce moment, le comportement est adoucissant également sur la deuxième limite du domaine d'intégration. Ce comportement ne peut pas être modélisé par l'approche homogène. Nous proposons l'approximation suivante (figure 4.61) : un plateau à contrainte constante pour $\varepsilon \geq \varepsilon_c$ est utilisé à la place de la loi contrainte-ouverture de fissure. La fissure à comportement adoucissant est ainsi remplacée par une fissure à résistance constante. En adoptant cette approximation, l'erreur commise sur l'estimation de l'ouverture de fissure et de l'état de déformation dans les armatures est petite, si l'ouverture de la deuxième fissure demeure faible (Cas C2-D3 sur la figure 4.48).



Fig. 4.61 : Approximation admise pour modéliser l'état de déformation de la section homogène fictive dans la phase de comportement adoucissant

Dans le calcul numérique, une légère pente doit être attribué à la courbe $\sigma(\varepsilon)$ dans la phase pseudo-plastique afin de favoriser la convergence de l'algorithme de recherche de la section homogène fictive. Une pente d'environ 22 à 44 MPa, correspondant à une augmentation de contrainte de 0.05 à 0.1 MPa pendant la phase pseudo-plastique, est suffisante pour les cas considérés dans cette recherche.

4.6.4.1 Modélisation du comportement de la fissure critique pour les tirants testés à l'EPFL

Le modèle à fissure isolée présenté dans la section précédente est utilisé pour simuler le comportement de la zone de rupture des tirants testés à l'EPFL. Grâce aux mesures de déformation locales, le résultat de la modélisation peut être directement comparé au comportement mesuré localement par les jauges qui croisent la fissure critique.



Fig. 4.62 : Simulation du comportement de la zone de rupture des tirants en BFUHP armés La déformation moyenne mesurée sur la longueur de mesure ℓ_{mes} d'une jauge est comparée

à celle calculée par intégration des déformations de l'acier :

$$\varepsilon_{moy,mod} = \frac{\int_0^{\ell_{mes}/2} \varepsilon_s(x) dx}{\ell_{mes}/2} \tag{4.83}$$

Le retrait est modélisé par la méthode décrite à la section 4.6.3, $\varepsilon_{cs,\infty} = 650 \ \mu m/m$, $f_{ct,fiss} = 11$ MPa, $f_{ctm} = f_{ct} = 12$ MPa, $w_u = 10$ mm. L'adhérence est modélisée par la courbe donnée à la section 3.4.5.2 et les hypothèses décrites aux section 4.5.1 et 4.5.3 pour l'effet de l'enrobage et de la distance de la fissure. L'effet de la plastification de l'armature sur l'adhérence est simulé par un facteur $K(\varepsilon_s)$ linéaire (section 4.5.2). Les propriétés mécaniques mesurées lors des essais (Annexe C) sont utilisées pour modéliser le comportement de l'acier d'armature.

La figure 4.62 montre les résultats de la modélisation (x = 0 correspond à la section fissurée). Les courbes contrainte moyenne-déformation moyenne mesurées sur la zone de rupture sont en accord avec le comportement simulé. Cependant, la déformabilité ultime mesurée est systématiquement plus grande que celle prévue par le modèle. Cela peut s'expliquer par des contraintes d'adhérence encore plus faibles que celles prévues en tenant compte des facteur décrits aux sections 4.5.1 à section 4.5.2.

4.6.4.2 Rôle de l'adhérence sur le comportement ultime des tirants

La figure 4.63 montre les diagrammes des contraintes d'adhérence normalisées, τ/τ_1 , calculées pour différents pas de charge pour les tirants T-R41 et T-R42. À cause de la plastification des armatures, de la valeur réduite d'enrobage ($c/\phi_s = 1.25$) et de la proximité à la fissure, la valeur moyenne de l'adhérence dans la zone d'ancrage est nettement inférieure à la valeur maximale d'adhérence τ_1 mesurée par un essai d'arrachement de barre (section 3.4.5.2). Selon le modèle, le diagramme de contraintes τ a une forme triangulaire ou trapézoïdale, avec valeur maximale qui dépend de l'épaisseur de l'enrobage.



Fig. 4.63 : Distribution des contraintes d'adhérence, obtenue avec le modèle de calcul

Afin de montrer l'importance de l'adhérence sur le comportement de la fissure critique, un cas simplifié est considéré. La même géométrie et le même type d'acier des tirants T-R41 et T-R42 sont admis. La figure 4.64-a montre le comportement admis pour le béton tendu : afin de se concentrer sur le comportement au pic et après pic, nous admettons que la fissure critique commence à s'ouvrir à la fin du plateau pseudo-plastique. Dans cette analyse, l'effet d'une variation de l'adhérence est pris en compte en utilisant des lois d'adhérence avec τ_1

variable (Figure 4.64-b) qui ne dépendent ni de la position x ni de l'état de déformation des armatures.



Fig. 4.64 : Hypothèses admises pour (a) le comportement en traction du béton et pour (b) l'adhérence armatures-béton pour le calcul des courbes de la figure 4.65

La figure 4.65-a montre le comportement de la fissure critique calculé avec le modèle. La force dans le tirant est normalisée par la résistance ultime des armatures, comme dans la partie inférieure de la figure 4.62. Une résistance plus petite et une déformabilité plus importante sont atteintes si l'adhérence est faible. Si l'adhérence est modélisée avec $\tau_1 > 20$ MPa, la rupture est atteinte avec des ouvertures de fissure petites et pratiquement sans développer une phase après pic. D'un point de vue structurel, une valeur réduite de l'adhérence a donc un effet favorable sur le comportement ultime d'un tirant en BFUHP armé, car elle permet d'atteindre une certaine ductilité dans la phase après pic.



Fig. 4.65 : Modélisation de l'effet de l'adhérence sur le comportement ultime de la fissure critique. a) Variation de l'adhérence obtenue en utilisant différentes courbes $\tau(\delta)$; b) variation de l'adhérence due à l'épaisseur de l'enrobage et au facteur de réduction $\lambda(x)$ à proximité de la fissure

En comparant la figure 4.65-a avec les courbes $F/(A_s \cdot f_{su})(w)$ calculées pour les tirants de la série T-R4 (figure 4.62), nous pouvons observer que l'effet produit par les facteurs de réduction de l'adhérence utilisés pour la modélisation des tirants (figure 4.63) est équivalent à ce que l'on obtiendrait avec une contrainte d'adhérence moyenne très faible, qui vaut 2 à 5 MPa. Cela est dû au fait que la réduction locale de l'adhérence à proximité de la fissure, due au facteur $\lambda(x)$ et à la plastification des armatures, agit où les déformations dans l'acier sont plus grandes et a un effet plus important sur l'ouverture de la fissure.

La figure 4.65-b montre les résultats d'une analyse similaire à celle montrée à la figure 4.65-a, mais pour laquelle une loi $\tau(\delta)$ fixe est admise ($\tau_1 = 60$ MPa) et la réduction de l'adhérence est prise en compte par les effets de l'épaisseur de l'enrobage et du facteur $\lambda(x)$. Comme il est logique, une valeur faible de l'enrobage a un effet similaire à une forte réduction de τ_1 . Cependant, le résultat de la simulation ne varie pratiquement plus pour $c/\phi_s \ge 1$. Cela s'explique par le fait que, selon le modèle, l'adhérence à proximité de la fissure ne dépend pas de c, mais de la distance x de la fissure, et est donc constante pour différentes valeurs de l'enrobage. Pour les éléments en BFUHP, l'adhérence entre armatures et BFUHP est tellement forte que l'ancrage de la barre d'armature se produit pratiquement entièrement dans la zone en proximité de la fissure, où $\tau_1 = \tau_1(x)$.

Si le modèle proposé pour l'effet de l'enrobage et pour la réduction $\lambda(x)$ de l'adhérence à proximité de la fissure est physiquement correct, l'épaisseur a une influence limitée sur le comportement de la fissure critique car l'ancrage se développe sur une longueur réduite, où le comportement est contrôlé par le facteur $\lambda(x)$. Sur une distance de quelques centimètres seulement, les effets de réduction locale de l'adhérence jouent un rôle évidemment très important. L'éventualité d'une rupture par poinçonnement local du béton au droit de la fissure et l'effet de la position des nervures de la barre par rapport à la fissure n'ont pas été étudiées par manque de données, mais peuvent s'avérer déterminants.

Des essais supplémentaires et plus spécifiques qu'un essai d'arrachement simple sont nécessaires afin de distinguer et quantifier plus précisément les trois effets influençant l'adhérence entre armature et béton, montrés sur la figure 4.63 et de mettre en évidence d'autres effets éventuels qui n'ont pas été considérés dans l'analyse.

4.6.4.3 Le tirant en BFUHP armé comme tirant sous-armé

Puisque la force maximale transmise par un tirant en BFUHP armé est plus grande que la force maximale qui peut être reprise par les armatures seules, le tirant en BFUHP armé doit être considéré comme un tirant "sous armé" selon la définition donnée à la section 4.2 (figure 4.3).

Après le pic, la déformation se localise dans la zone à proximité de la fissure la plus faible. Le pic de la force transmise par le tirant, observé lors des essais, est dû au comportement $\sigma(w)$ adoucissant des fibres et à la plastification des armatures. Le pic et la diminution de force qui le suit sont la conséquence du fait que, à partir d'une certaine ouverture de fissure, la diminution de la force $\sigma(w) \cdot A_c$ transmise par les fibres est plus grande que l'augmentation de la force $\sigma_s(\varepsilon_s) \cdot A_s$ dans les armatures. La force maximale transmise par le tirant est définie par la condition différentielle $\partial F = 0$, qui s'applique à la section fissurée la plus faible et qui peut être écrite de la façon suivante :

$$\rho_s \cdot \partial \sigma_{s0} + \partial \sigma_c = 0 \tag{4.84}$$

$$\rho_s \cdot \frac{\partial \sigma_{s0}}{\partial \varepsilon_{s0}} \cdot \partial \varepsilon_{s0} + \frac{\partial \sigma_f}{\partial w} \cdot \partial w = 0 \tag{4.85}$$

$$\rho_s \cdot \frac{E(\varepsilon_{s0})}{H(w)} \cdot \frac{\partial \varepsilon_{s0}}{\partial w} + 1 = 0 \tag{4.86}$$

Selon l'équation 4.86, la condition de pic de la force dépend de la relation entre la déformation ε_{s0} de l'acier dans la fissure critique et l'ouverture w de la fissure critique. À cause de la non

linéarité de la loi $\sigma(w)$, du comportement de l'acier et de la loi d'adhérence, la condition 4.86 doit être trouvée numériquement, comme il a été décrit auparavant. Une résolution de type analytique nécessiterait des simplifications sur les lois décrivant les matériaux et l'adhérence (Section 4.2.2.4). L'état des connaissances expérimentales est à l'heure actuelle trop pauvre pour pouvoir proposer des simplifications de validité générale.

Comme le montrent les résultats expérimentaux, il est possible que la force transmise par un tirant commence à augmenter à nouveau après le pic, car la pente H(w) de la courbe $\sigma(w)$ diminue, mais le comportement de l'acier est encore durcissant. Cette phase, de même que le comportement autour du pic, dépendent très fortement du type de comportement durcissant de l'acier. Pour les échantillons testés à l'EPFL, la force ultime F_u atteinte dans la première fissure à la fin de la phase durcissante de l'acier était toujours inférieure à la force F_{pic} au pic. Par conséquent, aucune autre fissure ne s'est propagée après la première localisation.

D'autres fissures peuvent se propager si la condition suivante est vérifiée⁴ :

$$F_u \ge F_{pic} \tag{4.87}$$

$$f_{su} \cdot A_s + \sigma_f[w(\Delta \ell_u)] \cdot A_c \ge \sigma_{s0}[\varepsilon_{s0}(\Delta \ell_{pic})] \cdot A_s + \sigma_f[w(\Delta \ell_{pic})] \cdot A_c$$
(4.88)

$$\rho_s \ge \frac{\sigma_f[w(\Delta\ell_{pic})] - \sigma_f[w(\Delta\ell_u)]}{f_{su} - \sigma_{s0}[\varepsilon_{s0}(\Delta\ell_{pic})]} = \frac{\sigma_{f,pic} - \sigma_{f,u}}{f_{su} - \sigma_{s0,pic}}$$
(4.89)

D'un point de vue technologique et constructif, la condition 4.89 peut se produire si une des trois conditions suivantes est vérifiée :

a. $f_{su} \gg \sigma_{s0,pic}$ b. ρ_s plus grand

c.
$$\sigma_{f,mc} \simeq \sigma_{f,u}$$

Pour des éléments en BFUHP, la contrainte dans l'armature au pic est plus grande (acier sans plateau de plastification) ou égale (acier avec plateau de plastification) à la limite d'écoulement de l'acier. En général, $f_{su}/f_{sy} \simeq 1.1 \div 1.2$. Pour les éléments testés à l'EFPL, $\sigma_{f,u} \simeq 0$ et la contrainte de traction transmise par les fibres au pic est seulement peu plus petite que f_{ct} . La condition "b" donne donc :

$$\rho_s \ge \frac{f_{ct}}{(0.1 \div 0.2) \cdot f_{sy}} \tag{4.90}$$

Si $f_{ct} = 10$ MPa, $f_{sy} = 500$ MPa, on obtient $\rho_s \ge 10\%$, qui représente un taux d'armature très important. La condition "c" est satisfaite si les deux valeurs $\sigma_{f,pic}$ et $\sigma_{f,u}$ sont toutes les deux grandes, ou bien si elles sont toutes les deux petites. Pour que $\sigma_{f,u}$ soit grande, le matériau fibré devrait avoir une ductilité en traction très importante, difficilement atteignable avec du BFUHP. Sinon, la ruine doit se produire pour une ouverture de fissure petite, ce qui n'est pas compatible avec la recherche d'un comportement ductile.

En alternative, la valeur de $\sigma_{f,pic}$ devrait être petite. Une telle solution ne devrait pourtant pas influencer négativement l'efficacité des fibres en service. Une solution technologique intéressante serait atteinte par un matériau fibré caractérisé par une résistance en traction importante et presque constante pour des ouvertures de fissure petites, mais par une perte de capacité des fibres relativement brusque qui se manifeste avant de la plastification de l'acier.

⁴En réalité, la force de pic F_{pic}^{ii} d'une éventuelle deuxième fissure sera généralement supérieure à la force de pic F_{pic}^{i} de la première fissure : $F_{pic}^{ii} \ge F_{pic}^{i}$

4.6.5 Discussion sur la mesure et la modélisation de l'adhérence pour les éléments en BFUHP

L'adhérence est généralement décrite par une loi $\tau(\delta)$ mesurée avec des essais de *pull-out* (section 3.4). Cependant, l'adhérence est un phénomène 3D qui dépend de la position le long de la barre (section 4.5). Les essais de *pull-out* ne permettent pas de caractériser complètement l'adhérence. Cet aspect a été mis en évidence par d'autres chercheurs pour le BO [Tep79, Giu91, Cai04], mais il est encore plus significatif pour le BFUHP :

- pour éviter la plastification de la barre, les essais de *pull-out* sont effectués pour le BFUHP avec une longueur d'ancrage réduite à environ $2 \cdot \phi_s$ (section 3.4.5). Seulement $2 \div 4$ nervures sont actives pendant les essais et les résultats peuvent être fortement influencés par la géométrie et la position des nervures;
- dans les éléments de structures, la barre est ancrée dans un matériau tendu et fortement endommagé à cause de la micro-fissuration (section 4.3). Ces conditions diffèrent fortement de celles qui existent lors d'un essai de *pull-out*;
- en phase micro-fissurée les fissures ont une distance comparable à l'espacement des nervures. L'adhérence agit avec signé alterné sur des longueurs très petites et est influencée par la position des nervures. Lorsqu'une fissure particulièrement faible tend à dominer la réponse locale (section 4.4.3, figure 4.39), l'adhérence change localement de signe;
- les facteurs décrits aux sections 4.5.1 à 4.5.3 limitent l'adhérence. À l'exception de l'épaisseur de l'enrobage c, ces facteurs ne sont pourtant pas mis en évidence par un essai de *pull-out* standard.

Suite à toutes ces considérations, la possibilité d'utiliser une loi $\tau(\delta)$ mesurée par des essais de *pull-out* pour modéliser l'adhérence dans les éléments de structure en BFUHP doit être mise en question. Deux possibilités sont envisageables :

- poursuivre une approche de modélisation détaillée de la fissuration, qui se base sur la résolution du problème différentiel de l'adhérence, mais qui nécessite de quantifier et séparer les effets des différents facteurs de réduction de l'adhérence (épaisseur de l'enrobage, plastification des armatures, poinçonnement local, adhérence en conditions cycliques, etc...);
- abandonner une modélisation détaillée de l'adhérence et adopter des modèles d'ancrage simplifiés qui utilisent une valeur moyenne de l'adhérence mesurée dans des conditions structurales et mise en relation avec des paramètres structuraux.

La première approche nécessite le développement de dispositifs d'essais spécifiques, différents de l'essai de *pull-out* standard. La deuxième approche nécessite un nombre important d'essais sur éléments de structures, en variant les paramètres (type et géométrie des barres, enrobage, état de sollicitation dans l'élément, etc...) pour pouvoir tirer des indications moyennes à mettre en relation avec les paramètres structuraux. Dans les deux cas, l'approche de modélisation numérique développée dans le cadre de cette thèse peut être un support utile pour identifier les paramètres déterminants et réduire ainsi le nombre d'essais de laboratoire.

4.7 Conclusions

Le comportement des tirants en BFUHP armé a été étudié en suivant une approche expérimentale et théorique.

- 1. Un dispositif d'essais original a été développé, qui permet d'effectuer des essais de traction directe sur des éléments en BFUHP renforcés par des armatures ordinaires, avec une section transversale de 160×160 mm et une zone de mesure de 1 mètre de longueur.
- 2. Une série d'essais sur tirants en BFUHP armés a été effectuée, qui a permis de mettre en évidence les aspects principaux du comportement global et local de ces éléments :
 - la résistance et la ductilité en traction du BFUHP contribuent de manière importante à la rigidité et à la résistance des tirants;
 - la résistance des tirants testés est plus grande que la résistance des armatures seules et elle est atteinte au début de la plastification des armatures. Pour tous les tirants testés, la rupture se produit par localisation de la déformation sur une seule fissure critique et par rupture finale des armature au droit de cette fissure, après une phase de comportement structurel adoucissant. Cela confirme les observations expérimentales d'autres auteurs [Jung06];
 - après fissuration de la matrice, le comportement le long d'un tirant est caractérisé par une grande variabilité locale : dès la fissuration de la matrice, des zones où le BFUHP est en phase pseudo-plastique coexistent avec des fissures à comportement adoucissant;
 - à la rupture, tous les échantillons développent une fissuration longitudinale par fendage le long des armatures; l'ouverture de ces fissures est contrôlée par la présence des fibres.
- 3. Un modèle de résolution numérique du problème différentiel de l'adhérence a été implémenté et adapté à l'analyse du comportement des éléments en béton fibré. Le modèle permet d'implémenter des lois de comportement non linéaires complexes pour le béton, les armatures et l'adhérence. Il permet également de tenir en compte des effets d'un état d'autocontraintes, tel que le retrait du béton, sur la fissuration;
- 4. Des expressions ont été proposées pour tenir compte des différents facteurs qui peuvent influencer l'adhérence dans un élément de structure en BFUHP. L'effet positif des fibres sur la résistance à la fissuration par fendage a été démontré avec un modèle de calcul simplifié.
- 5. Le modèle de résolution du problème de l'adhérence a été utilisé pour comparer le comportement après fissuration de la matrice pour différents types de béton :
 - pour un matériau caractérisé par une pente initiale de la courbe contrainte-ouverture de fissure faible, la force transmise par le tirant après fissuration continue à augmenter. Dans ce cas, la distance minimale entre fissures ne peut pas être calculée avec la même approche que celle utilisée pour les éléments en béton armé ordinaire;
 - pour les tirants en BFUHP, la distance entre fissures est principalement contrôlée par la variabilité statistique de la résistance et par le mécanisme de transmission d'efforts des fibres.
- 6. Le modèle a été utilisé pour comparer deux approches alternatives de modélisation du comportement en service d'un tirant en BFUHP armé et micro-fissuré : une approche qui décrit le BFUHP micro-fissuré comme un matériau homogène et une approche, plus exigeante, qui considère la nature discrète des fissures et l'adhérence armature-béton.
 - les deux approches donnent des résultats pratiquement identiques vis-à-vis de la réponse globale du tirant;

- le comportement d'un tirant en BFUHP armé micro-fissuré peut être modélisé par une approche homogène;
- 7. Le modèle a été utilisé pour modéliser le comportement ultime de la fissure critique des tirants testés à l'EPFL
 - le modèle est capable de reproduire le comportement observé;
 - la longueur d'ancrage prévue par le modèle à la rupture vaut approximativement quelques dizaines de millimètres;
 - l'effet de la plastification des armatures et des facteurs de réduction locale de l'adhérence dominent dans ce cas le comportement de la zone de rupture;
 - la contrainte moyenne d'adhérence sur la zone d'ancrage à la rupture est nettement plus faible que la contrainte d'adhérence mesurée lors d'essais d'arrachement.
- 8. En s'appuyant sur les observations expérimentales effectuées lors des essais, sur l'état de connaissances du comportement des tirants armés et sur les résultats obtenus par le modèle théorique, les paramètres qui contrôlent la fissuration d'un tirant en béton armé et fibré ont été identifiés; la variabilité des propriétés mécaniques le long du tirant influence la fissuration et la manière dont le comportement d'un tirant peut être modélisé.

5 Comportement du béton confiné dans les éléments de structure comprimés

5.1 Introduction

L'utilisation de colonnes en béton à haute résistance permet d'économiser le matériau, de réduire les charges de poids propre et de maximiser le volume de construit exploitable pour l'utilisation [ACI94]. Ces avantages, ensemble avec une meilleure résistance au feu du béton par rapport à l'acier, a une grande importance dans la construction, par exemple des bâtiments de grande hauteur.

L'aspect le plus critique lié à l'utilisation du béton à haute résistance dans les éléments comprimés est la fragilité à la rupture qui caractérise son comportement [Raz94, ACI94, Fos01]. En outre, la sensibilité des éléments minces aux effets de second ordre augmente à cause de la réduction des sections transversales [Men00].

La ductilité et la résistance à la compression du béton peuvent être fortement améliorées si le béton est confiné transversalement [Con03, Ric28]. Alternativement, la ductilité du béton peut être augmentée grâce à l'ajout de fibres. Les BFUHP réunissent résistance, rigidité et une ductilité en traction et en compression supérieures aux autres sortes de bétons.

Il est donc intéressant d'étudier l'utilisation du BFUHP pour la construction de colonnes. Grâce aux très bonnes propriétés du BFUHP, son utilisation peut être étudiée sous différents points de vue :

- colonnes de conception traditionnelle, fabriquées en BFUHP à la place de BO;
- colonnes partiellement sans armatures (pas d'armatures transversales) ou totalement sans armatures ;
- utilisation de la résistance à la traction du BFUHP pour confiner le béton ordinaire.

Ce chapitre est constitué de la façon suivante : la section 5.2 présente un état de l'art sur l'utilisation de colonnes en béton à haute résistance et à ultra-haute résistance. L'état de l'art considère de manière séparée les colonnes armées avec des armatures longitudinales et des étriers et les colonnes mixtes constituées par un tube métallique rempli de béton. Cet état de l'art sert également d'introduction pour les sujets traités au chapitre 6. La section 5.3 présente un modèle pour décrire le comportement du béton confiné : les paramètres du modèle sont calibrés à partir des résultats de nombreux essais de la littérature sur le béton testé en conditions triaxiales. Dans la section 5.4, le modèle du comportement du béton confiné est utilisé pour simuler le comportement du béton confiné dans des éléments de structures. Pour cela, des hypothèses sont proposées pour décrire le comportement des éléments qui exercent l'effet de confinement, c'est-à-dire les étriers et le tube en acier. Finalement, le modèle est utilisé dans la section 5.5 pour étudier le cas spécifique d'une colonne hybride constituée par un noyau en béton ordinaire et par une couche mince d'enrobage en BFUHP. L'application de couches minces en BFUHP autour de colonnes en béton armé ordinaire est une solution qui a déjà été utilisée pour profiter de la grande résistance du BFUHP aux agressions environnementales et à l'abrasion et pour protéger des éléments existants en béton ordinaire. L'étude menée à la section 5.5 vise à déterminer si un effet structurel bénéfique peut être obtenu par l'interaction entre noyau confiné et couche tendue.

5.2 Colonnes armées en béton à haute et ultra-haute résistance

Les systèmes couramment utilisés pour obtenir un effet de confinement du béton dans les colonnes sont :

- confinement exercé par la cage d'armatures transversales (étriers ou spirales);
- colonnes constituées par un tube en acier rempli de béton;
- renforcement par des lamelles synthétiques externes collées.

Les deux premiers systèmes sont utilisés couramment pour la fabrication de nouveaux éléments. Le troisième est plutôt utilisé pour le renforcement d'éléments existants. Il s'agit dans tous les cas d'un confinement passif, dont l'efficacité dépend de la géométrie structurale et des propriétés mécaniques des éléments qui exercent le confinement.

5.2.1 Colonnes en béton armé confinées par des armatures transversales

Les indications de la littérature résumées dans cette section s'appuient principalement sur les études effectuées par Sheikh et ses collaborateurs [She80, She82, Sak89] et par Mander et ses collaborateurs [Man88, Man88a] pendant les années 80 pour le comportement des colonnes en béton ordinaire, les études effectuées par Razvi et Saatcioglu [Saa92, Raz99], par Paultre et ses collaborateurs [Cus94, Cus95, Cus96, Leg00, Pau01, Leg03], par Liu et Foster [Liu00] pour les colonnes en béton à haute résistance, les études effectuées par Foster et ses collaborateurs [Fos01, Fos01a, Fos01b], par Campione et al. [Cam02a] et la thèse de doctorat récente de Aoude07 [Aou07] pour les colonnes en béton fibré. Des études récentes sur colonnes en béton fibré à ultra-haute performance, rapportées par Empelmann [Emp08a] et par Kimura et al. [Kim07, Kim07a, Sug07], sont également discutées.

La possibilité d'augmenter la résistance et la ductilité des colonnes par des armatures transversales a été explorée pour la première fois par Considère au début des années 1900 [Con03]. Richart et al. [Ric28] ont démontré expérimentalement que l'effet de confinement des armatures transversales est similaire à l'effet d'une pression de confinement active.

L'efficacité structurale des colonnes armées dépend de la relation entre le comportement de la partie de colonne enrobée par les étriers, qui bénéficie du confinement et que l'on appellera "noyau" (A_{int}) , et le comportement de la partie externe aux étriers, dont la résistance peut être défavorablement influencée par la présence des armatures, et que l'on appellera "couche externe" $(A_{ext} = A_{tot} - A_{int})$. Les limites géométriques du noyau sont nominalement définies par la ligne d'axe des étriers $(d_0$ et a_o à la figure 5.1).

5.2.1.1 Comportement du noyau confiné

La pression transversale nominale qui agit sur le noyau peut être obtenue par simple équilibre des efforts qui agissent sur une coupe longitudinale de hauteur égale à l'espacement s entre étriers :

$$\sigma_{lat,nom} = \frac{\sigma_{sw} \cdot A_{sw,tot}}{a_0 \cdot s} \tag{5.1}$$

où σ_{sw} est la contrainte dans les armatures transversales, $A_{sw,tot} = n \cdot A_{sw,i}$, $A_{sw,i}$ est l'aire d'une barre transversale et n est le nombre équivalent de barres orthogonales mises en évidence par une coupe longitudinale sur la hauteur s (figure 5.1).

Dans le cas des éléments armés par des étriers ou par une spirale, la pression de confinement n'est pas appliquée de manière homogène sur le noyau interne. Les efforts de confinement, introduits localement au droit des étriers, se diffusent progressivement dans le béton. Le volume effectivement confiné, montré en gris foncé en figure 5.1, est donc inférieur au volume nominal du noyau [She82]. Deux approches existent pour tenir en compte de cet effet.



Fig. 5.1 : Colonnes confinées avec armatures transversales : définition des paramètres géométriques

Section confinée effective Cette approche a été proposée par Sheick et Uzumeri [She82]. La pression de confinement σ_{lat} est calculée avec l'équation 5.1, mais l'aire de la section qui bénéficie du confinement est réduite et correspond à l'aire A_{eff} mesurée à mi-distance entre nappes d'armatures transversales. Elle vaut :

$$A_{eff} = K_1' \cdot K_2' \cdot A_{int} \tag{5.2}$$

où les facteurs K'_1 et K'_2 mesurent la réduction de la surface effectivement confinée, respectivement dans le plan des armatures transversales (figure 5.1 à gauche) et dans l'axe de la colonne (figure 5.1 à droite). Ils sont calculés en admettant que les forces de confinement agissent aux points où les étriers sont fixés aux barres longitudinales et que la pression se diffuse selon des lignes paraboliques.

Pression de confinement effective Une approche alternative a été proposée par [Man88a]. L'aire confinée est admise égale à l'aire nominale (A_{int}) , mais la pression agissante est réduite à une valeur effective :

$$\sigma_{lat,eff} = K_1 \cdot K_2 \cdot \sigma_{lat} \tag{5.3}$$

Les facteurs K_1 et K_2 sont définis avec une approche similaire à celle de Sheikh. Différentes expressions sont données pour sections de forme différente, renforcées par des étriers ou par une spirale. Pour une section rectangulaire $(a \times b)$ avec étriers :

$$K_1 = \frac{1}{1 - \rho_{cc}} \cdot \left(1 - \sum_{i=1}^N \frac{x_{i,n}^2}{6 \cdot a_0 \cdot b_0} \right) \qquad K_2 = \left(1 - \frac{s_n}{2 \cdot a_0} \right) \cdot \left(1 - \frac{s_n}{2 \cdot b_0} \right) \tag{5.4}$$

117

où $\rho_{cc} = A_s/A_{int}$ et N est le nombre de barres longitudinales tenues par les étriers. Dans le cas d'une section carrée (figure 5.1-a, b) :

$$K_1 = \frac{1}{1 - \rho_{cc}} \cdot \left(1 - \sum_{i=1}^N \frac{x_{i,n}^2}{6 \cdot a_0^2} \right) \qquad K_2 = \left(1 - \frac{s_n}{2 \cdot a_0} \right)^2 \tag{5.5}$$

Pour une section ronde armée par des étriers :

$$K_1 = \frac{1}{1 - \rho_{cc}} \qquad K_2 = \left(1 - \frac{s_n}{2 \cdot d_0}\right)^2 \tag{5.6}$$

et pour une section ronde armée par une spirale :

$$K_1 = \frac{1}{1 - \rho_{cc}} \qquad K_2 = \left(1 - \frac{s_n}{2 \cdot d_0}\right) \tag{5.7}$$

Pour les étriers de forme carrée ou rectangulaire, l'efficacité du confinement dépend également du nombre et de la disposition des barres d'armature longitudinales, dont la présence augmente les points d'appui rigide pour les armatures transversales et la rigidité globale de la cage de confinement.

5.2.1.2 Éclatement de la couche d'enrobage

Lors des essais de compression, les colonnes en béton armé montrent systématiquement un éclatement progressif de l'enrobage, qui se termine par son détachement et la perte totale de sa capacité portante (figure 5.2). Ce phénomène peut se produire avant que la résistance à la compression nominale du béton de la couche soit atteinte et réduire la résistance de la colonne. Si la capacité portante du noyau confiné seul est inférieure à la capacité portante de l'enrobage, l'éclatement coïncide avec la rupture de l'élément.



Fig. 5.2 : Essai de flexion avec effort normal effectué dans le cadre de cette recherche sur une colonne en béton à haute résistance armée : éclatement complet de la couche d'enrobage.

L'éclatement de l'enrobage se manifeste pour tous les types de béton [Fos01], mais ses effets sont plus sévères pour les éléments fortement armés et pour les éléments réalisés en béton à haute résistance [Saa92, Raz99, Fos01, Cus95, Pau01]. Dans le cas du béton ordinaire, l'éclatement est un phénomène progressif qui se produit généralement après que le béton d'enrobage a atteint sa résistance à la compression et qui n'affecte pas de manière significative la résistance de l'élément [ACI94].

Les mécanismes à l'origine de l'éclatement de l'enrobage sont nombreux, et une explication définitive n'a pas encore été donnée. Selon [Fos01], pour que l'éclatement se produise, deux phénomènes doivent intervenir : la fissuration initiale à l'interface entre noyau et couche externe, qui les sépare physiquement et une poussée transversale qui permet l'éclatement



Fig. 5.3 : Mécanisme d'initiation de la fissuration dans la couche d'enrobage selon [Col93]

progressif et complet de la couche. Selon certains auteurs, l'éclatement est un phénomène brusque de flambage de la couche : [Pau96] propose de limiter la résistance du béton d'enrobage à la contrainte critique de flambage d'une plaque ; [Dha02] analyse l'éclatement comme un problème de stabilité énergétique d'un sous-système constitué par la couche d'enrobage, les étriers et les armatures longitudinales, qui tendent à flamber. L'augmentation de l'épaisseur de l'enrobage semble jouer un rôle favorable vis-à-vis de la résistance de la couche, confirmant l'hypothèse d'une rupture par instabilité.



Fig. 5.4 : Incompatibilité de déformations transversales entre couche d'enrobage ("cover") et noyau ("core") à l'origine de contraintes de traction transversale dans la couche externe; critère de rupture simplifié proposés par [Fos01]

La présence d'une quantité importante d'armatures influence négativement la résistance de l'enrobage. En phase élastique, le coefficient de Poisson de l'acier d'armature est plus grand que celui du béton : le gonflement de l'acier produit un état de traction transversal dans le béton qui peut le fissurer et en réduire la résistance à la compression. Cet effet est amplifié si l'acier plastifie avant que le béton atteigne sa résistance à la compression, comme dans les éléments en BHR armés avec une armature ordinaire. En outre, les armatures longitudinales tendent à se dérober latéralement lorsqu'elles sont comprimées en direction axiale [Thü59, Mut90, Mon92, Dha02, Bae05]. Cet effet dépend principalement du rapport entre la longueur libre de la barre (\simeq égale à la distance entre étriers) et le diamètre de la barre (section 3.7) et peut être minimisé par le choix de l'espacement entre étriers.

Selon [Col93], la fissuration à l'interface est une conséquence du retrait important du béton à haute résistance, empêché dans la couche d'enrobage à cause de la présence de la cage d'armature rigide (figure 5.3). Selon [Fos01], la fissuration est une conséquence naturelle d'un état de sollicitation triaxial qui se crée à l'interface noyau-couche à cause du fait que la couche d'enrobage, non confinée, développe une déformation latérale plus grande que le noyau confiné. L'incompatibilité des déformations transversales produit des contraintes de traction transversales et détermine la fissuration à l'interface (figure 5.4).

Pour le béton ordinaire ($\varepsilon_{c1} = 0.20 - 0.25\%$) la fissuration de l'enrobage commence à être visible pour une déformation de 0.15 à 0.25% et l'éclatement est complet après le pic, pour une déformation de 0.30 à 0.40% (figure 5.5). [She82] admet que l'éclatement est complet ($\sigma_c = 0$) à ε_{c50} ; [Man88a] propose d'utiliser la courbe contrainte-déformation nominale jusqu'à une déformation égale à $2 \cdot \varepsilon_{c1}$, et d'adopter une diminution linéaire ensuite; [Aou07] conseille d'utiliser la courbe nominale jusqu'à une déformation de 0.30%, d'admettre ensuite une chute à $0.50 \cdot f_c$ et une diminution linéaire, avec $\sigma = 0$ pour $\varepsilon_{c1} = 0.40\%$.



Fig. 5.5 : Modèles proposées par [She82], [Man88a] et [Aou07] pour simuler le comportement de la couche d'enrobage pour le BO

Pour les bétons à haute résistance, l'éclatement se produit avant le pic et de façon extrêmement fragile pour les éléments fortement armés, alors que pour les éléments faiblement armés la résistance à la compression peut être entièrement développée [Saa92, Ger06]. [Fos01] observe l'éclatement pour une contrainte égale à 60 à 90 % de $0.85 \cdot f_c$ et propose un facteur de réduction égal à 0.8 % sur la base d'un critère de rupture en compression-traction simplifié (figure 5.4 à droite). [Cus95] observe l'éclatement à 0.82 - 1.00 de la résistance à la compression et propose une valeur moyenne de 0.92.

5.2.1.3 Effet d'un état de flexion

La présence d'un état de flexion ne modifie substantiellement pas le comportement de la couche d'enrobage. En ce qui concerne le comportement du noyau confiné, la géométrie de la zone confinée varie en fonction de la position de l'axe neutre. En outre, la déformation axiale varie pour chaque fibre de l'axe neutre, de même que la valeur théorique du gonflement. Le [MC90] conseille d'admettre l'axe neutre comme ligne de bord parfaitement rigide vis-à-vis de l'entrave au gonflement du béton. Cet effet est, selon [She86], négligeable dès que la partie comprimée de la section dépasse la moitié de la hauteur statique.

5.2.1.4 Utilisation du béton fibré

L'utilisation du béton fibré améliore la résistance à l'éclatement de la couche d'enrobage et l'efficacité du confinement du noyau¹ [Pau96, Fos01, Fos01a, Cam02, Aou07].

[Fos01, Fos01a] a étudié expérimentalement et théoriquement l'influence des fibres sur la ductilité des colonnes. Il a montré que des colonnes peuvent être réalisées en remplaçant une partie des étriers par des fibres, tout en gardant un niveau similaire de ductilité.

Selon [Cam02], la présence des fibres augmente l'aire effective qui bénéficie du confinement. Il propose d'adopter pour le calcul de l'aire effectivement confinée une valeur de la distance

¹On considère ici des bétons renforcés par fibres métalliques en quantité suffisante pour produire un effet structurel : les essais de la littérature analysés dans le cadre de cette recherche ont $V_f \ge 1.0\%$.

 s_n entre étriers réduite en fonction des propriétés des fibres :

$$s'_n = s_n - 10 \cdot \frac{V_f \cdot \ell_f}{\phi_f} \tag{5.8}$$

L'équation 5.8 dépend de l'index de renforcement $R.I. = V_f \cdot \ell_f / \phi_f$, qui est un paramètre très utilisé pour caractériser la quantité et la qualité du renforcement fibreux dans les bétons ordinaires ou à haute résistance renforcés par des fibres métalliques. La formule n'a pas été validée dans le domaine des BFUHP, où les mécanismes d'action des fibres diffèrent.



Fig. 5.6 : Effet des fibres et du taux d'étriers sur le comportement des colonnes soumises à un effort normal centré [Aou07]

[Aou07] effectue des essais sur échantillons à section carrées avec 0 à 2% en volume de fibres métalliques avec crochets, renforcés par différentes quantités d'étriers. Les résultats des essais montrent l'effet bénéfique des fibres sur la résistance et sur la ductilité structurale (figure 5.6). Une partie des essais sont effectués sur des échantillons sans couche d'enrobage, afin de mettre en évidence l'effet des fibres sur le noyau (figure 5.7). Pour la modélisation, Aoude propose de considérer, en présence de fibres, toute l'aire du noyau comme effectivement confinée. En outre, Aoude indique que l'effet des fibres sur le comportement de l'enrobage dépend principalement de la distance entre étriers : plus cette distance est grande, plus le déplacement transversal des armatures longitudinales est important, et plus faible est la contribution de l'enrobage.



Fig. 5.7 : Effet des fibres et du taux d'étriers sur le comportement des colonnes soumises à un effort normal centré et sans couche d'enrobage [Aou07]

5.2.1.5 Utilisation du BFUHP

Une discussion sur l'efficacité de l'utilisation de colonnes en BFUHP armé dans les bâtiments de grande hauteur a été proposée par Cheyrezy et autres [Che97]. Une étude expérimentale

approfondie des bénéfices liés à l'utilisation de colonnes en BFUHP armé dans la construction de bâtiments résistant aux séismes est proposée par Kimura et ses collaborateurs [Kim07, Kim07a, Sug07]. [Emp08a] effectue des essais sur colonnes courtes en BFUHP renforcées par différentes configurations et taux d'étriers. Les résultats des essais (figure 5.8) montrent que des colonnes en BFUHP renforcées par des étriers peuvent atteindre, grâce aux fibres, un niveau de ductilité similaire à celui atteint par des colonnes en béton armé ordinaire et supérieur à celui atteint par des colonnes en BHR armé. Empelmann propose également une méthode de calcul et de dimensionnement qui se base sur la définition empirique de la partie de section qui contribue à la résistance avant et après pic [Emp08].



Fig. 5.8 : Essais de [Emp08] : courbes charge-déformation

Sugano et al. [Sug07] étudient la possibilité d'utiliser des colonnes en BFUHP pour la réalisation de bâtiments tours. Ils testent des colonnes renforcées par des étriers, avec ou sans fibres. Ils rapportent une augmentation de résistance négligeable pour le béton non fibré mais significative pour le béton fibré. Pour tous les échantillons, une augmentation de la ductilité est rapportée (figure 5.9).



Fig. 5.9 : Essais de [Sug07] : géométrie des éprouvettes et résultats

5.2.2 Colonnes mixtes constituées par un tube en acier rempli de béton

Les colonnes mixtes constituées par un tube en acier rempli en béton présentent de nombreux avantages :

- la ductilité du béton est augmentée grâce au confinement exercé par le tube;
- la rigidité du tube est augmentée par le remplissage en béton;
- le tube participe à la transmission de l'effort tranchant;
- certains modes de voilement local du tube sont empêchés par la présence du béton.

La résistance en cas d'incendie est meilleure que pour un tube vide et peut être assurée de deux manières : en considérant uniquement la colonne en béton, qui dans ce cas doit être armée de façon conséquente ; en considérant le béton et le tube en acier, qui doit donc être protégé avec un produit spécifique. Vitesse et économie de construction sont obtenues en dimensionnant les tubes pour résister à la totalité des charges de construction et en les utilisant comme coffrages. Le tube en acier est une alternative intéressante si une grande quantité d'armature est nécessaire mais son placement dans la section transversale est problématique.

Les connexions avec les autres éléments de structures sont des détails complexes pour ce type de colonnes. Des noeuds plus simples à réaliser, très résistants et ductiles, peuvent être en revanche réalisés si un profilé métallique est enrobé dans le noyau en béton.

5.2.2.1 Comportement structurel

La rigidité, la résistance et la ductilité des colonnes dépendent de l'interaction entre le tube et le béton. Pour une colonne soumise à une compression centrée, le tube est en général comprimé dans la direction axiale et tendu dans la direction tangentielle, à cause de la déformation latérale imposée par le gonflement du béton. L'interaction entre béton et acier et le niveau de confinement dépendent de nombreux facteurs, qui sont discutés dans les paragraphes suivants.

Forme de la colonne Le confinement du béton est plus efficace pour les tubes à section transversale ronde, qui réagissent à l'expansion du béton par des contraintes tangentielles de traction et produisent une pression de confinement homogène sur le noyau ([Tom77], figure 5.10). Dans les colonnes à section rectangulaire, les éléments de parois du tube sont sollicités en flexion et n'opposent pas une retenue efficace au gonflement du béton. La pression de confinement est activée par des efforts de compression concentrés dans les coins de la section et n'agit pas uniformément sur le béton. Les résultats expérimentaux obtenus sur des éléments en béton



Raccourcissement axial

Fig. 5.10 : Représentation schématique de l'action de confinement et de la réponse structurale de colonnes à section carré et à section ronde

ordinaire montrent que les colonnes à section ronde ont un comportement structurel très ductile, une relation effort normal-raccourcissement axial plastique ou durcissante et une résistance généralement plus grande que la somme des résistances axiales du béton et de l'acier considérés séparément (figure 5.10, [Tom77, Sak04]). Les colonnes à section rectangulaire ont un comportement ductile, mais une relation effort normal-raccourcissement dégradante et une résistance qui peut être légèrement supérieure voire légèrement inférieure à la somme de la résistance du béton et de l'acier.

Phénomènes d'instabilité locale du tube métallique Le remplissage en béton empêche les phénomènes d'instabilité locales qui se produisent avec une composante de déplacement vers l'intérieur du tube (figure 5.11-a). Cependant, les modes d'instabilité qui se produisent avec des déplacements vers l'extérieur ne sont pas empêchés [OSh00] et peuvent être même plus critiques pour les tubes remplis, à cause du déplacement transversal que le gonflement du béton impose aux éléments de parois. Cet effet est plus sévère pour les colonnes de section rectangulaire [Sak04, Sch98].



Fig. 5.11 : Variations des modes d'instabilité d'une colonne carrée sans ou avec remplissage en béton : mode de voilement local d'une colonne carrée ; ovalisation de la section transversale d'une colonne à section ronde

Le voilement local du tube peut se produire avant, en correspondance ou après l'écrasement du béton en compression [Sha97], et influencer la ductilité et la résistance de la colonne. En règle générale, l'épaisseur du tube doit être dimensionnée pour éviter le voilement local en phase élastique [EC4].

État de contraintes et déformations dans le tube Du point de vue structurel, il est important de pouvoir évaluer les contributions axiale et latérale du tube (figure 5.12-a). La contribution axiale du tube augmente la rigidité et la stabilité globale de la colonne, alors que l'effet de confinement latéral sur le béton augmente la résistance et la ductilité de la colonne.

Si l'état de déformation dans le tube est connu, l'état de contraintes peut être calculé avant plastification par la théorie de l'élasticité et pendant la plastification en utilisant par exemple le critère de Huber-Henky-Von Mises :

$$\sigma_{sy,ax}^2 + \sigma_{sy,lat}^2 - \sigma_{sy,ax} \cdot \sigma_{sy,lat} = f_{s,0} \tag{5.9}$$

et une loi d'incrément des déformations plastiques. À cause de l'état de sollicitation biaxial, la contribution axiale $\sigma_{sy,ax}$ et la contribution latérale $\sigma_{sy,lat}$ à l'écoulement ne sont que des fractions de la contrainte d'écoulement uniaxiale $f_{s,0} = f_{sy}$ (figure 5.12-b). L'état de sollicitation dans le tube dépend de la manière dont la charge est appliquée sur la colonne.

Si la charge est appliquée sur la section mixte acier-béton (figure 5.12-c), $\varepsilon_{b,ax} = \varepsilon_{s,ax}$. En phase élastique, le coefficient de Poisson de l'acier est plus grand que celui du béton et le confinement est nul. Avec le début de la micro-fissuration du béton, sa déformation latérale commence à augmenter plus rapidement que celle de l'acier : à partir d'un certain moment, le contact et l'action de confinement s'activent.

Pour optimiser l'effet de confinement transversal, [Ori88] a proposé de n'appliquer la charge que sur la section en béton (figure 5.12-d). Dans ce cas, le confinement est actif dès le début



Fig. 5.12 : a) État de sollicitation biaxial dans le tube en acier, b) détermination du point d'écoulement par le critère de plastification de Von Mises, c) application de la charge sur la section mixte, d) application de la charge sur la section en béton

de la mise en charge. À cause du contact entre acier et béton, une partie de l'effort normal est néanmoins transmise au tube par adhérence (figure 5.12-e). En phase élastique ($\nu_s > \nu_c$), le mécanisme selon lequel cette interaction tube-béton se développe est particulièrement complexe [Mei01, McA04] : l'activation axiale du tube est produite par le contact acier-béton, mais, dès que le tube est axialement comprimé , il tend à se déformer latéralement plus que le béton et à perdre le contact qui est à l'origine de l'interaction. Cet effet, dénoté dans la littérature anglo-saxonne par le terme *lagging*, a par conséquent un retard dans l'activation de l'effet de confinement.

Dans les zones où l'adhérence se développe ($\tau \neq 0$ dans la figure 5.12-e), l'état de contraintes dans le tube, le niveau de confinement et donc le comportement du béton confiné varient localement. La valeur de τ dépend des propriétés de surface des matériaux [Sha97], mais aussi de la pression de contact, qui, elle aussi, varie localement [Joh02]. Des informations limitées et relativement dispersées sont disponibles dans la littérature sur la valeur de τ dans ce type d'élément [Joh02, Roe99]. La complexité du problème ne permet pas une résolution analytique simple. Plusieurs auteurs proposent des approches de résolution numériques qui s'appuient sur la méthode des éléments finis [Sha99, Joh02, Hu03, Mei01, Sch98]. Des approches de ce type permettent de tenir compte de toutes les non linéarités géométriques et matérielles du problème. Cependant, ces approches ne sont pas facilement accessibles, posent des limites aux possibilités de modéliser le comportement constitutif du béton confiné et ne résolvent pas le problème de la nécessité d'estimer la valeur de τ .



Fig. 5.13 : a) Redistribution des contraintes pour un matériau parfaitement plastique et, b) pour un matériau écrouissant

L'évaluation de l'état de sollicitation dans le tube est donc faite le plus souvent de manière empirique : l'état de contraintes dans le tube peut être calculé par intégration des lois constitutives élasto-plastique de l'acier, si l'état de déformation biaxial est mesuré pendant un essai [Tom77, Sak04, Sha97]. Les résultats des essais montrent que, suite à la plastification du tube et pendant l'écrasement du béton, la déformation latérale augmente plus rapidement que la déformation axiale [Mei01]. Cela entraine une redistribution plastique des efforts dans le tube, avec une diminution de la contribution axiale et une augmentation de la contribution latérale ([Tom77, Sha99, Joh02], figure 5.13-a).

En admettant un comportement élastique-parfaitement plastique, Tomii et al. [Tom77] ont étudié analytiquement l'effet de la redistribution des efforts après plastification et ont proposé les expressions 5.10 à 5.12 pour quantifier les contributions axiale et latérale du tube. Les expressions 5.10 et 5.11 sont obtenues en admettant que le rapport $\beta = \varepsilon_{s,lat}/\varepsilon_{s,ax}$ entre la déformation latérale et la déformation axiale du tube est constant pendant toute la mise en charge. Sur base expérimentale, [Tom77] proposent des valeurs de β comprises entre -0.5 et -1.1, qui correspondent à des valeurs de $\sigma_{sy,ax}$ et $\sigma_{sy,lat}$ respectivement comprises entre 0 et 0.66 et entre 0.49 et 1. La résistance à l'effort normal de la colonne peut être calculée par l'expression 5.12, où f_{cc} est calculé par une approche de type Mohr-Coulomb et, par exemple, k = 4.

$$\sigma_{sy,ax} = \frac{2 \cdot \beta + 1}{\sqrt{3 \cdot (1 + \beta + \beta^2)}} \cdot f_{sy} \tag{5.10}$$

$$\sigma_{sy,lat} = \frac{\beta + 2}{\sqrt{3 \cdot (1 + \beta + \beta^2)}} \cdot f_{sy} \tag{5.11}$$

$$N = A_s \cdot \sigma_{sy,ax} + A_c \cdot f_{cc} = A_s \cdot \sigma_{sy,ax} + A_c \cdot \left(f_c - k \frac{2 \cdot e}{D - e} \cdot \sigma_{sy,lat} \right)$$
(5.12)

Selon le modèle de calcul proposé dans l'Eurocode 4 [EC4], la contribution axiale et latérale du tube dépendent uniquement de l'élancement λ de la colonne et de l'excentricité e de l'effort axial. La résistance à l'effort normal de la colonne vaut :

$$N_{rd} = \eta_2 \cdot A_s \cdot \frac{f_{sy}}{\gamma_s} + A_c \cdot \frac{f_c}{\gamma_c} \left(1 + \eta_1 \cdot \frac{t}{D} \frac{f_{sy}}{f_c} \right)$$
(5.13)

où :

$$\eta_1 = \eta_{10} \cdot \left(1 - 10 \cdot \frac{e}{D}\right) \qquad \qquad \eta_2 = \eta_{20} + (1 - \eta_{20}) \cdot 10 \cdot \frac{e}{D} \qquad (5.14)$$

$$\eta_{10} = 4.9 - 18.5 \cdot \lambda + 17 \cdot \lambda^2 \ge 0 \qquad \eta_{20} = 0.25 \cdot (3 + 2 \cdot \lambda) \le 1.0 \qquad (5.15)$$

D et t sont respectivement le diamètre et l'épaisseur du tube, e est l'excentricité de l'effort normal et $\lambda = \sqrt{N_{rd}/N_{cr}}$. Pour $\lambda \ge 0.5$, la contribution latérale du tube est nulle.

Dans la littérature, des valeurs relativement dispersées sont proposées. [Elr02] présente des valeurs caractérisés par une très grande dispersion. [Sha99, Elr02, Sak04] indiquent des valeurs $\sigma_{sy,ax} \simeq 0.1 - 0.2 \cdot f_{sy}$ à la plastification. Selon certains auteurs [Mei01, McA04], la contribution latérale augmente si le rapport entre l'épaisseur e et le diamètre D du tube diminue. L'application de produits lubrifiants à l'interface tube-béton favorise la contribution latérale du tube, mais elle ne permet pas d'éliminer complètement sa participation axiale : pour des éléments lubrifiés à l'interface, [McA04] mesure $\sigma_{sy,ax} \simeq \sigma_{sy,lat}$ et [Mei01] mesure une déformation axiale de l'acier égale au moins à 50 % de la déformation axiale du béton. Pour des échantillons en béton de petite taille, avec un rapport longueur/diamètre égal à 2 et réalisés en béton à haute résistance, [Lah92] et [Dal96] considèrent $\sigma_{sy,lat} = f_{sy}$ et $\sigma_{sy,ax} = 0$ pour la modélisation. Cela peut s'expliquer par une transmission incomplète des efforts du béton à l'acier, due à la longueur réduite des échantillons : selon [Roe99] une longueur de transmission de l'effort égale à environ la moitié du diamètre de l'éprouvette est nécessaire.

5.2.2.2 Utilisation du béton à haute résistance, du béton fibré et du BFUHP

[Lah92] et [Lah99] ont analysé expérimentalement le comportement en compression de tubes en acier remplis de béton à haute résistance. À cause du comportement après pic plus fragile pour un BHR que pour le béton ordinaire, un niveau de renforcement transversal très important est nécessaire pour obtenir un comportement confiné ductile avec un BHR (figure 5.14).



Fig. 5.14 : Comparaison du comportement de bétons de différente résistance confinés par tubes en acier [Lah99]

Peu de travaux ont été effectués pour étudier l'effet des fibres sur le comportement des colonnes mixtes. L'utilisation de 1 % en volume de fibres métalliques avec crochet donne une augmentation marginale de la résistance, mais une contribution à la rigidité et à la ductilité des colonnes [Cam02, Cam02a]. Pour les éléments en compression centrée, l'utilisation des fibres pour augmenter la ductilité structurale est moins efficace et moins économique que, par exemple, une augmentation de l'épaisseur du tube. Pour les éléments élancées ou fléchis, où l'efficacité du confinement du tube diminue, la contribution des fibres à la rigidité et à la ductilité est plus évidente.

Des interprétations différentes ont été données sur l'efficacité de l'utilisation du BFUHP avec des tubes métalliques. Dallaire et al. [Dal96] ont comparé le comportement de tubes métalliques remplis d'un béton de poudres réactives (BPR) sans fibres et d'un BPR avec fibres. Ils ont considéré principalement l'effet du confinement sur la résistance. Ils montrent qu'une résistance à la compression de 350-400 MPa peut être atteinte si le BPR est soumis à une pression pendant la maturation et ont observé des différences négligeables entre échantillons avec ou sans fibres. [Tue04] présente des résultats d'essais sur tubes remplis de BUHP non fibré : à cause du retrait au jeune âge important, du comportement avant pic pratiquement linéaire et de l'augmentation modeste du coefficient de Poisson avant pic ($\nu_{pic} = 0.32$), l'effet de confinement du tube métallique n'est pratiquement pas activé dans la phase avant pic et le comportement structurel est similaire à celui mis en évidence pour les bétons à haute résistance (figure 5.14). [Yan08] obtient des résultats qualitativement similaires à [Tue04], mais il juge de manière positive le comportement structurel en raison de l'activation après pic du tube, qui confère de la ductilité à la réponse.

5.3 Modèle de comportement du béton confiné

Afin d'analyser le comportement des colonnes renforcées par des étriers ou par un tube en acier, il est nécessaire de modéliser le comportement en compression du béton confiné.

À partir des essais effectués par [Ric28], de nombreux auteurs ont étudié le comportement triaxial de bétons de classes différentes en conditions de confinement actif (section 5.3.1 et annexe A.1). Dans les éléments de structure armés par des étriers ou dans les colonnes mixtes constitués par un tube en acier rempli de béton, le béton est en conditions de confinement passif et l'effet du confinement s'active grâce à la déformation latérale du béton comprimé.

Deux approches peuvent être utilisées pour modéliser le comportement du béton confiné dans les éléments de structure. La première se base sur l'utilisation de lois "béton confiné" spécifiques pour chaque type de confinement (étriers, tube métallique, sections de forme différentes, ...). Le comportement du béton comprimé et confiné est déterminé à partir de résultats d'essais sur des éléments de structure et est exprimé en fonction des propriétés géométriques et mécaniques de l'élément qui exerce le confinement (taux d'étriers, épaisseur du tube, limite d'écoulement de l'acier). La compatibilité de déformations entre le béton et l'élément qui exerce le confinement n'est pas directement considérée.

La deuxième approche consiste à définir une loi constitutive pour le béton confiné qui décrit son comportement triaxial en fonction de la contrainte de confinement appliquée. Le comportement structurel est étudié en considérant les conditions d'équilibre et de compatibilité entre le béton et l'élément qui exerce le confinement.

La première approche nécessite d'effectuer un nombre important d'essais sur éléments de structures, si ces résultats ne sont pas disponibles. La deuxième approche, qui sera utilisée dans la suite de ce travail, nécessite d'exprimer la loi contrainte-déformation axiale (section 5.3.1) et la déformation latérale du béton confiné (section 5.3.2) en fonction de la pression de confinement.

5.3.1 Courbe $\sigma(\varepsilon)$ du béton confiné

Dans la section 3.3.5.6 on a choisi de décrire le béton non confiné par deux expressions analytiques différentes pour la partie avant et après pic : avant pic la loi est définie par E_c , f_c et ε_{c1} , après pic elle est définie par k_{c2} , ε_{c50} et par σ_{res} (équation 3.28). Les valeurs de ces paramètres doivent être adaptées pour décrire le comportement du béton confiné².



Fig. 5.15 : Comportement du béton confiné et évolution des différents paramètres décrivant la courbe $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$

²Les paramètres relatifs à la courbe du béton confiné seront dénotés par la suite par l'indice "cc" : E_{cc} , f_{cc} , ε_{cc1} , ε_{cc50} , k_{cc2}

La pente initiale de la courbe $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ dépend du mode de mise en charge (figure 5.16). Lors d'un essai de compression triaxiale, l'effort axial et l'effort normal peuvent être appliqués de manière proportionnelle jusqu'à atteindre la valeur préétablie de contrainte de confinement (figure 5.16-a), ou bien l'effort latéral peut être appliqué entièrement avant la mise en charge en direction axiale (figure 5.16-b). Dans le premier cas, selon la théorie de l'élasticité :

$$E_{cc} = \frac{E_c}{1 - 2 \cdot \nu_c \cdot \sigma_{lat} / \sigma_{ax}} \ge E_c \tag{5.16}$$

qui donne $E_{cc} \simeq 1.7 \cdot E_c$ pour $\sigma_{lat}/\sigma_{ax} = 1$. Dans le deuxième cas, $E_{cc} = E_c$, mais le béton a un allongement initial par effet de Poisson. Si l'effort de confinement est important par rapport à f_c , le béton peut être endommagé par la compression transversale et la valeur de E_{cc} peut être inférieure à la valeur de E_c [Ric28, Sfer02]. Dans le cas du confinement passif (figure 5.16-c), qui est l'objet de cette étude, la contrainte transversale est faible et elle croît lentement au début de la mise en charge. Dans ce cas, l'estimation approchée

$$E_{cc} = \frac{E_c}{1 - 2 \cdot \nu_c \cdot \sigma_{lat} / f_{cc}} \ge E_c \tag{5.17}$$

est admise.



Fig. 5.16 : Effet du mode d'application de la contrainte de confinement sur la pente initiale de la courbe $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$

L'évolution des autres paramètres caractérisant la courbe $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ est montrée qualitativement dans la figure 5.15. Pour de grandes déformations dans la partie après pic, un nombre très limité de résultats expérimentaux est disponible : dans cette phase, le béton confiné tend à développer une certaine résistance résiduelle σ_{res} . En considérant également le fait que la mesure des déformations dans la phase après pic est influencée par la localisation de la rupture et par le système de mesure du raccourcissement, toutes les expressions analytiques de la loi $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ dans cette phase doivent être considérées comme des estimations approchées de la capacité de déformation du béton confiné.

Cusson et Paultre [Cus95] et, par la suite, Légéron et Paultre [Leg03] ont étudié le comportement du béton confiné dans les colonnes armées en BHR. Ils ont utilisé des expressions similaires à celles adoptées ici pour décrire le comportement du béton confiné et ont proposé les expressions 5.18 à 5.21 pour décrire l'évolution des paramètres sur la figure 5.15. Ces expressions sont calibrées pour le béton confiné de manière passive par des étriers : la contrainte σ_{lat}^* qui apparaît dans ces équations est une pression latérale fictive, calculée à partir de l'état de déformation estimé dans les étriers et qui tient compte du fait que le confinement exercé par les étriers n'agit pas de manière homogène sur le noyau en béton (section 5.2.1.1).

$$f_{cc} = f_c \cdot \left[1 + 2.4 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}^*}{f_c}\right)^{0.7} \right] \quad (5.18) \qquad \varepsilon_{cc1} = \varepsilon_{cc} \cdot \left[1 + 35 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}^*}{f_c}\right)^{1.2} \right] \quad (5.20)$$

$$k_{c2} = 1 + 25 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}^*}{f_c}\right)^2 \qquad (5.19) \qquad \varepsilon_{cc_{50}} = \varepsilon_{c_{50}} \cdot \left[1 + 60 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}^*}{f_c}\right)\right] \qquad (5.21)$$

La généralité des expressions pour ε_{cc1} et pour f_{cc} peut être vérifiée en les comparant avec d'autres propositions de la littérature (figure 5.17). Pour les petits niveaux de confinement, l'expression 5.18 prévoit une augmentation de résistance légèrement plus grande que celle prévue par un critère de rupture de Mohr-Coulomb avec un angle de frottement interne du béton de 37° [Ric28]. Cette tendance est inversée pour des niveaux de confinement plus importants (figure 5.17-a). L'évolution prévue est par contre en bon accord avec l'expression bilinéaire proposée par [MC90, EC2], ainsi qu'avec les observations expérimentales de nombreux autres auteurs ([Xie95, Att96, Ans98] et [Can07] pour un état de l'art). L'expression 5.20 surestime fortement ε_{cc1} par rapport aux autres propositions de la littérature [Ric28, Man88a, Att96, Ans98, Can01, Teng07], qui conseillent des relations linéaires du type (figure 5.17-b) :

$$\varepsilon_{cc1} = \varepsilon_{cc} \cdot \left[1 + p \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c}\right)\right], \qquad p = 10 - 20$$
(5.22)

Des formulations alternatives à celles proposées par [Cus95] et [Leg03] pour $\varepsilon_{cc,50}$ et κ_{c2} n'ont pas été trouvées dans la littérature. En outre, le modèle de [Cus95] et [Leg03] ne considère pas la présence de la contrainte résiduelle après pic $\sigma_{c,res}$, qui est introduite dans le modèle proposé ici.



Fig. 5.17 : Comparaison entre différentes propositions pour l'évolution de f_{cc} (a) et de ε_{c1} (b) en fonction du niveau de confinement

En considérant les différentes incertitudes liées à l'application directe des expressions 5.18 à 5.21, on a préféré calibrer un modèle de confinement (Annexe A). Les résultats de plusieurs essais de béton confiné (confinement actif, f_c comprise entre 20 et 120 MPa) trouvés dans la littérature ont été considérés. Les résultats de cette étude montrent que :

- la relation entre f_{cc} et σ_{lat}/f_c est bien approchée par une loi de puissance 0.7 (équation 5.23, figure 5.18-a);
- une relation linéaire entre ε_{cc1} et σ_{lat}/f_c est acceptable (équation 5.25). La valeur de la pente p est plus petite pour les bétons à très haute résistance ($f_c \ge 75$ MPa, figure 5.18-c) que pour les bétons ordinaires (figure 5.18-b);



Fig. 5.18 : Calibration des paramètres du modèle pour la partie avant pic



Fig. 5.19 : Calibration des paramètres du modèle pour la partie après pic

- le comportement après pic du béton ordinaire et à haute résistance est bien décrit par $k_{c2} = 1.5$ [Cus95]. Pour le béton à très haute résistance peu confiné, une valeur plus petite $(1.0 \le k_{c2} \le 1.5)$ fournit une meilleure description du comportement plus fragile après pic (courbes de l'annexe A);
- le rapport entre σ_{res} et f_{cc} augmente rapidement pour de petits niveaux de confinement (figure 5.19-a);
- l'augmentation de la déformation $\varepsilon_{c_{50}}$ est difficile à estimer précisément mais est en gros 1 à 3 fois plus grande que l'augmentation de la déformation ε_{c1} (figure 5.19-b).

Dans le cadre de cette recherche, les expressions suivantes sont proposées pour décrire le comportement du béton confiné. Elles permettent une description suffisamment bonne d'un grand nombre d'essais sur bétons de classes différentes (voir Annexe A) :

$$f_{cc} = f_c \cdot \left[1 + 3 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c} \right)^{0.7} \right] \qquad (5.23) \qquad \varepsilon_{cc1} = \varepsilon_{cc} \cdot \left[1 + p \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c} \right) \right] \qquad (5.25)$$

$$\sigma_{c,res} = f_{cc} \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c}\right)^{0.25} \qquad (5.24) \qquad \varepsilon_{cc_{50}} = \varepsilon_{c_{50}} \cdot \left[1 + p \cdot q\left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c}\right)\right] \qquad (5.26)$$

Avec :

$$q = \max\left[\left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c} - 2\right), 1\right] \cdot \frac{\varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{c,50}}$$
(5.27)

Le facteur p et le paramètre k_{c2} ont des valeurs différentes en fonction de la résistance du béton : pour $f_c \leq 75$ MPa, p = 20 et $k_{c2} = 1.5$; pour $f_c > 75$ MPa, p = 10 et $k_{c2} = 1 + 25 \cdot \left(\frac{\sigma_{lat}}{f_c}\right)^2 \leq 1.5$, cette dernière expression étant identique à celle proposée par
[Leg03], mais limitée à la valeur maximale de 1.5. La figure 5.20 montre l'évolution des courbes $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ pour deux bétons de résistance différente : un béton caractérisé par $f_c = 30$ MPa, $E_c = 30$ GPa, $\varepsilon_{c1} = 0.22\%$ et $\varepsilon_{c,50} = 0.5\%$ et un béton caractérisé par $f_c = 100$ MPa, $E_c = 45$ GPa, $\varepsilon_{c1} = 0.3\%$ et $\varepsilon_{c,50} = 0.35\%$.



Fig. 5.20 : Modèle de calcul du comportement axial du béton confiné : a) béton ordinaire, b) béton à très haute résistance

5.3.1.1 Béton fibré

La présence d'un état de compression triaxial améliore l'adhérence fibre-béton et l'efficacité des fibres. L'influence de ce phénomène est importante seulement si la contrainte de confinement est proche à la résistance à la compression uniaxiale [Che92]. Peu des résultats sont disponibles dans la littérature pour le comportement du béton fibré confiné, et ils ont tous été obtenus sur des bétons de résistance inférieure à 70 MPa [Che92, Pan01, Lu07]. Les résultats disponibles pour f_{cc} et ε_{cc1} montrent une plus grande variabilité que celle observée pour le béton non fibré, mais, en absence d'informations plus précises, les mêmes expressions proposées pour le béton non fibré peuvent être admises (figures 5.21-a et b).



Fig. 5.21 : a et b : augmentation de la résistance à la compression et de la déformabilité au pic du béton fibré confiné [Che92, Pan01, Lu07]. c : augmentation de la résistance à la compression pour un BUHP non fibré et confiné [Gru07]

5.3.1.2 BUHP

À la connaissance de l'auteur, une seule série d'essais de compression triaxiale est décrite dans la littérature scientifique pour des éléments en BUHP [Gru07]. La figure 5.21-c compare les résultats de cette série à l'expression proposée aux paragraphes précédents pour évaluer l'augmentation de f_{cc} en fonction de la pression de confinement latérale σ_{lat} . La comparaison montre un accord relativement bon, mais les résultats expérimentaux considèrent des rapports σ_{lat}/f_c petits (< 0.3). Un plus grand nombre d'essais est nécessaire pour caractériser le comportement triaxial du BFUHP et pour évaluer l'influence des fibres sur ce comportement.

5.3.2 Déformation latérale du béton confiné

En conditions de confinement passif, la contrainte σ_{lat} dépend du comportement mécanique et de l'état de déformation de l'élément qui exerce le confinement (étriers, tube en acier, lamelles en matériaux composites collées). Le cas axisymétrique idéalisé montré à la figure 5.22-a est considéré. L'épaisseur e_I de l'élément qui exerce le confinement est admise faible par rapport au diamètre d de l'élément confiné, de sorte que le comportement de l'élément qui exerce le confinement peut être décrit en conditions de contraintes planes.



Fig. 5.22 : Cas idéalisé de confinement passif considéré dans l'analyse

Le comportement de l'élément confiné et de l'élément qui exerce le confinement sont décrits par des équations du type : Par équilibre (figure 5.22-b) et par compatibilité, deux conditions

$$\sigma_{ax}, \sigma_{lat} = f(\varepsilon_{ax}, \varepsilon_{lat}) \tag{5.28} \qquad \sigma_{ax,I}, \sigma_{\theta,I} = f(\varepsilon_{ax,I}, \varepsilon_{\theta,I}) \tag{5.29}$$

supplémentaires décrivent le système :

$$\sigma_{lat} = 2 \cdot \frac{\sigma_{\theta,I} \cdot e_I}{d} \tag{5.30} \qquad \varepsilon_{lat} = \varepsilon_{\theta,I} \tag{5.31}$$

Si un matériau ou les deux ont un comportement non linéaire, la résolution du problème est généralement itérative. Dans le cadre de cette recherche, l'algorithme suivant est utilisé : les déformations axiales ε_{ax} et $\varepsilon_{ax,I}$ sont fixées pour un certain pas de calcul et une hypothèse est faite sur la valeur de la déformation latérale $\varepsilon_{lat,I}$ dans l'élément qui exerce le confinement. Cela permet de déterminer $\sigma_{ax,I}$ et $\sigma_{\theta,I}$ au moyen de l'équation 5.29 et la contrainte σ_{lat} au moyen de l'équation 5.30. σ_{ax} et ε_{lat} sont ensuite calculées par l'équation 5.28 et l'hypothèse

initiale sur $\varepsilon_{lat,I}$ est vérifiée et éventuellement ajustée itérativement jusqu'à ce que la condition 5.31 soit remplie.

Si le béton confiné a un comportement élastique linéaire, les équations 5.28 s'écrivent :

$$\varepsilon_{ax} = \frac{\sigma_{ax}}{E_c} - \frac{2 \cdot \nu_c \cdot \sigma_{lat}}{E_c} \tag{5.32}$$

$$\varepsilon_{lat} = \frac{(1 - \nu_c) \cdot \sigma_{lat}}{E_c} - \frac{\nu_c \cdot \sigma_{ax}}{E_c}$$
(5.33)

et, dans l'algorithme, ε_{lat} et σ_{ax} peuvent être calculées directement en fonction de ε_{ax} et σ_{lat} . Pour un matériau au comportement non linéaire, l'algorithme doit être modifié. L'approche proposée ici se base sur la définition des courbes $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ et $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ à σ_{lat} constante. Pour chaque valeur de la déformation axiale, une solution compatible et en équilibre est trouvée pour une valeur particulière de σ_{lat} , qui est admise constante pendant le calcul. La réponse structurale effective est donnée par interpolation de plusieurs solution ponctuelles, chacune obtenue avec des lois $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ et $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ différentes et correspondant à des valeurs différentes de σ_{lat} .

Les courbes $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ à σ_{lat} constante sont obtenues par la méthode décrite dans la section 5.3.1. La méthode proposée pour calculer les courbes $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ à σ_{lat} constante est décrite dans les paragraphes suivants : avant pic, les équations 5.32 et 5.32 sont utilisées avec une approche d'élasticité sécante ; après pic, une méthode originale pour obtenir une estimation approchée de ε_{lat} en fonction de ε_{ax} est proposée.

5.3.2.1 Comportement avant pic

Les équations 5.32 et 5.33 peuvent être utilisées pour un matériau non linéaire si les valeurs élastiques de E_c et ν_c sont remplacées par leurs valeurs sécantes $E_{c,sec}$ et $\nu_{c,sec}$, qui dépendent de l'état de déformation et de contrainte actuel.

Il est important de souligner que, dans le cas le plus général de sollicitation multiaxiale, les propriétés du béton ne sont pas isotropes et $E_{c,sec}$ et $\nu_{c,sec}$ varient pour chaque direction. Dans le cadre de cette recherche, et en se limitant à l'analyse du comportement avant pic du béton confiné (compression triaxiale), des propriétés isotropes sont admises pour le béton. Cette approche a été suivie par d'autres auteurs, et a l'avantage de simplifier la modélisation. En outre, si les valeurs de ε_{ax} , ε_{lat} , σ_{ax} et σ_{lat} ont été mesurées lors d'un essai, les deux variables $E_{c,sec}(\varepsilon_{ax})$ et $\nu_{c,sec}(\varepsilon_{ax})$ peuvent être dérivées directement à partir des données expérimentales, par solution des deux équations 5.32 et 5.33.

Dans l'algorithme de calcul, si $E_{c,sec}$ est isotrope, il peut être éliminé des équations 5.32 et 5.33. On obtient ainsi une liaison directe entre ε_{lat} et ε_{ax} :

$$\varepsilon_{lat} = \frac{\left[1 - \nu_{c,sec}\right] \cdot \sigma_{lat} - \nu_{c,sec} \cdot \sigma_{ax}}{\sigma_{ax} - 2 \cdot \nu_{c,sec} \cdot \sigma_{lat}} \cdot \varepsilon_{ax} \tag{5.34}$$

La relation 5.34 et la loi $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ du béton confiné permettent de calculer ε_{lat} en fonction de ε_{ax} , si $\nu_{c,sec}$ est connu.

Dans la littérature, $\nu_{c,sec}$ est généralement exprimé en fonction de la contrainte axiale σ_{ax} . L'approche proposée par Ottosen [Ott77] est, depuis son acceptation par le Code Modèle [MC90], l'une des plus utilisées pour le calcul de $\nu_{c,sec}$. L'approche s'applique uniquement à la partie avant pic. $\nu_{c,sec}$ est exprimé en fonction du rapport β entre la contrainte σ_{ax} et la résistance à la compression f_{cc} du béton confiné dans la direction de compression principale :

$$\nu_{c,sec} = \nu_{c,sec_{pic}} - (\nu_{c,sec_{pic}} - \nu_{c,0}) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\beta - \beta_{\sigma}}{1 - \beta_{\sigma}}\right)} \qquad \beta_{\sigma} \cdot f_{cc} \le \sigma_{ax} \le f_{cc} \qquad (5.36)$$

où $\nu_{c,0}$ est la valeur élastique du coefficient de Poisson et $\nu_{c,sec_{pic}}$ est la valeur du coefficient de Poisson sécant au pic. Selon Ottosen, $\nu_{c,sec_{pic}} = 0.36$ et $\beta_{\sigma} = 0.8$. En s'appuyant sur les résultats d'études expérimentales plus récentes [Imr96, Can01], on sait qu'un échantillon de béton comprimé, avec ou sans confinement, atteint un point de déformation volumétrique ε_{vol} nulle pour une déformation ε_{ax} qui est en général très proche à la déformation ε_{cc1} de pic. Étant donné que :

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_2 = (1 - 2 \cdot \nu_{c,sec}) \cdot \frac{\sigma_{ax} + 2 \cdot \sigma_{lat}}{E_{c,sec}}$$
(5.37)

 $\varepsilon_{vol_{pic}} = 0$ implique $\nu_{c,sec_{pic}} = 0.5$. Cette valeur est à préférer à la valeur 0.36 proposée par Ottosen. [Can01] confirme la valeur $\beta_{\sigma} = 0.8$ proposée par Ottosen pour les bétons à haute résistance, mais indique une valeur plus petite et égale à 0.7 pour les bétons ordinaires.

Dans le cadre de cette recherche, on choisit d'exprimer $\nu_{c,sec}$ en fonction de ε_{ax} . Une valeur initialement constante est admise, suivie par une augmentation linéaire de $\nu_{c,sec}$ avec ε_{ax} :

$$\nu_{c,sec} = \nu_{c,0} \qquad \qquad \varepsilon_{ax} \le \beta_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{cc1} \qquad (5.38)$$

$$\nu_{c,sec} = \nu_{c,0} + \frac{\nu_{c,sec_{pic}} - \nu_{c,0}}{\varepsilon_{cc1} - \beta_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{cc1}} \cdot (\varepsilon_{ax} - \beta_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{cc1}) \qquad \beta_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{cc1} < \varepsilon_{ax} < \varepsilon_{cc1} \qquad (5.39)$$

Ce choix permet d'exprimer ε_{lat} dans l'équation 5.34 en fonction uniquement de ε_{ax} . Cela facilite l'implémentation et permet les développements analytiques à la base de la description du comportement après pic (section suivante). La valeur de β_{ε} est calculée à partir des valeurs de β_{σ} indiquées dans la littérature et en considérant la forme de la courbe $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ du béton. Si l'expression analytique 3.20 proposée par [Sar69] est utilisée³ :

$$\beta_{\varepsilon} = \frac{1}{2} \cdot \{ [(1 - \beta_{\sigma}) \cdot A + 2 \cdot \beta_{\sigma}] - \sqrt{[(1 - \beta_{\sigma}) \cdot A + 2 \cdot \beta_{\sigma}]^2 - 4 \cdot \beta_{\sigma}} \}$$
(5.40)

avec $A = E_c \cdot \varepsilon_{c1}/f_c$. Pour $\beta_{\sigma} = 0.7 - 0.8$ et A = 2.5, $\beta_{\varepsilon} = 0.4 - 0.5$.

L'expression 5.40 est également applicable pour le béton confiné, mais le coefficient A doit être adapté à cause de l'évolution de f_{cc} , ε_{cc1} et E_{cc} avec σ_{lat} (équations 5.17, 5.23 et 5.25) :

$$A_{cc} = A_c \cdot \frac{E_{cc} \cdot \varepsilon_{cc1}}{f_{cc}} = A_c \cdot \frac{1 + p \cdot \sigma_{lat}/f_c}{(1 - 2 \cdot \nu_{c,0} \cdot \sigma_{lat}/f_{cc}) \cdot [1 + 3 \cdot (\sigma_{lat}/f_c)^{0.7}]}$$
(5.41)

La figure 5.23-a compare l'évolution de $\nu_{c,sec}$ en fonction de ε_{ax} donnée par ce modèle à l'évolution que l'on obtiendrait avec l'approche proposée par [Ott77], $\nu_{c,sec_{pic}} = 0.5$ et $\beta_{\sigma} = 0.8$. Même si les expressions proposées par Ottosen ne sont pas linéaires, les résultats des deux modèles sont proches. L'applicabilité du modèle est confirmée à la figure 5.23-b, qui compare les résultats théoriques au comportement expérimental obtenu à partir des mesures de [Imr96].

³Des résultats similaires peuvent être obtenus avec les autres expressions analytiques données dans la section 3.3.5 pour $\sigma(\varepsilon)$



Fig. 5.23 : Comparaison entre l'évolution de $\nu_{c,sec}$ prévue par le modèle proposé dans le cadre de cette recherche (équations 5.38, 5.39 et 5.40) et : a) l'évolution prévue par le modèle de [Ott77] (équations 5.35, 5.36); b) le comportement mesuré par [Imr96] ($f_c = 64$ MPa, $E_c = 32.9$ GPa, $\nu_{c,0} = 0.28$, $\sigma_{lat} = 0 - 51.2$ MPa)

5.3.2.2 Comportement après pic

Comme le montre la figure 5.23-b, dans la première phase après pic ($\nu_{c,sec} > 0.5$) le coefficient de Poisson sécant peut encore être calculé, et sa valeur continue à augmenter. L'expression 5.34 ne peut néanmoins pas être utilisée sans réserves dans la phase après pic.



Fig. 5.24 : Représentation schématique de l'évolution de la déformation latérale et de la déformation volumétrique en fonction de la déformation axiale

Deux limitations s'imposent : du point de vue analytique, le dénominateur de l'expression 5.34 ne peut pas être nul (équation 5.42); du point de vue physique, la contrainte latérale σ_{lat} et la déformation latérale ε_{lat} qui lui est associée doivent avoir le même signe (équation 5.43). En outre, après pic la rupture en compression se produit par localisation des déformations sur des bandes de rupture : l'hypothèse de décrire le comportement du matériau par des

équations d'un milieu continu et isotrope n'est plus applicable dans cette phase.

$$\sigma_{ax} - 2 \cdot \nu_{c,sec} \cdot \sigma_{lat} \neq 0 \qquad \qquad \rightarrow \qquad \nu_{c,sec} \neq \frac{\sigma_{ax}}{2 \cdot \sigma_{lat}} \tag{5.42}$$

$$(1 - \nu_c) \ge 0 \qquad \qquad \rightarrow \qquad \nu_c \le 1 \tag{5.43}$$

L'équation 5.34 est donc abandonnée pour la description du comportement après pic, et une approche alternative est proposée. L'approche se base sur l'estimation de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ et de son évolution après pic, afin de lier directement l'augmentation de la déformation latérale à l'augmentation de la déformation axiale.

Les résultats des essais de la littérature [Pan95, Imr96, Can01, Lu06, Teng07] montrent que, pour une augmentation de la déformation axiale dans la phase après pic, la déformation latérale et la déformation volumétrique continuent à augmenter en valeur absolue, et leur augmentation est plus rapide si le niveau de confinement est petit (figure 5.24). Lors du passage à proximité du pic, les courbes $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ et $\varepsilon_{vol}(\varepsilon_{ax})$ ne présentent pas de discontinuité notable. La pente des courbes continue à augmenter après le pic, mais sur ce point les indications de la littérature divergent : certains essais semblent indiquer une augmentation continue de la pente (figure 5.24-a,[Pan95, Teng07]), alors que d'autres essais indiquent une stabilisation de la pente à une valeur constante (figure 5.24-b), qui se manifeste à proximité du pic [Lu06], ou bien pour une déformation légèrement plus importante que la déformation au pic [Imr96].

Pour un point quelconque avant pic, le calcul de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ nécessite une dérivation en plusieurs variables (équation 5.34) :

$$\varepsilon_{lat} = f \left[\varepsilon_{ax}, \ \sigma_{ax}(\varepsilon_{ax}), \ \sigma_{lat}, \ \nu_{c,sec}(\varepsilon_{ax}) \right] \tag{5.44}$$

$$\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}} = \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\varepsilon_{ax}} + \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\sigma_{ax}} \cdot \frac{\partial\sigma_{ax}}{\partial\varepsilon_{ax}} + \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\sigma_{lat}} \cdot \frac{\partial\sigma_{lat}}{\partial\varepsilon_{ax}} + \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\nu_{c,sec}} \cdot \frac{\partial\nu_{c,sec}}{\partial\varepsilon_{ax}}$$
(5.45)

Grâce aux hypothèses admises dans le cadre de cette recherche pour la description du comportement avant pic, la dérivation à l'équation 5.45 est fortement simplifiée. En particulier, au pic ($\varepsilon_{ax} = \varepsilon_{cc1}$ et $\sigma_{ax} = f_{cc}$), des expression analytiques simples peuvent être obtenues qui expriment la première et la deuxième dérivée de $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$. L'hypothèse de base de la méthode proposée ici est que l'évolution de la déformation latérale après pic peut être décrite à partir des valeurs de $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ et ses dérivées au pic.

Au pic, $d\sigma_{ax}/d\varepsilon_{ax} = 0$ par définition. De plus :

$$\nu_{c,sec_{pic}} = 0.5 \tag{5.46}$$

$$\nu_{c,sec_{pic}}' = d\nu_{c,sec}/d\varepsilon_{ax} = \frac{\nu_{c,sec_{pic}} - \nu_{c,0}}{\varepsilon_{cc1} - \beta_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_{cc1}}$$
(5.47)

$$\nu_{c,sec_{pic}}^{\prime\prime} = d^2 \nu_{c,sec} / d\varepsilon_{ax}^2 = 0 \tag{5.48}$$

En outre, pour une courbe calculée à $\sigma_{lat} = \text{const}, d\sigma_{lat}/d\varepsilon_{ax} = 0$. L'expression 5.45 se réduit donc à :

$$\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}} = \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\varepsilon_{ax}} + \frac{\partial\varepsilon_{lat}}{\partial\nu_{c,sec}} \cdot \frac{\partial\nu_{c,sec}}{\partial\varepsilon_{ax}}$$
(5.49)

137

Avec $\mu = \sigma_{lat}/f_{cc}$, les dérivées de $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ au pic valent :

$$\left(\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}}\right)_{pic} = \frac{\left(1 - 2 \cdot \mu \cdot \nu_{c,sec_{pic}}\right) \cdot \left(-\mu + (1+\mu) \cdot \nu_{c,sec_{pic}}\right)}{\left(1 - 2 \cdot \mu \cdot \nu_{c,pic}\right)^2} + \dots$$
$$= \dots + \frac{\varepsilon_{cc1} \cdot \nu'_{c,sec_{pic}} \left(1 - \mu\right) \cdot \left(1 + 2 \cdot \mu\right)}{\left(1 - 2 \cdot \mu \cdot \nu_{c,pic}\right)^2} \tag{5.50}$$

$$\left(\frac{d^2\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}^2}\right)_{pic} = 2 \cdot \nu_{c,sec_{pic}}' \cdot \frac{(\mu-1) \cdot (2 \cdot \mu - 1)}{\left(1 - 2 \cdot \mu \cdot \nu_{c,pic}\right)^3} \cdot \left[1 + 2 \cdot \mu \cdot \left(\varepsilon_{cc1} \cdot \nu_{c,sec_{pic}}' - \nu_{c,sec_{pic}}\right)\right]$$
(5.51)

Les expressions 5.50 et 5.51 dépendent de σ_{lat} , de ε_{cc1} et de β_{ε} (section 5.3.2.1). La valeur de $d\varepsilon_{lat}/d\varepsilon_{ax}$ varie peu avec le niveau de confinement et est environ égale à l'unité (figure 5.25-a) : cela est confirmé par les observations expérimentales de [Lu06], qui admet une valeur de la pente constante et égale à 1 pour toute la phase après pic et pour tous niveaux de confinement. Cependant, $d^2\varepsilon_{lat}/d\varepsilon_{ax}^2$ diminue clairement pour une augmentation de σ_{lat}/f_c (figure 5.25-b).



Fig. 5.25 : Valeurs de $d\varepsilon_{lat}(d\varepsilon_{ax})$ (a) et de sa dérivée (b) en fonction du niveau de confinement, selon les expressions 5.50 et 5.51 et pour deux types d'évolution de ε_{cc1} (p = 20 et p = 10)

Sur la base des observations expérimentales, deux scénarios peuvent être définis (figure 5.26). Une limite inférieure de la déformabilité latérale est obtenue en admettant, comme indiqué par [Lu06], que la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ demeure constante et égale à sa valeur au pic :

$$\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}} = \left(\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}}\right)_{pic} = c \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{lat} = \varepsilon_{lat_{pic}} + \left(\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}}\right)_{pic} \cdot (\varepsilon_{ax} - \varepsilon_{ax_{pic}}) \tag{5.52}$$

Une solution qui dans la plupart des cas surestime la déformabilité latérale est obtenue en admettant que la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ continue à augmenter après le pic et que sa

deuxième dérivée demeure constante après pic :

$$\frac{d^2 \varepsilon_{lat}}{d \varepsilon_{ax}^2} = \left(\frac{d^2 \varepsilon_{lat}}{d \varepsilon_{ax}^2}\right)_{pic} = c \tag{5.53}$$

$$\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}} = \left(\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}}\right)_{pic} + \left(\frac{d^2\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}^2}\right)_{pic} \cdot (\varepsilon_{ax} - \varepsilon_{ax_{pic}})$$
(5.54)

$$\varepsilon_{lat} = \varepsilon_{lat_{pic}} + \left(\frac{d\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}}\right)_{pic} \cdot (\varepsilon_{ax} - \varepsilon_{ax_{pic}}) + \left(\frac{d^2\varepsilon_{lat}}{d\varepsilon_{ax}^2}\right)_{pic} \cdot \frac{\left(\varepsilon_{ax} - \varepsilon_{ax_{pic}}\right)^2}{2}$$
(5.55)

La figure 5.26 compare les deux scénarios en termes de déformation latérale et de déformation volumétrique. Dans le paragraphe suivant, les résultats obtenus en admettant une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ après pic sont comparés à différents résultats expérimentaux issus de la littérature.



Fig. 5.26 : Modélisation de l'évolution de la déformation latérale (a) et de la déformation volumétrique (b) en fonction de la déformation axiale et pour différents niveaux de confinement. Lignes à trait continu : modèle avec augmentation progressive de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$. Lignes à trait discontinu : modèle avec pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ constante et égale à sa valeur au pic. Point gris : valeurs au pic.

5.3.2.3 Comparaison avec des mesures expérimentales

La figure 5.27 compare les résultats du modèle numérique et des essais de la littérature. Ces résultats ont été obtenus en admettant une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ après pic (figure 5.26, lignes à trait continu). Le comportement axial du béton confiné a été modélisé par les hypothèses décrites à la section 5.3.1. Pour les essais rapportés par [Lu06], le modèle surestime légèrement la déformation latérale. Pour les essais rapportés par [Can01] et de [Smi89], l'accord entre modèle et mesures est satisfaisant.

La figure 5.28-a compare la déformation volumétrique calculée par le modèle et les résultats des essais de [Imr96]. Les hypothèses de calcul sont les mêmes que celles utilisées pour les diagrammes de la figure 5.27. Les résultats de la modélisation sont satisfaisants.

La figure 5.28-b présente l'évolution de $\varepsilon_{lat}/\varepsilon_{cc1}$ en fonction de $\varepsilon_{ax}/\varepsilon_{cc1}$ pour un même matériau et différents niveaux de confinement : comme cela a été mis en évidence par [Lok05] sur la base des résultats expérimentaux de Candappa et al. [Can01], les courbes normalisées ne dépendent pratiquement pas du niveau de confinement.



Fig. 5.27 : Comparaison entre résultats expérimentaux et modélisation par l'approche qui prévoit une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ après pic.

5.3.2.4 Critique de la méthode proposée

Une méthode a été proposée pour estimer l'évolution de la déformation latérale après pic. Deux cas limites ont été proposés, en accord avec les indications de différents essais de la littérature : un cas où la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ est constante et égale à la valeur de pic et un cas avec augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$. Ces deux cas peuvent être respectivement appliqués lorsque une sous-estimation ou une surestimation de la déformabilité latérale sont du côté de la sécurité. La comparaison entre des résultats expérimentaux issus de la littérature et des simulations obtenues avec le modèle qui considère une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ montrent que cette approche permet une description très satisfaisante du comportement mesuré lors d'essais en conditions de confinement actif.

D'ailleurs, les résultats expérimentaux pour des grandes déformations après pic sont limités. Certains de ces résultats semblent indiquer que la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ n'augmente pas indéfiniment après le pic, mais tend à se stabiliser pour une déformation environ égale à $1.2 - 2.0 \cdot \varepsilon_{cc1}$. Cela influence relativement peu les résultats de la modélisation pour la première partie après pic. Pour des plus grandes déformations, l'approche qui se base sur une



Fig. 5.28 : a) Comparaison entre résultats expérimentaux et modélisation par l'approche qui prévoit une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$ après pic. b) Invariance de la relation entre déformation latérale et déformation axiale normalisées pour différents niveaux de confinement.

augmentation continue de la pente prévoit une déformation latérale qui croit avec un gradient de plus en plus grand et qui tend à atteindre une valeur infinie.

La méthode proposée dans le cadre de cette recherche nécessite une plus large validation, spécialement en ce qui concerne le comportement après pic. Elle a tout de même l'avantage de permettre de décrire le comportement après pic en s'appuyant sur deux valeurs, $(d\varepsilon_{lat}/d\varepsilon_{ax})_{pic}$ et $(d^2\varepsilon_{lat}/d\varepsilon_{ax}^2)_{pic}$, qui peuvent être calculées explicitement. Le cas échéant, l'hypothèse sur l'évolution après pic de $\varepsilon_{lat}/\varepsilon_{ax}$ peut être facilement adaptée à partir des valeurs de ε_{lat} et de ses dérivées au pic. L'évolution de la pente peut, par exemple, être arrêtée pour une certaine valeur de la déformation après pic. Cela ne complique que marginalement les calculs et donne à l'approche proposée une validité plus générale.

5.4 Modélisation du confinement passif dans les éléments de structures

5.4.1 Colonnes armées par armature transversale

Sur la base des différentes indications de la littérature (section 5.2.1), nous adoptons l'approche suivante pour modéliser le comportement des colonnes en béton ordinaire et en béton fibré. Le comportement du noyau confiné est modélisé par le modèle de confinement compatible, proposé à la section précédente. L'algorithme de calcul itératif est celui proposé à la section 5.3.2. Pour les éléments en béton non fibré, la contrainte de confinement effective est calculée en considérant la géométrie des armatures selon l'approche proposée par [Man88a] (section 5.2.1.1). Pour les éléments en béton fibré, l'efficacité du confinement augmente (section 5.2.1.4, [Cam02, Aou07, Emp08]). Nous admettons que l'aire du noyau effectivement confinée coïncide dans ce cas avec l'aire nominale du noyau. Cette hypothèse est raisonnable si le taux de fibres est important (fibres métalliques, $V_f \geq 1\%$) et si la cage d'étriers est relativement dense.

Le comportement de la couche d'enrobage est modélisé selon les hypothèses suivantes : pour un béton ordinaire, nous admettons de manière prudente (figure 5.5) que la couche d'enrobage perd complètement son efficacité pour $\sigma = f_c$. Pour un béton à haute résistance, l'éclatement de l'enrobage peut se produire pour une contrainte inférieure à f_c : cela dépend de nombreux paramètres (section 5.2.1.2). Une valeur prudente est obtenue avec $0.85 \cdot f_c$. Dans le cas des bétons fibrés (fibres métalliques, $V_f \geq 1\%$), nous admettons que l'efficacité de la couche d'enrobage n'est par contre pas affectée par l'éclatement.

Le problème de l'éclatement de la couche d'enrobage nécessiterait, dans le cadre des bétons fibrés ordinaires et à hautes performances, une étude théorique plus approfondie, qui n'a pas été effectuée dans le cadre de cette recherche. Les facteurs qui augmentent le risque d'éclatement sont la possible instabilité de la couche d'enrobage, liée à l'énergie de déformation stockée dans la couche et dans l'échantillon et à la poussée latérale des armatures, retenues par les étriers. La résistance et la ductilité du béton en traction s'opposent à l'éclatement de l'enrobage, qui doit se produire par propagation et ouverture de fissures longitudinales. La stabilité de la propagation de cette fissure est un problème de mécanique de la rupture. Un cas similaire à été traité pour un matériau élastique-fragile en [Baz91]. Une analyse du problème par une approche de stabilité énergétique qui tient compte de la loi $\sigma(w)$ du béton fibré pourrait permettre de déterminer une relation rationnelle entre les propriétés du béton et l'éclatement de l'enrobage. Sinon, la contribution de l'enrobage ne peut être évaluée que sur une base empirique et séparément pour chaque matériau.

5.4.1.1 Comparaison avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature

Les courbes montrées aux figures 5.30 et 5.31 ont été calculées avec les hypothèses simplifiées décrites dans le paragraphe précédent.

[Aou07] a effectué des essais sur colonnes à section carrée en variant la quantité d'armature transversale et en utilisant un béton fibré et un béton non fibré (fibres métalliques avec crochets, $\ell_f = 30$ mm, $d_f = 0.55$ mm). La résistance à la compression des deux bétons vaut environ 50 MPa. Le comportement en compression uniaxiale des deux types de béton a été modélisé selon les courbes données dans [Aou07]. Les propriétés mécaniques des armatures sont : $f_{sy} = 515$ MPa, $f_{sy} = 625$ MPa, $\varepsilon_{sh} = 1.94$ % et $\varepsilon_{su} = 16.5$ % pour les barres longitudinales, $f_{sy} = 409$ MPa, $f_{sy} = 640$ MPa, $\varepsilon_{sh} = 0.95$ % et $\varepsilon_{su} = 17.4$ % pour les étriers. Les



Fig. 5.29 : Configuration des armatures transversales des colonnes testées par [Aou07]

trois configurations de sections transversales considérées, (A), (B) et (C), sont montrées à la figure 5.29, où s est la distance entre étriers. La figure 5.30 montre dans la partie supérieure et inférieure les diagrammes relatifs aux éléments respectivement sans fibres et avec fibres. Les contributions du noyau, de l'enrobage et de l'armature comprimée sont également montrées par des lignes différentes sur les mêmes diagrammes.



Fig. 5.30 : Comparaison entre modélisation et le comportement mesuré par [Aou07]

[Emp08] présente les résultats d'essais sur colonnes courtes $(200 \times 200 \times 600 \text{ mm})$ en BUHP avec ou sans fibres $(V_f = 1.25\%, \ell_f = 30 \text{ mm} \text{ et } d_f = 0.38 \text{ mm})$. Le béton a une résistance à la compression de 146 MPa. Le comportement en compression uniaxiale des matériaux a été modélisé selon le comportement mesuré dans la référence. La colonne S6 n'est pas fibrée et est renforcée par 4 barres longitudinales ϕ_s 28 mm en acier BSt 500 et étriers $\phi_w = 8 \text{ mm}$, s = 41 mm; la colonne S5 est renforcée par des fibres, 4 barres ϕ_s 28 mm en acier S670/800 et étriers comme la colonne S6 ; la colonne S2 est renforcée par des fibres, 8 barres ϕ_s 28 mm en acier S670/800 et étriers $\phi_w = 8 \text{ mm}$, s = 84 mm disposées dans la même configuration que celle de la figure 5.29-C. L'allure des courbes est correctement reproduite (Figure 5.31).



Fig. 5.31 : Comparaison entre modélisation et le comportement mesuré par [Emp08]. N_{max,sf} est la résistance de la colonnes S6 sans fibres

5.4.1.2 Limites d'application du modèle

Dans les deux exemples de béton fibré considérés, le comportement du béton confiné est correctement estimé par le modèle. De manière plus générale, il est nécessaire de souligner que, pour d'autres essais de littérature, le modèle peut donner une estimation incorrecte du comportement limite après pic.

Le modèle a été calibré sur la base des essais en conditions de confinement actif, avec un plateau de résistance résiduelle après pic (section 5.3.1). Ce type de comportement n'est pas toujours observé pour les colonnes renforcées avec étriers. Selon [Cus96], un plateau à contrainte constante peut se produire si les étriers sont correctement ancrés et si la rupture est atteinte par plastification des étriers et formation de surfaces de rupture inclinées (figure 5.32 à gauche). Si l'état ultime est influencé par l'ouverture ou par la rupture des étriers, le plateau ne se manifeste pas et l'effort de compression axiale diminue progressivement vers zéro (figure 5.32 à droite). Dans ce cas, la prise en compte d'une diminution de l'effet de confinement des étriers, ou une adaptation de la loi du béton confiné seraient nécessaires.



Fig. 5.32 : Comportement après pic de colonnes armées, [Cus96] : à gauche, plateau de résistance résiduelle après pic dans le cas de rupture avec formation de surfaces de glissement inclinées; à droite, diminution vers zéro de la résistance résiduelle par perte d'ancrage ou par rupture des étriers

5.4.2 Colonnes mixtes constituées par un tube en acier rempli de béton

Dans le cadre de cette recherche, on considère uniquement des colonnes à section transversale circulaire, pour lesquelles l'action de confinement exercée par le tube est plus efficace (section 5.2.2.1).

La réponse structurale est fortement influencée par l'état de contraintes biaxial dans le tube. Pour pouvoir quantifier ce dernier, il est nécessaire de connaitre l'état de déformation du tube et d modéliser son comportement mécanique biaxial et non linéaire. Les deux prochaines sections s'adressent à l'analyse de ces deux aspects.

5.4.2.1 État de déformation dans le tube

L'état de déformation dans le tube dépend principalement de la modalité d'application de la charge (section 5.2.2), des conditions de contact à l'interface acier béton et du gonflement latéral du béton confiné. L'éventuel voilement local du tube modifie l'état de contraintes et déformations, mais cet aspect n'est pas pris en compte dans l'analyse.

Dans les paragraphes suivants, on propose une approche pour estimer l'évolution de l'état de déformation axiale et latérale du tube en fonction de l'état de déformation du béton interne.

L'approche est présentée de manière progressive : le cas idéal où la charge est appliquée sur la section en béton en absence de frottement acier-béton est initialement considéré. L'activation axiale du tube, due au contact avec le béton, est ensuite prise en compte par une méthode simplifiée originale. Finalement, le cas de charge appliquée à la section mixte est discuté, de même que la manière dont le retrait du béton peut être pris en compte.

Charge appliquée à la section en béton, sans adhérence acier-béton

L'état de contrainte dans le tube est, dans ce cas, purement tangentiel. Si on néglige le retrait du béton :

$$\sigma_{s,ax} = 0 \qquad \varepsilon_{c,lat} = \varepsilon_{s,lat} \tag{5.56}$$

La déformation axiale du tube peut être calculée à partir de sa déformation latérale (équation 5.57), mais elle n'est pas importante du point de vue structurel. Le fait que l'acier soit sollicité dans une seule direction permet l'implémentation aisée de lois de comportement mécaniques non linéaires.

Charge appliquée à la section en béton, avec adhérence acier-béton

La déformation axiale du tube dépend, dans ce cas, des conditions de contact acier-béton : le calcul de $\varepsilon_{s,ax}$ nécessite la prise en compte du mécanisme de transmission des contraintes axiales du béton à l'acier par adhérence (section 5.2.2.1).

Dans le cadre de cette recherche, on propose une méthode approchée qui permet d'estimer la déformation axiale $\varepsilon_{s,ax}$ du tube. Deux cas limites existent. Si l'adhérence est nulle, la déformation axiale est donnée uniquement par effet de Poisson qui résulte de la déformation latérale du tube, égale à la déformation latérale du béton :

$$\varepsilon_{s,ax} = -\nu'_s \cdot \varepsilon_{s,lat} = -\nu'_s \cdot \varepsilon_{c,lat} \tag{5.57}$$

145



Fig. 5.33 : Représentation qualitative de l'hypothèse sur l'évolution de la déformation axiale dans le tube en fonction de la déformation axiale dans le béton

avec ν'_s égal à ν_s ou à 0.5 pour l'acier respectivement élastique ou plastifié. Si l'adhérence est parfaite, la déformation axiale du tube est égale à la déformation axiale du béton :

$$\varepsilon_{s,ax} = \varepsilon_{c,ax} \tag{5.58}$$

Le comportement réel se situe entre ces deux cas limites (figure 5.33). Dans une première phase, le gonflement latéral du béton est faible : la déformation axiale du tube est activée par l'adhérence acier-béton et elle est une fraction de la déformation axiale du béton (figure 5.34-a). La contribution 5.57 devient progressivement plus grande que la contribution 5.58, particulièrement pendant l'écrasement du béton en compression. À partir d'un certain point, la déformation axiale que le tube aurait par effet de Poisson à cause du gonflement transversal du béton est plus grande que la déformation axiale activée par le contact avec le béton. L'adhérence dans la zone de rupture agit donc dans le sens contraire et limite la possibilité du tube de glisser sur le béton (figure 5.34-b).



Fig. 5.34 : Représentation qualitative de la relation entre la déformation axiale du béton et du tube.

Pour modéliser de manière approchée le comportement du tube, on admet que sa déformation axiale est une combinaison linéaire des contributions 5.57 et 5.58 (figure 5.33) :

$$\varepsilon_{s,ax} = A \cdot (\varepsilon_{c,ax}) + (1 - A) \cdot (-\nu'_s \cdot \varepsilon_{s,lat}) \qquad 0 \le A \le 1$$
(5.59)

Du point de vue physique, le paramètre A représente le niveau d'adhérence acier-béton. Si A = 0, l'adhérence est nulle, la déformation axiale du tube est indépendante de la déformation axiale du béton et elle est donnée uniquement par effet de Poisson dû à la déformation latérale. Si A = 1, l'adhérence est parfaite. Du point de vue théorique, il n'est a priori pas nécessaire que les contributions 5.57 et 5.58 soient liées par deux facteurs qui dépendent du même paramètre A. De plus, les conditions d'adhérence peuvent se modifier le long de la mise en charge.

Néanmoins, nous admettons un paramètre A unique, dont la valeur demeure constante pendant la mise en charge. Dans le cadre de la modélisation, la valeur de A est un paramètre qui dépend du type d'essai et des propriétés des matériaux, et qui doit être calibré pour représenter efficacement ces conditions.

Pendant la première phase de mise en charge, l'activation axiale du tube est ralentie à cause de l'effet de *lagging* (section 5.2.2.1). Des valeurs trop grandes du paramètre A ne sont donc pas physiquement réalisables dans la première phase de mise en charge. La condition suivante doit être remplie :

$$|\varepsilon_{s,lat}| \le |\varepsilon_{c,lat}| \longrightarrow \sigma_{s,lat} \ge 0$$
(5.60)

Sinon, le contact acier-béton est perdu. En admettant un comportement élastique linéaire pour les deux matériaux,

$$\varepsilon_{s,lat} = -\nu_s \cdot \varepsilon_{s,ax} \qquad \varepsilon_{c,lat} = -\nu_c \cdot \varepsilon_{c,ax}$$

$$(5.61)$$

En considérant les expressions 5.58, 5.60 et 5.61 :

$$-\nu_s \cdot (A \cdot \varepsilon_{c,ax}) = -\nu_c \cdot \varepsilon_{c,ax} \quad \to \quad A \le \frac{\nu_c}{\nu_s} \tag{5.62}$$

Dans l'algorithme de calcul, si la condition 5.60 n'est par remplie pour une certaine valeur de A et pour un certain pas de calcul, la valeur de A est réduite de manière itérative. À titre d'exemple, dans la phase élastique, si $\nu_s = 0.3$ et $\nu_c = 0.2$, la valeur de A doit être inférieure à 2/3.

Charge appliquée sur la section mixte

Le raccourcissement du béton et de l'acier sont dans ce cas égaux pendant la première phase de mise en charge. Initialement, la déformation latérale de l'acier est plus grande que celle du béton et aucune interaction ne se produit entre les deux.

Dans l'algorithme, cette condition est contrôlée au début de chaque pas de calcul. Pour une valeur donnée de $\varepsilon_{s,ax} = \varepsilon_{c,ax}$, les déformations latérales "libres" (en absence de contact) du béton et de l'acier sont calculées. Si $|\varepsilon_{s,lat,libre}| > |\varepsilon_{c,lat,libre}|$, $\sigma_{lat} = 0$ et le calcul de l'état de contraintes est immédiat. Dans le cas contraire, une hypothèse est faite sur la valeur de ε_{lat} et le calcul est résolu de manière itérative.

À la rupture, les déformations se localisent dans une zone de longueur limitée. La relation entre l'état de déformation axial local du tube et le raccourcissement global imposé à l'échantillon n'est plus si évidente. On admet que dans cette phase le gonflement latéral du béton influence la déformation axiale du tube de manière similaire au cas de charge sur la section en béton, et on utilise de nouveau l'équation 5.59 pour estimer l'état de déformation axiale du tube. Dans ce cas, A = 1.

5.4.2.2 Effet du retrait du béton

L'effet du retrait du béton est pris en compte par un raccourcissement latéral libre égal à ε_{cs} . L'effet du retrait dans la direction axiale de la colonne n'est pas relevant pour l'analyse. Il est important de souligner que le béton dans le tube se trouve en conditions d'humidité relative supérieure au béton en ambiance externe. Le retrait de séchage, important spécialement dans le cas des bétons ordinaires, ne se développe donc pratiquement pas. Dans l'algorithme de calcul, la déformation latérale "libre" du béton est calculée pour chaque valeur de déformation axiale imposée, afin de vérifier si les conditions de contact béton-acier existent.

Dans le cas d'une charge appliquée à la section en béton, le contact existe si :

$$|\varepsilon_{c,lat,libre}| \ge |\varepsilon_{cs}| \tag{5.63}$$

Dans le cas d'une charge appliquée à la section mixte, cette condition s'ajoute à celle qui considère le gonflement latéral libre du tube. Le contact existe si :

$$|\varepsilon_{c,lat,libre}| \ge |\varepsilon_{cs}| + |\varepsilon_{s,lat,libre}| \tag{5.64}$$

5.4.2.3 Effet du comportement mécanique non linéaire du tube

Pour un acier ordinaire, la résistance et le comportement après pic d'une colonne sont généralement atteints lorsque le tube est plastifié [Tom77, Sch98]. L'état de contraintes $(\sigma_{sy,ax}, \sigma_{sy,lat})$ qui correspond à la plastification du tube est calculé ici par le critère d'écoulement de Huber-Henky-Von Mises (équation 5.9).



Fig. 5.35 : Diagrammes normalisés pour $(\varepsilon_{lat}/\varepsilon_{ax})_{elast.} = 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 2.5, 3 : a)$ déformations imposées; b) contrainte latérale-contrainte axiale; c) contrainte-déformation axiale; d) contrainte-déformation latérale

De nombreux auteurs se limitent au calcul de l'état de contraintes élastique et du point de plastification. Cependant, l'état de contraintes continue à varier en phase plastique en fonction de l'évolution des déformations et du type d'écrouissage de l'acier (figure 5.13).

Afin d'analyser cet effet, une loi d'écoulement plastique est admise pour le critère de Von Mises [Cor92]. L'évolution de l'état de contraintes est étudiée pour différentes valeurs du rapport $(d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax})_{elast.}$ entre la variation de la déformation latérale et la variation de la déformation axiale du tube.

On considère initialement un matériau élastique-parfaitement plastique. La figure 5.35 montre l'évolution de l'état de contraintes obtenue avec diverses valeurs de $(d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax})_{elast.}$

en phase élastique mais la même valeur pendant la plastification (à titre d'exemple, $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax} = -1.5$ à été choisi). Comme on le voit sur les diagrammes c et d, les contraintes se stabilisent rapidement à des valeurs limites, $\sigma_{s,lim,ax}$ et $\sigma_{s,lim,lat}$. Ces valeurs, également indiquées par une croix sur le diagramme b, correspondent à celles que l'on obtiendrait par les expression 5.10 et 5.11 proposées par [Tom77]. Elles ne dépendent pas du point de première plastification, mais uniquement de l'évolution des déformations dans la phase plastique.

La figure 5.36 montre l'évolution des contraintes obtenue en imposant la même valeur $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax}$ en phase élastique mais différentes valeurs pendant la plastification. Pour $(d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax})_{plat.} = -2$, les contraintes limites valent $\sigma_{s,lim,ax} = 0$ et $\sigma_{s,lim,lat} = f_{sy}$. Si $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax} < -2$, la contrainte axiale change de signe. D'un point de vue pratique, cela signifie que dans le cas représenté en figure 5.34-b des contraintes de traction axiale peuvent apparaître dans le tube si la déformation latérale est plus du double de la déformation axiale. Dans ce cas, la contrainte latérale de traction dans le tube est au moins égale à f_{sy} .



Fig. 5.36 : Diagrammes normalisés pour (ε_{lat}/ε_{ax})_{plast.} = 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5 :
a) déformations imposées; b) contrainte latérale-contrainte axiale; c) contrainte-déformation axiale; d) contrainte-déformation latérale

Tomii et al. [Tom77] ont dérivé les expressions 5.10 et 5.11 sur la base de considérations similaires. Cependant, ils ont considéré uniquement des valeurs de $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax}$ comprises entre 0.5 et 1.5, en indiquant une valeur expérimentale généralement proche à 0.9. Cela est vrai dans le cas d'éléments en béton ordinaire suffisamment confinés de sorte à produire une réponse structurale plastique ou durcissante. Pour les éléments en béton à haute et très haute résistance, ou si le confinement est faible, la réponse structurale est plutôt adoucissante (section 5.2.2.2). Après pic, la déformation latérale du béton augmente plus rapidement que sa déformation axiale (section 5.3.2.2) et il faut donc s'attendre, après pic, à une activation complète de f_{sy} dans la direction transversale. Des déformations latérales significativement plus grandes que les déformations axiales dans le tube ont été mesurées expérimentalement, par exemple, par [Mei01] pour des éléments cylindriques en béton à haute résistance.

Finalement, l'effet d'un comportement durcissant de l'acier sur la réponse du tube est montré en figure 5.37. Les mêmes parcours de déformation que dans le cas de la figure 5.36 ont été imposés. Le comportement de l'acier est modélisé avec une loi d'écrouissage isotrope et une loi d'évolution de la surface d'écoulement exprimée par l'évolution de $f_{s,0}$ (équation 5.9) en fonction du travail plastique ω_{pl} par une relation [Cor92] :

$$(5.65)$$

avec :

$$\omega_{pl} = \int_0^{\varepsilon_{pl}} \underline{\sigma} \cdot d\underline{\varepsilon}_{pl} \qquad d\underline{\varepsilon}_{pl} = d\underline{\varepsilon} - d\underline{\varepsilon}_{el}$$
(5.66)

Un acier élastique-plastique-écrouissant $(f_{su}/f_{sy} = 1.15, \varepsilon_{sh} = 2\%, \varepsilon_{su} = 15\%)$ et un acier sans plateau d'écoulement sont considérés.



Fig. 5.37 : Diagrammes normalisés pour $(\varepsilon_{lat}/\varepsilon_{ax})_{plast.} = 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2, 2.5. En trait discontinu : comportement avec acier élastique-parfaitement plastique, déjà montré à la figure 5.36. En trait continu : a) à c) acier avec plateau d'écoulement; d) à f) acier sans plateau d'écoulement$

Pour le cas considéré $(d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax} = \text{const})$, l'écrouissage influence faiblement l'évolution des contraintes dans la première phase de plastification. Les contraintes se stabilisent rapidement à des valeurs proches de celles obtenues dans le cas élastique-parfaitement plastique. Elles évoluent successivement selon des chemins radiaux dans le diagramme $\sigma_{lat}(\sigma_{ax})$ et atteignent pour les deux types d'acier des valeurs finales qui correspondent au critère de Von Mises avec $f_{s,0} = f_{su}$.

Du point de vue structurel, il est important souligner que :

- l'évolution des contraintes pendant la plastification peut modifier rapidement et radicalement l'état de contraintes dans le tube;
- pour $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax} \leq -2$, la contrainte latérale dans le tube est au moins égale à f_{sy} ;
- l'écrouissage de l'acier ne modifie pas la répartition finale entre contribution axiale et contribution latérale de l'acier plastifié;
- en considérant l'écrouissage, la contrainte latérale peut atteindre f_{sy} déjà pour $d\varepsilon_{s,lat}/d\varepsilon_{s,ax} \leq -1.5$

Cela signifie que, lorsque le béton entre dans sa phase après pic, l'évolution de ε_{lat} en fonction de ε_{ax} a une grande importance sur l'état de contrainte dans le tube. Avec une augmentation continue de la pente de la courbe $\varepsilon_{lat}(\varepsilon_{ax})$, comme montré par les lignes à trait continu de la figure 5.26, la contrainte de plastification f_{sy} en direction latérale sera généralement atteinte.

5.4.2.4 Comparaison du modèle avec des résultats expérimentaux tirés de la littérature

Grâce à l'approche décrite aux paragraphes précédents, le comportement en compression d'un élément mixte peut être modélisé si la géométrie du problème et les propriétés mécaniques de l'acier et du béton en compression uniaxiale sont données.

Dans cette section, les prévisions du modèle sont comparées à des résultats d'essais tirés de la littérature. Des essais de compression directe sur des tubes circulaires en acier remplis de béton de différentes qualités sont considérés. Pour la modélisation, la géométrie et le comportement mécanique uniaxial des matériaux sont admis selon les indications données dans les références. Le comportement triaxial du béton, le comportement biaxial du tube et l'interaction béton-tube sont modélisés selon l'approche présentée dans cette recherche.

Les résultats de la modélisation dépendent de trois facteurs : l'évolution de la $\sigma_{c,ax}(\varepsilon_{c,ax})$ en fonction de σ_{lat} ; l'évolution de la $\varepsilon_{c,lat}(\varepsilon_{c,ax})$ en fonction de σ_{lat} ; le paramètre A qui tient en compte de l'activation du tube. Par la suite, seule la valeur du facteur A est variée.

Essais de [Lah92] sur échantillons courts en BO et BHR

Lahlou et al. [Lah92] ont effectué des essais de compression avec confinement actif et passif. Les essais avec confinement actif ont été déjà considérés dans le cadre de cette recherche pour la calibration du modèle de comportement du béton confiné (section 5.3.1 et Annexe A). Les essais en confinement passif ont été effectués sur des cylindres en béton 54×113 mm dans des tubes en acier ($f_{sy} = 540$ MPa, $f_{su} = 610$ MPa) de 0.5, 1.27 ou 2.17 mm d'épaisseur. La charge a été appliquée uniquement sur la section en béton. La figure 5.38 montre les résultats de la modélisation : la correspondance entre les résultats expérimentaux et les courbes modélisées est très bonne. L'influence du paramètre A est dans ce cas modeste. Les valeurs du paramètre A qui permettent la meilleure description sont données dans la légende de la figure 5.38 et varient entre 0.2 et 0.4 en fonction de la résistance du béton.



Fig. 5.38 : Comparaison entre les résultats de la modélisation et le comportement mesuré lors des essais effectués par [Lah92]. Courbes grises : variations de A. Courbes noires : valeurs de A qui permettent la meilleure description (BO, A = 0.2; BHR, A = 0.3; BTHR, A = 0.4)

Essais de [Lah92] sur échantillons longs en BO et BHR

Lahlou et Lachemi [Lah99] [Lah99] ont effectué des essais sur cylindres avec un rapport longueur/diamètre égal à environ 4. La charge est appliquée uniquement sur la section de béton. La figure 5.39 présente une comparaison entre résultats expérimentaux et résultats simulés. La simulation la meilleure a été obtenue en admettant une valeur A = 1 pour tous les essais. Les résultats de la simulation sont en accord avec les résultats expérimentaux pour le béton B50. Cependant, pour les bétons à plus haute résistance, les valeurs numériques prévues s'écartent parfois fortement des valeurs mesurées (B90, t = 6.5 mm; B130, t = 6.4 mm et t = 8.4 mm). L'incertitude est partiellement liée au fait que la résistance du béton varie d'un essai à l'autre et que les courbes $\sigma(\varepsilon)$ complètes en compression axiale ne sont pas données dans la référence, et elles ont été estimées par analogie avec les courbes de [Lah92] et en s'appuyant sur la base de données en annexe à la thèse (Annexe A).



Fig. 5.39 : Comparaison entre les résultats de la modélisation et le comportement mesuré lors des essais effectués par [Lah99]. Pour toutes les modélisations, A = 1

La figure 5.14 montre un effet que le modèle n'arrive pas à prédire : après pic, les courbes correspondant à différents bétons convergent vers le même plateau. Cela semble indiquer la nécessité d'adapter l'expression 5.24 qui exprime l'évolution de la résistance résiduelle $\sigma_{c,res}$ du béton confiné. Dans le modèle, cette valeur a été calibrée par des valeurs expérimentales en admettant qu'elle dépend de la résistance f_{cc} du béton confiné et du rapport σ_{lat}/f_c . Les résultats montrés sur la figure 5.39 indiquent que $\sigma_{c,res}$ dépend uniquement de σ_{lat} .

Essais de [Dal96] sur échantillons courts en BFUHP

Dallaire et al. [Dal
96] ont testé des échantillons 100×200 mm en BPR sans fibres ou avec micro-fibres ($\ell_f = 13$ mm, $d_f = 0.16$ mm, en quantité non indiquée) bétonnés dans des tubes

en acier ($f_{sy} = 350$ MPa) d'épaisseur égale à 1.5 et 3 mm. La charge est appliquée uniquement sur la section de béton. Les échantillons considérés dans ce paragraphe ont été soumis à un état de pression pendant la prise, afin d'en améliorer les propriétés mécaniques et d'éliminer la contraction chimique qui accompagne les réactions de prise [Dal96]. La figure 5.40 compare les résultats de la modélisation aux résultats des essais. La courbe $\sigma(\varepsilon)$ en compression du BPR fibré à été modélisée selon la courbe donnée dans la référence, avec $f_c = 210$ MPa. La partie avant pic de la même courbe a été utilisée pour modéliser le BPR sans fibre. Avec A = 0, le résultat de la modélisation est en bon accord avec les résultats obtenus pour le béton fibré. Dallaire et al. mesurent un comportement confiné presque identique pour le BPR avec ou sans fibres. Le modèle prévoit un comportement similaire avec ou sans fibres seulement dans cas le plus confiné (e = 3 mm). Pour les éléments moins confinés, le modèle prévoit une certaine influence des fibres.



Fig. 5.40 : Comparaison entre les résultats de la modélisation et le comportement mesuré lors des essais effectués par [Dal96]

Essais de [Tue04] sur échantillons en BFUHP

Tue [Tue04] a effectué des essais avec tubes en acier ($f_{sy} = 350$ MPa, diamètre 168.3 mm et épaisseur 4.5 mm) remplis de différents types de béton (BO, BHR, BUHP sans fibres).



Fig. 5.41 : Comparaison entre les résultats de la modélisation et le comportement mesuré lors des essais effectués par [Tue04]

La charge est appliquée uniquement sur la section de béton. Le comportement axial et le gonflement latéral des trois bétons ont été mesurés lors d'essais de compression sur cylindres non confinés : en accord avec ces mesures, $\nu_c = 0.18$ et $\nu_{pic} = 0.5$ sont utilisées ici pour le BO et le BHR, $\nu_c = 0.23$ et $\nu_{pic} = 0.32$ pour le BUHP. La figure 5.41 montre les résultats

de la simulation. Pour le BHR et le BUHP, la résistance après pic est clairement surestimée par le modèle. Le niveau du plateau après pic dépend de l'évolution de $\varepsilon_{c,lat}$ et de l'évolution de $\sigma_{c,res}$ (équation 5.24). Comme pour les essais de [Lah92] (figures 5.14 et 5.39) et pour les éléments armés par des étriers (figure 5.32), les résultats des simulations semblent indiquer une liaison plus directe entre de la contrainte résiduelle après pic et les propriétés mécaniques et géométriques de l'élément qui exerce le confinement.

5.4.2.5 Limites d'applicabilité du modèle

Le modèle proposé a été comparé à un certain nombre d'essais de la littérature sur éléments en béton ordinaire, en BHR et en BFUHP.

Le comportement mesuré avant pic se trouve toujours dans la bande prévue par le modèle en variant le paramètre A. Avant pic, la valeur du paramètre A contrôle le niveau de participation axiale du tube. Pour A = 1, la déformation axiale du tube est égale à celle du béton et la participation du tube à la rigidité de la colonne est maximale. Si l'étendue de la bande définie en changeant la valeur de A entre 0 et 1 est restreinte, le modèle permet une estimation raisonnable du comportement réel. Sinon, plus d'informations sont nécessaires afin de pouvoir calibrer le paramètre A.

Le nombre d'essais considérés dans le cadre de cette analyse est réduit. Tout de même, la valeur de A semble être influencée par la longueur de l'échantillon, le comportement des échantillons courts étant mieux décrit par des valeurs petites de A.

5.5 Application de couches minces de confinement en BFUHP

L'application d'une couche externe en BFUHP présente des avantages importants pour la durabilité des parties internes et de la résistance des éléments de structure aux agressions environnementales.

En appliquant le modèle de calcul du comportement du béton confiné développé dans ce chapitre, il est possible étudier l'efficacité structurale d'un élément comprimé réalisé avec un noyau en béton ordinaire et une couche externe en BFUHP. Grâce à la plus petite déformabilité latérale du BFUHP, à sa résistance et à sa ductilité en traction, le BFUHP peut exercer un effet de confinement sur le noyau en béton ordinaire. Comme dans le cas d'une colonne mixte constituée par un tube en acier rempli de béton, il est logique d'attendre que la couche de BFUHP, en raison du contact avec l'élément en béton ordinaire, participe à la transmission de l'effort de compression axiale et se trouve en conditions de sollicitation biaxiales.

L'étude de l'efficacité de la solution avec couche de béton est évaluée par comparaison du comportement des trois cas montrés à la figure 5.42 : une colonne de diamètre D avec couche d'enrobage en BFUHP d'épaisseur t (cas a); une colonne de même diamètre, entièrement réalisée en béton ordinaire; une colonne qui a la même répartition entre aire A_{bo} de béton ordinaire et aire A_{bf} de BFUHP, mais où le BFUHP est placé au centre de la section (Cas c). Le développement de la déformation latérale étant plus rapide pour un BO que pour le BFUHP, ce dernier cas équivaut à celui de deux matériaux qui n'interagissent pas en direction transversale. Dans tous les cas, on admet qu'une déformation axiale identique est appliquée aux deux matériaux.

À la connaissance de l'auteur, aucun résultat d'essais de comportement biaxial tractioncompression sur éléments en BFUHP n'est disponible. La modélisation est effectuée en première approximation avec des hypothèses qui surestiment très probablement les vraies per-



Fig. 5.42 : Trois sections considérées pour l'analyse comparative

formances d'une couche mince en BFUHP comprimée axialement et tendue latéralement :

- le critère de rupture simplifié montré sur la figure 5.43-a est adopté;
- lorsque la rupture est atteinte, la couche reste en place et continue à contribuer au comportement structurel;
- le comportement après pic en compression est linéaire avec une pente de 25 GPa (figure 5.43-b);
- le comportement après fissuration en traction présente un plateau jusqu'à la déformation nominale $\varepsilon_{ct} = 0.25\%$, suivi par un comportement adoucissant (figure 5.43-c).



Fig. 5.43 : Critère de rupture en compression-traction biaixiale et hypothèse sur le comportement biaixial

Le choix du critère de rupture se justifie par l'effet bénéfique des fibres, qui peuvent théoriquement exercer leur effet après la fissuration de la matrice avec une efficacité peu sensible à la présence d'un état de compression latérale. Le comportement avant pic est modélisé comme élastique linéaire et l'état de contraintes est calculé en modélisant la couche comme une couche mince :

$$\sigma_{ax} = \frac{E_{bf}}{1 - \nu_{bf}^2} \left(\varepsilon_{ax} + \nu_{bf} \cdot \varepsilon_{lat} \right) \qquad \qquad \sigma_{lat} = \frac{E_{bf}}{1 - \nu_{bf}^2} \left(\varepsilon_{lat} + \nu_{bf} \cdot \varepsilon_{ax} \right) \tag{5.67}$$

Trois types de béton sont considérés pour le noyau, dont le comportement mécanique est montré sur la figure 5.44.

Les résultats de la modélisation sont présentés à la figure 5.45 pour les trois types de béton et pour trois valeurs différentes du rapport t/D. Les valeurs sont normalisées par rapport à la résistance obtenue dans le cas (c). Les lignes continues représentent la solution (a) : la ligne noire représente le comportement de la colonne, la ligne rouge la contribution du BO seul et la ligne bleue la contribution du BFUHP seul. Les lignes traitillées représentent la solution (c) : la ligne noire représente le comportement de la colonne, la ligne rouge la contribution du BO seul et la ligne bleue la contribution du BFUHP seul. Les lignes traitillées représentent la solution du BO seul et la ligne bleue la contribution du BFUHP seul. La ligne noire en trait mixte représente la solution (b).

Comme la figure le montre pour tous les cas, l'interaction dans la direction transversale entre



Fig. 5.44 : Comportement mécanique en compression pour les trois types de béton considérés pour le noyau



Fig. 5.45: Résultats des simulations du comportement en compression de colonnes hybrides pour divers types de BO (figure 5.43) et divers rapports t/D. Lignes continues pour le cas (a) (figure 5.42) : noire pour la colonne entière, rouge pour la contribution du BO, bleue pour la contribution du BFUHP. Lignes traitillées pour le cas (c) : noire pour la colonne entière, rouge pour la contribution du BO, bleue pour la contribution du BFUHP. Ligne traitillées pour la contribution du BFUHP. Ligne noire en trait mixte pour le cas (b)

le BFUHP et le béton ordinaire, qui confine le BO et met le BFUHP en traction latérale, ne présente pas d'avantages effectifs par rapport à la solution qui fait travailler axialement les deux matériaux sans aucune interaction (figure 5.42, cas c). Cela même si des hypothèses très optimistes ont été adoptées pour le comportement biaxial du BFUHP. En admettant, par exemple, que la contribution de la couche disparaît lorsque le critère de rupture est atteint, le comportement structurel montrerait une chute verticale entre les points blancs des courbes (c) et la courbe du noyau en béton non confiné.

Des informations sur le comportement biaxial du béton sont nécessaires afin de valider ces conclusions. En absence de ces informations, dans le cas d'une utilisation sélective du BFUHP dans un élément comprimé, il n'est pas conseillé de placer le BFUHP dans la partie externe. Dans le cadre du renforcement de structures existantes, la contribution donnée par le BFUHP par rapport à la solution (b) sur la figure 5.45 n'est pas négligeable, mais il faut garder à l'esprit les risques importantes de fissuration précoce du BFUHP dans le cas ou il serait bétonné directement contre une colonne existante.

Une solution alternative peut être représentée par l'utilisation d'une couche mince de BFUHP avec des étriers enrobés dans la couche. Cette solution pourrait être optimale car elle permet de profiter du confinement donné par les étriers et de celui donné par le BFUHP, de la contribution du BFUHP au contrôle de l'éclatement de l'enrobage, de la possible réduction de l'enrobage grâce à l'étanchéité du BFUHP et d'une utilisation sélective du BFUHP. Une étude plus détaillée du comportement biaxial du BFUHP, des conditions de stabilité de la couche d'enrobage et des risques de fissuration de la couche armée avec les étriers sont nécessaires avant de se prononcer sur la validité de cette solution constructive.

5.6 Conclusions

- 1. L'état de connaissances sur le comportement des colonnes en béton à haute résistance a été systématisé. Les colonnes renforcées par des étriers et les colonnes mixtes constituées par un tube métallique rempli de béton ont été considérées séparément :
- 2. Un modèle de comportement du béton confiné a été défini pour être appliqué à l'analyse du confinement dans des conditions générales :
 - le modèle est constitué de deux parties : une loi contrainte axiale-déformation axiale et une loi déformation latérale-déformation axiale, exprimées en fonction du niveau de confinement latéral;
 - le modèle ainsi défini permet d'évaluer le comportement d'un élément en béton confiné par un confinement passif, si le comportement de l'élément qui exerce le confinement est connu;
 - les paramètres de la loi contrainte axiale-déformation axiale du béton confiné ont été calibrés sur la base de nombreuses données de la littérature. Cependant, le modèle nécessite une validation dans le cas du BFUHP, pour lequel aucun essai de compression triaxial active n'a été trouvé dans la littérature;
 - un modèle analytique original a été proposé pour décrire la relation déformation latérale-déformation axiale sous un effort latéral donné. Le modèle simplifie la description du problème grâce à des expressions analytiques. Le modèle a été comparé à des essais de la littérature, montrant une bonne correspondance.
- 3. Moyennant des hypothèses supplémentaires sur le comportement des éléments qui exercent le confinement (étriers, tube), le modèle a été appliqué pour l'analyse du confinement passif dans des colonnes armées.
 - dans le cas des colonnes armées par des étriers, le fonctionnement du modèle a été validé par des essais qui montrent un comportement stable après le pic et le développement d'un plateau de résistance résiduelle. Cependant, ce type de colonne montre souvent un comportement sans plateau résiduel, qui est alors surestimé par le modèle

pour des grandes déformations;

- dans le cas des colonnes mixtes, l'état de déformation et contraintes dans le tube a été modélisé par une approche simplifiée qui dépend d'un paramètre représentatif des conditions d'adhérence entre tube et béton.
 - l'évolution de l'état de contraintes dans le tube a été étudié en phase élastique et en phase plastique : à cause du gonflement du béton écrasé, le modèle prévoit une redistribution de contraintes dans le tube qui favorise l'effet de confinement dans la phase après pic;
 - le modèle a été comparé à des résultats expérimentaux de la littérature. Les résultats dépendent du paramètre A, qui nécessiterait une plus large base de données pour être mieux calibré.
- 4. Le modèle a été utilisé pour simuler le comportement d'une colonne hybride constitué par un noyau en béton ordinaire et une couche externe en BFUHP. Les résultats de la modélisation montrent que, même en admettant des propriétés mécaniques plutôt favorables pour la couche en BFUHP, l'interaction entre le noyau confiné et la couche en BFUHP tendue et comprimée ne conduit pas à une performance structurale meilleure que dans le cas sans interaction (sans confinement).

6 Comportement des colonnes élancées

6.1 Introduction

Ce chapitre analyse le comportement des colonnes en béton fibré à haute résistance soumises à une sollicitation de flexion composée. L'état de l'art sur le comportement des colonnes en béton à haute résistance présenté au début du chapitre 5 encadre également les sujets traités dans ce chapitre.

La section 6.2 présente un modèle de calcul numérique implémenté dans le cadre de cette recherche pour analyser le comportement des colonnes en béton armé. Ce modèle permet de tenir compte des non linéarités mécaniques et géométriques. La section 6.3 décrit les résultats de deux séries d'essais sur colonnes en BFHP effectuées dans le cadre de ce projet de recherche. Dans la même section, le comportement observé lors des essais est modélisé et interprété à l'aide du modèle de calcul numérique. La section 6.4 présente des études paramétriques qui visent à mettre en évidence l'importance du comportement mécanique du béton sur la réponse structurale des colonnes de faible ou grand élancement.

6.2 Modélisation de la réponse structurale des colonnes élancées

La modélisation de la réponse des éléments soumis à la flexion composée est étudiée en deux phases : d'abord la détermination de la relation entre efforts et déformations locales (diagrammes $M - \chi - N$ ou $M - \theta - N$) et ensuite l'intégration du comportement local sur la longueur de l'élément afin d'imposer les conditions d'équilibre et de compatibilité globales.

6.2.1 Modélisation du comportement local d'un élément fléchi en béton fibré avec armatures

L'analyse non linéaire des colonnes en béton armé nécessite le calcul de la relation momentcourbure pour un effort normal donné $(M - \chi - N)$.

Pour un élément en béton armé, la définition des variables de déformation sectionnelle est problématique car le champ de déformation locale est fortement irrégulier à cause de la fissuration et du glissement relatif entre armatures et béton ($\varepsilon_s \neq \varepsilon_c$). Deux approches d'analyse sont possibles.

1. Une approche se base sur l'étude détaillée de l'état de courbure $\chi(x)$ d'un élément de longueur "*L*", représentatif du comportement moyen d'une zone fissurée. Le problème de l'adhérence est pris en compte directement dans l'analyse de l'équilibre et de la compatibilité de l'état de flexion local. La courbure de la section fissurée est mise en relation avec la courbure moyenne $\chi_{moy} = \int_0^L \chi(x) dx/L$ de l'élément représentatif.

2. Selon une approche alternative, seule la section fissurée est analysée en admettant l'hy-

pothèse de section plane et en négligeant les glissements armature-béton. Dans ce cas, la courbure moyenne d'un élément fissuré peut être admise de manière prudente égale à celle de la section fissurée, en négligeant la contribution à la rigidité des parties non fissurées. Sinon, le *tension stiffening* et la courbure moyenne peuvent être estimés en admettant que la partie tendue de l'élément fléchi se comporte comme un tirant en béton armé fissuré équivalent.

Dans l'analyse des structures, l'approche qui modélise le comportement de la section fissurée ("2") est en général adoptée en raison de sa plus grande simplicité. Pour les éléments soumis à la flexion composée et pour l'analyse des effets du second ordre, le *tension stiffening* est souvent négligé ou introduit en utilisant une loi modifiée, plus rigide, pour l'acier d'armature [Fer02].

6.2.1.1 Comportement en traction du béton pour l'analyse des sections fléchies

Pour un élément en béton fibré, la contribution des fibres à la transmission de contraintes au travers des fissures doit être prise en compte. Pour pouvoir appliquer un calcul en section plane, l'ouverture de la fissure w doit être mise en relation avec la déformation de la section fissuré. Cette relation est généralement exprimée au moyen d'un paramètre qui a les dimensions d'une longueur et que l'on appelle "longueur d'équivalence" ℓ_{eq} . Si ε_{ct} est la déformation de la fibre tendue au moment de l'ouverture de la fissure :

$$\sigma(w) \to \sigma(\varepsilon) \qquad \qquad \varepsilon = \varepsilon_{ct} - \frac{f_{ct} - \sigma}{E_{de}} + \frac{w(\sigma)}{\ell_{eq}}$$
(6.1)

La longueur d'équivalence n'a pas de signification physique précise. Sa valeur est déterminée de façon empirique de sorte que le comportement modélisé par une approche d'analyse en section puisse reproduire le comportement, mesuré ou issu de simulations numériques, d'un élément fissuré dont la loi $\sigma(w)$ est connue.



Fig. 6.1 : Propositions de [AFGC02] et de [JSCE06] pour évaluer la longueur d'équivalence

Pour le BFUHP, les recommandations provisoires de l'AFGC [AFGC02] et les normes japonaises proposent [JSCE06], respectivement, les deux expressions suivantes (figure 6.1) :

$$\ell_{eq} = \frac{2}{3} \cdot h$$
 [AFGC02] $\ell_{eq} = 0.8 \cdot \left[1 - \frac{1}{(1.05 + 6 \cdot h/\ell_{ch})^4}\right] \cdot h$ [JSCE06]

où h est la hauteur statique de l'élément et ℓ_{ch} est la longueur caractéristique du matériau, définie en accord avec [Hil76]. Les valeurs obtenues avec ces expressions concordent avec les résultats obtenus par [Spa08] dans des simulations numériques de la réponse expérimentale de poutres minces en BSI. Pour d'autres types de bétons fibrés, diverses méthodes existent pour définir le comportement contrainte-déformation à utiliser pour l'analyse des sections [RIL00]. Pour les éléments armés, il est raisonnable d'admettre que la longueur d'équivalence est limitée par la zone d'influence de chaque fissure, égale à la distance entre fissures ($\ell_{eq} = s_r$) dans la phase de fissuration stabilisée [Beh96].

6.2.1.2 Comportement en compression du béton pour l'analyse des sections fléchies

Le comportement du béton comprimé dans une section fléchie diffère du comportement d'un cylindre soumis à un effort de compression pure. Trois facteurs sont à considérer : l'effet du gradient de déformation [She86], l'effet d'échelle en compression [Hil90] et l'effet du confinement (section 5.2.1.1). Dans les colonnes armées, ces trois facteurs interviennent simultanément et leurs effets sont difficilement séparables.

Effet du gradient de déformation

Des nombreuses recherches expérimentales ont été dédiées à l'étude de l'effet d'un gradient de déformation sur le comportement du béton comprimé [Hog55, Stu65, Ibr96]. Selon plusieurs auteurs, la résistance et la ductilité du béton comprimé augmentent dans un élément fléchi. Cependant, pour la phase avant pic les résultats de littérature sont partiellement contradictoires [She86] et, pour la phase après pic, l'effet du gradient de déformation se superpose à l'effet d'échelle (paragraphe suivant).

Effet d'échelle

La rupture en compression d'un élément fléchi est un phénomène local similaire à celui qu'on observe dans un échantillon soumis à compression pure [Wei98]. Selon [Mut90], pour un béton ordinaire la longueur de la zone de rupture est égale à 4 fois l'épaisseur x_{pl} de la zone plastique (figure 6.2-a).



Fig. 6.2 : a) Définition de la zone de rupture en compression et b) représentation du champ de contraintes dans la zone de rupture [Mut90]

Des nombreux auteurs ont proposé des approches théoriques pour tenir compte de l'effet de la dimension de la zone de localisation sur la ductilité en compression [Hil76, Baz97, Mey97, Kim98, Fan02]. À cause du gradient de déformation, le comportement de la zone de rupture d'un élément fléchi n'est pas identique au comportement de la zone de rupture d'un cylindre de longueur égale à $4 x_{pl}$. Les fibres comprimées plus proches de l'axe neutre sont confinées à cause de la redistribution des efforts sur la section (figure 6.2-b, [Mut90]) et du fait que leur gonflement latéral est empêché par la présence des fibres les plus externes. Le comportement

du béton est donc vraisemblablement plus ductile dans cette zone. Pour tenir compte cet effet, la loi $\sigma(\varepsilon)$ à utiliser pour modéliser le comportement de la zone de rupture d'un élément fléchi peut être calculée comme pour un cylindre de longueur inférieure à $4 x_{pl}$: une longueur égale à la moitié de $4 x_{pl}$ peut par exemple être choisie (section 6.2.3) pour représenter un comportement moyen entre celui de la fibre extrême et celui de la fibre plus interne.

La prise en compte de l'effet d'échelle en compression peut être nécessaire pour une interprétation correcte des résultats expérimentaux sur des éléments peu armés montrant une rupture par écrasement progressif [Fan02]. Pour des colonnes fortement armées, la couche d'enrobage a un comportement plutôt fragile (section 5.2.1.2), alors que le comportement du noyau interne est en général contrôlé par le confinement et est plus ductile. Dans les deux cas, l'influence de l'effet d'échelle diminue. Dans le cadre de cette recherche, nous négligeons donc l'effet d'échelle en compression dans la modélisation des colonnes, en admettant que la ductilité du béton comprimé est influencée uniquement par le confinement.

Comportement du noyau confiné

L'effet du confinement sur le comportement du noyau confiné sera pris en compte dans l'interprétation de certains résultats expérimentaux (section 6.3.4.3). Le comportement du béton confiné est décrit par les lois définies à la section 5.3. La contrainte de confinement effective $\sigma_{lat,eff}$ est calculée selon l'approche proposée par [Man88a] (section 5.2.1.1).

L'effet du confinement peut être introduit dans le modèle de calcul numérique de deux manières différentes. Il est possible de fixer directement une valeur constante de la contrainte de confinement $\sigma_{lat,eff}$ et donc la courbe $\sigma(\varepsilon)$ du béton confiné à utiliser pour toute l'analyse. Dans l'autre possibilité, la contrainte dans les armatures transversales peut être calculée de manière itérative par le modèle de confinement compatible défini à la section 5.3 et implémenté dans le programme de calcul des diagrammes moment-courbure.



Fig. 6.3 : Définition de deux comportement différents en compression et de la variable $\varepsilon_{c,ax}$ utilisée pour le calcul du gonflement du béton comprimé

À cause du gradient de déformation, en général, seule une partie de la section transversale est comprimée. Le rapport entre l'aire du noyau effectivement confinée et l'aire en compression varie en fonction de la position de l'axe neutre. Cet effet n'est pas très important si le rapport entre la position de l'axe neutre et la hauteur statique de la section est plus grand que 0.5 [She86]. C'est pourquoi il sera négligé.

Le gonflement latéral du béton confiné n'est pas uniforme pour une section fléchie. Il est nécessaire de définir une valeur de référence de la déformation axiale $\varepsilon_{c,ax}$ avec laquelle calculer le gonflement à utiliser dans le modèle de confinement compatible. Dans le cadre de cette recherche, la valeur de référence est définie par le paramètre β sur la figure 6.3.

Parties de section avec un comportement en compression différent

Afin de considérer l'effet du confinement et de l'éclatement de la couche d'enrobage, le modèle de calcul permet de définir deux zones avec un comportement mécanique différent sur une même section transversale (figure 6.3). L'aire du noyau et de la couche d'enrobage sont séparées par la ligne d'axe des étriers. Le comportement mécanique en compression peut être défini de façon complètement indépendante pour les deux zones, alors que leur comportement en traction est identique. L'effet du confinement, s'il est pris en compte, agit uniquement sur l'aire du noyau.

6.2.2 Modélisation du comportement structurel

Pour une colonne peu élancée, la résistance de la section est représentée par un diagramme d'interaction moment-effort normal. À cause des effets de second ordre, la résistance effective d'un élément de structure est inférieure à la résistance de la section.

La prise en compte des effets du second ordre nécessite la mise à part de l'hypothèse de petits déplacements et la recherche d'une solution compatible et en équilibre dans la configuration déformée. L'utilisation de la méthode de calcul numérique développée dans le cadre de cette recherche permet d'introduire les non linéarités géométriques et le comportement non linéaire des matériaux.

6.2.2.1 Définition du problème : non linéarité géométrique

Nous considérons une colonne de longueur ℓ , soumise à un effort normal N et à des charges transversales, qui produisent un état de flexion. Quoique différentes conditions de bord puissent être considérées, l'analyse se limite ici à des éléments statiquement déterminés. En outre, la rotation de la ligne d'axe de la colonne est admise petite et le poids propre de la colonne est négligé, de sorte qu'une valeur constante de l'effort normal N peut être admise tout le long de la colonne. Pour une valeur de l'effort normal N donnée, le diagramme $M - \chi - N$



Fig. 6.4 : Représentation de la géométrie du problème, définition des différentes types d'excentricité et de l'élément différentiel

est généré numériquement sur la base des hypothèses décrites à la section précédente pour la modélisation du comportement en traction et en compression du noyau et de l'enrobage. La déformée de la colonne est calculée par intégration numérique des courbures. Les solutions

en équilibre et compatibles avec les conditions de bord sont trouvées de manière itérative. Le moment total agissant sur une section quelconque peut être exprimé comme (figure 6.4) :

$$M_{tot}(z) = N \cdot e_{tot}(z) = N \cdot [e_0 + e_I(z) + e_{II}(z)]$$
(6.2)

L'excentricité totale, $e_{tot}(z)$, est égale à la somme de trois contributions : l'excentricité e_0 de l'effort N (défaut de construction); l'excentricité $e_I(z)$ due aux charges; l'excentricité due aux effets du second ordre, $e_{II}(z)$, qui est égale au déplacement v(z) de la ligne d'axe de la colonne par rapport à la configuration non déformée. L'excentricité totale correspond donc à la distance mesurée entre la ligne d'axe de la colonne déformée et la ligne de la résultante des charges.

6.2.2.2 Schéma d'intégration numérique discrète

Le cas de la figure 6.4 est considéré à titre d'exemple. Pour un certain pas de charge, les actions externes q(z) et N sont connues alors que les efforts et les déformations dans la colonne sont recherchés.

L'élément différentiel de longueur Δz , mis en évidence à la figure 6.4, est considéré. On admet que les grandeurs qui définissent l'état de contrainte et de déformation à la section i, c'est à dire χ_i , θ_i , v_i , M_i , T_i et N, ont été calculées au pas d'intégration i - 1 et sont connues. Par équilibre, le moment en z_{i+1} vaut :

$$M_{i+1} = M_i + N \cdot \Delta e_{tot} = M_i + N \cdot (\Delta e_I + \Delta e_{II}) =$$
$$= M_i + N \cdot \Delta e_I + N \cdot \Delta v(z)$$
(6.3)

En admettant que, pour un petit Δz , la valeur de la courbure χ_i est constante sur Δz , la variation de la rotation et de la position de la ligne d'axe entre la section i et la section i + 1 valent :

$$\chi(z) = \chi_i \qquad z_i \le z < z_j \tag{6.4}$$

$$\Delta \theta_{i,i+1} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \chi(z) dz = \chi_i \cdot \Delta z \tag{6.5}$$

$$\Delta v_{i,i+1} = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \theta(z) dz = \theta_i \cdot \Delta z + \frac{1}{2} \cdot \chi_i \cdot \Delta z^2$$
(6.6)

Les Équations 6.3 à 6.6 permettent de calculer θ_{i+1} , v_{i+1} et M_{i+1} . La valeur de χ_{i+1} à utiliser pour le pas de calcul suivant est lue dans le diagramme $M - N - \chi$ en fonction de M_{i+1} . Le calcul est répété pour tous les éléments Δz le long de la colonne analysée. Si la taille des éléments est petite par rapport à la longueur de la colonne, l'erreur produite par l'approximation 6.4 est petite.

6.2.2.3 Recherche de solutions en équilibre et analyse de la stabilité de l'équilibre

La méthode suivante est utilisée pour l'analyse des colonnes.

À chaque pas de calcul, la valeur d'une variable de contrôle est fixée. Afin de pouvoir démarrer l'intégration numérique, les valeurs de toutes les variables qui définissent l'état de déformation et d'effort doivent être connues sur une section de la colonne. Pour cela, une section est choisie et sur cette section des hypothèses en équilibre avec les charges et compatibles avec les conditions d'appui sont admises. À partir de cette section, l'intégration numérique est effectuée sur toute la longueur de la colonne. Les conditions de bord statiques et cinématiques sont contrôlées à l'autre extrémité du domaine d'intégration : si elles sont vérifiées, la solution est obtenue pour ce pas de calcul ; autrement, les hypothèses sont modifiées et le calcul est répété.

L'équilibre est une condition nécessaire mais non suffisante de stabilité. À chaque pas de calcul, la stabilité de la solution obtenue doit être vérifiée. Plus généralement, une solution équilibrée est dite stable si l'amplitude des déplacements qui se développent dans la structure, soumise à une perturbation initiale de son état d'équilibre, demeure limitée. Dans le cas élastique linéaire, la stabilité est un problème de bifurcation mais, pour les matériaux à comportement non linéaire, l'instabilité se manifeste par divergence progressive. La méthode adoptée pour la vérification de la stabilité est décrite dans les sections suivantes pour les conditions géométriques spécifiques des colonnes considérées dans cette thèse.

Colonnes soumises à un effort normal constant et à un moment imposé

La figure 6.5 montre une colonne soumise à un effort normal constant et à un moment imposé aux extrémités. Avec N constant, le diagramme $M(\chi)$ est déterminé de manière univoque. La courbure χ_{mid} à mi-hauteur est utilisée comme variable de contrôle. Pour une certaine valeur de χ_{mid} , une hypothèse est faite sur la valeur du déplacement transversal $v_{mid,hp}$ à mi-hauteur : avec cette hypothèse, la ligne d'action de la résultante et toutes les variables mécaniques de la section à mi-hauteur sont connues, car :

$$v_{mid} = v_{mid,hp}$$
, $M_{mid} = M(\chi_{mid}, N)$, $\theta_{mid} = 0$, $e_{tot,mid} = M_{mid}/N$



Fig. 6.5 : Colonne soumise à un effort normal constant et à une rotation imposée aux extrémités.
a) Géométrie, b) système statique, c) diagramme d'interaction moment-effort normal et d) diagramme moment-déplacement à mi-hauteur pour la vérification de la stabilité

La valeur de $v_{mid,hp}$ est modifiée de manière itérative jusqu'à ce que la condition de bord $v_0 = 0$ soit vérifiée. La stabilité de l'équilibre est étudiée à l'aide d'un diagramme $M_{mid}(v_{mid})$, où v_{mid} est le déplacement transversal de la colonne à mi-hauteur. Ce déplacement correspond à un état de déformation dans la colonne qui produit des efforts internes. Ces efforts sont représentés par le moment interne $M_{mid,int}$ à mi-hauteur, qui est déterminant pour l'analyse structurale et qui est tracé dans le diagramme M(v) en fonction de v_{mid} . Dans le même diagramme, le moment à mi-hauteur dû aux charges externes est également tracé en fonction

de v_{mid} :

$$M_{mid,ext} = M_0 + N \cdot v_{mid} \tag{6.7}$$

Les points d'intersection entre la courbe $M_{mid,int}(v_{mid})$ et les lignes $M_{mid,ext}(v_{mid})$ représentent des solutions en équilibre. Dans ce type de représentation, un point d'équilibre est stable si :

$$\frac{dM_{mid,int}}{dv_{mid}} > \frac{dM_{mid,ext}}{dv_{mid}} = N \tag{6.8}$$

L'interprétation physique de la condition 6.8 est immédiate : si une augmentation de déformation Δv produit une augmentation $N \cdot \Delta v$ du moment externe due aux effets du second ordre plus grande que l'augmentation du moment interne que la structure peut reprendre, l'équilibre ne peut plus être assuré.

Les points (1) et (2) sur la figure représentent des situations d'équilibre, respectivement stable et instable. Le point (3) est en équilibre indifférent $(dM_{mid,int}/dv_{mid} = N)$. Pour la colonne considérée, le point (3) représente l'effort normal maximal pour lequel une condition d'équilibre stable est possible.

En appliquant la même méthode pour plusieurs valeurs de N, des courbes représentant la limite de stabilité d'une colonne de géométrie donnée peuvent être tracées dans un diagramme moment-effort normal.

Colonnes soumises à un effort normal excentré

La figure 6.6 présente, par analogie à la figure 6.5, le cas d'une colonne articulée et soumise à un effort normal excentré et de valeur variable. L'analyse structurale est plus complexe que dans le cas où l'effort normal est constant, car le comportement sectionnel (courbes $M(\chi)$) varie avec la variation de l'effort normal.



Fig. 6.6 : Colonne soumise à un effort normal variable excentré. a) Géométrie, b) système statique, c) diagramme d'interaction moment-effort normal et d) diagramme moment-déplacement à mi-hauteur pour la vérification de la stabilité

Dans le cadre de cette recherche, deux algorithmes alternatifs sont proposés. Un algorithme qui permet une convergence plus rapide est obtenu en choisissant N comme variable de contrôle du calcul. Une seule courbe $M(\chi)$ doit être calculée pour chaque pas de calcul. Une hypothèse est faite sur la valeur de la courbure $\chi_{mid,hp}$ de la section à mi-hauteur. Dans cette section on a donc :

$$\theta_{mid} = 0 \qquad \qquad M_{mid} = M(\chi_{mid}, N)$$

$$e_{tot,mid} = M_{mid}/N \qquad \qquad v_{mid} = e_{tot,mid} - e_0$$

et $\chi_{mid,hp}$ est modifiée de manière itérative jusqu'à que la condition de bord $v_0 = 0$ soit satisfaite. Cet algorithme nécessite le calcul d'un nombre relativement limité de courbes $M(\chi)$. Cependant, le contrôle de la force n'est pas adapté à l'étude des phases de comportement après le pic de l'effort normal. Cet algorithme est donc préférable lorsqu'on s'intéresse uniquement à la recherche des points d'équilibre stable.

La courbure χ_{mid} peut être aussi choisie comme variable de contrôle. En contrôlant la courbure de la section la plus sollicitée, le comportement structurel peut être suivi dans toutes les phases, y compris lorsque l'effort normal et le moment diminuent. Cette méthode est donc essentielle pour étudier la ductilité de l'élément. Cependant, elle est beaucoup plus exigeante du point de vue du temps de calcul. Pour chaque pas de calcul, une hypothèse doit être faite sur la valeur de l'effort normal ou sur la valeur du déplacement transversal à mi-hauteur : les deux choix sont équivalents, car

$$N = \frac{M_{mid}(\chi_{mid})}{e_0 + v_{mid}} \tag{6.9}$$

Dans tous les cas, la relation $M - N - \chi$ doit donc être mise à jour pour chaque itération de chaque pas de calcul. Une attention particulière doit donc être adoptée afin d'optimiser le calcul des courbes $M - N - \chi$, qui représente la partie la plus coûteuse de tout le processus.

La valeur de l'effort normal change pour chaque état d'équilibre. Afin de vérifier la stabilité de l'équilibre (Condition 6.8), la méthode suivante est utilisée. Pour chaque solution trouvée, une variation Δv petite est donnée à effort normal constant, et une nouvelle solution est recherchée dans cette configuration perturbée. De cette façon, les variations du moment interne et du moment externe sont obtenues. Avec cette méthode, on explore en effet la zone à proximité d'une configuration d'équilibre en se déplaçant sur des courbes à effort normal constant comme celles montrées sur la figure 6.6, pour lesquelles la condition de stabilité 6.8 s'applique. Le point d'équilibre est donc stable si :

$$\frac{\Delta M_{mid,int}}{\Delta v_{mid}} > \frac{\Delta M_{mid,ext}}{\Delta v_{mid}} = N \qquad \rightarrow \qquad \Delta M_{mid,int} > N \cdot \Delta v \tag{6.10}$$

6.2.2.4 Modélisation du comportement après pic

Lorsque le moment maximal est atteint sur la section à mi-hauteur (point A sur la figure 6.6), la réponse globale entre dans une phase de comportement adoucissant. La rotation se localise à proximité de la section la plus sollicitée, dans une zone que l'on appellera "rotule non linéaire". Le comportement structurel dépend dans cette phase de la longueur ℓ_{nl} de cette zone. Afin de rendre la solution numérique indépendante de la discrétisation choisie pour l'intégration numérique, ℓ_{nl} et les propriétés de la zone de localisation doivent être choisies sur la base d'un critère physique.

Dans un cas général, la définition de la longueur de la rotule non linéaire dépend du mode de rupture. Dans un élément en béton fibré sans armatures, où la rupture est contrôlée par l'ouverture d'une fissure de flexion, ℓ_{nl} dépend de la dimension de la zone autour de la section de rupture, qui est influencée par la présence de la fissure [Spa08]. Dans un élément armé, la zone influencée par la rupture en traction dépend également de la longueur d'ancrage de l'armature. Lors d'une rupture par écrasement du béton, ℓ_{nl} est plutôt contrôlée par la longueur de la zone de localisation de l'écrasement du béton (figure 6.2).

Pour les éléments considérés dans ce chapitre, la rupture est atteinte en compression. Nous admettons donc que ℓ_{nl} est égale à la longueur de la zone d'écrasement du béton (section 6.2.1.2) qui évolue pendant la mise en charge (figure 6.7). Les éléments au dehors de la zone


Fig. 6.7 : Représentation schématique des hypothèses admises pour la modélisation du comportement après pic

de rupture se déchargent avec une pente qui est admise par simplicité constante sur toute la colonne et égale à la rigidité flexionnelle élastique de la colonne.

À cause de l'éclatement de l'enrobage et de la ductilité du noyau, la relation moment-courbure peut avoir l'allure montrée sur la figure 6.7 : une diminution initiale de M, suivie par une phase de comportement durcissant. Pour modéliser ce comportement, nous admettons que la rotule non linéaire continue à se développer après que le premier pic a été atteint. Pour chaque pas de calcul, la valeur de χ_{mid} est fixée, et la valeur de M_{mid} correspondant à la zone de rupture est directement lue dans un diagramme $M(\chi)$, le cas échéant non monotone.

Dans la partie de colonne au dehors de la rotule non linéaire, une relation $M(\chi)$ biunivoque est nécessaire pour déterminer directement la courbure en fonction du moment. Des lois du type montré en bas à droite de la figure 6.7 sont obtenues en remplaçant la courbe $M(\chi)$ avec un plateau à moment constant entre les points (1) et (2). Avec cette approximation, le comportement structurel d'une colonne peut être suivi pendant toutes les phases.

6.2.3 Comparaison avec des essais sur colonnes en béton armé à haute résistance faiblement armées [Ger06]

Afin de valider le modèle de calcul, son fonctionnement à été comparé avec différents essais tirés de la littérature. Dans ce paragraphe, on présente les résultats obtenus avec des colonnes à haute résistance faiblement armées et soumises à un effort normal excentré [Ger06]. Le béton a une résistance $f_c \simeq 90$ MPa. Les colonnes ont une section transversale de 180×180 mm et une longueur entres appuis de 3.78 ou 4.38 m. Elles sont renforcées par $4 \phi 12$ mm ($\rho = 1.4\%$) et étriers $\phi 6 s 150$ mm. Avec cette faible quantité d'armature, l'éclatement du béton d'enrobage n'influence pas la résistance à la compression du béton et l'effet de confinement sur le noyau est négligeable [Ger06].

Les essais ont été effectués en contrôlant le déplacement transversal à mi-hauteur v afin de garantir un comportement après pic stable. Germain souligne la forte influence exercée sur le comportement expérimental par la présence d'excentricités accidentelles, ainsi que la nécessité d'utiliser pour la modélisation des valeurs corrigées de l'excentricité, estimées a posteriori et différentes pour chaque essai.

La figure 6.8 montre les résultats de la simulation pour cinq des essais de Germain. Les propriétés mécaniques suivantes ont été utilisées : $f_c = 90$ MPa, $f_{ct} = 6$ MPa, $E_c = 44700$ MPa, $\varepsilon_{c1} = 0.297\%$, $\varepsilon_{c,50} = 0.41\%$, $f_{sy} = 542$ MPa, $E_s = 210000$ MPa. Les valeurs corrigées des excentricités, proposées par Germain et indiquées sur la figure 6.8, ont été admises. Les résultats



Fig. 6.8 : Simulation de cinq colonnes testées par [Ger06] avec une longueur et une excentricité variables

montrés dans la figure se limitent à la phase qui précède le pic du moment. Les résultats des simulations confirment l'applicabilité du modèle numérique. La précision des résultats est inférieure à celle obtenue par Germain car les mêmes propriétés mécaniques ont été utilisées pour tous les essais. En outre, l'expression analytique proposée par [Pop73] (équation 3.23) a été utilisée pour décrire le comportement en compression du béton.



Fig. 6.9 : a) Variation de la forme de la loi $\sigma(\varepsilon)$ du béton comprimé et effet (b) sur la modélisation du comportement structurel

Cela permet de mettre en évidence un aspect observé également dans le cadre de cette recherche, lors de la simulation des essais sur colonnes en BFHP et en BFUHP. La figure 6.9 compare les résultats de trois simulations obtenues en admettant les mêmes valeurs pour f_c , E_c et ε_{c1} mais trois expressions analytiques différentes pour le comportement avant pic du béton comprimé : l'expression de [Pop73], l'expression du Code Modèle [MC90] utilisée par Germain et l'expression proposée par [Sha83]. Comme on le voit, l'expression choisie pour décrire la loi $\sigma(\varepsilon)$ peut influencer de manière non négligeable le résultat de la simulation et la valeur prévue de la résistance.

La figure 6.10 compare le comportement simulé et le comportement mesuré après le pic du



Fig. 6.10 : Simulation du comportement de trois colonnes testées par [Ger06] dans la phase après pic du comportement $M(\chi)$

moment pour les colonnes avec $\ell = 3.78$ m (figure 6.8-a). Les hypothèses montrées à la figure 6.7 ont été utilisées. La pente de la décharge de la loi $M(\chi)$ a été admise constante et égale à la pente élastique ($EI = 4.12 \cdot 10^{12}$ Nmm²). L'effet du confinement a été négligé mais l'effet d'échelle en compression est considéré selon l'approche simplifiée proposée à la section 6.2.1.2. Comme il est montré pour la colonne avec e = 20 mm, la prévision du modèle est moins bonne si l'effet d'échelle est négligé et la courbe nominale du béton est utilisée.

6.3 Comportement expérimental et modélisation des colonnes en BFUHP et en BFHP

Dans les sections suivantes, deux séries d'essais effectuées dans les laboratoires de l'EPFL dans le cadre de ce projet de recherche sont décrites. Une série est effectuée sur colonnes en BFUHP BSI à section transversale carrée, testées avec un effort normal constant et une rotation imposée. L'autre série utilise des colonnes en béton fibré à haute résistance ($f_c \simeq 130$ MPa) à section ronde, testées avec un effort normal excentré.

[Ger06] souligne que les essais sur colonnes doivent nécessairement être effectués en contrôlant le déplacement transversal à mi-hauteur de la colonne, si l'on veut mesurer le comportement après pic. Dans les essais effectués à l'EPFL, on a contrôlé respectivement la rotation imposée (colonnes à section carrée) ou le déplacement axial imposé : avec ce type de contrôle, on arrive à mesurer le comportement après pic si la ductilité de la colonne est suffisante, si la vitesse de mise en charge est lente et si la rapidité de réaction du système de contrôle électronique de la presse d'essai est suffisamment élevée.

6.3.1 Colonnes en BFUHP soumises à flexion avec effort normal constant

6.3.1.1 Concept des essais et corps d'épreuve

Les essais décrits dans cette section on été conçus pour étudier le comportement de colonnes en BFUHP soumises à la flexion composée [Jung04a]. Les paramètres qui ont été étudiés sont le type d'armature longitudinale et le niveau de l'effort de compression axial N appliqué. Trois configurations ont été considérées (figure 6.11 à gauche) : échantillons non armés (NA), échantillons armés par 4 barres ϕ 20 en acier B500C (4 ϕ 20, ρ = 5.16%), échantillons armés par 4 torons T15 précontraints par prétension (4 ϕ 15.7, ρ = 2.4%, force de précontrainte avant relâchement égale à 730 kN et $\sigma_{c,p0} \simeq 27$ MPa après pertes élastiques). L'effort normal N a été modulé sur trois niveaux (-1500, -2500, -3500 kN) pour chaque configuration d'armature, pour un total de 9 échantillons.



Fig. 6.11 : Cadre d'essais, géométrie et liste des échantillons, système de mesures pour les essais sur colonnes en BFUHP soumises à flexion composée

Tous les échantillons sont réalisés sans étriers et sont renforcés dans les têtes d'ancrage par des barres supplémentaires pour permettre la fixation dans le cadre d'essais. Les barres d'armature dans la zone de mesure, s'il y en a, sont posées avec leur axe à 40 mm de la surface des éprouvettes. Les échantillons sont soumis à un effort de compression constant jusqu'à la rupture et à une rotation imposée. Ce type de sollicitation a été produit en utilisant deux appuis sur rotules cylindriques et trois vérins, dont un axial et deux autres disposés latéralement pour imposer la rotation.

6.3.1.2 Instrumentation et déroulement des essais

Le système de mesures est présenté schématiquement sur la figure 6.11 et décrit en détail en [Jung04a]. Plusieurs mesures ont été effectuées :

- force F_i et déplacement du piston δ_i pour chaque vérin;
- raccourcissement $\Delta \ell_c$ mesuré par un capteur inductif avec une base de mesure de 1 mètre;
- rotations θ_1 et θ_2 aux extrémités supérieure et inférieure de la zone de mesure, mesurées par deux inclinomètres;
- raccourcissements locaux $\Delta \ell_{ie}$ et $\Delta \ell_{io}$ mesurés par deux séries de 10 jauges oméga placées sur les côtés est et ouest avec une base de mesure de 100 mm pour chaque jauge;
- déplacements transversaux v_{ij} mesurés par des capteurs inductifs sur 11 points le long des éprouvettes.

Dans certains essais, deux capteurs inductifs longitudinaux supplémentaires $(\Delta \ell_E, \Delta \ell_O)$ ont été mis en place. Les mesures effectuées ont permis de contrôler le comportement global des éléments ainsi que l'état de déformation local.



Fig. 6.12 : Représentation de la mise en charge des éprouvettes sur un diagramme moment-effort normal : a) échantillons sans armatures, b) échantillons avec armatures passives, c) échantillons avec armatures de précontrainte. Le moment considéré est le moment maximal à mi-travée, comprenant les effets du premier et du second ordre

Toutes les colonnes ont été testées à un âge de 27 à 29 jours. La mise en charge était similaire pour tous les essais : l'effort de compression N a été initialement appliqué en absence de rotations jusqu'au niveau prédéterminé ; les capteurs de déformations ont ensuite été initialisés et la mise en charge a continué avec un effort normal constant et une rotation imposée par allongement/raccourcissement des deux vérins latéraux, avec une vitesse des vérins constante de 25 mm/h. Dans la phase après pic, le contrôle du vérin central a été modifié en lui imposant une position fixe, celle du pic, et non plus une force constante. Cela induit une diminution du moment et de l'effort normal après pic, comme les courbes moment total-effort normal sur la figure 6.12 le montrent.

6.3.1.3 Matériaux

La échantillons de cette série sont fabriqués en BFUHP BSI. Le comportement mécanique du BSI a été décrit aux paragraphes 3.2.2.2 et 3.3.5.6 sur la base des essais de caractérisation du matériau décrits par [Jung04]. On indiquera synthétiquement avec "C", "T1" et "T2" les bétonnages utilisés pour fabriquer respectivement les cylindres, les tirants non entaillées et les tirants entaillés pour la caractérisation du matériau. Pour chaque bétonnage, des essais de contrôle qualité ont également été effectués, qui permettent de comparer la résistance du béton des colonnes avec celle du béton des bétonnages "C", "T1" et "T2". Il s'agit d'essais de flexion trois points sur prismes $40 \times 40 \times 160$ mm pour le contrôle indirect de la résistance à la traction et d'essais de compression sur échantillons $40 \times 40 \times \ell$ obtenus à partir des moitiés non endommagées des prismes de flexion (figure 6.13 à gauche). La résistance à la compression obtenue avec ce dernier type d'essai, $f_{c,pri}$, est clairement plus grande que la résistance mesurée sur cylindres $f_{c,cyl}$ ou sur cubes $f_{c,cub}$ (tableau de la figure 6.13).



Fig. 6.13 : Géométrie des échantillons utilisés pour déterminer la résistance à la compression $f_{c,pri}$ et comparaison entre la résistance sur cylindre, cube et prisme pour un même bétonnage (bétonnage "C") [Jung04, Jung04a]

Le tableau 6.1 rassemble les résultats des essais de contrôle de qualité pour les bétonnages de référence "C", "T1" et "T2" et pour les neuf bétonnages de fabrication des colonnes. F_{flex} est la force maximale reprise en flexion trois points. Chaque valeur donnée est la moyenne de trois essais. Sur la base de ces résultats, on peut admettre que le BFUHP obtenu lors des bétonnages des colonnes a une qualité comparable, voire légèrement supérieure à celle du BFUHP obtenu avec les bétonnages "C", "T1" et "T2".

		С	T1	T2	Non armé			$4\phi 20$			$4\phi 15.7$		
					-1500	-2500	-3500	-1500	-2500	-3500	-1500	-2500	-3500
$f_{c,pri}$	[MPa]	224	235	246	247	247	257	230	264	256	252	253	254
F_{flex}	[kN]	13.2	12.8	16.0	17.2	14.6	17.4	16.3	16.1	17.2	15.9	16.7	18.2

 Tab. 6.1 : Comparaison des résultats des essais de contrôle qualité pour les bétonnages de référence (C, T1, T2) et pour les bétonnages des colonnes [Jung04, Jung04a]

6.3.1.4 Résultats principaux

Le tableau 6.2 rassemble les propriétés et les résultats principaux pour tous les échantillons. Les valeurs de M_{tot} et de N au pic et leur évolution après pic y sont indiquées ainsi que le mode de rupture, la largeur b_{compr} de la zone où le béton est écrasé, la hauteur h_{rupt} de la zone de rupture, l'état de déformation $\varepsilon_{c,0}$ et de contrainte $\sigma_{c,0}$ dans le béton dû à l'effet de l'effort normal et, éventuellement, de la précontrainte. Les valeurs maximales du déplacement transversal v_{max} , de la courbure χ_{max} et de la déformation $\varepsilon_{c,max}$ de la fibre comprimée au pic sont également données. Une vue frontale des éprouvettes à la fin des essais est également présentée, alors que le relevé complet des fissures à la fin des essais pour les quatre surfaces de chaque échantillon est donné dans les figures B.1 à B.9 en Annexe.

Property 0 -1.1 -1.68 -2.0 -1.1 -1.68 -2.0 -1.1 -0.6 ~ -0.5 <	Proger, 0 -1.1 $\sqrt{0.8}$ 2.0 $\sqrt{-1.1}$ 0 -1.1 $\sqrt{0.8}$ 2.0 $\sqrt{-1.6}$ ~ 0.5	[MN]
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Progr. V 0 -1.1 V -0.8 -2.0 $V_{-1.0}$ 0 -1.0 $V_{-0.6}$ $z -0.5$ z V_{-C} C <td>-1.0</td>	-1.0
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	-1.1
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	82.3
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$33 \setminus 19$
$ \begin{bmatrix} J_1 - J_2 & J_1 - J_2 & J_1 - J_3 & J_1 - J_7 & J_1 - J_2 & J_1 - J_2 & J_1 - J_1 - J_1 - J_2 & J_1 - J_2 & J_2 - J_1 - J$	$ \begin{bmatrix} 1.5 & j.5.8 & j.5.8 & j.5.6 & j.6.10 & j.1.8 & j.1.7 & j.1.6 \\ 1.5 & 1.5 & 1.5 & 1.7 & 1.7 & j.1.6 \\ 1.5 & 1.6 & 1.6 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 0.0 & 1.6 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 1.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.$	
uff 3D Baude FV (N) FV (NS) S: F+FV FV (N) F, provenue of the form of the for	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	j7-j10 E
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Zone S
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	triang. n
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Oui
500 450 400 500 200 400 600 400 600 400 600 $400 500 500 500 500 500 500 500 500 500 $	500 450 40 500 200 400 600 400 600 400 800 800 800 800 800 800 800 800 8	80 1
Non vis. 70 Non def. 75 d 45 (N), 60 (S) Non def. 68 (N), 73 (S) 65-70 e 0.0 1 à 4 2 1 1 0 0 0 Non Non Non Non Oui Non	Non vis. 70 Non def. 73 d_{1} (5) (6) (5) Non def. 68 (N), 73 (5) (5) 70 d_{1} (7) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1	300
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	61 ^c N
Non Non Non Non Oui Non Oui Non Non Non Non Non Non Non Non Oui Non Oui Non	Non Non Non Non Oui Non	1
Non Non Oui (Nord) Oui Oui Probable Non Non 16.3 22.9 8.72 14.5 20.4 13.6 19.7 25.7 15.5 3.5 21.3 3.7 20.4 13.6 19.7 25.7 28.5 2.3 30.5 53.2 30.5 20.4 13.6 19.7 25.7 31.0 4.46 4.00 4.00 4.00 4.06 0 1.3 32.6 22.3 0 1.3 31.0 4.46 4.00 4.00 4.00 4.06 0 0 1.3 32.6 22.3 0 0 1.3 31.0 1.4 16 1.4 16 1.4 10 1.4 1	Non Non Oui (Nord) Oui Probable Non Non Oui (Nord) Oui Probable Non Non Oui (Nord) Oui Probable Non Non 22.9 8.72 14.5 20.4 13.6 19.7 25.7 13.7 23.3 87.2 13.3 13.7 10.0 15.9 8.8 $ 28.5$ 31.3 31.3 13.7 10.0 15.9 8.8 $ 13.1$ 32.6 22.3 30.5 32.3 30.5 23.4 32.6 22.3 0 $ 13.1$ 32.6 22.3 0 $ 13.1$ 32.6 32.6 22.3 0 $ -$	Non
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	Non
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	9.77
$\begin{bmatrix} 15.5 & 3.5 & 21.3 & 13.7 \\ 28.7 & 9.5 & 53.2 & 30.5 & 23.4 & 32.6 & 22.3 \\ 14 & 14 & 10 & 4.00 &$	$\begin{bmatrix} 15.5 \\ 28.7 \\ 28.7 \\ 315 \\ 532 \\ 532 \\ 532 \\ 30.5 \\ 532 \\ 30.5 \\ 532 \\ 30.5 \\ 532 \\ 30.5 \\ 23.4 \\ 32.6 \\ 22.3 \\ 0 \\ 4.00 \\ 4.00 \\ 4.00 \\ 4.00 \\ 4.00 \\ 4.00 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\$	58.6
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	18.1
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	43.6
		3.93
		6 <u>f</u>
		∕ へ
		jı
		12
		: i
		3
		j4
		js
		16
		j7
		 j ₈
		jo
		10

6 Comportement des colonnes élancées

Tab. 6.2 : Propriétés et résultats principaux des essais sur éléments en BFUHP comprimés et fléchis

 $[^]a{\rm F}$: flexion, C : compression, FV : fissuration verticale au droit des armatures, N : nord, S : sud b écrasement en flexion d'abord, puis rupture en compression qui occupe toute la section

 $[^]c{\rm en}$ admettant une rupture triangulaire symétrique

^dune seule branche diagonale existante

^eestimation, surface de rupture 3D difficilement visible

La réponse structurale des différentes colonnes peut être quantitativement comparée sur la base des diagrammes M-N donnés auparavant (figure 6.12) et avec les courbes M_{mid} - v_{mid} (figure 6.14), où M_{mid} est le moment total à mi-hauteur, avec les effets du second ordre, et v_{mid} est le déplacement transversal à mi-hauteur par rapport à la ligne d'application de la force de compression.



Fig. 6.14 : Diagrammes moment total - déplacement transversal à mi-hauteur pour toutes les colonnes

Les colonnes soumises aux efforts normaux les plus petits atteignent des moments et des déformations plus importantes au pic et ont une résistance après pic plus grande que les colonnes fortement comprimées. Pour la colonne 4T15-3500, il n'a pas été possible d'enregistrer une rotation, la rupture ayant eu lieu au début de l'essai. Pour toutes les colonnes, il est possible de comparer les valeurs mesurées au pic du déplacement transversal à mi-hauteur v_{mid} , de la courbure χ et de la déformation de la fibre comprimée ε_c dans la section la plus déformée (tableau 6.2 et figure 6.15) : les colonnes soumises aux efforts de compression les plus importants ont une plus petite capacité de rotation. Cependant, toutes les colonnes atteignent le moment maximal avec une déformation ε_c en compression similaire, environ égale à 0.43 % et légèrement inférieure à la déformation au pic mesurée en compression uniaxiale [Jung04]. La déformation du côté tendu n'a pas influencée de façon significative la rupture des colonnes.



Fig. 6.15 : Comparaison de la déformabilité des colonnes au pic : déplacement transversal à mihauteur, courbure et déformation de la fibre comprimée dans la section la plus déformée (voir le tableau 6.2)

6.3.1.5 Modes de rupture

Toutes les colonnes ont atteint leur rupture finale par écrasement du béton comprimé, mais les modes de rupture varient fortement en fonction de l'effort normal appliqué et du type d'armature longitudinale. Juste avant d'atteindre le moment maximal, pratiquement toutes les colonnes ont montré un endommagement par fissuration longitudinale et une délamination progressive des couches de béton sur le côté le plus comprimé (côté ouest, figure 6.16-a). Pour les colonnes soumises aux efforts de compression les moins intenses, la rupture a été plutôt de type flexionnel (figure 6.16-b), avec un écrasement progressif du béton sur le côté comprimé et la formation de fissures de flexion sur le côté tendu (côté est), qui deviennent évidentes dans la phase après pic.



Fig. 6.16 : Modes de rupture des colonnes en BFUHP : a) Endommagement par délamination de la zone comprimée; b) rupture flexionnelle avec écrasement de la zone comprimée et fissuration transversale de la zone tendue (NA-1500); c) rupture par écrasement sur toute la largeur de la section (4T15-3500)



Fig. 6.17 : Influence de la présence des barres d'armature sur la localisation des fissures longitudinales et sur le mode de rupture (éprouvettes $4\phi 20$ -1500 et $4\phi 20$ -2500).

Pour les colonnes avec un effort de compression plus grand, par contre, la rupture est survenue de façon beaucoup plus fragile, par écrasement du béton comprimé sur toute la largeur de la section transversale (figure 6.16-c). La colonne 4T15-3500, précontrainte et soumise à un effort de compression de 3.5 MN ($\sigma_{c,0} \simeq 154$ MPa) a subi un écrasement immédiat sans pratiquement développer aucune rotation. Pour plusieurs colonnes, le mécanisme de rupture était mixte en compression et en flexion, avec une certaine asymétrie de comportement entre les côtés nord et sud des éprouvettes. Pour les colonnes avec armature passive et pour la colonne précontrainte avec un effort de compression de -1.5 MN, la géométrie de la zone de rupture comprimée a été significativement influencée par la présence des barres d'armature, qui ont favorisé la propagation des fissures longitudinales et donné lieu à un mécanisme de rupture par séparation de la couche externe du béton comprimé (figure 6.17). Pour les éléments non armés et pour les autres éléments précontraints, la rupture en flexion s'est développée avec une zone écrasée typique, de forme triangulaire. Dans le cas de rupture en compression, différents mécanismes ont eu lieu, généralement très asymétriques : pour certains échantillons la localisation de la rupture sur des bandes inclinées est évidente (figure 6.18-a), alors que pour d'autres échantillons il s'agit plutôt d'un écrasement local ou bien de la formation d'un cône de rupture interne, difficilement visible à cause de la présence des fibres qui ne permettent pas le détachement des morceaux de béton après rupture (figures 6.18-b et 6.18-c).



Fig. 6.18 : Divers modes de rupture des colonnes fortement comprimées : a) bande inclinée et séparation de l'échantillon en deux parties (NA-3500); b) écrasement local simultanée avec la propagation de fissures verticales au droit des barres (4\u03c620-3500); c) cône de rupture interne en trois dimensions (NA-2500)

Pour les éléments non armés ou fortement comprimés (figures 6.18) il s'agit de mécanismes de rupture qui sont connus aussi pour le béton ordinaire non armé (figure 6.19). À cause de la forte irrégularité géométrique des faces de rupture, il est en général difficile de détecter précisément la géométrie des surfaces de rupture et de déterminer leur inclinaison. Par rapport au béton ordinaire, la géométrie des surfaces de rupture est en général plus irrégulière, principalement à cause de la variabilité de distribution des fibres. Pour les éléments avec les bandes de rupture les mieux définies, l'inclinaison par rapport à l'horizontale est en gros comprise entre 65 et 75° et donc légèrement supérieure aux valeurs habituelles pour un béton ordinaire.



Fig. 6.19 : Divers modes de rupture pour des éprouvettes en béton non armé ordinaire soumis à un effort de compression centré [Nie99]

6.3.2 Modélisation du comportement et interprétation des résultats

On admet pour la modélisation les lois en traction et en compression présentées dans les sections 3.2.2.2 et 3.3.5.6. Les valeurs $E_c = 60000$ MPa, $f_c = 190$ MPa, $\varepsilon_{c1} = 0.48\%$, $\varepsilon_{c,50} = 1.0\%$ et $\kappa_{c2} = 0.58$ (équation 3.27) sont utilisées. Nous rappelons ici que, en se basant sur les résultats des essais de contrôle qualité, ces valeurs de résistance du matériau sont plutôt prudentes.

Avec ces hypothèses, les diagrammes d'interaction moment-effort normal pour les trois configurations de sections transversales peuvent être calculés et comparés aux points (M, N)ultimes mesurés (figure 6.20, en haut). Dans la partie inférieure de la même figure, les diagrammes $M(\chi)$ théoriques et les diagrammes $M(\chi)$ dérivés à partir des allongements mesurés sur les éprouvettes sont comparés pour les différentes colonnes.



Fig. 6.20 : Analyse au premier ordre des colonnes

L'allure des courbes théoriques est en accord avec celle des courbes mesurées. Cependant, la rigidité flexionnelle est généralement sous-estimée, surtout pour les colonnes soumises aux efforts de compression les plus importants (2.5 et 3.5 MN). Ces colonnes ne sont pratiquement pas fissurées avant pic : la rigidité flexionnelle dépend donc principalement du module de Young et de la déviation de la linéarité de la courbe $\sigma(\varepsilon)$ du BFUHP comprimé. Dans le modèle, cette déviation est fonction de l'expression analytique choisie pour $\sigma(\varepsilon)$ et, à proximité du pic, de la valeur de ε_{c1} .

Le moment maximal est estimé correctement pour les colonnes NA-1500, NA-2500 et $4\phi 20$ -3500. Pour les autres colonnes, la rupture est survenue pour une valeur du moment plus petite que celle prévue numériquement. Une résistance inférieure à celle prévue par une analyse sectionnelle peut être la conséquence des effets du second ordre, éventuellement favorisés par la présence d'une excentricité accidentelle, ou bien le résultat d'une surestimation de la résistance du matériau.

À cause des effets du second ordre, une condition d'instabilité potentielle peut se produire avant que la résistance de la section transversale ne soit atteinte (figure 6.5). Dans ce cas, une réponse stable du système échantillon-cadre d'essais ne peut être garantie que si le contrôle de l'essai est effectué par une variable de déformation locale, tel que la déformation axiale de la zone de rupture ou le déplacement latéral à mi-hauteur de la colonne [Ger06], et si la vitesse de réaction des composantes hydro-mécaniques et électroniques du cadre d'essais est suffisante. Les essais discutés dans cette section ont été effectués en contrôlant les déplacements, de signe opposé, imposés par les deux vérins latéraux (figure 6.11), qui produisent la rotation aux extrémités des colonnes. En outre, les parties métalliques du cadre d'essais, reliant ces vérins à l'échantillon, se composent d'éléments métalliques fléchis et d'assemblages boulonnés non précontraints, dont la flexibilité importante influence négativement la stabilité de l'essai. Dans ces conditions, une situation d'instabilité potentielle peut se traduire en instabilité effective et son effet sur la réduction de résistance doit être évalué.



Fig. 6.21 : Moments agissants en fonction de v_{mid} au pic

La figure 6.21 compare, pour les différentes colonnes testées, les courbes $M_{mid}(v_{mid})$ des moments agissant sur la section à mi-hauteur aux lignes qui représentent les moments externes agissants sur la même section au pic du moment (équation 6.11). Ces courbes sont issues des mesures effectuées lors des essais.

$$M_{mid} = M_0 + N \cdot v_{mid} \tag{6.11}$$

La figure montre qu'effectivement, pour certaines colonnes (par exemple, NA-1500 et $4\phi 20$ -1500) le pic du moment semble correspondre à une condition de tangence entre les courbes des moments externes et internes. Comme le montre schématiquement la figure 6.22, il n'est dans ce cas pas possible de quantifier l'influence des effets du second ordre sur la résistance à partir uniquement du comportement mesuré lors des essais.



Fig. 6.22 : Réduction de la résistance due aux effets du second ordre : a) effet négligeable sur le moment maximal; b) effet significatif sur le moment maximal

Afin d'estimer l'influence des effets du second ordre sur la résistance des colonnes, le comportement structurel doit être modélisé. Pour pouvoir tenir compte des non linéarités géométriques et du comportement non linéaire des matériaux, la méthode numérique décrite au début du chapitre 6 est utilisée.

6.3.2.1 Influence des effets du second ordre sur la résistance des colonnes

À cause des caractéristiques du cadre d'essai (figures 6.11 et 6.23), la simulation du comportement structurel nécessite quelques explications. Le déplacement total d'une section par rapport à la ligne d'action de l'effort normal N est influencé par la flexibilité des éléments de connexion entre la zone de mesure de l'échantillon et le point d'application de N. Ces éléments se composent des têtes d'ancrage en BFUHP de l'échantillon, de section plus large que la zone de mesure, et de divers éléments métalliques, fixés entre eux et à l'échantillon par des assemblages vissés (figures 6.11).



Fig. 6.23 : Système statique des essais ; estimation de la contribution au déplacement transversal due à la rotation des éléments au dehors de la zone de mesure ; contrôle de la stabilité des points d'équilibre et influence sur la résistance théorique.

En négligeant d'abord la stabilité du système complet, seule la zone de mesure ($\ell = 1$ m) est modélisée. L'algorithme se base sur le calcul du diagramme $M(\chi)$ correspondant à l'effort normal imposé, sur l'imposition de la valeur du déplacement net à mi-hauteur $v_{mid,i}^*$ et sur la recherche itérative de la valeur de la courbure χ_{mid} à mi-hauteur qui permet de satisfaire la condition $v^* = 0$ à l'extrémité de la zone de mesure. Le déplacement net, v^* , est égal à la différence entre le déplacement v mesuré par rapport à la ligne d'application de l'effort normal et le déplacement à l'extrémité de la zone de mesure, indiqué par v_{01} ou v_{1011} sur la figure 6.11 et indiqué synthétiquement par Δv ici.



Fig. 6.24 : Détermination des points d'équilibre et du dernier point d'équilibre stable pour les différentes colonnes

Le calcul de l'état d'équilibre et compatibilité du sous-système "zone de mesure" permet d'en déterminer l'état local de déplacement net v^* , de déformation et de sollicitation, ainsi que la position de la ligne d'action de la résultante et la valeur du moment $M_{01} = M_{1011}$ agissant à l'extrémité de la zone de mesure. Il ne permet par contre pas de séparer les effets globaux du premier et du second ordre, étant donné que la valeur du moment M_{01} à l'extrémité de la zone de mesure des effets du second ordre (figure 6.23) :

$$M_{01} = M_I + N \cdot \Delta v \tag{6.12}$$

où le moment du premier ordre M_I et Δv inconnus.

Les éléments de connexion ont une rigidité flexionnelle théoriquement plus grande que celle de l'échantillon, et sont soumis à un moment plus petit. On admet en première approximation que le déplacement Δv est donné par une rotation rigide de ces éléments, avec un angle de rotation égal à l'angle θ_{01} calculé par le modèle à l'extrémité de la zone de mesure. La zone de connexion a une longueur égale à 580 mm. Le déplacement aux extrémités de la zone de mesure, dû à une rotation rigide des éléments de connexion, vaut donc :

$$\Delta v = 580 \cdot \sin \theta_{01} \, [\text{mm}] \tag{6.13}$$

La validité de cette hypothèse peut être vérifiée en comparant les diagrammes $M_{mid}(v_{mid})$ calculés et mesurés. Cette démarche est qualitativement montrée à la figure 6.23 au centre.

Pour certaines colonnes, cette hypothèse conduit à une simulation correcte, alors que pour d'autres colonnes la rigidité des zones d'ancrage est surestimée. Une rotation supplémentaire, $\Delta \theta$, que l'on admet proportionnelle au moment M_{01} est ajoutée afin de corriger l'estimation de la déformabilité des éléments de connexion :

$$\Delta v = 580 \cdot \sin(\theta_{01} + \Delta \theta) = 580 \cdot \sin(\theta_{01} + M_{01}/K_{\theta}) \,[\text{mm}]$$
(6.14)

Dans l'équation 6.14, K_{θ} symbolise la rigidité d'un ressort fictif concentré à l'extrémité de la zone de mesure et qui donne une rotation équivalente à l'intégrale des courbures le long de la zone de connexion. Une calibration de ce paramètre a permis de déterminer que toutes les colonnes peuvent être correctement décrites par $K_{\theta} = 0$ ou par $K_{\theta} \simeq 2.5 \cdot 10^{10}$ kNm/rad (figure 6.24). Le déplacement Δv et le déplacement total par rapport à la ligne d'application de l'effort normal peuvent ainsi être estimés. Cela permet de séparer les effets du premier et second ordre :

$$v_{mid} = v_{mid}^* + 580 \cdot \sin(\theta_{01} + \Delta\theta) \tag{6.15}$$

$$M_{I} = M_{mid} - N \cdot [v_{mid}^{*} + 580 \cdot \sin(\theta_{01} + \Delta\theta)] =$$

= $M_{01} - N \cdot [v_{01}^{*} + 580 \cdot \sin(\theta_{01} + \Delta\theta)]$ (6.16)

et de vérifier la stabilité de l'équilibre (figure 6.23 à droite et figure 6.24). Les points indiqués en blanc correspondent au dernier point d'équilibre stable en contrôle de force. Les croix sur la figure 6.24 correspondent à la résistance maximale de la section transversale. La distance entre ces deux points, mesurée sur l'axe des moments, indique l'importance des effet du second ordre sur la résistance des éléments. Cette distance est significative seulement pour la colonne NA-1500, qui n'était pourtant pas parmi celles qui présentent une différence importante entre résistance prévue et mesurée. Pour toutes les autres colonnes, la possibilité d'une rupture précoce par instabilité est ou bien à exclure, ou bien elle ne peut pas expliquer la réduction de résistance observée.

6.3.2.2 Influence d'une excentricité accidentelle sur la résistance des colonnes

La présence d'excentricités accidentelles ne peut pas être exclue a priori pour le cadre d'essais utilisé : la fixation de l'échantillon se fait par vissage de barres d'armatures ressortant des têtes des échantillons. L'imprécision de ce type de connexion peut facilement atteindre quelques millimètres, correspondant à des moments accidentels significatifs, surtout pour les éléments les plus comprimés.



Fig. 6.25 : Effet d'une excentricité initiale non mesurée sur la comparaison entre comportement théorique et comportement expérimental

En présence d'une excentricité accidentelle qui produit un effet dont le signe est le même que celui de la flexion appliquée, on obtiendrait bien évidemment une réduction de la résistance, mais également un décalage entre le courbe $M(\chi)$ mesurée et celle calculée, à cause de la présence d'un état de courbure et de moment non nuls au début de l'essai (figure 6.25). Du point de vue technique, cette possibilité ne peut pas être exclue, car les mesures de déformation ont débuté seulement après l'application de l'effort normal. Ce décalage produirait en outre une fissuration précoce et une déviation de la linéarité anticipée.

Pour les colonnes les moins comprimées, l'observation des diagrammes $M(\chi)$ présentés sur la figure 6.20 permet d'exclure cette possibilité, car les courbes mesurées et la courbe théorique ont une bonne correspondance de forme, le point de fissuration de la matrice et le changement de pente qui le suit sont bien estimés, voire sous estimés dans le modèle. Pour les colonnes les plus comprimées, aucune conclusion définitive ne peut être tirée, car les courbes ont un comportement pratiquement linéaire jusqu'à la rupture et l'effet d'un éventuel décalage initial ne peut pas être détecté par une différence de forme entre courbes mesurées et théoriques.

Un effet systématique du mode d'essai sur la résistance des éléments étant à exclure, on considère dans la section suivante l'influence d'une variation des propriétés mécaniques du BFUHP sur le comportement structural.

6.3.2.3 Influence du comportement du matériau sur le comportement des colonnes

L'influence du comportement en traction en phase pseudo-plastique et en phase adoucissante sont étudiés séparément. Par la suite, l'influence de variations du comportement en compression sera montrée.

Afin d'évaluer l'influence de la phase pseudo-plastique, les diagrammes $M(\chi)$ de la figure 6.20 sont considérés de plus près. Les parties des courbes théoriques comprises entre le point de première fissuration de la matrice (ε_{ctm} à la fibre tendue, carrés blancs) et les points de début du comportement adoucissant en traction (ε_{ct} à la fibre tendue, carrés noirs) simulent très bien l'allure non linéaire et la pente locale des courbes mesurées. Particulièrement dans le cas de l'échantillon NA-1500, qui n'est pas armé, cela confirme la validité de l'approximation pseudo-plastique pour la modélisation du comportement flexionnel dans cette phase.

L'influence du comportement adoucissant en traction est montrée sur la figure 6.26. On y compare les diagrammes $M(\chi)$ obtenus pour trois niveaux d'effort normal et en variant la longueur d'équivalence entre ouverture de fissure et déformation. La valeur $\ell = 100$ mm est environ égale à la valeur $2/3 \cdot h$ proposée par la norme AFGC sur le BFUHP [AFGC02] et utilisée dans le cadre de cette modélisation. Pour un effort de compression supérieur à 1500 kN, la contribution de la partie adoucissante en traction n'influence pratiquement pas le comportement sectionnel, car l'écrasement du béton comprimé intervient juste après le début de la phase adoucissante en traction.

Les essais de compression sur cylindres effectués à l'EPFL (figure 3.24) sont en nombre limité, mais montrent une certaine variabilité de f_c , de déformation au pic et de forme de la courbe à proximité du pic. La figure 6.27 présente les diagrammes M-N et $M(\chi)$ obtenus en admettant $E_c = 60$ GPa, $f_c = 180$ MPa, $\varepsilon_{c1} = 0.38\%$, qui correspondent à la courbe la moins résistante et la plus rigide parmi celles mesurées (figure 3.24, lignes grises). Une réduction d'environ 5% de la résistance à la compression et l'adoption d'une loi $\sigma(\varepsilon)$ plus rigide au pic permettent une meilleure modélisation pour les colonnes armées et pour les colonnes précontraintes avec effort normal de 1.5 et 2.5 MN.

Une résistance à la compression réduite n'était pas attendue sur la base des résultats de contrôle qualité, mais elle peut se justifier par un effet d'échelle de type statistique sur la



Fig. 6.26 : Influence de la ductilité du comportement adoucissant en traction sur le comportement des sections fléchies : diagrammes moment-courbure pour une section non armée et effort normal variable (0, 10, 30% de la résistance à la compression centrée) ; distribution des contraintes sur la section transversale au pic ($\ell_{eq} = 100 \text{ mm}$)

résistance et par les différents modes de bétonnage des colonnes par rapport aux échantillons de contrôle qualité.

Parmi les colonnes les moins comprimées, les résultats des essais montrent que la réduction de la résistance affecte principalement les colonnes armées (figure 6.20). L'influence de ce phénomène est évidente sur le mode de rupture (section 6.3.1.5), mais son effet se superpose à d'autres incertitudes et est difficilement quantifiable, pour la série d'essais considérée.

La présence des armatures longitudinales comprimées peut produire un état de traction transversale dans le béton et entrainer une réduction de sa résistance à la compression. Cela est dû à la déformation latérale de la barre, par effet de Poisson ($\nu_s = 0.2$ qui passe à $\nu_s = 0.5$ en phase plastique), mais également à la tendance des barres d'armature comprimées à prendre une courbure latérale. L'effet sur la résistance à la compression du béton dépend principalement de la longueur d'inflexion libre de la barre, du rapport entre le diamètre de la barre et l'épaisseur de l'enrobage et de l'état de déformation dans la barre, la tendance de la barre à se fléchir étant amplifiée en phase plastique. Dans des éléments de structures en BFUHP, on vise généralement à éliminer les armatures transversales, qui limitent dans le béton ordinaire la longueur d'inflexion libre des armatures longitudinales, et à réduire l'épaisseur de l'enrobage. Dans ces conditions, le phénomène mis en évidence par les essais est amplifié et devrait être étudié plus en détail pour vérifier le risque effectif de réduction de la résistance à la compression dans les éléments de structures armés avec armatures en zone comprimée.

Le comportement extrêmement faible des colonnes NA-3500 et 4T15-3500 ne peut pas s'expliquer uniquement par une réduction de la résistance du matériau. Pour ces éléments, fortement comprimés, l'explication de leur rupture précoce est probablement liée à la présence d'une excentricité accidentelle initiale, dont l'effet ne peut pas être détecté sur les courbes $M(\chi)$ (section 6.3.2.2). L'asymétrie du mode de rupture dans la direction perpendiculaire à celle du



Fig. 6.27 : Comparaison entre résultats expérimentaux et résultats de la modélisation avec résistance à la compression réduite

moment appliqué, détectée clairement pour les colonnes NA-3500 et T15-3500 (figures B.3 et B.9 de l'Annexe B), peut être le signe de la présence d'une excentricité dans cette direction et d'un état de flexion biaxial, qui peut avoir influencé significativement la résistance pour ces éléments, qui étaient très sollicités.

6.3.2.4 Simulation de la réponse structurale

La figure 6.28 compare le résultat de la simulation structurale avec les valeurs mesurées. On compare le déplacement à mi-hauteur, la déformée de la colonne au pic et la rotation à la section à l'extrémité de la zone de mesure. Seuls les résultats pour les éléments armés sont donnés, les résultats pour les autres échantillons étant similaires. Le modèle permet une description correcte du comportement de la zone de mesure. Jusqu'au pic, la forme des



colonnes peut être très bien approximée par une sinusoïde.

Fig. 6.28 : Simulation complète de la réponse structurale pour les colonnes armées par des armatures ordinaires

6.3.3 Colonnes en BFHP soumises à effort normal excentré

6.3.3.1 Concept des essais et corps d'épreuve

Les détails sur cette série d'essais sont contenus dans un rapport d'essais IS-BETON [Sti04]. Le but de cette série d'essais est de comparer le comportement structurel de colonnes élancées en béton fibré à haute résistance (BFHP), avec ou sans armatures, et en béton auto-plaçant à haute résistance (BAP), armé mais non fibré. La plupart des colonnes testées ont été réalisées en BFHP (voir le tableau de la figure 6.29).



Fig. 6.29 : Géométrie des échantillons, cadre d'essais et système de mesures pour les essais sur colonnes en BFHP soumises à un effort normal excentré

Trois colonnes en BFHP n'ont pas d'armature ordinaire, alors que toutes les autres colonnes sont armées par des armatures longitudinales (6 ϕ 40 mm, $A_s/A_c = 20\%$, $A_s/A_{tot} = 16\%$) en acier ordinaire B500C ou en acier à haute résistance S700 et elles sont renforcées transversa-lement par une spirale d'armatures en acier ordinaire (ϕ 6 s 40 mm, $f_{sy} = 540$ MPa). Toutes les colonnes ont un diamètre de 240 mm et une longueur entre appuis de 3 m.

6.3.3.2 Fabrication des éprouvettes, instrumentation et déroulement des essais

Les colonnes ont été bétonnées en usine de préfabrication. Elles sont pourvues aux extrémités de deux plaques métalliques, soudées aux barres longitudinales dans le cas des colonnes armées. Les plaques facilitent la mise en place des armatures et réduisent l'imprécision de positionnement des échantillons dans le cadre d'essais. Les colonnes ont été bétonnées en position verticale.

Le système de mesures est décrit en détail dans [Sti04] et est représenté schématiquement à la figure 6.29. Les différentes mesures effectuées permettent de suivre le comportement global et local des éprouvettes :

- force N et déplacement axial δ_c du piston du vérin;
- raccourcissement axial $\Delta \ell_c$, mesuré par un capteur inductif ($\ell_{mes} = 2.95 \text{ m}$);
- rotations d'extrémité θ_1 et θ_2 , mesurées par deux inclinomètres fixés aux pièces métalliques d'appui;
- raccourcissements locaux $\Delta \ell_{ij}$ (i = 1 7 et j = n, e, o, s), mesurés par 28 jauges oméga placées à 7 niveaux *i* sur la hauteur des colonnes et sur les 4 côtés *j*;
- déplacement transversaux v_i , mesurés par des capteurs inductifs à 7 niveaux le long des colonnes.

Toutes les colonnes ont été testées en compression excentrée avec excentricité variable entre 30 et 60 mm selon les essais. La mise en charge a été réalisée par imposition du déplacement du vérin central, avec une vitesse du piston de 10 à 15 mm/h.

6.3.3.3 Propriétés des matériaux pour la modélisation

Béton fibré à haute résistance

Le béton fibré à haute résistance utilisé pour sept des neuf colonnes testées est le M2C, développée et produit par l'entreprise Holcim Suisse. Sa composition est indiquée dans le tableau 2.6 à la page 8. Les fibres métalliques sont droites et lisses, et elles ont une longueur de 13 mm et un diamètre de 0.16 mm ($\ell/d_f = 81$).



Fig. 6.30 : Comportement en compression mesuré (courbes grises) et modélisé (courbe noire) pour le BFHP M2C

Les courbes contrainte-déformation en compression, mesurées à 26 jours, sont montrées à la figure 6.30 avec une courbe de modélisation obtenue en utilisant les mêmes expressions analytiques que celles utilisées pour le BFUHP BSI (avec ici : $f_c = 129$ MPa, $E_c = 46$ GPa,

 $\varepsilon_{c1} = 0.34 \%$, $k_{c2} = 0.58$ et $\varepsilon_{c_{50}} = 0.72 \%$). Le module E_c et la partie avant pic ont été mesurés sur cylindres ϕ 110 h = 220 mm. Le comportement après pic a été déterminé à partir des résultats d'essais sur cylindres ϕ 70 h = 140 mm.

Les différentes colonnes ont été bétonnées en plusieurs bétonnages et testées à des âges très différents (20 à 147 jours). Les essais de compression à disposition sont en nombre limité et ont été effectués sur des échantillons de géométrie et taille variables. La valeur moyenne de la résistance à la compression, calculée en considérant toutes les gâchées et extrapolée à 28 jours, vaut environ 129 MPa. L'évolution de la résistance dans le temps est décrite par la loi proposée par le Code Modèle [MC90] pour les bétons à développement de résistance lent (s = 0.38) : la figure 6.31-a compare cette loi avec les résultats de mesures effectuées à 26 et à 71 jours pour des éprouvettes fabriqués avec la même gâchée.



Fig. 6.31 : Évolution de la résistance à la compression et de la courbe contrainte-déformation dans le temps

Des essais effectués à 26 et 140 jours indiquent une augmentation négligeable de E_c pendant cette période. En considérant en outre que la rigidité de certaines colonnes a été influencée par un problème de fissuration au jeune âge (section 6.3.3.4, [Sti04]), une valeur de E_c égale à celle mesurée à 26 jours (46 GPa) et indépendante de l'âge est admise pour le calcul. L'évolution admise pour la loi $\sigma(\varepsilon)$ en fonction du temps est montré à droite dans la figure 6.31-b : la déformation ε_{c1} est variée de sorte à garder constante la valeur du facteur A du modèle de Sargin et la forme de la courbe avant pic (section 3.3.5.1). La déformation ε_{c2} est admise constante, indépendamment de f_c .



Fig. 6.32 : Comportement en flexion 4pt pour le BSI [Jung04] et pour le BFHP utilisé pour les colonnes à section circulaire [Sti04]

Le comportement en traction a été mesuré indirectement par des essais de flexion quatre points, qui ne permettent pas de conclure sur le caractère durcissant ou adoucissant en traction directe. En se basant sur une analyse par éléments finis des essais de flexion, sur la comparaison avec les résultats d'essais du même type réalisés par [Jung04] avec le BFUHP BSI (figure 6.32) et sur le comportement observé lors des essais des colonnes, un comportement non durcissant en traction est admis pour la modélisation. La valeur $f_{ct} = 8.9$ MPa à 28 jours et une loi après pic exponentielle [Beh96] d'exposant 3 sont utilisées pour la modélisation (figure 6.33). L'ouverture ultime des fissures est admise égale à la moitié de la longueur des fibres ($w_u = 6.5$ mm) et l'évolution de f_{ct} avec le temps est admise affine à l'évolution de f_c .



Fig. 6.33 : Lois en traction directe admises pour la modélisation du BSI et du BFHP utilisé pour les colonnes à section circulaire

Lors des essais des colonnes, des fissures espacées de 40 à 120 mm ont été observées. Selon [AFGC02], la longueur d'équivalence entre ouverture de fissure et déformation pour les éléments non armés serait égale à $2/3 \cdot h = 160$ mm. À la connaissance de l'auteur, il n'existe aucune recherche expérimentale ou théorique pour confirmer la validité de cette approximation pour des sections de forme circulaire. Les observations d'essais montrent entre autre une répartition souvent non favorable des fibres, due aux modalités de bétonnage, ainsi que de la fissuration au jeune âge. En présence de ces incertitudes, on admet pour toutes les colonnes une longueur de 160 mm. L'influence de la phase de comportement adoucissant sur la réponse structurale sera discutée en détail dans la suite de cette section.

Béton auto-plaçant

Le comportement en compression du béton auto-plaçant non fibré a été mesuré par trois essais sur cylindre (ϕ 110 mm, $h/\phi = 2$) 48 jours après le bétonnage, en parallèle avec un des essais sur colonne. Le comportement après pic est très fragile. La figure 6.34-a compare les trois courbes mesurées avec la courbe utilisée pour la modélisation, obtenue en utilisant l'expression proposée par [Sar69] avant pic et les valeurs $f_c = 119$ MPa, $E_c = 43000$ MPa, $\varepsilon_{c1} = 0.38\%$ et $\varepsilon_{c,50} = 0.4\%$. Le comportement en traction n'a pas été mesuré : un comportement élastique-fragile avec $f_{ct} \simeq 7$ MPa est admis en accord avec l'équation 3.2.

Acier d'armature à haute résistance

Les colonnes S7 et S8 sont renforcées par des barres d'armature en acier à haute résistance et classe de ductilité B. La figure 6.34-b montre le comportement mesuré de l'acier, communiqué par le producteur [SWI], et la courbe utilisée pour la modélisation.



Fig. 6.34 : Comportement mécanique du béton auto-plaçant (a) et de l'acier d'armature à haute résistance (b)

6.3.3.4 Résultats principaux et modes de rupture

Le tableau 6.3 résume propriétés et résultats principaux pour tous les échantillons : N_{max} est l'effort normal maximal, $M_{N,max}$ et $v_{N,max}$ sont le moment et le déplacement transversal à la section à mi-hauteur en correspondance avec le pic de N. $M_{mid,post}$ indique l'évolution, après le pic de N, du moment agissant sur la section à mi-hauteur

La réponse structurale des colonnes peut être quantitativement comparée sur la base des diagrammes de la figure 6.35 qui résument le comportement mesuré en termes de courbes moment total-effort normal, moment-déplacement à mi-hauteur, effort normal-déplacement à mi-hauteur et moment-courbure maximale détectée (jauges à mi-hauteur). Pour faciliter la lecture, les diagrammes correspondants aux échantillons non armés (S1, S2, S4), en BFHP armés (S5, S6, S7, S8) et en béton auto-plaçant (S15, S16) sont séparés.

Colonne			S1	S2	S4	S5	S6	S7	$\mathbf{S8}$	S15	S16
Bétonnage			1	1	1	2	2	3	3	5	5
Excentricité	e	[mm]	30	60	40	30	40	40	30	40	30
Age essai		[j]	25	20	144	21	145	146	27	147	47
Armature	[mm]	-			$6\phi 40$	mm	$6\phi 4$	0 mm	$6\phi 40 \text{ mm}$		
f_{sy}	[MPa]		-		54	40		700	5	40	
Mode de rupture		Flambage fragile			Rotule ductile			Éclatement fragile			
Effort normal au pic	N_{max} ¹	[MN]	-2.45	-1.03	-1.87	-3.39	-3.24	-3.42	-3.56	-2.75	-3.35
Moment au pic de N	$M_{mid_{N,max}}$	[kNm]	117	95.5	126	183	220	255	221	183	195
Moment après pic de N	,		0	0	0	\simeq	\simeq	1	1	7	\sum
Moment maximal	M_{max}	[kNm]	117	95.5	126	198	223	271	263	183	195
Déplacement max au pic de ${\cal N}$	v_{max}	[mm]	17.7	32.7	27.1	23.8	29.8	35.5	31.9	26.7	28.3
Zone écrasée ou éclatée	h_{compr}	[mm]	-	-	-	500	500	400	400-500	> 1000	> 1000
EI_{th}		$[MNm^2]$	7.5		$10.9 \div 11.0$		$10.9 \div 11.0$		10.3		
EI_{mes}		$[MNm^2]$	7.0	6.7	5.7	8.2	5.6	6.8	5.7	6.1	8.5

Tab. 6.3 : Propriétés et résultats principaux des essais sur éléments en BFHP comprimés et fléchis

Trois modes de rupture qualitativement différents ont été observés lors des essais (figure 6.36). Les colonnes non armées ont atteint la rupture par flambage, en se séparant en deux parties de façon très fragile et sans garder aucune capacité résiduelle (figure 6.36-a). Pour les deux colonnes avec les excentricités les plus importantes, le flambage a été précédé par une phase de comportement non linéaire avec ouverture de nombreuses fissures de flexion en zone tendue.



Fig. 6.35 : Comportement mesuré pour toutes les colonnes de la série

Les colonnes armées et fibrées ont atteint une rupture plus ductile et développent une rotule plastique localisée à proximité de la mi-hauteur de la colonne mais pas toujours exactement centrée (figure 6.36-b). Dans la zone de rupture, le béton comprimé s'écrase progressivement, alors que diverses fissures s'ouvrent en zone tendue. Le début du mécanisme de rupture correspond au pic de la valeur de l'effort normal et à une diminution initiale rapide du moment. L'effort normal continue ensuite à diminuer progressivement, alors que le moment demeure presque constant pour les colonnes armées par des armatures de qualité ordinaire, ou commence à augmenter de nouveau pour les colonnes armées par des armatures à haute résistance (figure 6.35, diagramme $M_{mid}(v)$ des colonnes armées). Les essais ont été arrêtés au début de cette phase. La hauteur de la zone écrasée au moment où les essais ont été arrêtés est comprise entre 400 et 500 mm. La zone écrasée n'a souvent pas une forme triangulaire bien définie : l'observation des zones de rupture donne l'idée d'éléments de plaque/coque qui



Fig. 6.36 : Modes de rupture pour les colonnes en BFHP sans armatures (a), en BFHP avec armatures (b) et en béton auto-plaçant sans fibres (c)

tendent à éclater et à se séparer du noyau, mais qui restent en place et continuent à interagir avec le reste de la colonne grâce à la présence des fibres (figure 6.37).



Fig. 6.37 : Zone écrasée en compression de l'échantillon S6 armé et fibré

Les colonnes en béton auto-plaçant armé sans fibres atteignent le pic de l'effort normal par éclatement abrupt du béton d'enrobage (figure 6.36-c). La zone d'éclatement s'étend sur plus d'un mètre de hauteur dans la partie centrale des colonnes et se produit également à proximité du pied des colonnes. Il en résulte en une perte immédiate de rigidité sur une grande partie des colonnes. Suite à l'éclatement, la résistance des colonnes n'est pas annulée, et elles continuent à se déformer avec diminution de l'effort normal et du moment. Le moment recommence ensuite à augmenter. Les essais ont été arrêtés pendant cette phase.

Pour les échantillons non armés, séparés en deux pièces à la rupture, il a été possible d'observer

les surfaces de rupture. Pour l'échantillon S1, la rupture s'est produite le long d'une surface faible, caractérisée par le manque presque total de fibres (figure 6.38). Le coulage du béton depuis le haut des colonnes a donné lieu à une mise en place par couches successives qui ne se sont pas mélangées correctement [Sti04], probablement à cause de propriétés rhéologiques non satisfaisantes obtenues lors du bétonnage



Fig. 6.38 : Manque des fibres sur la section de rupture de l'échantillon S1

Pour les colonnes armées, la rigidité flexionnelle EI mesurée (tableau 6.3) est nettement inférieure à la valeur théorique attendue et graphiquement représentée par des ligne à traits discontinus dans les diagrammes $M(\chi)$ de la figure 6.35. Cela est dû à un phénomène très considérable de fissuration au jeune âge due au retrait empêché par les armatures [Sti04]. La fermeture de ces fissures en zone comprimée a été observée visuellement pendant les essais. Son effet sur le comportement structurel peut être apprécié dans la figure 6.35 par la non linéarité de la partie initiale des diagrammes $M(\chi)$ des éléments en BFHP armé.

Pour les éléments qui ont développé un réseau de fissures de flexion, la distance entre fissures était généralement comprise entre 80 et 120 mm pour les échantillons fibrés, environ 40 mm pour les échantillons fibrés et armés et environ 80 mm pour les échantillons en BAP non fibré. Pour les éléments armés, la position des fissures était influencée par la position des étriers.

6.3.4 Modélisation de la réponse structurale et interprétation des résultats

Les sections suivantes rassemblent les résultats de la modélisation numérique du comportement structurel des colonnes.

Une première analyse se concentre sur la modélisation du comportement dans la phase qui se développe avant que la résistance ne soit atteinte dans la section la plus sollicitée (paragraphe 6.3.4.1). La comparaison entre les résultats de la modélisation et le comportement mesuré lors des essais est présentée séparément pour les colonnes en BFHP non armé (paragraphe 6.3.4.1) et pour les colonnes armées (paragraphe 6.3.4.2). Une étude paramétrique sera décrite au paragraphe 6.4.1, où l'influence de variations du comportement mécanique du béton sur la résistance des colonnes est clarifiée.

La deuxième analyse considère le comportement après pic du moment (section 6.3.4.3). L'analyse s'appuie sur les observations expérimentales pour proposer une étude théorique de l'influence des fibres sur le comportement après pic.

6.3.4.1 Résistance et flambage des colonnes sans armatures

La figure 6.39 compare le comportement mesuré lors des essais et le comportement simulé par le modèle numérique pour les colonnes S1, S2 et S4. Les propriétés mécaniques des matériaux

et leur évolution dans le temps ont été modélisées comme indiqué à la section 6.3.3.3. Chaque courbe théorique est calculée jusqu'à ce que la résistance de la section soit atteinte à mihauteur de la colonne. La dernière configuration d'équilibre stable est indiquée par un point noir pour chaque courbe calculée.



Fig. 6.39 : Comportement des colonnes en BFHP renforcées uniquement par des fibres : comparaison entre le comportement mesuré et les résultats de la modélisation

Le comportement de la colonne S1 est simulé correctement. La rigidité des colonnes S2 et S4 et la résistance de la colonne S4 sont en revanche nettement surestimées. Les deux simulations à résistance réduite présentées pour la colonne S4 ($f_c = 145$ MPa et $f_c = 129$ MPa, figure 6.39) montrent que l'effet de f_c sur le comportement structurel ne peut pas expliquer entièrement la différence entre le comportement mesuré et le comportement simulé. Les différentes propriétés qui contrôlent le comportement structurel seront analysées dans la section 6.4.1.

6.3.4.2 Résistance et flambage des colonnes avec armatures

La figure 6.40 compare le comportement mesuré aux résultats du modèle numérique pour trois colonnes armées.



Fig. 6.40 : Comparaison entre résultats expérimentaux et modélisation : colonnes en BFHP et en BAP avec armatures

Vu l'incertitude dans l'estimation de l'évolution des propriétés mécaniques du béton au cours

du temps (section 6.3.4.1), seule l'analyse des colonnes armées testées à un âge inférieur à 100 jours sera présentée. Les trois colonnes montrées à la figure 6.40 ont été testées à un âge compris entre 21 et 48 jours, et elles ont toutes la même excentricité (e = 30 mm).

Chaque diagramme de la figure 6.40 présente deux courbes, correspondant à deux dispositions possibles des armatures longitudinales : l'influence de l'orientation des armatures dans la section transversale sur le comportement structurel est faible et pratiquement négligeable sur l'effort de flambage. Pour la colonne S16, réalisée en béton auto-plaçant, les résultats de la modélisation sont en accord avec le comportement mesuré. La rigidité et la résistance des colonnes fibrées S5 et S8 sont au contraire clairement surestimées, très probablement à cause du fait que, en réalité, ces colonnes étaient pré-fissurées (sections 6.3.3.4 et 6.4.1).

6.3.4.3 Effet des fibres sur le comportement après flambage

Lors des essais, les colonnes en BFHP armé ont montré un comportement après pic moins fragile que les colonnes en BAP armé (section 6.3.3.4). Pour des colonnes armées de la même façon (par exemple, les colonnes S5 et S16), cette différence dépend du comportement en compression, le comportement en traction n'ayant qu'une influence modeste sur la réponse des colonnes armées (section 6.4.1).

Nous considérons la colonne S16 (figures 6.35 et 6.40). La courbe théorique indiquée par $\sigma_{lat,eff} = 0$ MPa dans la figure 6.41-b a été obtenue en modélisant le comportement en compression avec la loi mesurée sur cylindres² ($f_c = 119$ MPa, figure 6.34-a et courbe "Sans fibres", figure 6.41-a). Le comportement simulé est plus fragile que le comportement mesuré. En outre, la tendance du moment à augmenter à nouveau après le pic n'est pas reproduite par le modèle.



Fig. 6.41 : a) Comportement en compression utilisé pour la modélisation du béton sans fibres (figure 6.34-a) et avec fibres. b) Simulation du comportement de la colonne S16, sans fibres

Avec les propriétés géométriques et mécanique des armatures et en utilisant l'approche proposée par [Man88a], une contrainte de confinement effective d'environ 4.5 MPa agit sur le noyau lors de l'écoulement des étriers. Deux simulations avec $\sigma_{lat,eff} = 2$ MPa et $\sigma_{lat,eff} = 4$ MPa

²Quoiqu'une réduction de f_c due à l'éclatement de la couche d'enrobage serait théoriquement attendue ([Fos01, Bae03, Aou07], section 5.2.1.2), la modélisation dans la phase avant pic (section 6.3.4.1) a montré que la résistance de cette colonne peut être prévue de façon satisfaisante en négligeant cet effet.

sont montrées dans la figure 6.41-b. La figure 6.42-a compare ces résultats avec les résultats obtenus en utilisant un modèle de confinement compatible (section 5.3) : l'allure du comportement mesuré peut être reproduite de manière plus satisfaisante en considérant la nature progressive de l'activation du confinement. Deux courbes avec confinement compatible sont présentées ($\beta = 0.5$ et $\beta = 0.25$), correspondant à deux estimations différentes de la déformation axiale ε_{ax} qui contrôle l'activation du confinement (figure 6.3).



Fig. 6.42 : Comportement structurel après pic en fonction du type et du niveau de confinement : a) béton sans fibres, b) béton avec fibres

La figure 6.42-b présente les résultats de simulations similaires, obtenus en utilisant la loi du béton comprimé "avec fibres" montrée à la figure 6.41-a. L'effet structurel théoriquement apporté par la contribution après pic des fibres est évident : la diminution du moment après le pic de l'effort normal est fortement réduite et le comportement est plus ductile. Dans le cas considéré, le moment continue à augmenter pendant toute la mise en charge. En comparant les résultats présentés à la figure 6.42 et le comportement mesuré pour les colonnes S16 et S5, une bonne correspondance de l'allure des courbes est obtenue sans fibres et avec fibres en utilisant le modèle de confinement compatible et $\beta = 0.25$.



Fig. 6.43 : Séparation des contributions des fibres dans le noyau et dans la couche d'enrobage

La figure 6.43 aide à clarifier l'effet de la contribution des fibres. Le cas qui néglige le confi-

nement est considéré à titre d'exemple. Les deux courbes extrêmes ("Sans fibres" et "Fibres noyau + couche") sont celles montrées sur les figures 6.42-a et b pour $\sigma_{lat,eff} = 0$. La courbe intermédiaire est obtenue en admettant un comportement "sans fibres" pour la couche d'enrobage et un comportement "avec fibres" pour le noyau. La contribution des fibres dans la couche d'enrobage est représentée par la distance entre cette courbe et la courbe "Fibres noyau + couche". Le point noir indique la première situation d'équilibre instable.

Pour la géométrie considérée, un comportement plus ductile de la couche d'enrobage a un effet non négligeable sur le comportement structurel : il permet une réponse après pic plus ductile et augmente la résistance pour une colonne peu élancée. Cependant, l'effet sur la charge d'instabilité théorique est faible.

6.4 Études paramétriques de l'influence des propriétés des matériaux sur le comportement des colonnes élancées

6.4.1 Étude de l'effet de variations des propriétés mécaniques du BFHP sur la réponse structurelle

Afin d'avoir une meilleure compréhension de l'influence du comportement du matériau sur la réponse structurelle, des analyses paramétriques ont été effectuées et sont présentées dans ce paragraphe.

La géométrie des colonnes, le type d'armature et les valeurs d'excentricités considérées sont les mêmes que celles des colonnes testées avec effort normal excentré 6.3.3 ($A_s/Ac = 0$ et $A_s/A_c = 20$ %, e = 30, 40, 60 mm). Le comportement mécanique du béton pour le cas de base est modélisé avec : $f_c = 130$ MPa, $\varepsilon_{c1} = 0.34\%$, $E_c = 43$ GPa, $k_{c2} = 0.58$ et $w_u = \ell_f/2 = 6.5$ mm. Les paramètres qui ont été variés sont montrés schématiquement avec leurs variations dans la figure 6.44.



Fig. 6.44 : Représentation schématique des variations paramétriques des propriétés du matériau

Les figures 6.45, 6.46-b et 6.47 présentent les résultats du calcul. Les éléments sans armatures et les éléments armés sont présentés séparément. Les courbes peuvent être comparées entre elles à trois niveaux : les diagrammes d'interaction moment-effort normal, qui expriment la résistance de la section; les courbes des points d'équilibre M-N, qui représentent le comportement de chaque colonne; les points de la dernière configuration d'équilibre stable sous effort normal constant, qui indiquent la valeur théorique de la charge de flambage. Ces valeurs sont indiquées par des points noirs pour les cas de base et par des croix pour les cas obtenus avec des variations des paramètres.



Fig. 6.45 : Résultats de l'étude de variations des paramètres : colonnes non armées

La figure 6.45 montre les résultats de l'analyse pour les colonnes sans armatures : le diagramme 6.45-a présente les résultats obtenus dans le cas de base ; les cinq autres diagrammes comparent les résultats du cas de base (lignes discontinues) aux résultats obtenus en variant les paramètres. Pour les colonnes armées, la présence d'un état de pré-fissuration a été également prise en compte. Son influence sur le comportement structurel a été modélisée de façon approchée en définissant une déformation initiale ε_{ini} pour le béton tendu et en utilisant la loi de comportement en traction montrée à la figure 6.46-a. La figure 6.46-b montre les résultats de la modélisation pour le cas de base. Les six diagrammes sur la figure 6.47 comparent ces résultats (lignes discontinues) aux résultats obtenus en variant les paramètres.



Fig. 6.46 : a) Loi contrainte-déformation adoptée pour la modélisation approché d'un état de préfissuration et b) résultats de la modélisation dans le cas de base pour les colonnes armées

Pour les éléments non armés (figure 6.45), la résistance à la compression (f_c , figure 6.45-c) et le comportement en traction après fissuration (w_u , figure 6.45-f) sont les paramètres déterminants. Les cas avec $w_u = 0.65$ et $w_u = 0$ représentent des sections transversales extrêmement pauvres en fibres, voire sans fibres traversant la fissure (figure 6.38) : comme le montre la figure 6.45-f, la présence de sections de ce type peut entrainer une réduction importante de la résistance pour des colonnes non armées et soumises à un faible effort de compression. En revanche, la même variation de comportement en traction ($w_u = 6.5, 0.65, 0 \text{ mm}$) n'a pratiquement pas d'effet sur le comportement structurel et sur la charge de flambage des colonnes fortement armées (figure 6.47-f). Comme le montre la figure 6.48, cette conclusion est également valable en présence d'un taux d'armature plus bas ($\rho_s = 6.4\%$ et $\rho_s = 2.7\%$).

Une variation significative du module de Young (38.5 à 46 GPa) a une influence limitée sur le comportement structurel des colonnes non armées (figure 6.45-b) et négligeable sur le comportement des colonnes fortement armées (figure 6.47-b). Pour les colonnes non armées, l'effet est quantitativement comparable à celui d'une variation modeste (+/ - 10 %) de la valeur de la déformation ε_{c1} au pic (figures 6.45-d et 6.47-d). Pour une valeur de la résistance à la compression donnée, l'estimation la plus prudente de la résistance de la section (diagramme M - N) est obtenue en admettant une valeur petite pour ε_{c1} et une courbe $\sigma(\varepsilon)$ linéaire ($E_c \rightarrow f_c/\varepsilon_{c1}$). Cependant, si les effets du second ordre sont considérés, l'effet d'une variation de ε_{c1} est ambigu, car sa diminution réduit la résistance en section mais augmente la rigidité structurale (figure 6.45-d).

En s'appuyant sur les considérations discutées pour les paramètres E_c , f_c et ε_{c1} , une estimation prudente de la résistance en section est obtenue en admettant une valeur minimale de ε_{c1} et un comportement linéaire fragile en compression, si seule la valeur de f_c est connue pour le dimensionnement.

La pente après pic de la courbe $\sigma(\varepsilon)$ en compression (paramètre k_{c2}) influence le diagramme moment-effort normal dans le domaine des efforts normaux moyens. L'effet est similaire pour les colonnes non armées et pour les colonnes fortement armées (figures 6.45-e et 6.47-e).



Fig. 6.47 : Résultats de l'étude de variations des paramètres : colonnes armées

L'influence du paramètre k_{c2} sur la charge de flambage est peu importante.

Dans le cas de colonnes fortement armées, la présence d'un état de fissuration initial (figure 6.47-a) n'influence pratiquement pas la résistance de la section, mais augmente la sensibilité des colonnes vis-à-vis des effets du second ordre. Cet effet, avec l'effet de f_c (figure 6.47-a), peut expliquer la différence entre le comportement modélisé et le comportement mesuré pour les colonnes armées (figure 6.40).



Fig. 6.48 : Effet d'une variation du comportement après fissuration en traction pour des colonnes à faible taux d'armature

6.4.2 Étude comparative de la résistance et de la charge de flambage de colonnes réalisées avec des bétons de qualités différentes

Cette section présente les résultats d'une comparaison de résistance de colonnes réalisées avec trois types de bétons différents : un béton ordinaire (BO), un béton à haute résistance (BHR) et un BFUHP (figure 6.49). Quatre élancements sont analysés : $\ell/d = 0, 12.5, 21, 33$ correspondant à des colonnes bi-articulées à section transversale circulaire de diamètre égal à 240 mm et de longueur ℓ respectivement égale à 0, 3, 5 et 8 m. Des colonnes sans armatures et des colonnes armées $(A_s/A_c = 6.4\%)$ sont considérées séparément³.



Fig. 6.49 : Propriétés des matériaux admises pour la modélisation du comportement des colonnes

La comparaison est effectuée à l'aide de diagrammes d'interaction moment-effort normal réduits (figure 6.50) : pour une colonne de longueur donnée, le diagramme d'interaction réduit correspond à l'enveloppe des points de flambage pour différentes valeurs de l'effort normal.

Pour les colonnes bi-articulées considérées, ces diagrammes peuvent être calculés au moyen de plusieurs analyses structurales : l'analyse de "colonnes soumises à un effort normal constant et à un moment imposé" (N = const, section 6.2.2.3) peut être effectuée pour différents valeurs de l'effort normal ; sinon, l'analyse de "colonnes soumises à un effort normal excentré" (e = const) peut être effectuée pour différents valeurs de l'excentricité. Comme le montre la

³Les colonnes non armées et réalisées en BO et en BHR représentent un cas d'intérêt académique
figure 6.51, les deux algorithmes conduisent aux mêmes résultats. Cependant, l'algorithme qui travaille à effort normal constant nécessite le calcul d'un nombre inférieur de diagrammes moment-courbure, et est utilisé par la suite.



Fig. 6.50 : Comparaison de la résistance de colonnes réalisées en béton ordinaire, béton à haute résistance et BFUHP. Lignes à trait continu : résistance de la section $(\ell = 0)$; lignes à trait discontinu : résistance de la colonne $(\ell \neq 0)$

Les moments μ et les efforts normaux η sur la figure 6.50 sont normalisés par la résistance à la compression centrée et par la résistance en flexion de la section en BFUHP ($\ell/d = 0$) non armée (colonne "a" sur la figure 6.50) et de la section en BFUHP armée (colonne "b" sur la figure 6.50). Les résultats de cette comparaison permettent de relativiser les effets bénéfiques liés à l'utilisation d'un BFUHP pour des colonnes élancées. La résistance au flambage étant contrôlée par la rigidité de l'élément plutôt que par sa résistance, les diagrammes d'interaction

réduits, et donc la résistance au flambage des colonnes en BFUHP tendent à s'approcher à ceux du BHR dans la gamme des élancements importants ($\ell/d = 21$ et 33 de la figure 6.50)



Fig. 6.51 : Comparaison entre deux approches de calcul du diagramme M-N réduit

6.4.3 Contribution des fibres d'un BFUHP au comportement structurel

La figure 6.52 met en évidence la contribution des fibres à la résistance d'une colonne sans armatures. La contribution des fibres est identifiée, par simplicité, avec le comportement après pic en compression et avec le comportement après fissuration de la matrice en traction : les courbes à trait discontinu montrées sur la figure ont été obtenues en négligeant ces deux contributions. Pour mieux souligner l'effet des fibres, les courbes sont obtenues pour des éléments non armés. Le comportement après pic en compression n'a aucune influence sur la résistance au flambage. Le comportement en traction a une influence dans le domaine des efforts de compression faibles ou des grandes excentricités : en s'appuyant sur les observations montrées sur les figures 6.47 et 6.48, cette contribution est, elle aussi, à relativiser dans le cas des éléments armés.



Fig. 6.52 : Mise en évidence de l'effet des fibres en traction et en compression sur la résistance des colonnes élancées

6.5 Conclusions

Dans ce chapitre, le comportement des colonnes en béton fibré à haute résistance et à ultrahaute résistance a été analysé par une approche expérimentale et théorique.

- 1. Un modèle numérique a été implémenté et adapté pour l'analyse du comportement au second ordre des colonnes en BFUHP armées. Le modèle permet :
 - la modélisation du comportement du noyau interne confiné en appliquant le modèle de confinement compatible développé au chapitre 5;
 - la modélisation du comportement structural après pic, moyennant quelques hypothèses sur le comportement de la zone de localisation de l'écrasement;
- 2. Les résultats d'une série d'essais effectuée à l'IS-BETON sur des colonnes en BFUHP BSI soumises à un effort normal constant et à des rotations d'extrémité imposées sont discutés et analysés à l'aide du modèle de calcul :
 - les modes de rupture en compression et flexion composée se manifestent de manière similaire aux modes de ruptures typiques des éléments en béton ordinaire; cependant, la géométrie effective des surfaces de rupture est très irrégulière et fortement influencée par la distribution des fibres;
 - la présence des barres d'armature favorise un mode de rupture par fissuration longitudinale et éclatement de la couche d'enrobage, qui devrait être mieux étudié;
- 3. Les résultats d'une série d'essais effectuée à l'IS-BETON sur des colonnes en BFHP M2C soumises à un effort normal variable avec excentricité constante sont discutés et analysés à l'aide du modèle de calcul :
 - la rupture est extrêmement fragile pour des colonnes non armées et renforcées seulement par des fibres; ductile avec formation d'une rotule non linéaire pour les colonnes armées et renforcées par des fibres; influencée par l'éclatement fragile du béton d'enrobage pour les colonnes armées mais sans fibres;
 - la présence des fibres a un effet bénéfique sur le comportement après pic des colonnes testées, mais son influence sur la charge d'instabilité est faible;
- 4. Le modèle de calcul a été validé lors de la modélisation des essais. Il a été utilisé pour effectuer des analyses paramétriques :
 - pour des colonnes non armées et avec une géométrie similaire aux colonnes testées à l'EPFL ($\ell = 3 \text{ m}, d = 240 \text{ mm}$) la résistance est fortement influencée par le comportement en compression et par le comportement après fissuration en traction du BFHP;
 - pour des colonnes une avec géométrie similaire mais armées, le comportement structurel est encore influencé par la résistance à la compression, mais le comportement après fissuration en traction n'a pratiquement plus aucun effet, même pour des colonnes relativement faiblement armées;
 - les avantages liés à l'utilisation d'un BFHP dans une colonne armée et élancée sont liés à la résistance à la compression du BFHP et à l'effet bénéfique des fibres sur l'enrobage;
 - l'effet de la résistance à la compression sur le comportement structurel est plus important pour les colonnes trapues.

7 Conclusions et travaux futurs

7.1 Conclusions

Les contributions théoriques et expérimentales de ce travail de recherche améliorent le niveau de connaissances et la compréhension du comportement structurel des éléments en Béton Fibré à Ultra-Hautes Performances (BFUHP) renforcés avec armatures ordinaires.

Le comportement de tirants et de colonnes soumises à de la flexion composée a été étudié avec une approche expérimentale et théorique. Trois séries d'essais sur éléments de structure armés sont décrites dans la thèse. Des modèles de calcul analytiques et numériques ont été développés pour analyser les aspects principaux mis en évidence lors des essais. Ces modèles ont été utilisés pour identifier les paramètres qui contrôlent la réponse des éléments considérés. Grâce à une formulation particulièrement adaptable, les modèles ont été utilisés pour simuler le comportement d'éléments réalisés avec divers types de béton. Cela permet de mettre en évidence les aspects distinctifs du comportement des éléments en BFUHP et de comparer leur efficacité structurale à celle d'éléments réalisés en béton armé ordinaire ou fibré.

Comportement des tirants en BFUHP armé

Le comportement des tirants en BFUHP armé à été étudié expérimentalement et théoriquement. Un dispositif d'essais original a été développé à cette fin. Une série d'essais sur tirants en BFUHP BSI avec armatures ordinaires (B500, $\rho_s = 3.2\%$ et 6.7%) est décrite dans la thèse. Les résultats des essais peuvent être résumés ainsi :

- 1. la contribution du BFUHP à la rigidité et à la résistance des tirants est importante;
- 2. la résistance des tirants est supérieure à la résistance des armatures et elle est atteinte au début de la plastification des armatures. Après le pic, la force diminue et la déformation se localise dans une seule fissure. L'allongement ultime d'un tirant dépend de sa longueur, il est inférieur à l'allongement ultime de l'acier d'armature et à l'allongement ultime d'un tirant en béton armé ordinaire, pour lequel la plastification et l'écrouissage des armatures se produisent avant la rupture dans plusieurs fissures;
- 3. le long d'un tirant, le comportement en traction du BFUHP est caractérisé par une grande variabilité locale : pour tous les tirants testés, des zones à comportement **non** pseudo-plastique existent dès la fissuration de la matrice.

Un modèle de calcul a été développé pour analyser le comportement des tirants en BFUHP armé. Le modèle se fonde sur une résolution numérique du problème différentiel de l'adhérence en présence de lois constitutives non linéaires pour le BFUHP, l'acier d'armature et l'adhérence. L'effet d'un état d'autocontraintes (retrait, précontrainte) sur la fissuration est pris en compte directement dans la formulation différentielle. Des propositions sont suggérées pour modéliser la réduction locale de l'adhérence due à la fissuration par fendage et à la plastification des armatures. Les résultats principaux obtenus par le modèle de calcul sont résumés ainsi :

- 1. pour les tirants en BFUHP, la distance minimale entre les fissures ne peut pas être calculée avec la même approche qu'on utilise pour le béton armé ordinaire; les raisons physiques pour cela sont expliquées à l'aide du modèle de calcul;
- 2. la distance entre fissures est contrôlée principalement par la variabilité statistique du comportement en traction du BFUHP et par la distance nécessaire aux fibres pour transmettre l'effort de traction au béton. La distance entre fissures peut être admise égale à une fraction de la longueur des fibres. Les mêmes considérations s'appliquent en absence de phase pseudo-plastique du BFUHP, si le comportement adoucissant est suffisamment ductile;
- 3. le comportement en service d'un tirant en BFUHP armé micro-fissuré peut être modélisé avec une approche simplifiée qui néglige l'adhérence et qui admet une déformation de l'acier constante et égale à la déformation moyenne du BFUHP micro-fissuré;
- 4. le comportement ultime d'un tirant (résistance et ductilité) est contrôlé par les propriétés de la fissure la plus faible du tirant, dite "critique";
- 5. pour les tirants considérés, la fissure critique peut être modélisée comme une fissuré isolée entourée par un matériau plus résistant, qui est micro-fissuré mais peut être modélisé par une loi contrainte-déformation homogène. Cette simplification facilite l'analyse. Elle est justifiée pour les éléments testés à l'EPFL, mais non de manière générale;
- 6. les effets de la plastification des armatures et des facteurs de réduction locale de l'adhérence dominent le comportement autour de la fissure critique. À la ruine, la contrainte d'adhérence moyenne sur la zone d'ancrage est nettement inférieure à la contrainte d'adhérence mesurée par un essai de *pull-out*. Cela donne aux tirants une certaine ductilité.

La contribution donnée par ces résultats expérimentaux et théoriques à la compréhension phénoménologique de l'adhérence et de la fissuration des éléments en béton ordinaire, béton fibré et BFUHP offre un encadrement et une base théorique importants pour des études ultérieures du comportement d'éléments tendus en BFUHP armé.

Comportement du béton confiné dans les éléments de structure

Le comportement du béton confiné a été étudié avec une approche théorique. Un modèle analytique a été développé pour décrire le comportement du béton comprimé et soumis à un état de confinement transversal, actif ou passif. Dans le cas de confinement passif, la solution du problème est obtenue par une méthode numérique itérative qui considère la compatibilité de déformation entre le béton et l'élément qui le confine. Le béton confiné et l'élément qui exerce le confinement sont modélisés de manière indépendante pour avoir un modèle adaptable à divers types de béton et diverses méthodes de confinement.

Les caractéristiques principales du modèle qui décrit le comportement du béton confiné sont :

- 1. les paramètres qui décrivent la loi contrainte axiale-déformation axiale du béton confiné en fonction de la pression de confinement ont été calibrés au moyen d'un grand nombre d'essais de la littérature sur béton ordinaire et à haute résistance;
- 2. une approche de modélisation originale a été proposée décrire la loi déformation latéraledéformation axiale du béton confiné. Cette approche simplifie fortement la description du problème au moyen d'une formulation analytique où toutes les variables sont exprimées en fonction de la déformation axiale.

Ce modèle a été utilisé pour simuler les résultats d'essais en conditions de confinement actif tirés de la littérature. La comparaison montre une très bonne correspondance. Le modèle permet de décrire les aspects principaux du comportement du béton confiné. Le modèle a été également utilisé pour simuler le comportement du béton comprimé en condition de confinement passif. Trois cas ont été considérés.

- 1. Pour le béton confiné par des étriers, les résultats du modèle ont été comparés avec des essais de la littérature : les résultats sont satisfaisants pour des colonnes qui montrent un plateau de résistance résiduelle après pic. La réponse des colonnes qui montrent une diminution continue de résistance après pic, probablement due à la rupture ou à la perte d'ancrage des étriers, n'est cependant pas correctement reproduite.
- 2. Pour le béton confiné par un tube métallique, une approche simplifiée a été proposée pour décrire l'interaction complexe entre le béton et le tube en fonction d'un seul paramètre. Les résultats du modèle ont été comparés avec des essais de la littérature. Mesures et simulations sont globalement en accord, mais une plus large base de données est nécessaire pour la compréhension physique du problème et pour calibrer du modèle.
- 3. Le comportement d'un élément de béton ordinaire confiné par une couche d'enrobage mince de BFUHP a été simulé. Les résultats de cette étude théorique montrent qu'un élément de ce type a un comportement en compression meilleur qu'un élément entièrement réalisé en béton ordinaire. Cette solution constructive ne présente cependant pas d'avantages substantiels par rapport à une solution où une quantité identique de BFUHP est placée à l'intérieur de la colonne et l'effet de confinement n'est pas activé.

L'approche de modélisation proposée représente une solution élégante, qui décrit les aspects principaux du confinement et permet une modélisation très satisfaisante des essais effectués avec confinement actif. Avec confinement passif, plus de données sont nécessaires pour une solution de validité générale. Cependant, l'approche peut être facilement adaptée pour modéliser le comportement de matériaux spécifiques.

Comportement des colonnes élancées

Le comportement des colonnes en BFUHP soumises à de la flexion composée à été étudié expérimentalement et théoriquement. Deux séries d'essais sur colonnes sont décrites dans la thèse. Un modèle de calcul numérique a été implémenté pour analyser le comportement au second ordre des colonnes en BFUHP armées. Ce modèle, de même que les autres développés dans la thèse, a été adapté et enrichi pour être le plus possible général et adaptable à des matériaux différents. Le modèle a été utilisé pour interpréter le comportement observé lors des essais et pour effectuer des analyses paramétriques.

Une première série d'essais a été effectuée sur colonnes en BFUHP BSI peu élancées, renforcées par diverses configurations d'armature (colonnes sans armatures, armées ou précontraintes) et soumises à un effort normal constant et à une rotation imposée. Les résultats principaux sont énumérés ci-dessous :

- 1. la rupture en compression se manifeste de manière similaire pour des éléments en BFUHP et en béton ordinaire; cependant, dans le cas du BFUHP la géométrie des surfaces de rupture est très irrégulière et elle est fortement influencée par la distribution des fibres;
- 2. la présence des armatures longitudinales et l'absence d'étriers favorisent un mode de rupture par fissuration longitudinale et séparation de la couche d'enrobage, qui devrait être étudié plus en détail;

3. le comportement mesuré peut être modélisé de manière satisfaisante en admettant pour le BFUHP une loi contrainte-déformation pseudo-plastique en traction et une résistance en compression légèrement inférieure à celle prévue sur la base des essais de caractérisation du matériau.

Une deuxième série d'essais a été effectuée sur colonnes élancées avec ou sans armatures. Certaines colonnes sont réalisées avec le BFHP M2C, d'autres avec un béton auto-plaçant non fibré. Les colonnes ont été soumises à un effort normal excentré. Les résultats principaux sont énumérés ci-dessous :

- 1. pour les colonnes avec les fibres, mais sans armatures, la rupture a été extrêmement fragile à cause de la présence accidentelle de zones extrêmement pauvres de fibres;
- 2. pour les colonnes armées, mais sans fibres, la rupture s'est produite par éclatement fragile de l'enrobage. Suite à l'éclatement, la contribution du noyau confiné s'est activée ;
- 3. pour les colonnes armées et renforcées par des fibres, la rupture a été ductile par formation d'une rotule non linéaire. La présence des fibres a empêché le détachement de l'enrobage et exercé un effet bénéfique sur le comportement après pic.

Des analyses paramétriques ont été effectués pour étudier l'influence des propriétés du béton sur le comportement structure :

- 1. dans une colonne non armée élancée, des sections pauvres de fibres peuvent entraîner une réduction de résistance et ductilité importante;
- 2. dans une colonne armée, le BFHP contribue principalement par sa résistance à la compression et par l'effet bénéfique des fibres sur la stabilité de l'enrobage;
- 3. la contribution flexionnelle des fibres en zone tendue est significative seulement pour des colonnes très faiblement armées, ou soumises à un effort de compression faible ou fortement excentré; sinon, cette contribution est pratiquement négligeable.

Sur la base des résultats expérimentaux et théoriques, la plus prometteuse solution structurale est celle avec des armatures ordinaires et des fibres. Des colonnes en béton fibré sans armatures sont plutôt à éviter à cause des risques dérivant de la possible distribution locale défavorable des fibres et en raison de l'impossibilité de profiter de la ductilité du noyau confiné.

7.2 Travaux futurs

Les études théoriques et expérimentales proposées dans cette thèse mettent en évidence des domaines de recherche encore partiellement, voire totalement inexplorés pour le BFUHP.

Certains sujets de recherche n'ont pas été directement analysés dans la thèse, mais ils doivent être considérés attentivement car ils influencent l'efficacité et l'applicabilité structurale des éléments étudiés dans la thèse. Parmi les aspects les plus importants, on peut citer :

- 1. la conception de noeuds structuraux résistants et étanches entre les éléments préfabriqués minces en BFUHP ;
- 2. le risque accru de rupture par poinçonnement des dalles en BO sur colonnes en BFUHP;
- 3. le comportement au feu insatisfaisante du BFUHP avec fibres métalliques;
- 4. la prise en compte des bénéfices éventuels liés à l'utilisation du BFUHP dans des éléments soumis à des sollicitations sismiques.

D'autres sujets de recherche plus spécifiques ressortent d'aspect directement traités dans la thèse et sont énumérés par la suite.

Comportement structurel du matériau BFUHP

Certains aspects du comportement du BFUHP, nécessaires au dimensionnement, n'ont pas encore été suffisamment étudiés.

- 1. L'essai de *pull-out* standard ne représente pas efficacement l'adhérence qui existe dans un élément de structure en BFUHP. Des essais spécifiques doivent être conçus et effectués pour caractériser l'adhérence dans un élément micro-fissuré et pour séparer les effets des divers facteurs de réduction de l'adhérence (section 4.5).
- 2. Très peu d'essais ont été effectués sur le comportement du BUHP sous sollicitations multiaxiales, avec ou sans fibres. Une étude expérimentale rigoureuse est envisageable, du moins en compression triaxiale (en particulier, essais de confinement actif) et sous sollicitation biaxiale de compression-traction.
- 3. Le comportement en traction du BFUHP ne devrait pas être caractérisé seulement par une loi moyenne, mais aussi par l'indication de la variabilité statistique que l'on peut s'attendre dans un élément de structure, selon sa géométrie et les modalités de bétonnage. La distinction entre matériaux à comportement "durcissant" ou "adoucissant", où nécessaire, devrait se baser sur les propriétés effectives du matériau dans l'élément de structure.
- 4. Le comportement au jeune âge du BFUHP peut influencer d'une manière importante le comportement structurel, mais est très complexe à modéliser. Plus de connaissances et des méthodes simplifiées sont nécessaires pour l'estimation des effets du retrait au jeune âge.

Les recherches effectuées sur le BFUHP à l'IS-BETON montrent qu'un comportement "durcissant" en traction n'est souvent pas essentiel à une bonne performance structurale, surtout pour des éléments armés. Les recherches sur les BFUHP et les BFHP devraient viser une approche conceptuelle unifiée où les fibres et les armatures ordinaires sont considérées comme des renforcements complémentaires et le comportement en traction du béton est une exigence requise au producteur du matériau pour atteindre la performance structurale souhaitée par l'ingénieur.

Tirants en BFUHP armé

La contribution donnée par cette thèse à la compréhension phénoménologique de l'adhérence et de la fissuration des éléments en béton ordinaire, béton fibré et BFUHP sert comme encadrement et base théorique pour des recherches futures sur les éléments tendus en BFUHP armé. Les recherches futures doivent s'orienter vers des exigences liées aux applications pratiques, telles que :

- 1. investiguer expérimentalement et théoriquement les implications de l'utilisation du BFUHP avec armatures ordinaires sur la résistance et la ductilité des éléments fléchis;
- 2. étudier l'adhérence entre le BFUHP et les armatures de précontrainte (barres, torons), plus souvent utilisées dans des éléments préfabriqués en BFUHP;
- 3. étudier le comportement structurel d'éléments renforcés par des armatures à adhérence faible, pour quantifier les bénéfices éventuels sur la ductilité;

4. comparer le comportement d'éléments réalisés avec des bétons fibrés différents et identifier les propriétés des fibres et des armatures nécessaires selon les diverses exigences structurales.

Béton confiné dans les éléments de structure comprimés

Des études complémentaires sont envisageables pour compléter et valider le modèle de comportement du béton confiné (chapitre 5) :

- 1. pour les éléments en BFUHP, le modèle doit être validé expérimentalement et, le cas échéant, adapté;
- 2. certains paramètres du modèle ont été définis sur base empirique. Le modèle doit être encadré dans un contexte théorique plus général et rigoureux;
- 3. la modélisation du confinement passif exercé par des étriers peut être enrichie pour tenir en compte de l'effet de la rupture ou de la perte d'ancrage des étriers selon une approche compatible.

La modélisation du comportement du béton confiné par un tube métallique est sujette à certaines incertitudes importantes (sections 5.4.2.1, 5.4.2.3). Le comportement de ces éléments doit être préférablement étudié au moyen d'essais de laboratoire. Il est recommandable d'effectuer ces essais sur des éléments avec géométrie et état de sollicitation similaires à ceux de l'application structurale souhaitée.

Colonnes élancées

Les essais décrits dans la thèse donnent des informations intéressantes sur les modes de rupture et le comportement après pic des colonnes en BFUHP. Cependant, la mise en charge n'a pas été contrôlée d'une manière apte à garantir un comportement stable et le suivi correct de la phase après pic. Pour obtenir des informations plus précises sur le comportement après pic, des essais doivent être effectués en contrôlant, par exemple, le déplacement latéral à mi-hauteur de la colonne.

Une solution structurale attractive est représentée par des colonnes en BFUHP renforcées par des armatures ordinaires longitudinales et transversales. Cette solution bénéficie de la contribution des fibres à la stabilité de la couche d'enrobage, de l'étanchéité du BFUHP, qui permet des enrobages réduits, d'un effet de confinement du noyau. Pour une meilleure évaluation de cette solution, il est nécessaire :

- 1. l'étude théorique ou expérimentale de la résistance et des conditions de stabilité de la couche d'enrobage en BFUHP qui enrobe les étriers et qui est soumise à un état biaxial de traction-compression. Cette étude devrait permettre de définir les propriétés en traction du béton fibré nécessaires pour empêcher l'éclatement de l'enrobage en fonction de la quantité et de la géométrie des armatures, de la géométrie de l'élément et du type de sollicitation. Une étude par la théorie de la mécanique de la rupture est probablement nécessaire;
- 2. la définition du processus de fabrication de ces éléments en fonction des propriétés rhéologiques du BFUHP.

Bibliographie

- [ACI94] ACI-ASCE Committee 441, *High-strength concrete columns : state of the art*, Committee Report, ACI Structural Journal, pp. 323-336, May-June, 2004.
- [Ack04] Acker P., Behloul M., Ductal Technology : a Large Spectrum of Properties, a Wide Range of Applications, Proceedings of the International Symposium on Ultra High Performance Concrete, Kassel, pp. 11-23, 2004.
- [Abr97] Abrishami H. H., Mitchell D., Influence of Steel Fibers on Tension Stiffening, ACI Structural Journal, Vol. 94, pp. 769-776, November-December, 1997.
- [Ait92] Aitcin P-C., Le développement des bétons à hautes performances en Amérique du Nord, Les bétons à hautes performances, Caractérisation, durabilité, applications, Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées, pp. 521-535, 1992.
- [AFGC02] AFGC, Bétons fibrés à ultra-hautes performances (Ultra high performance fibre-reinforced concretes), SETRA - Service d'études techniques des routes et autoroutes, AFGC - Association Française du Génie Civil, Interim Recommandations, 152 p., France, January, 2002.
- [Alv98] Alvarez M., Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton, IBK-Bericht, rapport de thèse doctorale, 236, 182pp., Zurich, Suisse, juillet, 1998.
- [Ans98] Ansari F., Li Q., High-strength concrete subjected to triaxial compression, ACI Materials Journal, Vol. 95, No. 6, pp. 747-755, USA, November-December, 1998.
- [Aou07] Aoude H., Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete members, Thesis report, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 269 pp., Montreal, Canada, December, 2007.
- [Ash86] Ashby M. F., The failure of brittle solids containing cracks under compressive stress states, Acta Metallurgica et Materialia, Vol. 34, pp. 497-510, 1986.
- [Atr03] Atrushi Dawood S., Tensile and Compressive Creep of Early Age Concrete : Testing and Modelling, Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, The Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, March, 2003.
- [Att96] Attard M. M., Setunge S., Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete, ACI Materials Journal, Vol. 93, No. 5, pp. 1-11, USA, September-October, 1996.
- [Bae03] Bae S., Bayrak O., Early cover spalling in high strength concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, n. 3, 314-323, USA, March, 2003.
- [Bae05] Bae S., Bayrak O., Inelastic buckling of reinforcing bars, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 131, No 2, pp. 314-321, USA, February, 2005.
- [Bal87] Balázs G. L., Bond Model with non-linear Bond-slip Law, Studi e Ricerche, Politecnico di Milano, 9, 157-180, Milan, Italie, octobre, 1987.
- [Bal95] Balaguru P., Gambarova P., Rosati G., Schumm C., Bond of reinforcing bars and prestressing tendons in HPFRCC matrices, High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 2 (HPFRCC 2), Edited by A. E. Naaman and H. W. Reinhardt, pp. 349-380, Ann Arbor, Michigan, USA, 1995.
- [Bar03] Barragan B. E., Gettu R., Martín M. A., Zerbino R. L., Uniaxial tension test for steel fibre reinforced concrete - a parametric study, Cement and Concrete Research, Vol. 25, pp. 767-777, 2003.
- [Baz89] Bažant Z. P., Identification of strain-softening constitutive relation from uniaxial tests by series coupling model for localization, Cement and Concrete Research, Vol. 19, pp. 973-977, USA, 1989.
- [Baz91] Bažant Z. P., Cedolin L., Stability of structures Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories, 1991.
- [Baz96] Bažant Z. P., Osman E., Double power law for basic creep of concrete, Materials and Structures, Vol. 9, pp. 3-11, 1976.

[Baz97]	Bažant Z. P., Xiang Y., Size effect in compression fracture : splitting crack band propa-
	gation, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 123, No. 2, pp. 162-172, Etats-Unis,
	February, 1997.

- [Beh96] Behloul M., Analyse et modélisation du comportement d'un matériau à matrice cimentaire fibrée à ultra hautes performances, E.N.S. Cachan, doctoral thesis, 182 p., Cachan, France, December, 1996.
- [Behloul M., Chanvillard G., Casanova P., Orange G., Fire resistance of Ductal ultra high performance concrete, FIB Congress 2002, pp. 421-430, Osaka, Japan, October, 2002.
- [Big95] Bigaj A. J., Bond behaviour of deformed bars in NSC and HSC, Stevin Laboratory, Faculty of Civil Engineering, TU Delft, Report 25.5-95-II, 132 p., Delft, Netherlands, September, 1995.
- [Bis03] Bischoff P. H., Tension Stiffening and Cracking of Steel Fiber-Reinforced Concrete, Journal of materials in civil engineering, pp. 174 – 182, 2003.
- [Bro65] Broms B. B., Stress Distribution in Reinforced Concrete Members With Tension Cracks, ACI Journal, Vol. 62, 1095-1108, USA, September, 1965.
- [Bro65a] **Broms B. B.**, Crack width and crack spacing in reinforced concrete members, ACI Journal Proceedings, Vol. 62, No. 10, pp. 1237-1256, USA, October, 1965.
- [BSI] http://www.bsieiffage.com
- [Bud00] Budi Aulia T., Strain localization and fracture energy of high-strength concrete under uniaxial compression, LACER, n. 5, pp. 221-239, 2000.
- [Cai96] Cairns J., Jones K., An evaluation of the bond-splitting action of ribbed bars, ACI Structural Journal, Vol. 93, No. 1, pp. 10-19, USA, January-February, 1996.
- [Cai04] Cairns J., Plizzari G., Bond behavior of conventional reinforcement in fibre reinforced concrete, 6th RILEM Symposium on fibre reinforced concrete (FRC), BEFIB 2004, Varenna, 2004.
- [Cam02] Campione G., La Mendola, L., Sanpaolesi L., Scibilia N., Zingone G., Behavior of fiber reinforced concrete-filled tubular columns in compression, La Matin, Vol. 35, pp. 332-337, 2002.
- [Cam02a] **Campione G.**, The effects of fibers on the confinement models for concrete columns, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 29, pp. 742-750, Canada, 2002.
- [Can01] Candappa D. C., Sanjayan J. G., Setunge S., Complete Triaxial Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, 13, 209-215, May-June, 2001.
- [Can07] Canan Girgin Z., Anoglu N., Anoglu E., Evaluation of strength criteria for veryhigh-strength concretes under triaxial compression, ACI Structural Journal, Vol. 104, No. 3, pp. 278-284, USA, May-June, 2007.
- [Car85] Carreira D. J., Chu K. H., Stress-strain relationship for plain concrete in compression, ACI Journal, Vol. 82, No. 72, pp. 797-804, USA, 1985.
- [CEB95] CEB, High Performance Concrete Recommended Extensions to the Model Code 90 -Research Needs, CEB (Comité euro-international du béton), Thomas Telford Publishing, Bulletin d'information No. 228, Lausanne, Switzerland, 1995.
- [Che92] Chern J. C., Yang H.-J., Chen H.-W., Behavior of steel fiber reinforced concrete in multiaxial loading, ACI Materials Journal, Vol. 89, No. 1, pp. 32-40, USA, January-February, 1992.
- [Che97] Cheyrezy M., Adeline R., Behloul M., Ultra-high strength concrete for high-rise building columns, Multi-Purpose High-Rise Towers and Tall Buildings, Proceedings of the Third International Conference "Conquest of vertical space in the 21th century, organised by The Concrete Society, London, 7-10 October, p. 237, Octobre, 1997.
- [Che01] Cheyrezy M., Behloul M., Creep and Shrinkage of Ultra-High Performance Concrete, Concreep 6, Creep, Shrinkage and Durability Mechanics of Concrete and other Quasi-Brittle Materials, Ed. by F.-J. Ulm, Z. P. Bazant and F. H. Wittmann, pp. 527-538, Boston, USA, August, 2001.

- [Cia81] Ciampi V., Eligehausen R., Bertero V., Popov E., Analytical model for deformed bar bond under generalized excitations, IABSE Report 34, 34, 53-66, Delft, Netherland, 1981.
- [Col93] Collins, M. P., Mitchell, D., MacGregor, J. G., Structural design considerations for high-strength concrete, Concrete International : Design and Construction, V. 15, No. 5, pp. 27-34, USA, May, 1993.
- [Con03] Considère A., Experimental researches on reinforced concrete, McGraw Hill Publishing Co., 188 pp., New York, 1903.
- [Cor92] Corradi Dell'Acqua L., Meccanica delle strutture 1 : il comportamento dei mezzi continui, McGraw-Hill, Vol. 1, 512 pp., 1992.
- [Cus94] Cusson D., Paultre P., High-strength concrete columns confined by rectangular ties, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 120, No. 3, pp. 783-804, USA, March, 1994.
- [Cus95] Cusson D., Paultre P., Stress-strain model for confined high-strength concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 121, pp. 468-477, USA, March, 1995.
- [Cus96] Cusson D., F. de Larrard, C. Boulay, Paultre P., Strain localization in confined high-strength concrete columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 122, No. 9, pp. 1055-1061, USA, September, 1996.
- [DAfStb05] DAfStB, Sachstandsbericht ultrahochfester Beton, Deutscher Ausschuss f
 ür Stahlbetonbau, Berlin, 2005.
- [Dal96] Dallaire E., Bonneau O., Lachemi M., Aïtcin P.-C., Mechanical behavior of confined reactive powder concretes, Materials for the New Millenium, Proceedings of the Fourth Materials Engineering Conference, Washington, D.C., November 10-14, Vol. 1, pp. 555-563, Washington, USA, November, 1996.
- [Dha02] Dhakal R. P., Maekawa K., Reinforcement stability and fracture of cover concrete in reinforced concrete members, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No. 10, pp. 1253-1262, USA, October, 2002.
- [Deh04] Dehn F., Temperature behaviour of ultra high-performance concrete (UHPC) A micro analytical reflect, Proceedings of the International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 731-743, Kassel, Germany, 2004.
- [den96] den Uijl J. A., Bigaj A. J., A bond model for ribbed bars based on concrete confinement, HERON, Stevin Lab. Delft University of Technology, 41 No. 3, pp.201-225, Delft, Netherland, 1996.
- [Dup02] **Dupont D., Vandewalle L., De Bonte F.**, *Influence of steel fiber on local bond beha*vior, International Symposium Bond in Concrete, Budapest, 2002.
- [Elr02] Elremaily A., Azizinamini A., Behavior and strength of circular concrete-filled tube columns, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 58, pp. 1567-1591, 2002.
- [Emp08] Empelmann M., Teutsch M., Steven G., Expanding the application range of RCcolumns by the use of UHPC, Tailor Made Concrete Structures, FIB Congress, Walraven & Stoelhorst (eds), pp. 461-468, Amsterdam, Netherlands, May, 2008.
- [Emp08a] Empelmann M., Teutsch M., Steven G., Load-bearing behaviour of centrically loaded UHPFRC-columns, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 521-528, Kassel, Germany, March 5-7, 2008.
- [EC2] Eurocode 2 : Design of concrete structures Part 1-1 : General rules and rules for buildings
- [EC4] Eurocode 4 : Construction mixte acier-béton Calcul des structures mixtes acier-béton
- [Esp93] Espion B., Devillers J.-J., Halleux P., De l'utilisation de fibres métalliques comme armature complémentaire de poutres en béton armé soumises à flexion, Materials and Structures, Vol. 26, No. 8, pp. 479-485, October, 1993.
- [Eze89] Ezeldin A. S., Balaguru P., Bond behaviour of normal and high-strength fiber reinforced concrete, ACI Materials Journal, Vol. 86, No. 5, pp. 515-524, USA, September, 1989.

- [Eze92] Ezeldin A. S., Balaguru P. N., Normal and high-strength fibre-reinforced concrete under compression, Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 4, No. 4, pp. 415-429, November, 1992.
- [Fan98] Fantilli A. P., Ferretti D., Iori I., Vallini P., Flexural deformability of reinforced concrete beams, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 124, pp. 1041-1049, USA, September, 1998.
- [Fan99] Fantilli A. P., Ferretti D., Iori I., Vallini P., Behaviour of R/C elements in bending and tension : the problem of minimum reinforcement ratio, Minimum reinforcement in concrete members. Editor : Alberto carpinteri ESIS Publication 24, 99-125, 1999.
- [Fan02] Fantilli A. P., Ferretti D., Iori I., Vallini P., Mechanical model for failure of compressed concrete in reinforced concrete beams, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 128, pp. 637-645, USA, May, 2002.
- [Fan05] Fantilli A. P., Mihashi H., Vallini P., Strain Compatibility between HPFRCC and steel reinforcement, Materials and Structures, 38, 495-503, May, 2005.
- [Fan07] Fantilli A. P., Mihashi H., Vallini P., Crack profile in RC, R/FRCC and R/HPFRCC members in tension, RILEM Materials and Structures, Vol. 40, pp. 1099-1114, 2007.
- [Far93] Farra B., Jaccoud J.-P., Influence du béton et de l'armature sur la fissuration des structures en béton - rapport des essais, Publication EPFL-IBAP, No. 140, Lausanne, Switzerland, novembre, 1993.
- [Feh05] Fehling E., Schmidt M., Teichmann T., Bunje K., Bornemann R., Middendorf B., Entwicklung, Dauerhaftigkeit und Berechnung - Ultrahochfester Beton (UHPC), Forschungsbericht DFG FE 497/1-1, Schriftreihe Baustoff- und Massivbau, Band 1, p. 132, Kassel, 2005.
- [Fer04] Ferrara L., Meda A, Lamperti T., Pasini F., Connecting fibre distribution, workability and mechanical properties of SFRC : an industrial application to precast elements, 6th RILEM Symposium on fibre reinforced concrete (FRC), Varenna, Italy, 2004.
- [Fer02] Ferretti D., Iori I., Morini M., La stabilità delle strutture. Il caso delle costruzioni in cemento armato, Ed. McGraw-Hill, 2002.
- [Fer06a] Fernández Ruiz M., Muttoni A., Gambarova P., Analytical modelling of the preand post-yield behaviour of bond in reinforced concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 133, No. 10, pp. 1364-1372, Reston, USA, October, 2007.
- [FIB00] FIB, Bond of reinforcement in concrete, fib bulletin, Fédération Internationale du Béton fib Bulletin No. 10; state-of-art report prepared by Task Group Bond models, 10, 427pp., Lausanne, Switzerland, août, 2000.
- [Fis02] Fischer G., Li V. C., Influence of Matrix Ductility on Tension-Stiffening Behavior of Steel Reinforced Engineered Cementitious Composites (ECC), ACI Structural Journal, Vol. 99, No. 1, pp 104-111, January-February, 2002.
- [Fos01] Foster S. J., On Behavior of High-Strength Concrete Columns : Cover Spalling, Steel Fibres and Ductility, ACI Structural Journal, Vol. 98 No. 4, pp. 583-589, 2001.
- [Fos01a] Foster S. J., Attard M. M., Strength and ductility of fiber-reinforced high-strength concrete columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 127, pp. 28-34, USA, 2001.
- [Fos01b] Foster S. J., Design of HSC columns with steel fibres, Bridge Materials 2001, International Conference on High Performance Materials in Bridges 2001, Atorod Azizinamini, Aaron Yakel, Magdy Abdelrahman - Editors, June 29–August 3, pp. 128-138, Kona, Hawaii, USA, August, 2001.
- [Gam98] Gambarova P., Rosati G., Schumm C., Bond and splitting : a vexing question, ACI SP-180 : Bond and development of reinforcement, a tribute to Dr Peter Gergely, pp. 23-44, USA, 1998.
- [Ger02] Germain O., Espion B., Buckling of slender high strength reinforced concrete columns, Proceedings of the 6th International Symposium on Utilisation of UHPC, 247-262, Leipzig, Allemagne, 2002.

- [Ger05] Germain O., Espion B., Slender high-strength RC columns under eccentirc compression, Magazine of Concrete Research, Vol. 57, No 6, pp. 361-370, August, 2005.
- [Ger06] Germain O., Contribution à l'analyse du comportement et au dimensionnement des colonnes élancées en béton armé, Université Libre de Bruxelles, Faculté des Sciences Appliquées, Service Génie Civil, 179 pp., Belgium, March, 2006.
- [Giu81] Giuriani E., On the effective axial stiffness of a bar in cracked concrete, Studi e ricerche
 Scuola si specializzazione in costruzioni in c.a. F.lli Pesenti, Vol. 3, pp. 105-226, Italy, 1981.
- [Giu85] Giuriani E., Plizzari G., Local bond-slip law after splitting of concrete, Studi e ricerche
 Scuola si specializzazione in costruzioni in c.a. F.lli Pesenti, Vol. 7, pp. 57-118, Italy, 1985.
- [Giu91] Giuriani E., Plizzari G., Schumm C., Role of stirrups and residual tensile strength of cracked concrete on bond, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No 1, pp. 1-18, January, 1991.
- [Got71] Goto Y., Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars, ACI Journal, Vol. 68, No. 4, pp. 244-251, Japan, April, 1971.
- [Gra02] Graybeal B. A., Hartmann J. L., Ultra-High Performance Concrete Material Properties, Transportation Research Board Conference, November, 2003.
- [Gra06] Graybeal B. A., Material Property Characterization of Ultra-High Performance Concrete, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration, Report No. FHWA-HRT-06-103, 188 p., August, 2006.
- [Gra06a] Graybeal B. A., Structural behavior of Ultra-High Performance Concrete prestressed I-girders, U.S. Department of Transportation, Federal Highway Administration (FHWA), Publication No. FHWA-HRT-06-115, 96 pp., UA, August, 2006.
- [Gra07] Graybeal B. A., Compressive behavior of Ultra-High-Performance Fiber-Reinforced concrete, ACI Materials Journal, Vol. 104, No. 2, pp. 146-152, USA, March-April, 2007.
- [Gru07] Grünberg J., Lohaus L., Ertel C., Wefer M., Multi-axial and fatigue behaviour of ultra-high-performance concrete (UHPC), Proceedings of the Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, Kassel, pp. 485-492, Germany, 2008.
- [Hab02] Habel K., Gysler R., Denarié E., Brühwiler E., A uniaxial tensile test for Advanced Cementitious Materials, in preparation, 8 pp., 2002.
- [Haj03] Hajar Z., Simon A., Lecointre D., Petitjean J., Construction of the first road bridges made of ultra-high-performance concrete, Proceedings of High Performance Computing, 5th International Symposium, ISHPC 2003, Tokyo-Odaiba, Japan, October 20-22, 2003.
- [Ham96] Hamza A. M., Naaman A. E., Bond Characteristics of Deformed Reinforcing Steel Bars Embedded in SIFCON, ACI Materials Journal, Vol. 93, pp. 578-588, November-December, 1996.
- [Han95] Hansson C. M., Concrete : The advanced industrial material of the 21st century, The 1993 Edward DeMille Campbell Memorial Lecture ASM International, Metallurgical and Materials Transactions A, Vol. 26, No. 6, June 1995, pp. 1321-1341, Springer Boston, 2004.
- [Har95] Harajli M. H., Hout M., Jalkh W., Local Bond Stress-Slip Behaviour of Reinforcing Bars Embedded in Plain and Fibre Concrete, ACI Materials Journal, Vol. 92 No. 4, pp. 343-354, 1995.
- [Har04] Harajli M. H., Comparison of bond strength of steel bars in normal and high-strength concrete, ASCE journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 16 No. 4, pp. 365-374, 2004.
- [Heg04] Hegger J., Tuchlinski D., Kommer B., Bond anchorage behavior and shear capacity of ultra high performance concrete beams, Proceedings of the International Symposium on Ultra High Performance Concrete, Kassel, pp. 351-360, Germany, 2004.
- [Hil76] Hillerborg A., Modéer M., Petersson P., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, Cement and Concrete Research, vol. 6, No. 6, pp. 773-781, Lund, Suède, 1976.

- [Hil90] Hillerborg A., Fracture mechanics concepts applied to moment capacity and rotational capacity of reinforced concrete beams, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 35, No. 1/2/3, pp. 233-240, United Kingdom, 1990.
- [Hog55] Hognestad E., Hanson N. W., McHenry D., Concrete stress distribution in ultimate strength design, Vol. 27, No. 4, pp. 455-479, USA, December, 1955.
- [Hol04] Holschemacher K., Weisse D., Bond of reinforcement in fibre reinforced concrete, Sixth RILEM Symposium on Fibre Reinforced Concrete (FRC), BEFIB, 20-22 September 2004, Varenna, Italy, 10 pp., Italy, September, 2004.
- [Hor86] Horii H., Nemat-Nasser S., Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittle-ductile transition, Philosophical transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, Vol. 319, N. 1549, pp. 337-374, UK, September, 1986.
- [Hor05] Horvath J., Schneider U., Behaviour of fibre reinforced ultra high performance concrete (UHPC) at high temperature, 1st Central European Congress on Concrete Engineers "Fibre Reinforced Concrete in Practice", pp. 50-53, Graz, Autriche, September, 2005.
- [Hsu94] Hsu L. S., Hsu T. T. C., Stress-strain behavior of steel-fiber high strength concrete under compression, ACI Materials Journal, Vol. 91, No. 4, pp. 448-457, USA, July-August, 1994.
- [Hu03] Hu H.-T., Huang C.-S., Wu M.-H., Wu Y.-M., Nonlinear analysis of axially loaded concrete-filled tube columns with confinement effect, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, No. 10, pp. 1322-1329, USA, October, 2003.
- [Hua96] Huang Z., Engström B., Magnusson J., Experimental and analytical studies of the bond behaviour of deformed bars in high strength concrete, Proceeding of the 4th Int. Symp. On utilization of High Strength / High Performance Concrete, 1115 - 1124, Paris, 29 - 31 May, 1996.
- [Ibr96] Ibrahim H. H. H., Mac Gregor J. G., Tests of eccentrically loaded high-strength concrete columns, ACI Structural Journal, V. 93, No. 5, pp. 1-10, USA, September-October, 1996.
- [Imr96] Imran I., Pantazopoulou S. J., Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress, ACI, Material Journal, 93, pp.589-601, Farmington Hills, USA, November, 1996.
- [Jan97] Jansen D. C., Shah S. P., Effect of length on compressive strain softening of concrete, J. Engng Mech., ASCE, 123, 25, Janvier, 1997.
- [Joh02] Johansson M., Gylltoft K., Mechanical behavior of circular steel-concrete composite stub columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No. 8, pp. 1073-1081, USA, August, 2002.
- [JSCE06] **JSCE**, Recommendations for Design and Construction of Ultra High Strength Concrete Structures, Draft, Japan Society of Civil Engineers, September, 2006.
- [Jung04] Jungwirth J., Muttoni A., Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton Teil 1 Material, IS-BETON, Bericht 00.02.R3, p. 104, Lausanne, 2004.
- [Jung04a] Jungwirth J., Muttoni A., Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton Teil 2 Bauteile, IS-BETON, Bericht 00.02.R4, p. 123, Lausanne, 2004.
- [Jung06] Jungwirth J., Zum Tragverhalten von zugbeanspruchten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs-Faserbeton, Thèse EPFL No. 3429, pp. 214, Lausanne, 2006.
- [Kam07] Kamen A., Comportement au jeune âge et différé d'un BFUP écrouissant sous les effets thermomécaniques, Thèse EPFL, No. 3827, 2007.
- [Ken78] Kendall K., Complexities of compression failure, Proceedings of the Royal Society of London, A. 361, pp. 245-263, Great Britain, 1978.
- [Ken83] Kendall K., Howard A. J., Birchall J. D., The relation between porosity, microstructure and strength, and the approach to advanced cement-based materials, Philosophical transactions of the Royal Society of London, A 310, pp 139-153, London, UK, 1983.
- [Ken71] Kent D. C., Park R., Flexural members with confined concrete, Proceedings of the American Society of civil engineers, Journal of the Structural Division, 97, 1969-1990, 7, 1971.

- [Kim98] Kim J.-K., Yi S.-T., Kim J.-H. J., Effect of Specimen Sizes on Flexural Compressive Strength of Concrete, ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 3, pp. 416-424, USA, May-June, 2001.
- [Kim07] Kimura H., Ueda T., Ohtake K., Kambayashi A., Structural design of 80-story RC high-rise building using 200 Mpa Ultra-High-Strength concrete, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 181-192, Japan, 2007.
- [Kim07a] Kimura H., Ishikawa Y., Kambayashi A., Takatsu H., Seismic behavior of 200 MPa Ultra-High-Strength Steel-Fiber reinforced concrete columns under varying axial load, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 193-200, Japan, 2007.
- [Kön98] König G., Kützing L., Use of fibre cocktails to increase ductility of high-performance concrete, International Symposium on High-Performance and Reactive Powder Concrete, Sherbrooke '98, Organised by Université de Sherbrooke, Edited by P.-C. Aïtcin and Y. Delagrave, Vol. 1, pp. 99-111, Sherbrooke, Canada, August, 1998.
- [Kön01] König G., Tue N. V., Zink M., Hochleistungbeton : Bemessung, Herstellung Und Anwendung, Wiley-VCH , 429, 2001.
- [Kot83] Kotsovos M. D., Effect of testing techniques on the post-ultimate behaviour of concrete in compression, Matériaux et Constructions 18, Vol. 16, No. 91, pp. 3-12, 1983.
- [Krs94] Krstulovic-Opara N., Watson K.A., Effect of increased tensile strength and toughness on reinforcing-bar bond behavior, Cement and Concrete Composites, Vol. 16, pp. 129-141, Great Britain, 1994.
- [Küt299] **Kützing L.**, Design principals for steel fibre reinforced concrete a fracture mechanics approach, LACER, No. 4, Leipzig, 1999.
- [Lah92] Lahlou K., Aïtcin P.-C., Chaallal O., Behaviour of high-strength concrete under confined stresses, Cement & Composites, Vol. 14, pp. 185-193, 1992.
- [Lah99] Lahlou K., Lachemi M., Prédiction de la charge ultime de colonnes mixtes constituées de tubes remplis de béton à haute résistance : étude comparative des codes de calcul, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 26, pp. 476.488, Canada, 1999.
- [Lar02] **de Larrard F., Sedran T.**, *Mixture-proportioning of high-performance concrete*, Cement and Concrete Research, Vol. 32, issue 11, pp. 1699-1704, November, 2002.
- [Lee05] Lee M. K., Barr B., Describing the stress crack-opening relationship using a threeexponential model, Magazine of Concrete Research, V. 57, No. 9, pp. 567-577, USA, January-February, 2005.
- [Leg00] Légeron F., Paultre P., Behavior of high-strength concrete columns under cyclic flexure and constant axial load, ACI Structural Journal, 97, 591-601, USA, July-August, 2000.
- [Leg03] Légeron F., Paultre P., Uniaxial confinement model for normal and high strength concrete columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 129, pp. 241-252, USA, February, 2003.
- [Leu07] Leutbecher T., Rissbildung und Zugtragverhalten von mit Stabstahl und Fasern bewehrtem Ultrahochfesten Beton (UHPC), PhD Dissertation, Kassel University Press, Kassel, Germany, November, 2007.
- [Leu07a] Leutbecher T., Fehling E., Tensile behavior of ultra high performance concrete (UHPC) reinforced with a combination of steel fiers and rebars, SEMC 2007 : The Third International Conference on Structural Engineerng, Mechanics and Computation, Cape Town, South Africa, September, 2007.
- [Li92] Li V. C., A Simplified Micromechanical Model of Compressive Strength of Fiber-Reinforced Cementitious Composites, Cement and Concrete Composites, 14, pp. 131 -141, 1992.
- [Li93] Li V. C., From Micromechanics to Structural Engineering The Design of Cementitious Composites for Civil Engineering Applications, Journal of Structural Mechanics and Earthquake Engineering, JSCE, Vol. 10 No. 2, pp. 37-48, 1993.
- [Li93a] Li V. C., Stang H., Krenchel H., Micromechanics of crack bridging in fiber-reinforced concrete, Materials and Structures 26, pp. 486-494, 1993.

- [Li96] Li V. C., Mihashi H., Wu H. C., Alwan J. M., Brincker R., Horii H., Leung C. K. Y., Maalej M., Sang H., Micromecanical models of mechanical response of HP-FRCC, Proceedings High Performance Fiber Reinforced Cement Composites 2. Edition, London, 1996.
- [Li02] Li V. C., Fischer G., Reinforced ECC An Evolution from Materials to Structures, Proceedings of the 1st fib congress - Concrete Structures in the 21st Century, pp. 105 -122, Osaka, 2002.
- [Li03] Li V. C., On Engineering Cementitius Composites (ECC) A Review of the Material and its Applications, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 1 No. 3, pp. 215-230, 2003.
- [Liu00] Liu C., Foster S. J., Attard M. M., Strength of tied high-strength concrete columns loaded in concentric compression, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 1, pp. 149-156, USA, January-February, 2000.
- [Lok05] Lokuge W. P., Sanjayan J. G., Setunge S., Stress-strain model for laterally confined concrete, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 17, pp. 607-616, USA, November/December, 2005.
- [Lou96] Loukili A., Etude du retrait et du fluage de Bétons à Ultra-Hautes Performances, E.C. Nantes, doctoral thesis, 155 p., Nantes, France, November, 1996.
- [Lu06] Lu X., Hsu C.-T. T., Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression, Cement and Concrete Research, Vol. 36, pp. 1679-1685, USA, 2006.
- [Lu07] Lu X., Hsu C.-T. T., Stress-strain relationship of high-strength concrete under triaxial compression, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 19, No. 3, pp. 261-268, USA, March, 2007.
- [Lub03] Lubbers A. R., Steinberg E., Bond performance between ultra-high performance concrete and prestressing strands, Master Thesis, College of Engineering and Technology of Ohio university, USA, USA, August, 2003.
- [Mae04] Maeder U., Lallemant-Gamboa I., Chaignon J., Lombard J. P., CERACEM a new high performance concrete : characterization and applications, International Symposium on UHPC, pp. 67 - 76, Kassel, 2004.
- [Man84] Mangat P. S., Motamedi Azari M., Influence of steel fibre reinforcement on the fracture behaviour of concrete in compression, The International journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, Vol. 6, No. 4, pp. 219-232, November, 1984.
- [Man88] Mander J. B., Priestley M. J. N., Park R., Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, 1827-1849, 08, 1988.
- [Man88a] Mander J. B., Priestley M. J. N., Park R., Theorical Stress-Strain Model for Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, 114, 1804-1826, 08, 1988.
- [Man99] Mansur M. A., Chin M. S., Wee T. H., Stress-Strain Relationship of High-Strength Fiber Concrete in Compression, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, pp 21-29, USA, February, 1999.
- [Mar93] Markeset G., Compressive failure of concrete including strain gradients, Dr. ing. Thesis 1993 : 110, Norwegian Institute of Technology, Trondheim, 1993.
- [McA04] McAteer P., Bonacci J. F., Lachemi M., Composite response of high-strength concrete confined by circular steel tube, ACI Structural Journal, Vol. 101, No. 4, pp.466-474, USA, July-August, 2004.
- [Mar95] Markeset G., Hillerborg A., Softening of concrete in compression localization and size effect, Cement and Concrete Research, Vol. 25, No. 4, pp. 702-708, USA, 1995.
- [Mar06] Markovic I., High-Performance Hybrid-Fibre Concrete, Development and Utilisation, PhD Thesis, DUP Science, Delft University Press, 211, Netherlands, January, 2006.
- [Mar98] Marti P., Alvarez M., Kaufmann W., Sigrist V., Tension chord model for structural concrete, Structural Engineering International, Vol. 8 No. 4, pp. 287-298, USA, November, 1998.

- [Meh05] Mehta P. K., Monteiro P. J. M., Concrete, Microstructure, Properties and Materials, Mc Graw Hill, 650, 2005.
- [MC90] CEB-FIP Model Code 90, Design of Concrete Structures, Thomas Telford, CEB-Bulletin 213-214, 460p., London, Great Britain, 1993.
- [Mei01] Mei H., Kiousis P. D., Ehsani M. R., Saadatmanesh H., Confinement effects on high-strength concrete, ACI Structural Journal, Vol. 98, No. 4, pp. 548-553, USA, July-August, 2001.
- [Men00] Mendis P. A., Behavior of slender high-strength concrete columns, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 6, pp. 895-902, USA, November-December, 2000.
- [Mey97] Meyer J., Deformation capacity of the concrete compression zone Stress-strain curves for nonlinear calculations, LACER, n. 2, pp. 87-102, 1997.
- [Mon92] Monti G., Nuti C., Nonlinear cyclic behavior of reinforcing bars including buckling, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 12, pp. 3268-3284, USA, December, 1992.
- [Mut90] Muttoni A., Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton, Birkhäuser Verlag, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, 176, Basel, Switzerland, 1990.
- [Naa91] Naaman A. E., Otter D., Najm H., Elastic Modulus of SIFCON in Tension and Compression, ACI Materials Journal, V. 88, No. 6, November-Decembre 1991, pp. 603-612.
- [Naa91a] Naaman A. E., Nammur G. G., Alwan J. M., Najm H. S., Fibre Pull-out and Bond Slip. I Analytical Study, Journal of Structural Engineering, Vol. 117 No. 9, pp. 2769-2790, 1991.
- [Naa95] Naaman A. E., Baccouche M. R., Shear response of Dowel Reinforced SIFCON, ACI Structural Journal, V. 92, No. 5, September-October 1995, pp. 587-597.
- [Naa06] Naaman A. E., Reinhardt H. W., Proposed classification of HPFRC composites based on their tensile response, Materials and Structures, 39, pp. 547-555, 2006.
- [Nev05] Neves R. D., Fernandes de Almeida J. C. O., Compressive behaviour of steel fibre reinforced concrete, FIB Structural Concrete, Vol. 6, No. 1, pp. 1-8, January, 2005.
- [Nie95] Nielsen C. V., Ultra high strength steel fibre reinforced concrete. Part I : Basic strength properties of Compresit matrix. Part II : Structural applications of Compresit, Technical University of Denmark, Serie R, No. 323, Denmark, 1995.
- [Nie99] Nielsen M. P., Limit analysis and concrete plasticity, CRC Press, 908 p., Copenhagen, Denmark, 1999.
- [Nog95] Noghabai K., Splitting of concrete in the anchoring zone of deformed bars, Lulea University of Technology, Division of Structural Engineering, Licentiate Thesis, 26L, Lulea, Sweden, 1995.
- [Nog00] Noghabai K., Behavior of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross section, ACI Structural Journal, 97, 277-285, USA, March-April, 2000.
- [Oes08] Oesterlee C., Structural behaviour of UHPFRC combined with various grades of reinforcing steel, 7th PhD Symposium in Civil Engineering, Stuttgart, UHPC, HPC, SCC, pp. 55-63, Stuttgart, Germany, September, 2008.
- [Ori88] Orito Y., Sato T., Tanaka N., Watanabe Y., Study on the unbonded steel tube concrete structure, Proceedings of an Engineering Foundation Conference, Composite Construction in Steel and Concrete, 1988.
- [Ots03] Otsuka K., Mihashi H., Kiyota M., Mori S., Kawamata A., Observation of Multiple Cracking in Hybrid FRCC at Micro and Meso Levels, Japan Concrete Institute, Journal of Advanced Concrete Technology, 1, 291-298, Japan, November, 2003.
- [Ott77] Ottosen N. S., A failure criterion for concrete, ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 103, No. 4, pp. 527-535, July-August, 1977.

- [Pan95] Pantazopoulou S. J., Mills R. H., Microstructural Aspects of the Mechanical Response of Plain Concrete, ACI Materials Journal, Vol. 92 No. 6, pp. 605-616, USA, November-December, 1995.
- [Pan01] Pantazopoulou S. J., Zanganeh M., Triaxial tests of fiber-reinforced concrete, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 13, No. 5, pp. 340-348, USA, September-October, 2001.
- [Pau96] Paultre P., Khayat, K. H., Langlois, A., Trudel, A., Cusson, D., Structural performances of some special concretes, 4th International Symposium on the Utilisation of High Performance Concrete, pp. 787-796, Paris, May, 2001.
- [Pau01] Paultre P., Légeron F., Mongeau D., Influence of concrete strength and Transverse Reinforcement Yield Strength on Behavior of High-Strength Concrete Columns, ACI Structural Journal, Vol. 98, pp. 490-501, USA, July-August, 2001.
- [Pfy03] Pfyl T., Tragverhalten von Stahlfaserbeton, IBK-Bericht, PhD thesis, ETHZ (Swiss Federal Institute of Technology), Nr. 279, 140 p., Zürich, Switzerland, February, 2003.
- [Pli87] Plizzari G., Schumm C., Giuriani E., The effect of residual tensile strength of cracked concrete on the local bond-slip law after splitting, Studi e Ricerche, Politecnico di Milano, Vol. 9, pp. 129-155, Milan, Italie, 1987.
- [Pop73] **Popovics S.**, A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete, Cement and Concrete Research, 3, 583-599, USA, 1973.
- [Pur06] Puri S., Weiss J., Assessment of Localized Damage in Concrete under Compression Using Acoustic Emission, ASCE Journal of Materials in Civil engineering, Vol. 18, No.3, pp.281-298, May-June, 2006.
- [Ram41] Ramberg W., Osgood R. W., Determination of stress strain curves by three parameters, Technical Note No. 503, national Advisory Committee on Aeronautics (NACA), 1941.
- [Raz94] Razvi S. R., Saatcioglu M., Strength and deformability of confined high-strength concrete columns, ACI Structural Journal, Vol. 91, No. 6, pp. 1-10, November-December,1994.
- [Raz99] Razvi S. R., Shaaban A. M., Confinement model for high-strength concrete, Journal of Structural Engineering, 281-298, 03, 1999.
- [Red99] Reda M. M., Shrive N. G., Gillott J. E., Microstructural investigation of innovative UHPC, Cement and Concrete Research, 29, pp. 323-329, 1999.
- [Red06] Redaelli D., Testing of reinforced high performance fibre concrete members in tension, Proceedings of the 6th Int. Ph.D. Symposium in Civil Engineering, Zurich 2006, 8 p., Zurich, Switzerland, August, 2006.
- [Red07] Redaelli D., Muttoni A., Tensile Behaviour of reinforced ultra-high performance fiber reinforced concrete elements, fib Symposium, Dubrovnik 2007, pp. 267-274, Dubrovnik, Croatia, May, 2007.
- [Red08] **Redaelli D., Muttoni A.**, *Tirants en béton fibré à ultra hautes performances avec armatures passives*, Rapport d'essais IS-BETON, 2008.
- [Rei04] Reineck K.-H., Greiner S., Entwurf und Konstruction dichter Heisswasser-Wärmespeicher aus ultrahochfestem Faserfeinkornbeton, Abschlussbericht BMU 0329606V, Institut für Leichtbau Entwerfen und Konstruieren, Universität Stuttgart, Germany, March, 2004.
- [Rei07] Reineck K.-H., Greiner S., Scale effect and combined loading of thin UHPFRC members, Advances In Construction Materials 2007, editor Christian Grosse, pp. 211-218, Germany, September, 2007.
- [Res03] Resplendino J., Petitjean J., Ultra-high-performance concrete : first recommendations and examples of application, Proceedings of High Performance Computing, 5th International Symposium, ISHPC 2003, Tokyo-Odaiba, Japan, October 20-22, 2003.
- [Ric28] Richart F. E., Brandtzaeg A., Brown R. L., A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin 185, 102p., Illinois, USA, November, 1928.

- [Ric95] Richard P., Cheyrezy M., Composition of Reactive Powder Concretes, Cement and Concrete Research, vol. 25, no. 7, pp. 1501-1511, USA, October, 1995.
- [RIL78] **RILEM/CEB/FIP**, Bond test for reinforcing steel : 2. Pullout Test, Recommendation RC 6, 1978.
- [RIL00] RILEM TC 162 TDF, Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Recommendations : stress-strain design method, Materials and Structures, Vol. 33, pp. 75-81, March, 2000.
- [Roe99] Roeder C. W., Cameron B., Brown C. B., Composite action in concrete filled tubes, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 125, No. 5, pp. 477-484, USA, May, 1999.
- [Ros92] Rosati G., Schumm C., Modelling of local bar-to-concrete bond in reinforced concrete beams, International conference on Mond in Concrete - From Research to Practice, Riga Technical University, Vol. 35, pp. 27-33, 2005.
- [Ros97] Rossi P., High Performance Multimodal Fiber Reinforced Cement Composites (HPM-FRCC) : The LCPC Experience, ACI Materials Journal, 94, pp. 478-483, Detroit, USA, November - December, 1997.
- [Ros00] Rossi P., Ultra-high performance fibre reinforced concretes (UHPFRC) : an overview, BE-FIB'2000, Proceedings of the Fifth International RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (FRC), Ed. by P. Rossi and G.Chanvillard, pp. 87-100, Lyon, France, September, 2000.
- [Ros05] Rossi P., Arca A., Parant E., Fakhri P., Bending and compressive behaviors of a new cement composite, Cement and Concrete Research, Vol. 35, pp. 27-33, 2005.
- [Saa92] Saatcioglu M., Razvi S. R., Strength and Ductility of Confined Concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 6, pp. 1590-1607, USA, June, 1992.
- [Sak89] Sakai K., Sheikh S. A., What Do We Know about Confinement in Reinforced Concrete Columns?, ACI Structural Journal, 86, 192-207, 03-04, 1989.
- [Sak04] Sakino K., Nakahara H., Morino S., Nishiyama I., Behavior of centrically loaded concrete-filled steel-tube short columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 2, pp. 180-188, USA, February, 2004.
- [Sal99] Salem H. M., Hauke B., Maekawa K., Fracture of concrete cover. Its effect on tension stiffening and modeling, Proceedings of JSCE (Japan Society of Civil Engineers, Vol. 613, pp. 295-307, 1999.
- [Sam86] Sammis C. G., Ashby M. F., The failure of brittle porous solids under compressive stress states, Acta metallurgica et materialia, Vol. 34, N. 1, pp. 511-526, UK, 1986.
- [Sar69] Sargin M., Handa V., A general formulation for the stress-strain properties of concrete, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Waterloo, Rep. No. 3, pp. 1-27, Canada, May, 1969.
- [Scr89] Scrivener K., The Microstructure of Concrete, Materials Science of Concrete I, Ed. by J. Skalny, American Ceramics Society, Westerville, OH, pp. 127-161, USA, 1989.
- [Scr05] Scrivener K., Advanced Cementitious Materials, Lecture Notes, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland, 2005.
- [Sha97] Shams M., Saadeghvaziri M. A., State of the art of concrete-filled steel tubular columns, ACI Structural Journal, Vol. 94, No. 5, pp. 558-571, USA, 1997.
- [Sha99] Shams M., Saadeghvaziri M. A., Nonlinear response of concrete-filled steel tubular columns under axial loading, ACI Structural Journal, Vol. 94, No. 5, pp. 558-571, USA, 1997.
- [Sch98] Schneider S. P., Axially loaded concrete-filled steel tubes, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 124, No. 10, pp. 1125-1138, USA, October, 1998.
- [Sch06] Schumacher P., Rotation capacity of self-compacting steel fiber reinforced concrete, Thesis dissertation, Technical University Delft, Netherlands, 2006.
- [Sfer02] Sfer D., Carol I., Gettu R., Etse G., Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compression, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 128, 156-163, February, 2002.

[Sha83] Shah S. P., Fafitis A., Arnold R., Cyclic loading of spirally reinforced concrete, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 109, No. 7, pp. 1695-1710, USA, July, 1983. Sheikh S. A., Uzumeri S. M., Strength and ductility of tied concrete columns, ASCE [She80]Journal of the Structural Division, Vol. 106, pp. 1079-1102, USA, May, 1980. [She82] Sheikh S. A., Uzumeri S. M., Analytical model for concrete confinement in tied columns, ASCE Journal of the Structural Division, Vol. 108, pp. 2703-2722, USA, December, 1982. [She86] Sheikh S. A., Yeh C. C., Flexural behavior of confined concrete columns, ACI Structural journal, Vol. 83, n. 3, pp. 389-404, USA, May-June, 1986. [She92] Sheikh S. A., Yeh C. C., Analytical moment-curvature relations for tied concrete columns, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 2, pp. 529-545, USA, February, 1992. [Shi87] Shima H., Micro and Macro models for bond in Reinforced concrete, University of Tokyo, Journal of the Faculty of Engineering; University of Tokyo, XXXIX No. 2, pp.133-194, Tokyo, Japan, 1987. [Shi87a] Shima H., Chou L. L., Okamura H., Bond characteristics in post-yield range of deformed bars, Proceedings of JSCE, Translation, No. 378/v-6, pp. 113-124, Japan, February, 1987. [Shi06] Shionaga R., Structural behavior of high performance fiber reinforced concrete in tension and bending, Proceedings of the 6th Int. Ph.D. Symposium in Civil Engineering, Zurich 2006, 142, Zurich, Switzerland, August, 2006. [SIA03] SIA 262, Betonbau, SIA, 1st Edition, 90p., Zurich, Switzerland, April, 2003. [Sig95] Sigrist V., Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern, Dissertation, 160 S., Zürich, Switzerland, 1995. Sigrist V., Rauch M., Deformation behavior of reinforced UHPFRC elements in ten-[Sig08] sion, Tailor Made Concrete Structures, FIB Congress, Walraven & Stoelhorst (eds), pp. 405-410, Amsterdam, Netherlands, May, 2008. [Sin98] Sint A., Meyer J., Calculation of the load-deformation behaviour of over-reinforced concrete beams with the BDZ-Model, LACER, No. 3, pp. 199-212, Germany, 1998. Sint A., Duktilität von Biegebauteilen bei Versagen der Betondruckzone, Beton- und [Sin03]Stahlbetonbau, Vol. 98, No. 5, pp. 285-292, Germany, 2003. [Smi89] Smith S. S., Willam K. J., Gerstle K. H., Sture S., Concrete over the Top, or : Is There Life after Peak?, ACI Materials Journal, Vol. 86, pp. 491-497, September-October, 1989. [Sor05] Sorelli L. G., Meda A., Plizzari G. A., Bending and uniaxial tensile tests on concrete reinforced with hybrid steel fibers, ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, Vol. 17, No. 5, pp. 519-527, September-October, 2005. [Spa08] Spasojević A., Structural implications of ultra high performance fibre-reinforced concrete in bridge design, Thèse EPFL No. 4051, Lausanne, 2008. [Spa08a] Spasojević A., Redaelli D., Fernández Ruiz M., Muttoni A., Influence of tensile properties of UHPFRC on size effect in bending, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 303-310, Kassel, Germany, March 5-7, 2008. [Sta90] Stang H., Shah S. P., Pullout problem : stress versus fracture mechanical approach, Journal of Engineering Mechanics, 116, No. 10, 2136-2150, 1990. [Sta95] Stang H., Li V. C., Krenchel H., Design and Structural applications of stress-crack width relations in fibre reinforced concrete, Materials and Structures, 28, 210-219, 1995. Stiel T., Karihaloo B., Fehling E., Effects of Casting Direction on the Mechanical [Stie04] properties of CARDIFRC, International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp.481-493, Kassel, Germany, September, 2004. [Sti04] Stirnimann D., Jungwirth J., Muttoni A., Versuche an Stuetzen aus ultra hochfestem Beton, IS-BETON, Bericht 00.02.R5, p. 100, Lausanne, 2004.

- [Sug07] Sugano S., Kimura H., Shirai K., Study of new RC structures using Ultra-High-Strength Fiber-Reinforced Concrete (UFC) - The challenge of applying 200 MPa UFC to Earthquake resistant building structures, Journal of Advanced Concrete Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 133-148, Japan, 2007.
- [Stu65] Sturman G. M., Shah S. P., Winter G., Effects of flexural strain gradients on microcracking and stress-strain behavior of concrete, Journal of the American Concrete Institute, Vol. 62, No. 7, pp. 805-822, USA, July, 1965.
- [SWI] **Swiss Steel AG**, *Top700 : acier d'armature à haute résistance pour des exigences particulières*, Brochure d'information.
- [Tae96] Taerwe L., Van Gysel A., Influence of steel fibers on design stress-strain curve for high-strength concrete, ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 122, pp. 695-704, USA, Août, 1996.
- [Teng07] Teng J. G., Huang Y. L., Lam L., Ye L. P., Theoretical model for fiber-reinforced polymer-confined concrete, ASCE Journal of Composites for Construction, Vol. 11, No. 2, pp. 201-210, USA, March-April, 2007.
- [Tep79] Tepfers R., Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars, Magazine of Concrete Research, Col. 106, pp. 3-12, UK, March, 1979.
- [Tai03] Tailhan J.-L., Rossi P., Parant E., Clément J.-L., Arca A., Comportement en traction uni-axial d'un composite cimentaire à écrouissage positif à partir d'une approche inverse, Caractérisation du comportement en traction uniaxiale, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, LCPC, No. 248, pp. 35-48, Paris, 2003.
- [Tho87] Thorenfeldt E., Tomaszewics A., Jensen J. J., Mechanical properties of high-strength concrete and application in design, Proceeding on Utilisation of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, 1987.
- [Tho06] **Thomas J., Ramaswamy A.**, Crack width in partially prestressed T-beams having steel fibers, ACI Structural Journal, Vol. 103, No. 4, pp. 568-576, USA, July-August, 2006.
- [Thü59] Thürlimann B., New aspects concerning inelastic instability of steel structures, Lehigh University, Fritz Engineering Laboratory, Report No. 205.66, Bethlehem, July 1959, 46 pp.
- [Tom77] Tomii, M., Yoshimura K., Morishita Y., Experimental studies on concrete-filled steel tubular stub columns under concentric loading, International Colloquium on Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads, Washington DC, May 17-19, pp. 718-741, Washington D : C., USA, May, 1977.
- [Tue04] Tue N. V., Simsch G., Schneider H., Schmidt D., Bearing Capacity of Stub Columns made of NSC, HSC and UHPC confined by a Steel Tube, Proceedings of the International Symposium on Ultra High Performance Concrete, University of Kassel, pp. 339-350, Kassel, Germany, September, 2004.
- [Van86] Van Mier J. G. M., Fracture of Concrete under Complex Stress, Heron, Delft University of Technology, 31 No. 3, 90p., Delft, Netherlands, 1986.
- [Van97] Van Mier J. G. M., Strain-softening of concrete in uniaxial compression Report of the round robin test carried out by RILEM TC 148-SSC, Materials and Structures, Vol. 30, pp. 195-209, May, 1997.
- [Van97a] Van Mier J. G. M., Fracture Processes of Concrete Assessment of Material Parameters for Fracture Models, 448 p., Boca Raton, USA, 1997.
- [Van00] Vandewalle L., Cracking behaviour of concrete beams reinforced with a combination of ordinary reinforcement and steel fibers, Materials and Structures, Vol. 33, pp. 164-170, April, 2000.
- [Vis83] Visalvanich K., Naaman A. E., Fracture model for fiber reinforced concrete, ACI Journal, Vol. 80, N. 2, pp. 128-138, USA, March-April, 1983.
- [Voo03] Voo J.Y.L., Foster S. J., Variable engagement model for fiber reinforced concrete in tension, Australia, 2003.
- [Von92] Vonk R. A., Softening of concrete loaded in compression, Ph.D. Thesis Technische Univ., Eindhoven (Netherlands), June, 1992.

- [Wal05] Waltner R., Kari H., Kusterle W., Lindlbauer W., Analysis of the load-bearing capacity of fibre reinforced concrete during fire, 1st Central European Congress on Concrete Engineers "Fibre Reinforced Concrete in Practice", 45-49, Graz, Austria, September, 2005.
- [Wal08] Walraven J., On the way to design recommendations for UHPFRC, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 45-56, Kassel, Germany, March 5-7, 2008.
- [Wan78] Wang P. T., Shah S. P., Naaman A. E., Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression, ACI, Journal, 75, pp.603-611, Farmington Hills, USA, November, 1978.
- [Wec83] Wecharatana M., Shah S. P., A model for predicting fracture resistance of fiber reinforced concrete, Cement and Concrete Research, 13, 819-829, USA, 1983.
- [Wei98] Weiss W. J., Shah S. P., Localization and Size-Dependent Response of Reinforced Concrete Beams, ACI Structural Journal, Vol. 98, No 5, USA, September-October, 1998.
- [Wei03] Weisse D., Verbundverhalten der Bewehrung in UHFB, Ultrahochfester Beton Innovationen im Bauwesen, Beiträge aus Praxis und Wissenschaft, ed. Bauwerk-Verlag, Berlin, pp. 199-214, Germany, November, 2003.
- [Witt02] Wittmann F. H., Crack formation and fracture energy of normal and high strength concrete, Sadhana, India, Vol. 27, part 4, pp. 413 423, August, 2002.
- [Wue07] Wuest J., Comportement structural des bétons de fibres ultra performants en traction dans des éléments composés, Thèse EPFL No 3987, Dir. : Eugen Brühwiler, Emmanuel Denarié, Lausanne, Switzerland, 2007.
- [Xie95] Xie J., Elwi A. E., MacGregor J., Mechanical properties of three high-strength concretes containing silica fume, ACI Materials Journal, Vol. 92, No. 2, pp. 1-11, USA, March-April, 1995.
- [Yan08] Yan P. Y., Feng J. W., Mechanical behavior of UHPC and UHPC filled steel tubular stub columns, Ultra High Performance Concrete (UHPC), Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, March 05-07, pp. 355-364, Kassel, Germany, March, 2008.

Notations

Abréviation

BO	béton ordinaire
BF	béton fibré
BHP	béton à hautes performances
BHR	béton à haute résistance
BFHP	béton fibré à hautes performances
BFUHP	béton fibré à ultra hautes performances
BPR	Béton de Poudres Réactives
BSI	Béton Spécial Industriel
BUHP	béton à ultra hautes performances
DSC	Densified Small particle Concrete
ECC	Engineered Cementitious Composites
MC	Model Code
PE	polyéthylène
PP	polypropylène
PVA	polyvinyle alcool
AFGC	Association Française de Génie Civil
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbetonbau
JSCE	Japan Society of Civil Engineers

SIA Société suisse des ingénieurs et architectes

Lettres majuscules latines

aire, paramètre des expressions de [Sar69] et de [Sha83] pour le béton comprimé,
paramètre du modèle de béton confiné par un tube en acier
diamètre, paramètre de l'expression de [Sar69] pour le béton comprimé
module d'élasticité
force
énergie de rupture [N/mm]
pente de la courbe $\sigma(w)$
retrait spécifique $[\mu m/m/MPa]$
rigidité axiale d'un élément
facteur réduction de l'adhérence en fonction de l'état de déformation des armatures
facteurs de réduction de la pression de confinement effective
facteurs de réduction de l'aire confinée effective
facteur dans la loi $\sigma(w)$ du béton
moment
effort normal de traction ou compression
index de renforcement des fibres
volume
fraction des fibres en volume [%]
paramètre des expressions de [Ken71] pour le béton comprimé

Lettres minuscules latines

b	largeur
---	---------

c épa	isseur de l'enrobage
-------	----------------------

ddiamètre, dimension de la section transversale

d_f	diamètre d'une fibre
d_a	diamètre maximal des agrégats
e	épaisseur, excentricité
f	résistance du matériau, fonction
f_c	résistance à la compression du béton
f_{ctm}	résistance à la fissuration de la matrice cimentaire
f_{ct}	résistance à la traction du béton
f_{fy}	limite d'écoulement de l'acier utilisé pour les fibres
f_{sy}	limite d'écoulement de l'acier d'armature
$f_{sy,0.2\%}$	contrainte limite d'élasticité pour l'acier d'armature sans plateau d'écoulement
h	hauteur
k_{c1}, k_{c2}	coefficients de l'expression de Shah pour le béton comprimé
l	longueur
n	nombre, paramètre de l'expression de [Pop73] pour le béton comprimé
p	pression, paramètre des expressions de béton confiné
s	distance entre étriers
s_r	distance entre fissures
t	temps, épaisseur
u	déplacement en direction x
v	déplacement en direction y , flèche
w	ouverture de fissure
w_{ct}	ouverture de fissure à la fin de la phase de micro-fissuration d'un BFUHP
w_r	paramètre (ouverture de fissure) de l'expression de la loi $\sigma(w)$

Lettres grecques

Δ	variation, incrément fini
α	angle, divers paramètres
β	divers paramètres
δ	glissement relatif entre armatures et béton
ε	déformation
ε_{c1}	déformation au pic de la courbe $\sigma(\varepsilon)$ du béton comprimé
ε_{c50}	déformation après pic de la courbe $\sigma(\varepsilon)$ du béton comprimé lorsque $\sigma = 0.5 \cdot f_c$
ε_{sy}	limite d'écoulement de l'acier d'armature
ε_{sh}	déformation de début de la phase à comportement durcissant pour l'acier d'armature
ε_{su}	allongement spécifique de rupture de l'acier d'armature
η	effort normal normalisé
χ	courbure
λ	élancement, facteur de réduction de l'adhérence en proximité d'une fissure
μ	moment normalisé
ν	coefficient de Poisson
φ	coefficient de fluage, angle de frottement de critère de Mohr-Coulomb
ϕ	diamètre
θ	rotation
ρ	taux géométrique d'armature
σ	contrainte normale
$\sigma_{fu,th}$	contrainte ultime théorique transmise par les fibres
au	contrainte de cisaillement, contrainte d'adhérence

Indices

0	valeur initiale, valeur au droit d'une fissure
Ι	élément qui exerce le confinement
ax	axiale
b	adhérence

bf	béton de fibres
bu	valeur ultime de l'adhérence
c	béton, compression
cc	béton confiné
cg	centre de gravité
ch	caractéristique
cr	critique
cs	retrait du béton
ct	relatif au point de résistance en traction maximal du béton
cub	cube
ctm	relatif au point de résistance en traction maximal du béton
cyl	cylindre
de	décharge
disc	valeur obtenue avec un calcul à fissures discrètes
eq	équivalence
el	élastique
ext	externe
f	fibre. valeur finale
fiss	fissuration
fl	fluage, flexionnel
hom	valeur à la section homogène, valeur obtenue avec un calcul homogène
i	nombre d'itération, élément générique
ini	valeur initiale
int	interne
k	valeur caractéristique
lat	latérale
m	matrice cimentaire, valeur movenne
max	valeur maximale ou valeur en correspondance d'un maximum
mes	valeur mesurée
mid	mi-distance entre fissures, mi-hauteur ou mi-longueur d'un élément
min	valeur minimale
mod	valeur attendue avec un modèle de calcul
n	net
nf	non fissuré
nom	nominal
p	acier de précontrainte
pic	valeur au pic
pri	prisme
r	radiale
res	résiduel
s	acier d'armature passive
sec	sécant
t	traction. tangentiel
th	théorique
tot	total
ts	tension stiffening
u	ultime, de rupture
y	d'écoulement
th	valeur théorique
θ	tangentiel
0	0

Annexe A - Calibration de la courbe de comportement du béton confiné

Les paramètres de la loi $\sigma_{ax}(\varepsilon_{ax})$ décrite à la section 5.3.1 ont été calibrés en s'appuyant sur de nombreux résultats d'essais de la littérature, résumés dans le tableau A.1.

No		Réf.	$f_c[MPa]$	$E_c[GPa]$	ε_{c1} [%]	V_f [%] *	σ_{lat} [MPa]	σ_{lat}/f_c [%]
(1)		[Ric28]	17	$12^{(**)}$	0.319		0, 1.2, 3.8, 5.4, 7.5, 10.4, 14.4, 20.7, 28.2	6 - 166
(2)		[Can01]	40	25	0.236		0, 4, 8, 12	10 - 30
(3)		[Lah92]	44	25	0.300		0, 7.6, 22	17 - 50
(4)		[Ans98]	47.2	36.5	0.202		0, 8.3, 16.6, 24.9, 33.2, 41.4	18 - 88
(5)		[Xie95]	60.2	$20^{(**)}$	0.44		0, 2.3, 5.3, 8.3, 11.3, 14.3, 20.3, 23.3, 29.3	4 - 49
(6)		[Imr96]	64.7	32.9	0.297		0, 3.2, 6.4, 12.8, 25.4, 38.4, 51.2	5 - 79
(7)		[Lu07]	67	40	0.251		0, 3.5, 7, 14, 28, 42, 56	5 - 84
(8)		[Ans98]	71.1	40.7	0.203		0, 13.8, 27.6, 41.4, 55.2, 68.9	19 - 97
(9)		[Lah92]	78	34	0.321		0, 7.6, 22	0.1 - 0.28
(10) (*	*)	[Xie95]	92.2	-	0.410		0, 3.8, 8.3, 12.8, 16.6, 17.3, 21.8, 26.3, 35.5, 44.5	4 - 48
(11)		[Can01]	103.3	45	0.266		0, 4, 8, 12	4 - 12
(12) (*	*)	[Ans98]	107.3	43.4	0.194		0, 20.8, 41.7, 62.5, 83.4	20-80
(13)		[Att96]	110	58.7	0.280		5, 10, 15	5 - 14
(14)		[Lah92]	113	43	0.320		0, 7.6, 22	7 - 20
(15) (*	*)	[Xie95]	119	-	0.379		0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 48, 60	5 - 50
(16)		[Att96]	120	55.7	0.250		1, 5, 10, 15, 20	1 - 17
(17)		[Att96]	120	52.8	0.280		5, 10, 15	4 - 13
(18) (*	*)	[Che92]	22.8	-		1 mf	10, 20	44 - 88
(19) (*	*)	[Che92]	24.5	-		2 mf	10, 20	41 - 82
(20)		[Pan01]	41.8	$\simeq 30$	0.350	1 mf, 1.5 pf	0, 8.4, 16.7, 25.1, 33.4	0-80
(21) (*	*)		46.4		0.430	1 mf, 1.5 pf	0, 9.3, 18.6, 27.8	0-60
(22) (*	*)		46.7		0.410	0.8 mf, 1.2 f	0, 8.2, 16.4, 24.6, 37.4	0-80
(23) (*	*)		49.2		0.400	2 mf	0, 9.8, 19.7, 29.5, 39.4	0-80
(24) (*	*)		56.7		0.510	2 mf	0, 11.3, 22.7, 29.4	0-60
(25) (*	*)		57.9		0.520	0.8 mf, 1.2 f	0, 11.6, 23.2, 34.7	0-60
(26) (*	*)	[Lu06]	69	-	0.278	1 f	0, 7, 14, 21, 28, 34, 42, 56	10 - 81

Tab. A.1 : Données de la littérature utilisées pour calibrer les expressions analytiques décrivant le comportement du béton confiné. (*) : seules les valeurs numériques de f_{cc} et de ε_{cc1} ont été utilisées pour la calibration; (**) valeurs non rapportées dans les références et estimées pour la calibration; (*) : "mf" micro-fibres droites en acier, "f" fibres en acier avec crochets, "pf" fibres synthétiques

Procédure suivie pour la calibration

Les paramètres σ_{res} et k_{c2} ont été considérés d'abord.

L'évolution de σ_{res} en fonction du niveau de confinement (figure 5.19-a, page 131) a été estimée sur la base d'un nombre réduit de résultats expérimentaux [Xie95, Ans98], pour lesquels le comportement après pic avait été mesuré systématiquement jusqu'à des déformations importantes.

En ce qui concerne l'évolution du paramètre k_{c2} , une adaptation de l'expression 5.19 définie par [Leg03] est proposée dans le cadre de cette recherche. Pour le béton ordinaire et à haute résistance, une valeur constante et égale à 1.5 permet de décrire de façon satisfaisante le comportement au pic, caractérisé par une transition progressive et par une forme arrondie de la courbe $\sigma(\varepsilon)$ (figure A.1-a). Les bétons à très haute résistance montrent un comportement similaire en présence de confinement, mais une diminution plus rapide de la contrainte après pic en conditions non confinées ou faiblement confinées (figure A.1-b). La valeur $k_{c2} = 1$ est proposée ici pour les bétons à très haute résistance non confinés. En présence de confinement, l'expression 5.20 ([Leg03], page 130) est utilisée mais une limite supérieure est fixée à $k_{c2} = 1.5$, comme pour le béton ordinaire.



Fig. A.1 : Différence de comportement après pic pour un béton ordinaire et pour un béton à très haute résistance. Choix du paramètre k_{c2} pour la modélisation

La limite entre le comportement "béton ordinaire" et le comportement "béton à très haute résistance" est fixée à $f_c = 75$ MPa : ce choix est effectuée après une itération du processus de calibration du modèle.

Une fois l'évolution de σ_{res} et du paramètre k_{c2} déterminée, les valeurs de f_{cc} , ε_{cc1} , ε_{cc50} ont été variées librement pour chaque courbe afin d'obtenir la description la meilleure possible du comportement expérimental (figure A.2). Le tableau A.2 résume les valeurs numériques obtenues, qui ont permis de tracer les diagrammes aux figures 5.18 et 5.19 (page 131) et de définir les expressions générales 5.23 à 5.26 données dans la thèse. Certains résultats expérimentaux, notamment ceux rapportés dans [Lah92], seraient mieux décrits en utilisant l'expression proposée par [Pop73] (figure A.3). Sinon, l'expression proposée par [Sar69] est préférée.

La validité des expressions générales 5.23 à 5.26 a été successivement vérifiée par comparaison avec les courbes expérimentales (figure A.4). Les prévisions sont suffisamment bonnes en considérant le fait que l'on simule divers types de béton ordinaire (figures A.4-a à e), de béton à haute résistance (figures A.4-f à n) et de béton fibré (figure A.4-o), des niveaux de confinement largement variables et que les essais ont été effectués par des chercheurs différents. Toutes les courbes tracées utilisent l'expression de [Sar69] pour la partie avant pic.

A	C 111 /	1 1	1 1			1	1 / /	C /
A -	Calibration	de la	courbe d	e comi	portement	du	beton	confine
	0.0010101011	0.0 100	0000000	0 0 0 1 1 1	0 01 001110110	~~~~	N 0 0 0 11	0011110

Réf.	σ_{lat} [MPa]	f_c, f_{cc} [MPa]	$\begin{array}{c} \varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cc1} \\ [\%] \end{array}$	$\varepsilon_{c,50}, \varepsilon_{cc,50}$ [%]	Réf.	σ_{lat} [MPa]	f_c, f_{cc} [MPa]	$\begin{array}{c} \varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cc1} \\ [\%] \end{array}$	$\varepsilon_{c,50}, \varepsilon_{cc,50}$ [%]	Réf.	σ_{lat} [MPa]	f_c, f_{cc} [MPa]	$\begin{array}{c} \varepsilon_{c1}, \varepsilon_{cc1} \\ [\%] \end{array}$	$\varepsilon_{c,50}, \varepsilon_{cc,50}$ [%]
(1)	0	17	0.32	0.6	(9)	0	78	0.32	0.60	(19)	0	24.5	-	-
	1.2	22.3	0.90	2.0		7.6	121	0.73	1.3		10	72.8	-	-
	3.8	34.3	1.60	3.6		22	168	1.52	3.0		20	106	-	-
	5.4	43.2	2.19	4.5	(10)	0	92.2	0.41	-	(20)	0	41.8	0.35	-
	7.5	50.5	2.69	7.0		3.8	128	0.60	-		5	164	0.39	0.55
	10.4	60.2	4.00	-		8.3	155	0.80	-		10	185	0.45	0.67
	14.4	74.3	5.20	-		12.8	180	1.04	-		15	210	0.57	0.85
	20.7	97.5	-	-		16.6	192	1.18	-	(21)	0	46.4	0.43	-
	28.2	120	-	-		17.3	198	1.19	-		9.3	79.6	1.22	-
(2)	0	40	0.24	0.5		21.8	208	1.32	-		18.6	107	1.70	-
	4	66.5	0.78	2.0		26.3	233	1.60	-		27.8	131	2.54	-
	8	84.8	1.19	2.8		35.5	259	1.98	-	(22)	0	46.7	0.41	-
	12	104	1.88	3.1		44.5	290	2.50	-		8.2	82.8	1.01	-
(3)	0	44	0.30	0.55	(11)	0	103	0.27	0.30		16.4	99.4	3.59	-
	7.6	83.2	0.86	2.7		4	132	0.40	0.8		24.6	125	4.10	-
	22	132	3.00	-		8	157	0.57	1		37.4	141	4.30	-
(4)	0	47.2	0.20	0.6		12	170	0.71	1.2	(23)	0	49.2	0.40	-
	8.3	86.2	1.40	2.2	(12)	0	107	0.19	-		9.8	88.2	1.10	-
	16.6	117	1.67	3.1		20.8	192	0.89	-		19.7	104	2.10	-
	24.9	140	2.15	3.2		41.7	232	1.65	-		29.5	141	4.24	-
	33.2	155	2.17	3.2		62.5	285	1.93	-		39.4	148	4.41	-
	41.4	180	2.84	-		83.4	314	2.10	-	(24)	0	56.7	0.51	-
(5)	0	62	0.39	0.55	(13)	0	110	0.25	0.28		11.3	84.8	1.00	-
	2.3	80.9	0.54	1.0		5	156	0.36	0.6		22.7	125	2.05	-
	5.3	95.3	0.74	1.6		10	166	0.45	0.7		34	144	2.29	-
	8.3	107	0.96	2.0		15	188	0.60	1.3	(25)	0	57.9	0.52	-
	11.3	122	1.15	2.5	(14)	0	113	0.32	0.35		11.6	91.1	1.09	-
	14.3	135	1.37	2.7		7.6	159	0.60	0.9		23.2	112	1.36	-
	20.3	154	1.81	3.5		22	211	1.00	1.6		34.7	143	3.02	-
	23.3	171	2.20	3.7	(15)	0	119	0.38	-	(26)	0	69	0.28	-
	29.3	193	2.34	4.0		6	173	0.64	-		7	105	0.71	-
(6)	0	64.7	0.297	0.55		12	214	0.80	-		14	138^{*}	1.24*	-
	3.2	79.3	0.45	0.9		18	227	1.04	-		21	163^{*}	1.85^{*}	-
	6.4	95.1	0.61	1.3		24	252	1.14	-		28	190^{*}	2.48^{\star}	-
	12.8	114	1.09	2.7		30	265	1.33	-		42	239	3.33	-
	25.6	152	2.42	6.0		36	283	1.41	-		56	282	4.22	-
	38.4	189	4.50	-		48	319	1.77	-		63	308	4.51	-
()	51.2	230	5.00	-		60	330	2.69	-		70	324	4.82	-
(7)	0	65	0.25	0.6	(16)	0	120	0.25	0.27					
	3.5	84.9	0.49	0.8		1	125	0.26	0.4					
	7	99	0.78	1.9		5	165	0.38	0.60					
	14	131	1.24	2.8		10	192	0.47	0.8					
	28	180	2.90	4.7		15	220	0.6	0.9					
	42	229	3.51	5.0	(20	234	0.78	1.1					
(0)	56	276	4.30	5.2	(17)	0	120	0.25	0.28					
(8)	0	71.1	0.20	0.3		5	164	0.39	0.6					
	13.8	132	0.77	2.0		10	185	0.45	0.7					
	27.6	163	1.34	2.0	(15	210	0.57	0.9					
	41.4	194	2.11	3.9	(18)	0	22.8	-	-					
	55.2	221	3.03	4.1		10	70.7	-	-					
	69	236	3.95	6		20	105	-	-					

Tab. A.2 : Valeurs utilisées pour la calibration des expressions pour f_{cc} , ε_{cc1} et $\varepsilon_{cc,50}$



Fig. A.2 : Modélisation de chaque courbe avec les paramètres f_{cc} , ε_{cc1} et $\varepsilon_{cc,50}$ qui permettent la meilleure description des résultats d'essais



Fig. A.3 : Courbes pour lesquelles l'expression analytique proposée par [Pop73] est mieux adaptée pour la partie avant pic que celle proposée par [Sar69] (figure A.2)



Fig. A.4 : Modélisation des résultats expérimentaux avec la loi générale définie dans la Section 5.3.1 pour des bétons ordinaires et à haute résistance ($f_c \leq 75 MPa$)



Fig. A.5 : Modélisation des résultats expérimentaux avec la loi générale définie dans la Section 5.3.1 pour des bétons à très haute résistance $(i - n, 75 < f_c < 120 \text{ MPa})$ et pour un béton fibré $(o, f_c = 40 \text{ MPa})$

Annexe B - Colonnes en BSI : relevé de la fissuration

Cette annexe présente le relevé de la fissuration à la rupture pour les échantillons de la série d'essais décrite à la section 6.3.1. Le relevé des fissures sur les quatre côtés des échantillons permet une meilleure visualisation des modes de rupture. Les informations structurales les plus importantes ont été résumées à la section 6.3.1 et analysées à la section 6.3.2. Des informations plus détaillées peuvent être trouvées dans le rapport d'essais IS-BETON [Jung04a]

Échantillon non armé NA, N = -1500 kN



Fig. B.1 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon non armé NA, N= -2500 kN



Fig. B.2 : Relevé de la fissuration à la rupture



Échantillon non armé NA, N = -3500 kN

Fig. B.3 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon armé 4 ϕ 20, N = -1500 kN



Fig. B.4 : Relevé de la fissuration à la rupture
Échantillon armé 4 ϕ 20, N = -2500 kN



Fig. B.5 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon armé 4 ϕ 20, N = -3500 kN



Fig. B.6 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon précontraint 4T15, N = -1500 kN



Fig. B.7 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon précontraint 4T15, N = -2500 kN



Fig. B.8 : Relevé de la fissuration à la rupture

Échantillon précontraint 4T15, N = -3500 kN



Fig. B.9 : Relevé de la fissuration à la rupture

Annexe C - Tirants en BFUHP avec armatures passives

C.1 Introduction

C.1.1 Motivation des essais

De nombreux travaux de recherche ont été dédiés ces dernières années à l'étude et à l'optimisation du comportement mécanique des bétons fibrés à ultra-hautes performances (BFUHP). Cela a conduit au développement de matériaux cimentaires avec résistance et ductilité supérieures aux autres types de béton. Le BFUHP étudié dans le cadre de cette recherche a une résistance moyenne d'environ 190 MPa en compression et d'environ 10 MPa en traction directe. La réponse mécanique d'un élément soumis à un essai de traction directe est montrée schématiquement dans la figure C.1. Grâce à la présence des fibres, la contrainte de traction demeure presque constante ou augmente légèrement après fissuration de la matrice. Pendant cette phase, de nombreuses fissures se produisent tout le long de l'échantillon et le comportement peut être considéré comme homogène jusqu'à une déformation d'environ 0.25%. Ensuite la résistance diminue progressivement dans la section faible et la déformation se localise dans une seule fissure. Cependant, des contraintes peuvent être encore transmises jusqu'à une ouverture de fissure de quelques millimètres.



Fig. C.1: Comportement d'un BFUHP en traction directe [Jung04]

Le comportement en traction d'un BFUHP est beaucoup plus ductile que celui des bétons ordinaires et à haute résistance, fibrés ou non fibrés. Cependant, pour une bonne partie des éléments de structure, les fibres seules ne peuvent pas remplacer totalement les armatures ordinaires, à cause de leur perte d'efficacité rapide lorsque des ouvertures de fissure importantes se produisent. Des éléments de structures renforcés par des fibres et des barres d'armatures sont donc à prévoir. Cette série d'essais à été effectuée dans le but de mieux comprendre l'interaction entre ces deux types d'armature et ses conséquences sur le comportement des éléments des structures en BFUHP armé.

Les résultats des essais montrent les aspects spécifiques de la fissuration des éléments en BFUHP armés, qui diffèrent de façon significative par rapport au cas connu des tirants en béton armé ordinaire. Grâce aux mesures effectuées, des observations importantes peuvent être tirées sur le comportement en service et à la rupture des tirants armés en BFUHP.

C.1.2 Buts

Les buts de cette sérié d'essais sont :

- observer le comportement en traction directe d'éléments en BFUHP à échelle réelle renforcés par des barres d'armatures;
- comprendre les aspects qui différencient le comportement des tirants en BFUHP armé du comportement des tirants en béton armé ordinaire;
- investiguer l'influence du type d'armature et du taux d'armature sur la réponse structurale;
- comparer différents types de fibres vis-à-vis de la réponse structurale.

C.1.3 Programme des essais

Les essais de traction directe sont réalisés sur des tirants armés avec une section transversale carrée $(160 \times 160 \text{ mm})$ et une longueur totale de 1.68 m. Les tirants ont une longueur de mesure de section constante de 1.10 m. 14 tirants ont été testés. La mise en charge a toujours pris entre une et deux heures, les essais étant effectués à un rythme maximal d'un essai par jour. Pendant les essais, de nombreuses mesures ont été prises en continu pour obtenir les informations suivantes :

- force appliquée;
- allongement moyen du tirant sur la longueur de mesure;
- déformations locales le long du tirant (base de mesure de 100 mm);
- rotations parasitaires ou asymétrie éventuelles et inattendues.

C.2 Echantillons

C.2.1 Séries d'essais

Les paramètres principaux qui ont été étudiés avec cette campagne expérimentale sont :

- le type de béton fibré;
- le type d'armature;
- le taux d'armature;

C.2.1.1 Liste des essais

Deux séries de tirants ont été effectuées dans le cadre de ce projet de recherche (tableau C.1).

Série	Échantillon	Béton	Fibres	Acier	No barres	ϕ	ρ [%]
	T-S41	BFUHP	Micro-fibres acier	Avec plateau ${\bf S}$	4	16	3.2
1	T-S42	BFUHP	Micro-fibres acier	Avec plateau ${\bf S}$	4	16	3.2
	T-S81	BFUHP	Micro-fibres acier	Avec plateau ${\bf S}$	8	16	6.7
1	T-R41	BFUHP	Micro-fibres acier	Sans plateau ${\bf R}$	4	16	3.2
	T-R42	BFUHP	Micro-fibres acier	Sans plateau ${\bf R}$	4	16	3.2
	T-R81	BFUHP	Micro-fibres acier	Sans plateau ${\bf R}$	8	16	6.7
	T-I41	BFUHP	Micro-fibres acier	Inoxydable \mathbf{I}	4	12	1.8
	T-I41pva	BFHP-pva	PVA	Inoxydable \mathbf{I}	4	12	1.8
	T-I81	BFUHP	Micro-fibres acier	Inoxydable \mathbf{I}	8	12	3.5
0	T-P21	BFUHP	Micro-fibres acier	Barres pc \mathbf{P}	2	20	2.5
2	T-P21pva	BFHP-pva	PVA	Barres pc \mathbf{P}	2	20	2.5
	T-P41	BFUHP	Micro-fibres acier	Barres pc \mathbf{P}	4	20	5.2
	T-S41BHRs	BHRs	Acier Dramix	Avec plateau ${f S}$	4	14	2.5
	T-S41BHRp	BHRp	PE-PP	Avec plateau ${\bf S}$	4	14	2.5

Tab. C.1 : Liste des 6 échantillons de la première série d'essais et des 8 échantillons de la deuxièmesérie d'essais

La première série a été effectuée en septembre-octobre 2005 et se compose de six échantillons, tous réalisés en BFUHP avec micro-fibres en acier. Deux nuances d'acier d'utilisation courante et avec la même résistance nominale ont été choisies : un acier déformé à chaud avec un plateau d'écoulement bien défini, dénoté par la lettre \mathbf{S} ; un acier étiré à froid qui ne présente pas de plateau d'écoulement, dénoté par la lettre \mathbf{R} . Deux taux d'armature différents ont été investigués¹ : 3.2% et 6.7%. Pour le taux d'armature inférieur, deux spécimens nominalement identiques ont été essayés pour chaque nuance d'acier, afin de vérifier la reproductibilité des résultats.

La deuxième série a été réalisée en mars-avril 2006 et se compose de huit échantillons. Le but de cette série étant d'élargir les connaissances à différents types de bétons et d'armatures, chaque échantillon est différent des autres. Les types de béton suivants ont été utilisés :

- un béton à ultra-hautes performances avec une composition similaire à celle du BFUHP de la première série, mais renforcé par des fibres en Poly-Vinyl-Alcool, **BFHP-pva**;
- un béton C90/100 avec 0.51% en volume de fibres métalliques Dramix avec crochet, BHRs;
- un béton C90/100 avec 0.53% en volume de fibres en Polyéthylène-Polypropylène ${\bf BHRp}.$

Les types d'acier suivants ont été utilisés² :

- barres ϕ 12 à haute résistance en acier inoxydable, indiquées ici avec la lettre I;
- barres de précontrainte filetées $\phi 20$ en acier à haute résistance, indiquées avec la lettre **P**.

¹Le taux d'armature $\rho = A_s/A_c$ est défini comme le rapport entre l'aire totale des armatures et l'aire nette du béton $(A_c = A_{tot} - A_s)$

²Pour les deux tirants en BHR on a utilisé des barres ϕ 14 du même acier avec plateau d'écoulement déjà utilisé pour la première série d'essais

Chaque échantillon est indiqué avec "T-" suivi par une lettre qui identifie le type d'acier ("S", "R", "I" ou "P"), un chiffre qui définit le nombre de barres d'armature (2, 4 ou 8), un chiffre qui identifie les essais répétés (1 ou 2) et des lettres qui identifient le type de béton (rien pour le BFUHP et "pva" pour le BFHP-pva).

Remarque : dans ce document, seuls les essais de la première série sont présentés. La totalité des résultats est décrite dans le rapport d'essais IS-BETON complet [Red08].

C.2.2 Matériaux : béton

Les échantillons en BFUHP et en BFHP ont été bétonnés au Laboratoire de Structures de l'EPFL par l'auteur du rapport, alors que les échantillons en BHR ont été bétonnés dans le laboratoire de l'Ecole d'Ingénieurs et Architectes de Fribourg.

C.2.2.1 BFUHP

Le BFUHP utilisé dans cette recherche est le BSI produit par Eiffage [Mae04]. La composition est donnée dans le tableau C.2 : il s'agit d'un béton renforcé par environ 2.4% en volume de fibres droites et courtes ($\ell_f = 20 \text{ mm}$ et $\phi_f = 0.30 \text{ mm}$) en acier à haute résistance ($f_y = 1200 \text{ MPa}$). Le matériau est livré en sacs de prémix de 25 kg, contenant tous les ingrédients secs du mélange, alors que fibres et adjuvants chimiques sont livrés séparément et sont ajoutés pendant le malaxage.

Composant	$Quantit\acute{e}$	
Prémix Millau B1M2,5U1D7	2355	kg
Eau de gâchage	195	kg
Super plastifiant VISCOCRETE 5400F	44.6	kg
Fibres métalliques	195	kg
Dosage de fibres en volume	2.4	%

Tab. C.2 : Composition du BSI avec fibres métalliques

Les propriétés géométriques des fibres et des agrégats, ainsi que les plus importantes propriétés mécaniques du BSI [Jung06] sont données dans le tableau C.3. Par rapport à d'autres matériaux du même type, le BSI utilise des graviers de taille plus importante (2-8 mm) et a un module d'élasticité d'environ 60 GPa.

Tab. C.3 : Propriété du BSI avec fibres métalliques

Longueur des fibres	20	mm
Diamètre des fibres	0.3	$\mathbf{m}\mathbf{m}$
Rapport d'élancement des fibres	67	-
Taille maximale des agrégats	8	$\mathbf{m}\mathbf{m}$
Résistance moyenne en compression	190	MPa
Contrainte de fissuration de la matrice	8.9	MPa
Résistance en traction	9.6	GPa
Module d'élasticité	60	GPa

C.2.3 Matériaux : aciers d'armature

Le comportement mécanique des barres d'acier a été mesuré par des essais de traction directe effectués au laboratoire de l'Institut de Structures de l'EPFL. Pour chaque type d'acier, trois barres ont été essayées dans une presse servo-hydraulique d'une capacité de 1000 kN. Les déformations ont été mesurées localement par un capteur d'allongement fixé sur la partie centrale de la barre (base de mesure de 100 mm) et par le capteur de position de la traverse de la machine d'essais. Le capteur de déformation ayant une capacité maximale de 5%, les courbes $\sigma(\varepsilon)$ pour des déformations plus grandes que 5% ont été obtenues indirectement à partir des mesures de déplacement de la machine. La force a été mesurée avec le capteur du vérin de la machine. Les essais ont été effectués avec une vitesse de 4 mm/min sur des barres avec longueur libre entre les mors de la machine comprise entre 450 et 550 mm.

C.2.3.1 Acier ordinaire avec plateau d'écoulement

Des barres en acier trempé-revenu Topar-S 500 C de Stahl Gerlafingen AG, classe B450C selon [SIA03], ont été utilisées. Des barres de diamètre ϕ 16 et ϕ 14 mm ont été utilisées respectivement pour les spécimens en BFHUP et en BHR. Le comportement mécanique à été mesuré sur trois barres de diamètre ϕ 16 ($A_s = 201 \text{ mm}^2$). La figure C.2-a et b montre le comportement mesuré localement



Fig. C.2 : Comportement des barres en acier ordinaire avec plateau d'écoulement : a) allongement mesuré avec le capteur local ($\ell_{mes} = 100 \text{ mm}$); b) déplacement de la traverse de la machine; c) superposition des mesures des deux capteurs; d) courbe de modélisation

(a) et globalement (b) pour trois barres. Les courbes mesurées par le capteur de déformation sont pratiquement identiques. La figure C.2-d présente la courbe nominale admise pour la modélisation. La première partie de cette courbe est la moyenne des courbes de la figure a. Pour des déformations plus grandes que 5%, la déformation est obtenue en divisant le déplacement de la traverse par la longueur libre entre mors. Le point de raccordement entre les deux courbes est montré à la figure C.2-c. La valeur moyenne de la déformation ultime ($\simeq 14.5\%$) est en accord avec les valeurs indiquées par le producteur.

C.2.3.2 Acier ordinaire sans plateau d'écoulement

Des barres en acier à dureté naturelle livré en torches et déroulé *Topar-R 500* de Stahl Gerlafingen AG, classe B500B selon [SIA03], ont été utilisées. Les essais ont été effectués sur des barres de diamètre ϕ 16 mm, identiques aux barres utilisées pour les tirants en BFUHP de la série T-R. La déformation ultime pour ce type d'acier est inférieure à 5%. Les mesures obtenues lors des trois essais étant pratiquement identiques, la courbe mesurée lors d'un essai a été directement retenue pour la modélisation. La valeur de la déformation ultime mesurée sous-estime celle indiquée par le fournisseur, égale à environ 6%.



Fig. C.3 : Comportement des barres en acier ordinaire sans plateau d'écoulement : a) allongement mesurés avec le capteur local ($\ell_{mes} = 100 \text{ mm}$); b) déplacement de la traverse de la machine



Fig. C.4 : Courbe de modélisation

C.2.4 Conception et géométrie des spécimens

Pour le béton armé ordinaire les essais de traction sont généralement effectués par traction directe des barres d'armature, qui sont plus longues que l'échantillon en béton et peuvent être ancrées dans les mors de la machine d'essai (figure C.5-a).



Fig. C.5 : a) Essai de traction directe pour des éléments en béton armé ordinaire; b) non applicabilité dans le cas des éléments en BFUHP armés; c) solution proposée

Pour les éléments en BFUHP armé cela n'est pas possible, car les parties de barres nues aux extrémités constituent les zones les plus faibles du tirant, toutes les autres sections étant plus résistantes grâce à la présence conjointe des armatures et des fibres (figure C.5-b).



Fig. C.6 : Géométrie des spécimens

Le concept de spécimen "dog bone shaped" a donc été choisi pour les tirants en BFUHP (figure C.5c). Les figures C.6 et C.7 montrent les dimensions précises des échantillons et une photo d'une des extrémités de l'échantillon, avec les éléments métalliques qui réalisent l'ancrage. Cette solution permet également de choisir librement la disposition des barres d'armature dans la section transversale. Le volume total d'un échantillon est de 53 litres, ce qui permet de produire chaque tirant en une seule gâchée. Tous les échantillons ont exactement la même géométrie nominale. Des éléments métalliques ont été réalisés sur mesure pour permettre l'ancrage des extrémités des échantillons dans la machine d'essai (figure C.7) : les éléments courbes (D) sont en contact avec les surfaces des échantillons et sont supportés par des griffes en forme de L(B), elles mêmes fixées à des caissons qui permettent la connexion finale aux plateaux de la machine d'essai (A).



Fig. C.7 : Dispositif d'essai

La géométrie des éléments arrondis est exactement la même que celle des échantillons, sauf tolérances de bétonnage de ces derniers. Pour garantir des conditions de contact homogènes tout le long des surfaces arrondies, une épaisseur vide de 3 mm a été prévue entre l'échantillon et les pièces métalliques pour la mise en place d'un mortier à haute résistance. Le dispositif d'essai a été conçu et dimensionné pour permettre la transmission d'efforts de traction importants (≤ 2 MN) et pour garantir un ancrage rigide apte à empêcher des rotations parasitaires des échantillons. La forme des surfaces de contact génère des efforts transversaux importants qui tendent à ouvrir les éléments en L: pour reprendre ces efforts sans faire recours à la rigidité et résistance flexionnelle de ces éléments, un système de tiges (C) transversales précontraintes a été mis en place.

C.2.5 Fabrication des éprouvettes

Les éprouvettes ont été fabriquées au laboratoire de l'Institut de Structures de l'EPFL en utilisant des coffrages spéciaux en bois qui permettent une haute précision de forme. Les éprouvettes ont été bétonnées en position horizontale et sont armées par des barres longitudinales plus deux étriers, placés dans les deux têtes d'ancrages pour tenir les barres principales dans la section transversale.

Tab. C.4 : Procédure de malaxage

$Ingr\'edient$	Temps	Temps total
	$[\min]$	$[\min]$
Prémix	1	1
Eau	3	4
Adjuvants	5	9
Fibres	3	12

Le malaxage a été effectué suivant les indications données par Eiffage (tableau C.4) : la précision de dosage des ingrédients ainsi que la puissance de malaxage sont deux paramètres essentiels pour l'obtention de propriétés rhéologiques et mécaniques désirées.

Chaque échantillons a été bétonné dans une gâchée différente et pour chaque gâchée on a fabriqué également trois cubes $100 \times 100 \times 100$ mm et trois prismes $70 \times 70 \times 280$ mm pour les essais de contrôle qualité. À la fin du malaxage nous avons contrôlé la température du mélange ainsi que l'étalement d'un cône en BFUHP. Juste après le bétonnage, la surface des échantillons a été protégée par des feuilles en plastique pour limiter la dessiccation de surface. Trois jours après le bétonnage les échantillons ont été décoffrés et ils ont été stockés dans un bassin d'eau jusqu'au jour de l'essai.

C.3 Gestion des essais

C.3.1 Bâti de charge

Les essais ont été effectuées dans une presse servo-hydraulique TREBEL d'une capacité de 10 MN en compression et 2.5 MN en traction et une course maximale du vérin de 500 mm. La traverse mobile, liée au vérin, se situe dans le sous-sol, alors que la traverse supérieure est fixe pendant les essais. Le bâti de charge est constitué par la machine d'essai et par les éléments métalliques décrits en C.2.4.

C.3.2 Mise en place des éléments métalliques

Tous les éléments métalliques de raccordement entre la machine d'essai et l'échantillon sont assemblés par jonctions boulonnées et précontraintes avant le début de la série d'essai. Les assemblages boulonnées sont dimensionnés pour reprendre un effort de traction de 2 MN.

C.3.3 Mise en place des échantillons

Les échantillons sont mis en place selon la procédure suivante (figure C.8) :

- l'échantillon est mis en position verticale et soulevé par un élévateur mécanique au moyen d'éléments en bois fixés à mi-hauteur de l'échantillon;
- l'échantillon est introduit horizontalement dans les griffes, et il est appuyé sur les éléments métalliques inférieurs;
- des cales en bois vissées aux éléments en L sont utilisées pour centrer l'échantillon dans la machine d'essai;
- un mortier à granulométrie fine, haute maniabilité et résistance est confectionné et mis en place entre les griffes et l'échantillon, en commençant par l'ancrage supérieur;

- la traverse supérieure de la machine est montée mécaniquement : la pression de contact qui se développe entre les surfaces arrondies des griffes et de l'échantillon permet l'expulsion du mortier en excès et la formation d'une couche de régularisation mince et compacte;
- du mortier est placé entre les griffes et l'échantillon dans l'ancrage inférieur;
- l'échantillon est ensuite monté grâce au déplacement de la traverse supérieure, jusqu'à l'expulsion du mortier en excès et à la formation d'une couche de régularisation compacte dans la tête d'ancrage inférieure;
- l'échantillon est maintenu en position jusqu'au durcissement du mortier (généralement un jour d'attente avant de libérer l'échantillon).



Fig. C.8 : Mise en place d'un échantillon : a) vue latérale de l'introduction dans le système d'ancrage; b) vue frontale de l'échantillon appuyé et avec le mortier placé en haut; c) vue frontale de la phase de soulèvement et placement du mortier en bas; d) position finale gardée pendant le durcissement du mortier

Les phases de mise en place de l'échantillon ont été effectuées en contrôlant le déplacement de la traverse et en imposant une limite de force au vérin. Après la mise en place du mortier, le contrôle du vérin a été changé en contrôle de force, avec imposition d'une force de traction petite et constante ($\simeq 10 \text{ kN}$) pour garantir un bon contact et une pression sur le mortier pendant le durcissement. Les tiges transversales ont été mises en place et précontraintes peu avant le début de l'essai. La mise en place des échantillons est un processus délicat à cause des petites tolérances géométriques acceptables entre les éléments métalliques et l'échantillon.

C.3.4 Instrumentation

De nombreuses mesures ont été prises pendant les essais.

1. Mesures de force

La force appliquée sur l'échantillon a été mesurée par le capteur de force de la presse d'essais.

2. Comportement global

L'allongement moyen sur la zone de mesure à été mesuré avec quatre capteurs inductifs placés longitudinalement sur une base de mesure de 1.00 m. Ces capteurs ont une plage de mesure de 20 mm. Les deux capteurs placés sur la même surface sont distants de 120 mm. L'ensemble des quatre capteurs permet de vérifier l'existence de dissymétries de comportement.

3. Comportement local

Sur les deux côtés non occupées par les LVDT, deux séries de jauges oméga ont été placées dans la direction de l'axe des éléments. Chaque série est constituée de 10 jauges avec une base de mesure de 100 mm. On couvre ainsi de nouveau la même longueur de mesure (1,00 m) couverte par les inductifs, tout en permettant cette fois d'avoir une information plus détaillée sur la variabilité de l'état de déformation et de fissuration le long des échantillons.

4. Mesures de sécurité supplémentaires

Le système de mise en charge est tel que des efforts non négligeables résultent sur les griffes métalliques d'ancrage. Ces efforts sont difficiles à estimer, en intensité du même qu'en direction, car ils dérivent de l'interaction par frottement entre l'échantillon et la surface incurvée des griffes. Les griffes ont donc été équipées avec des tiges transversales précontraintes à haute résistance, dimensionnées de façon prudente par rapport aux efforts estimés. Néanmoins, en considération du risque conséquent lié à la rupture éventuelle d'une de ces tiges, on a choisi d'instrumenter certaines des tiges transversales avec des LVDT pour en contrôler l'état de déformation pendant la mise en charge. On a ainsi disposé un total de 6 LVDT supplémentaires.

Les capteurs inductifs longitudinaux sont dénotés par un I majuscule suivi de deux lettres qui indiquent la position de l'inductif. Par exemple, l'inductif I - ON est collé sur le côté Ouest de l'échantillon et il est déplacé vers Nord. Les inductifs transversaux de contrôle des tiges sont dénotés par un I suivi par la lettre N (Nord) ou S (Sud) et par un nombre croissant du haut vers le bas. Les jauges sont dénotées avec un J suivie par un tiret, par une lettre indiquant le côté où elles sont collées (N, S, Eou O) et par un nombre compris entre 1 et 10, croissant du haut vers le bas et identifiant le niveau de la mesure.

Pour le premier essai, la disposition des capteurs est celle montrée à la figure C.9, page 254. Pour les autres essais, les capteurs ont été placés de façon différente pour faciliter leur mise en place et pour avoir deux capteurs inductifs avec une base de mesure supérieur à un mètre (figure C.10, page 255).









Fig. C.9 : Schéma des capteurs pour les deux premiers échantillons



Fig. C.10 : Schéma des capteurs pour les quatre derniers échantillons de la première série et tous les échantillons de la deuxième série

C.4 Résultats

Les résultats des essais seront proposés selon le schéma suivant :

- Page 1 : un tableau et un texte résumant les propriétés principales de l'éprouvette. Trois diagrammes montrant des courbes force-allongement, où les allongements sont calculés respectivement comme : moyenne des capteurs inductifs longitudinaux actifs (une ligne, figure C.11 à titre d'exemple); déplacements mesurés individuellement par chaque capteur inductif (4 lignes, figure C.12 à gauche); déplacements obtenus comme somme des mesures des séries de jauges (2 lignes, chacune correspondante à une série de 10 jauges sur un côté, figure C.12 à droite)
- Page 2 : diagrammes contrainte-déformation mésurés localement par les jauges. La contrainte est calculée en divisant la force par la surface nominale de l'éprouvette (160×160 mm), la déformation est calculée en divisant l'allongement mesuré par chaque jauge par la base de mesure de 100 mm. Dix diagrammes sont donnés : chaque diagramme contient les deux courbes correspondant aux deux jauges placées au même niveau, mais sur les côtés opposées (figure C.13).
- Page 3 : évolution des déformations locales pour certains pas spécifiques de la mise en charge. Les pas considérés sont indiqués par des symboles dans le diagramme force-allongement du tirant. L'évolution des déformations est montrée pour les deux séries de jauges, sur les deux côtés de l'éprouvette (figure C.14).

Page 4 : photos et relevé de la fissuration à la rupture.

Page 5 : description du déroulement de l'essai et commentaires.

Les résultats des essais de contrôle qualité sont rassemblés dans le tableau C.5 : f_c est la résistance à la compression; $F_{fl,cr}$ est la force mesurée à la fissuration de l'échantillon pendant un essai de flexion trois points (échantillons $70 \times 70 \times 280$ mm, distance entre appuis de 190 mm); $F_{fl,max}$ est la force maximale mesurée pendant l'essai de flexion trois points.

	Gâchée	Béton	Date bétonnage	Étale [m	ment m]	${\rm T}_{[^{circ}]}$	Essais cyl.	f [M	c Pa]	Essais poutres	F_{f} [k]	l,cr N]	$F_{fl,j}$ [k]	max N]
T-S41	G1	BSI	6 juil. 05	64.0 68.0 64.0	65.3	29.5	5 sept. 05	231.5 232.0 223.0	228.8	15.09.2005	25.5 - 23.9	24.7	42.9 40.8 37.5	40.4
T-S42	G2	BSI	6 juil. 05	64.0 67.0 70.0	67.0	28.4	5 sept. 05	246.1 242.5 246.2	244.9	23.09.2005	$28.9 \\ 31.2 \\ 26.4$	28.8	40.9 35.4 39.8	38.7
T-S81	G3	BSI	6 juil. 05	66.0 67.0 71.0	68.0	27.8	5 sept. 05	241.8 241.3 238.9	240.7	28.09.2005	29.0 26.5 30.5	28.7	$ \begin{array}{r} 40.8 \\ 40.5 \\ 37.6 \end{array} $	39.6
T-R41	G4	BSI	12 juil. 05	$\begin{array}{c} 60.0 \\ 66.0 \\ 63.0 \end{array}$	63.0	31.0	13 sept. 05	247.5 253.0 230.0	243.5	15.09.2005	29.2 31.4 30.4	30.3	40.1 47.9 50.0	46.0
T-R42	G5	BSI	12 juil. 05	$66.0 \\ 64.0 \\ 68.0$	66.0	31.1	5 sept. 05	178.3 230.0 228.6	212.3	28.09.2005	27.3 31.5 29.3	29.4	38.3 40.4 45.1	41.3
T-R81	G6	BSI	12 juil. 05	$62.0 \\ 59.0 \\ 58.0$	59.7	30.4	5 sept. 05	232.5 237.0 234.0	234.5	28.09.2005	$28.4 \\ 30.7 \\ 31.8$	30.3	$43.6 \\ 36.9 \\ 53.1$	45.0

Tab. C.5: Résumé des résultats des essais de caractérisation des matériaux

Tab. C.6 : Résumé des résultats principaux pour les tirants

	Acier	Nombre barres	ϕ_s [mm]	f_{sy} [MPa]	f_{su} [MPa]	ε_{su} [-]	Date bétonnage	Date essai	Age [j]	F_{fiss} [kN]	F_{max} [kN]	F_u [kN]	$\begin{array}{c} \Delta \ell_{max} \\ [mm] \end{array}$	$\begin{array}{c} \Delta \ell_u \\ [mm] \end{array}$
T-S41 T-S42 T-S81	AP	$\begin{array}{c} 4\\ 4\\ 8\end{array}$	16	527	626	14.5	6 juil. 2005	12 sept. 05 22 sept. 05 26 sept. 05	68 78 82	360 283 290	709 674 1089	510 473 1005	3.3 3.2 2.8	$15.5 \\ 17.6 \\ 18.9$
T-R41 T-R42 T-R81	NP	$\begin{array}{c} 4\\ 4\\ 8\end{array}$	16	545	606	3.8	12 juil. 2005	16 sept. 05 29 sept. 05 5 oct. 05	66 79 85	$300 \\ 270 \\ 264$	696 697 1100	469 480 968	$3.5 \\ 3.4 \\ 3.7$	$10.5 \\ 9.7 \\ 9.8$

C.4.1 Tirant T-S41

C.4.1.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau de la figure C.11. L'échantillon est nominalement identique à l'échantillon T-S42, mais il a été fabriqué avec un kilogramme de prémix en moins que nécessaire, à cause d'une erreur pendant le dosage. Lors de l'essai, il s'est avéré que cet échantillon était pré-fissuré. L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement du vérin de la machine d'essai. La vitesse de mise en charge initiale était 0.5 mm/min, augmentée à 2 mm/min dans la phase après pic.



Fig. C.11 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.12 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)



C.4.1.2 Déformations locales

Fig. C.13 : Diagrammes contrainte moyenne-déformations locales



C.4.1.3 Évolution des déformations

Fig. C.14 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge; a) définition des points considérés; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté nord de l'échantillon; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté sud de l'échantillon



C.4.1.4 Photos et fissuration

Fig. C.15 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.16 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-S41

C.4.1.5 Déroulement de l'essai

Le comportement de l'éprouvette est linéaire jusqu'à une force d'environ 340 kN. À ce moment les capteurs inductifs avec longueur de mesure $\ell_m = 1$ m et les jauges avec $\ell_m = 100$ mm montrent une diminution de rigidité. La courbe force-déplacement suit une deuxième branche à pente réduite et pratiquement constante. Au niveau des jauges "J4", une fissure devient visible et commence à s'ouvrir tout de suite après la fissuration, alors qu'aucune autre fissure n'est visible sur le reste de l'éprouvette. La fissure au niveau "J4" occupe progressivement toute la section transversale en suivant une ligne irrégulière (figure C.17-a). La pente de la courbe force-déplacement commence à diminuer pour une force d'environ 670 kN et la force maximale est atteinte pour une force d'environ 710 kN. Pendant la phase adoucissante on aperçoit deux autres fissures qui n'occupent pas toute la section et qui étaient probablement déjà présentes avant pic. La force diminue progressivement jusqu'à une valeur de 510 kN où une des barres d'armature se fracture, suivie par les autres. Pendant la phase après pic des fissures longitudinales, alignées avec les barres d'armature, apparaissent à proximité de la fissure critique. L'état de fissuration de l'échantillon a été observé après exposition à l'humidité (figure C.17-b), permettant de mettre en évidence la présence de nombreuses micro-fissures.



Fig. C.17 : Fissuration pour l'échantillon T-S41 : a) géométrie irrégulière de la fissure critique après la rupture (une barre d'armature fracturée est visible dans l'image) et fissuration longitudinale; b) image des micro-fissures non visibles pendant l'essai mais mises en évidence après exposition à l'humidité

C.4.2 Tirant T-S42

C.4.2.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau à la figure C.18. L'échantillon est nominalement égal à l'échantillon TS41, mais adopte la disposition des capteurs modifiée avec les inductifs longitudinaux fixée sur les côtés Nord et Sud (figure C.10). L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement du vérin de la machine d'essai. La vitesse de mise en charge initiale était de 0.25 mm/min, augmentée à 0.5 mm/min peu avant la rupture des armatures. Pendant l'essai, un problème électrique a empêche l'enregistrement des donnés pendant quelques minutes. Les donnés perdues se situent cependant dans le plateau après pic, dans une phase où la valeur presque constante de la force ainsi que la similitude avec l'essai T-S41 permettent une extrapolation vraisemblable de la réponse globale du tirant (figure C.18).



Fig. C.18 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.19 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)

C.4.2.2 Déformations locales



Fig. C.20 : Diagrammes contrainte moyenne-déformations locales



C.4.2.3 Évolution des déformations

Fig. C.21 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge ; a) définition des points considérés ; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté ouest de l'échantillon ; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté est de l'échantillon

C.4.2.4 Photos et fissuration



Fig. C.22 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.23 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-S42

C.4.2.5 Déroulement de l'essai

Le comportement de l'éprouvette est linéaire jusqu'à une force d'environ 283 kN, avec une pente initiale plus importante que l'échantillon T-S41 qui était pré-fissuré. Après la fissuration de la matrice, qui se manifeste par plusieurs petits sauts de la force, la pente se stabilise progressivement à une valeur constante (figure C.24-a). Dans cette phase il n'est initialement pas possible de voir des fissures à l'oeil nu, même si tous les instruments indiquent un changement de rigidité. Avec l'augmentation de la force avant le pic, plusieurs fissures deviennent visibles sur le côté non coffré (côté nord) : ces fissures sont distantes de quelques dizaines de millimètres ($\simeq 100 \text{ mm}$), mais elles ne traversent généralement pas la totalité de la section (figure C.24-b). Après le pic, toutes les jauges indiquent une décharge sauf les jauges au droit de la fissure critique (niveaux "J3" et "J4",). Après le pic, des fissures longitudinales sont visibles le long des armatures, de part et d'autre de la zone de rupture (figure C.24-c). Ces fissures causent un endommagement important du matériau avec, dans la phase proche à la rupture des barres d'armature, une expulsion des coins en béton progressive et contrôlée par les fibres (figure C.23).



Fig. C.24 : Fissuration de l'échantillon T-S42 : a) Agrandissement des courbes mesurées par les capteurs inductifs au moment de la fissuration de la matrice, qui montre des petits sauts dans la valeur de la force et la diminution progressive vers une courbe asymptotique linéaire; b) formation de fissures espacées d'environ 100 mm et plus visibles sur le côté non coffré (Nord); c) fissuration longitudinale le long des barres au début de la partie après pic

C.4.3 Tirant T-S81

C.4.3.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau à la figure C.25. L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement du vérin de la machine d'essai. La vitesse de mise en charge initiale était de 0.25 mm/min, augmentée à 0.75 mm/min dans la phase après pic.

La rupture s'est produite par formation d'une fissure à la limite de la zone d'ancrage. La fissure (figure C.29) se trouve dans la zone de concentration des contraintes de traction transversales, due à la déviation de l'effort de traction, mais encore dans la partie à section transversale constante. Le fait que la rupture s'est produite dans cette section ne semble pas avoir influencé le comportement général de l'échantillon. Néanmoins, le comportement n'a pas pu être mesuré de façon efficace car aucun capteur ne s'étendait jusqu'à cette zone. Dans les diagrammes des pages suivantes on propose donc la courbe mesurée par le capteur de la machine pour décrire le comportement global (figure C.25 à droite) alors que toutes les autres courbes (LVDT et jauges) décrivent uniquement la partie ascendante de la courbe, suivie par une décharge après pic (figures C.26, C.27, C.28).



Fig. C.25 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.26 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)



C.4.3.2 Déformations locales

Fig. C.27 : Diagrammes contrainte moyenne-déformations locales



C.4.3.3 Évolution des déformations

Fig. C.28 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge ; a) définition des points considérés ; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté ouest de l'échantillon ; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté est de l'échantillon



C.4.3.4 Photos et fissuration

Fig. C.29 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.30 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-S81

C.4.3.5 Déroulement de l'essai

Le comportement est linéaire jusqu'à une force d'environ 290 kN. Aucune fissure n'est visible lors de la fissuration ni dans la première partie de la phase fissurée. Parmi les premières fissures visibles, une se situe au niveau de l'ancrage inférieur et elle se propage à partir du coin Nord-Ouest, occupant progressivement toute la section transversale. De nombreuses autres fissures, rarement traversant toute la section, sont visibles tout le long de l'éprouvette.

Tous les échantillons essayés précédemment avaient été disposés avec la surface non coffrée en direction Nord : pour ces échantillons, le nombre des fissures visibles était systématiquement plus grand sur cette surface que sur les autres. L'échantillon T-S81 a été donc disposé avec la surface non coffrée en direction Sud. Des fissures ont été observées sur la surface Nord et sur la surface Sud, même elles étaient légèrement plus nombreuses sur la surface Sud, non coffrée. La différence de fissuration entre deux côtés est probablement à mettre en relation avec les irrégularités de la surface non coffrée, qui augmentent les endroits possibles pour des amorces de fissure, et non à une influence du dispositif d'essai sur le comportement structurel.

La courbe en phase fissurée a une pente pratiquement constante jusqu'à une force très proche à la force maximale de 1089 kN. Après le pic, les inductifs mesurent un comportement bizarre dû à la propagation de la fissure de localisation près de leurs points de fixation. Les jauges mesurent par contre une descente presque linéaire avec une pente égale ou légèrement inférieure à la pente de la partie ascendante avant pic. Après le pic, des fissures longitudinales s'ouvrent progressivement le long des armatures dans la zone de rupture (figure C.32). La surface de rupture finale est fortement irrégulière.



Fig. C.31 : a) Formation et b) propagation de la fissure à la limite de la zone d'ancrage, qui mène à la rupture



Fig. C.32 : Fissuration et endommagement de l'échantillon dans la zone de rupture après l'essai, suite à exposition de l'échantillon à l'ambiance humide externe

C.4.4 Tirant T-R41

C.4.4.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau à la figure C.33. Cet échantillon est nominalement identique à l'échantillon T-R42, sauf pour la disposition des capteurs, qui a été changée entre les deux essais. L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement au vérin de la machine d'essai, avec une initiale de 0.5 mm/min.

Tirant	T-R41	800
Béton	BSI-Céracem	600
Bétonnage	G4, 12-07-2005	
Date essai	16-09-2005	$\frac{Z}{2}_{400}$
Age essai	66 j	بر الم
Acier	Étiré à froid	200
ϕ_s	$16 \mathrm{mm}$	h
nr. barres	4	
$ ho_s$	3.2~%	$\begin{array}{cccc} 0 & 5 & 6 & 9 & 12\\ \Delta \ell & [\text{mm}] & (\ell_{mes} = 1 \text{ m})\end{array}$

Fig. C.33 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.34 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)

C.4.4.2 Déformations locales



Fig. C.35 : Diagrammes contrainte moyenne-déformations locales



C.4.4.3 Évolution des déformations

Fig. C.36 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge ; a) définition des points considérés ; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté ouest de l'échantillon ; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté est de l'échantillon
C.4.4.4 Photos et fissuration



Fig. C.37 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.38 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-R41

C.4.4.5 Déroulement de l'essai

L'échantillon suit au début un comportement linéaire (voir figure C.33). Pour une force de traction d'environ 300 kN les instruments de mesures mettent en évidence un changement de pente dans la courbe force-allongement. À ce moment aucune fissure n'est visible à l'oeil nu. C'est seulement pour une force plus importante que trois ou quatre fissures deviennent visibles : elles sont concentrées à mi-hauteur de l'élément et espacées de 100 à 150 mm (figure C.39-b). Parmi ces fissures, la première que l'on remarque est celle au niveau des jauges "J5", qui continuera à s'ouvrir progressivement et qui mènera à la rupture de l'élément. Différentes phases d'ouverture de cette fissure sont montrées dans les images C.39.

La force maximale de 696 kN est atteinte pour un allongement d'environ 3.5 mm sur une longueur d'un mètre. La force diminue successivement avec une pente plus raide au début puis presque constante jusqu'à un allongement d'environ 10.5 mm, où une des barres d'armature se fracture. La force résiduelle à ce moment vaut environ 470 kN. La rupture des autres barres suit et peut être observée par les sauts dans le diagramme force-déplacement (figure C.33) : une barre se casse la première, suivie par deux barres qui se fracturent au même temps et par la rupture finale de la dernière barre. L'ordre de rupture des barres n'a pas pu être suivi, mais il semble avoir été aléatoire. L'intervalle de temps entre la rupture des barres est plus court que dans le cas de l'essai avec des armatures à dureté naturelle.

Au cours de l'essai les jauges "N4" et "N5" ont dû être débranchées car elles avaient atteint une trop grande déformation, alors que la jauge "J-S6" s'est détachée à cause d'une fissure au droit d'un des taquets de fixation.



Fig. C.39 : Développement de la fissure principale pour l'échantillon T-R41 : a) formation de la fissure dans la partie durcissante de la courbe $F-\Delta \ell$; b) fissure avant le pic; c) et d) fissure au moment de la rupture des barres d'acier, côté sud et côté est.

C.4.5 Tirant T-R42

C.4.5.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau à la figure C.40. L'échantillon est nominalement identique à l'échantillon T-S41. L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement du vérin de la machine. Sept cycles de charge-décharge ont été effectués durant la mise en charge : deux en phase élastique linéaire ($F \simeq 200$ kN), trois pendant la phase fissurée avant pic ($F \simeq 350, 500$ et 600 kN) et deux autres après le pic ($F \simeq 600$ et 500 kN). Les points de décharge ont été choisis sur la base des résultats de l'essai T-S41. Lors de la première décharge un raccourcissement trop important a été imposé à cause d'une erreur de manipulation de la machine, et l'échantillon a été soumis à un effort de compression d'environ 190 kN pour quelques instants. Lors de la recharge successive le comportement s'est adapté à la courbe précédente, sans apparemment aucune conséquence de l'erreur.



Fig. C.40 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.41 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)



C.4.5.2 Déformations locales

Fig. C.42 : Diagrammes contrainte moyenne - déformation mesurée par les jauges sur base de mesure de 100 mm



C.4.5.3 Évolution des déformations

Fig. C.43 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge ; a) définition des points considérés ; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté ouest de l'échantillon ; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté est de l'échantillon

C.4.5.4 Photos et fissuration



Fig. C.44 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.45 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-R42

C.4.5.5 Déroulement de l'essai

Pendant les deux premiers cycles ($F \simeq 200 \text{ kN}$) la pente de décharge demeure constante et égale à la pente initiale. La phase linéaire se termine pour un effort d'environ 270 kN. Jusqu'à 350-400 kN il n'est pas possible d'apercevoir des fissures, mais pour des forces plus importantes de nombreuses fissures s'ouvrent tout le long de l'élément. Les fissures sont plus nombreuses sur la surface non coffrée (surface Nord), mais celles côté Sud ont des ouvertures plus importantes. Des fissures aux niveaux des deux ancrages s'ouvrent initialement, mais deux fissures dans le corps de l'éprouvette (niveaux "J3" et "J6") dominent finalement le comportement du tirant. La rigidité commence à diminuer sensiblement et progressivement à partir d'une force de 635 kN. Le pic est atteint pour une force de 697 kN et un allongement de 3.38 mm ($\ell_{mes} = 1$ m). Après le pic, les fissures aux niveaux "J6" et "J3" continuent à s'ouvrir en même temps jusqu'à une force d'environ 620 kN. L'échantillon est ensuite soumis à une décharge et, lors de la recharge, seule la fissure au niveau "J6" recommence à s'ouvrir et mène à la ruine (rupture des barres d'armature, $F \simeq 480$ kN). La pente de la décharge diminue progressivement dans la partie avant pic, alors qu'elle demeure pratiquement constante pour les deux décharges effectuées après le pic. Des fissures longitudinales le long des barres n'ont pas été remarquées pendant cet essai.



Fig. C.46 : a) Forme irrégulière de la fissure "J6" à la rupture ; b) fissure au niveau "J3"; c) fissure au niveau "J6"

C.4.6 Tirant T-R81

C.4.6.1 Paramètres et comportement global

Les paramètres principaux de l'essai sont donnés dans le tableau de la figure C.47. L'essai a été contrôlé en imposant le déplacement du vérin de la machine d'essai. La vitesse de mise en charge initiale était de 0.25 mm/min, augmentée à 0.5 mm/min peu avant la rupture des armatures.



Fig. C.47 : Paramètres principaux et courbe force-allongement moyen mesurée par les quatre capteurs inductifs



Fig. C.48 : Courbes force-allongement : a) allongements mesurés par les 4 capteurs inductifs; b) allongements calculés par la somme des allongements mesurés par les deux séries de dix jauges (Nord et Sud)

C.4.6.2 Déformations locales



Fig. C.49 : Diagrammes contrainte moyenne-déformations locales



C.4.6.3 Évolution des déformations

Fig. C.50 : Évolution des déformations locales pour différents pas de charge ; a) définition des points considérés ; b) déformations mesurées par les jauges sur le côté ouest de l'échantillon ; c) déformations mesurées par les jauges sur le côté est de l'échantillon

C.4.6.4 Photos et fissuration



Fig. C.51 : Images des quatre côtés de l'éprouvette à la rupture



Fig. C.52 : Relevé des fissures à la rupture pour l'échantillon T-R81

C.4.6.5 Déroulement de l'essai

Le comportement de l'éprouvette est linéaire jusqu'à une force d'environ 264 kN. Lors de la fissuration, la pente se stabilise rapidement sur une pente constante. La première fissure visible s'ouvre au niveau "J7", initialement sur le côté Nord. Cette fissure se propagera ensuite sur les autres côtés et donnera lieu à la rupture finale. D'autres fissures s'ouvrent pendant la phase écrouissante : à différence des autres essais, dans le cas de ce tirant il est possible voir plusieurs fissures qui occupent toute la section avec une ouverture significative dans la partie centrale de l'éprouvette (figure C.53). Au pic, la courbe est beaucoup plus arrondie que dans le cas des autres tirants : la pente commence à diminuer progressivement pour une force d'environ 1000 kN (allongement d'environ 2.7 mm), le pic est atteint pour une force de 1100 kN maintenue pour un allongement compris entre 3.7 et 4.8 mm. Ensuite, la courbe commence à descendre, lentement d'abord (F = 1090 kN pour $\Delta \ell = 6.57$ mm) puis plus rapidement jusqu'à la rupture de la première barre d'armature, pour $\Delta \ell = 9.81$ mm et $F \simeq 968$ kN.



Fig. C.53 : a) Formation de plusieurs fissures visibles qui occupent toute la section transversale, à une distance de quelques dizaines de millimètres dans la zone centrale de l'éprouvette;
b) fissures de différents types observées quelques mois après l'essai

Curriculum vitae

Dario Redaelli, ingénieur dipl. Politecnico di Milano, Italie

Date de naissance :	21 décembre 1978
Originaire de :	Carate Brianza, Milan, Italie
État civile :	célibataire

Formation et diplômes

2004-2008	École doctorale "Structures", EPFL, Suisse
2003	Diplôme d'ingénieur civil, Politecnico di Milano, Italie
	Note finale : $100/100$ cum laude
1997 - 2003	Études en génie civil, Politecnico di Milano, Italie
1996	Maturité, Lycée scientifique "F. Enriques" de Lissone, Italie. Note finale : 60/60

Expérience professionnelle

2004- Assistant d'enseignement à l'EPFL, Laboratoire de construction en béton (IS-BETON). Cours suivis : Structures I et II, Structures en béton I et II, Structures en Béton : chapitres choisis, Ponts en béton

Réalisation d'essais de laboratoire et recherche théorique sur le comportement d'éléments de structures en Béton Fibré à Ultra Hautes Performances

Publications

2009	Spasojević A., Redaelli D., Muttoni A., Thin UHPFRC slabs without ordinary reinfor-
	cement as light-weight structural elements, in Concrete : 21 th Superhero, 22-24 June,
	London, United Kingdom, 2009. Accepted for publication.
2008	Spasojević A., Redaelli D., Fernández Ruiz M., Muttoni A., Influence of tensile proper-
	ties of UHPFRC on size effect in bending, Ultra High Performance Concrete (UHPC),
	Second International Symposium on Ultra High Performance Concrete, pp. 303-310, Kas-
	sel, Germany, March 5-7, 2008.
2007	Redaelli D., Muttoni A., Tensile behaviour of reinforced ultra-high performance fiber rein-
	forced concrete elements, fib Symposium, Dubrovnik 2007, pp. 267-274, Dubrovnik, Croa-
	tia, May, 2007.
2006	Redaelli D., Testing of reinforced high performance fibre concrete members in tension,
	Proceedings of the 6th Int. Ph.D. Symposium in Civil Engineering, Zurich 2006, 8 p.,
	Zurich, Switzerland, August, 2006.

Autres présentations

2007 Redaelli D., Structural behaviour of ultra-high performance fibre reinforced ties, YES Symposium, Fribourg, Suisse, 2007

Associations

2006-2008 Membre du "Task Group 8.6 - *Ultra-high performance fibre reinforced concrete*" de la Fédération Internationale du Béton (FIB)

Prix et bourses

2004 Bourse de l'École Doctorale pour une année d'études dans le programme doctoral "Structures", EPFL

Langues

Italien : langue maternelle	Anglais : courant, lu et écrit
Français : courant, lu et écrit	Allemand : connaissances de base