

Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé

THÈSE N° 3380 (2005)

PRÉSENTÉE À LA FACULTÉ ENVIRONNEMENT NATUREL, ARCHITECTURAL ET CONSTRUIT

Institut de structures

SECTION DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

STEFANO GUANDALINI

ingénieur civil diplômé EPF

de nationalité suisse et originaire de Bellinzona (TI)

acceptée sur proposition du jury :

Prof. A. Muttoni, directeur de thèse

Dr J.-P. Lebet, rapporteur

Prof. P. Marti, rapporteur

Dr P. Menétrey, rapporteur

Lausanne, EPFL
2005

*« Le scientifique construit un modèle de réalité
aussi proche que possible
de ce que celle-ci a accepté de dévoiler d'elle.
Il sait bien que ce modèle n'est pas la réalité ;
il ne cherche pas à croire qu'il l'a enfin atteinte ;
il lui suffit de s'en approcher. »*

Albert Jacquard, 2003

A Pascal Schertenleib

Cette recherche a été soutenue par CEMSUISSE.



Table des matières

Préface	v
Remerciements	vii
Résumé, Summary, Zusammenfassung, Riassunto	ix
Notations	xiii
1. Introduction	1
1.1 Généralités	1
1.2 Buts	2
1.3 Délimitation	3
1.4 Approche	3
2 Etat des connaissances	5
2.1 Introduction	5
2.2 Repère historique	5
Constructeurs et constructions	5
Chercheurs	7
2.3 Modèle de Kinnunen et Nylander	9
2.4 Essais de poutres	11
Introduction	11
Fonctionnement	11
Critère de rupture	14
2.5 Essais de dalles	15
Dalles d'essai	15
Fonctionnement	15
2.6 Critère de rupture proposé	18
3 Essais en laboratoire	25
3.1 Introduction	25
3.2 Paramètres des dalles d'essai	25
3.3 Résultats d'essai	26
Fissures	26
Déplacements et rotations	27
Déformations des faces	29
Changement d'épaisseur	31
Le cône de poinçonnement	33
3.4 Comparaison avec le critère de rupture	34
4 Modèle physique pour la relation charge - déformation	35
4.1 Introduction	35
4.2 Bases	35
Théorie élastique des dalles	35
Béton	40
Acier	41
Relation moment - courbure	43
Conditions de compatibilité	46
Conditions d'équilibre	46

	Avec précontrainte.....	47
	Flexion composée.....	49
4.3	Relation charge - déformation d'un élément de dalle.....	50
	Géométrie.....	50
	Equations d'équilibre.....	51
	Orthogonalité des barres d'armature.....	52
	Description de l'algorithme.....	54
	Entrée des données et calculs préliminaires.....	56
	Premier pas du calcul.....	56
	Pas du calcul successifs.....	57
	Conditions de bord.....	57
	Exemples de résultats du calcul.....	57
	Dalles d'essai carrées.....	61
5	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	63
5.1	Choix de la section pour la détermination de l'angle ψ	63
5.2	Dalles d'essai.....	68
	Série d'essais Guandalini - Muttoni.....	69
	Essais effectués par d'autres auteurs.....	78
	Elstner et Hognestad.....	78
	Kinnunen et Nylander.....	80
	Moe.....	81
	Hallgren.....	82
	Pralong - Marti - Brändli.....	83
	Diagrammes de comparaison.....	83
6	Comparaison avec d'autres modèles.....	85
6.1	Modèles contenus dans les normes.....	85
	Adaptation du modèle aux valeurs statistiques.....	85
	Norme suisse SIA 262 (2003).....	87
	Norme européenne Eurocode 2 (2004).....	88
	Norme américaine ACI 318-05 (2005).....	88
	Résultats.....	89
	Comparaison du rayon plastique r_y selon la norme SIA 262.....	91
6.2	Autres modèles.....	93
	Modèle de Kinnunen et Nylander.....	93
	Modèle de Hallgren.....	94
	Résultats.....	95
7	Applications et limites du modèle.....	97
7.1	Introduction.....	97
7.2	Planchers-dalles.....	97
	Critère de rupture.....	98
	Adaptation du modèle.....	99
	Redistribution des moments.....	100
	Condition au bord.....	100
	Axisymétrie.....	105
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	106
	Variation des paramètres.....	107
7.3	Dalles précontraintes.....	110
	Critère de rupture.....	111

	Démarche du calcul avec précontrainte	112
	Cas avec câbles disposées orthogonalement.....	113
	Cas avec câbles concentrés le long des axes principaux.....	113
	Cas avec câbles concentrés le long d'un seul axe.....	114
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	115
	Pralong - Brändli - Thürlimann.....	115
	Silva - Regan - Melo	115
	Nylander - Kinnunen - Ingvarsson - Birke - Tolf	116
	Variation des paramètres.....	117
	Comparaison avec les normes.....	120
7.4	Radiers	121
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	123
7.5	Poinçonnement excentré	124
7.6	Poinçonnement en cas d'incendie	126
	Adaptation du modèle	127
	Critère de rupture	133
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	134
	Variation du temps d'exposition au feu	137
	Incendie d'un plancher-dalle.....	137
7.7	Armature disposée en anneaux	139
	Critère de rupture	139
7.8	Armature concentré sur appui	142
	Critère de rupture	142
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	143
7.9	Bétons avec granulats légers	143
	Critère de rupture	143
	Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux.....	144
7.10	Éléments de dalles encastrées	145
	Critère de rupture	145
7.11	Armature collée en FRP	146
	Critère de rupture	146
	Modélisation	146
7.12	Armature en FRP	147
	Critère de rupture	147
	Modélisation	147
8	Conclusions	149
8.1	Synthèse	149
8.2	Recherche future	150

Références bibliographiques	151
--	-----

Annexes

A	Le modèle de Kinnunen et Nylander	159
B	Critère de rupture, comparaison avec essais	163
C	Données principales des essais considérés.....	177
D	Rapport d'essai	179

Curriculum Vitae

Préface

La résistance au poinçonnement des dalles en béton armé est un thème très actuel. Des accidents récents ont montré la dangerosité du phénomène, caractérisé par une rupture fragile difficile à prévoir et qui conduit à une propagation rapide de la rupture avec effondrement complet de la dalle si des mesures constructives adéquates ne sont pas prises.

Bien que le phénomène du poinçonnement des dalles en béton armé ait été étudié intensivement depuis les années '60, le problème ne peut pas encore être considéré comme résolu. En effet les modèles à disposition sont encore largement basés sur une approche empirique et des phénomènes importants, comme par exemple l'effet de taille, l'effet du confinement dans les planchers-dalles ou l'effet d'une variation thermique en cas d'incendie ne sont pas encore complètement expliqués et leur modélisation reste très rudimentaire.

Dans ce cadre, la contribution de M. Guandalini est importante. Il a d'abord analysé systématiquement les essais connus dans la littérature scientifique et en a comparé les résultats avec un critère de rupture que j'avais proposé en 1991 et amélioré en 2001. Les essais disponibles sont généralement de faibles dimensions, avec une armature à la flexion importante et avec des granulats de taille normale. Le travail expérimental de M. Guandalini est important puisqu'il a validé ce critère de rupture en investiguant des cas encore peu traités, bien que de relevance pratique non négligeable. C'est ainsi que le problème de l'effet de taille a été étudié par des essais d'épaisseur variable, jusqu'à 50 cm. Ce dernier cas constitue l'un des plus grands essais de poinçonnement jamais réalisés au monde.

M. Guandalini a ensuite développé un modèle pour déterminer la relation charge-déformation de la dalle avec pour but de calculer la charge de rupture sur la base du critère de rupture. Il l'a validé grâce aux essais à sa disposition et l'a comparé aux modèles classiques et aux relations empiriques des normes récentes. Pour terminer il a étudié le comportement des planchers dalles réels et l'a comparé avec celui des éléments simples généralement considérés dans les travaux des autres chercheurs. Cette étude lui a permis d'évaluer les effets bénéfiques du confinement dans les planchers-dalles ou d'une précontrainte éventuelle, ainsi que l'effet négatif d'autocontraintes provoquées par des variations de température en cas d'incendie. Il s'agit d'effets importants, bien connus depuis longtemps, mais dont l'analyse était jusqu'à présent presque uniquement empirique ; ils peuvent dorénavant être étudiés systématiquement avec le modèle proposé.

Malgré les progrès évoqués, des thèmes importants restent à étudier. La recherche dans ce domaine va se poursuivre dans notre laboratoire avec pour but de modéliser le comportement de dalles avec armature d'effort tranchant et de mieux comprendre le comportement post-poinçonnement. Il s'agira aussi de proposer des solutions constructives pour assurer un comportement plus ductile, indépendant des auto-contraintes et pour éviter l'effondrement progressif des dalles après le poinçonnement d'une colonne, ceci dans le but de sauver des vies humaines.

Lausanne, novembre 2005

Prof. Dr Aurelio Muttoni

Remerciements

Cette recherche a été réalisée au Laboratoire de construction en béton (IS-BETON) de la faculté ENAC, section de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, sous la direction du Professeur A. Muttoni, membre du jury. Je tiens à lui exprimer mes plus sincères remerciements pour ses conseils, sa grande disponibilité et son enthousiasme pour la recherche.

Je tiens à remercier les autres membres du jury, à savoir le Professeur M. Hirt, président du jury, le Professeur P. Marti de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zürich, le Dr P. Menétrey, ingénieur conseil, IngPhi SA de Lausanne et le Dr J.-P. Lebet du Laboratoire de Construction Métallique (ICOM) de l'EPFL.

Mes remerciements vont également à tout le personnel de l'IS-BETON qui a contribué à une excellente atmosphère de travail, en particulier le Dr O. Burdet pour ses conseils et la correction de la thèse, Monsieur Gérard Oreiller pour m'avoir appris les secrets du laboratoire, Monsieur Jean-Luc Zanella pour son aide au laboratoire et à l'ordinateur, Madame Judith Luible-Massonne pour l'aide au laboratoire et pour le rapport d'essai, le Dr Miguel Fernandez Ruiz pour ses conseils, sa grande disponibilité et son intérêt, Monsieur Dario Redaelli pour les interminables et fructueuses discussions et Madame Yvonne Bühl pour sa disponibilité.

Pour la réalisation des essais en laboratoire je remercie Messieurs S. Demierre, R. Gysler, F. Perrin, G. Pidoux et H. Reist. Je tiens aussi à remercier Monsieur Thomas Maillart qui m'a aidé en laboratoire dans le cadre d'un travail de semestre.

Au niveau financier, ce travail a été rendu possible en grande partie grâce au soutien de CEMSUISSE. L'un des essais en laboratoire a été réalisé en partie avec l'aide financière de HOLCIM, dont je tiens à remercier le Dr J.-P. Jaccoud pour son intérêt.

Enfin, je remercie énormément mes parents pour leur soutien inconditionnel et de tout cœur mon amie Camilla qui m'a toujours soutenu et encouragé dans mes entreprises tant professionnelles que privées.

Résumé

Le poinçonnement des dalles en béton armé ou précontraint est un mode de rupture qui contrôle très souvent le dimensionnement et la vérification de structures de type plancher-dalle ou pont-dalle. Un modèle physique capable de déterminer la résistance au poinçonnement dans des conditions particulières non prévues par les normes et avec une meilleure précision pour les cas usuels est indispensable pour l'évaluation de la capacité portante de structures existantes.

Les résultats d'essais en laboratoire menés sur une série de 10 dalles en béton armé sans armature de poinçonnement et les résultats d'essais faits par d'autres chercheurs ont permis de valider et vérifier les limites d'application d'un critère de rupture proposé par le directeur de thèse pour les dalles sans armature de poinçonnement. Ce critère définit la résistance au poinçonnement en fonction principalement de la rotation radiale de la dalle autour de la colonne.

Bien que la rupture par poinçonnement se produise finalement par effort tranchant dans la zone fortement comprimée autour de la colonne, la déformée et la rotation de la dalle avant rupture dépendent essentiellement des caractéristiques flexionnelles de la dalle. Un modèle de calcul du comportement en flexion des dalles en béton armé a été développé. Le modèle tient compte entre autres de la non linéarité des matériaux et peut décrire l'effet dû à la précontrainte.

La combinaison du critère de rupture et du modèle de calcul du comportement des dalles conduit à un modèle physique qui permet de déterminer la résistance au poinçonnement pour le cas d'une dalle symétrique, avec répartition d'armature à la flexion quelconque, précontrainte ou non. La comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux montre de bonnes correspondances et confirme l'applicabilité du modèle physique pour la détermination de la résistance au poinçonnement avec une meilleure précision que les normes actuelles.

Le modèle physique est en outre capable de déterminer la résistance au poinçonnement dans des conditions particulières non prévues par les normes. Dans le cas par exemple d'une colonne intérieure d'un plancher-dalle, il est possible de calculer l'augmentation de résistance au poinçonnement en tenant compte de l'effet favorable du confinement du reste de la dalle. Le modèle est aussi applicable au calcul de la résistance au poinçonnement des radiers de fondation et peut déterminer la réaction du sol de fondation sur le radier. Finalement il est aussi possible de considérer l'influence de la température sur la résistance au poinçonnement et déterminer la perte de résistance causée par un incendie.

Le modèle proposé est très flexible et facilement adaptable aux cas particuliers qui se posent dans la pratique de l'ingénieur. Il s'agit d'un instrument très utile lors de l'évaluation de la capacité portante de structures existantes, de projets de renforcement, ou de construction innovantes.

Dans le cadre de cette thèse, seulement des cas axi - symétriques ont été étudiés. Pour l'analyse de colonnes de bord ou d'angle ainsi que d'autres cas non symétriques, le modèle devrait être adapté.

Summary

Punching of reinforced concrete and prestressed slabs is usually a critical failure mode for the design and verification of structures such as flat slabs or bridge slabs. Although codes of practice propose several rules for common cases (usually with an empirical basis), they do not provide a general tool for studying the punching strength because they are not based on a physical model. Furthermore, a better accuracy in the determination of the punching strength is needed when investigating the ultimate load of existing structures.

Recently, test results from a series of 10 concrete slabs without punching reinforcement (performed within this thesis) as well as different tests performed by other researchers allowed to check and validate the application limits of a failure criterion proposed by Professor Muttoni for slabs without punching reinforcement. This failure criterion defines the punching strength mainly as a function of the radial rotation of the slab in the vicinity of the column.

Even if a punching failure is predominantly a shear failure, the vertical displacements and the plate rotations before failure are governed mainly by the flexural characteristics of the slab. A computational model for the flexural behavior of concrete slabs has been developed, considering the different material non linearities and allowing also to include the effect of prestressing.

Finally, both the failure criterion and the computational model are merged into a physical model which is able to determine the punching strength of symmetrical slabs, with any flexural reinforcement layout (prestressed or not). The comparison between theoretical and experimental results shows good agreement, better than provided by current codes of practice.

With this physical model, it is also possible to determine the punching strength for particular cases, not covered by building codes. For instance, in the case of an inner column at a flat slab, it is possible to compute the enhanced punching strength due to the restraint effect exerted by the rest of the slab. The model can also be used to determine the failure load of a foundation plate, considering the interaction between the soil pressure and the slab displacement. Furthermore, it is possible to include temperature effects on the punching strength evaluating the loss of resistance due to fire exposure of the slab.

The proposed model is very flexible and can easily be adapted to the different cases which an engineer is confronted to. It revealed itself as a very helpful tool for determining the failure load of an existing structure as well as for designing the reinforcement layout for new projects.

Within this thesis, only axisymmetrical cases have been studied. To analyse border or edge columns as well as other non symmetrical cases, the model should be adapted.

Zusammenfassung

Das Durchstanzen von Stahl- oder Spannbetondecken ist eine Versagensart, die für den Entwurf und die Bemessung von Tragwerke wie Flachdecken oder Plattenbrücken im Allgemein oft maßgebend ist. Ein physisches Modell, das ermöglicht die Durchstanzlast unter speziellen, von den Normen nicht berücksichtigten Bedingungen, und mit einer besseren Präzision unter normalen Bedingungen zu bestimmen, ist unerlässlich um den Widerstand bestehender Tragwerke abzuschätzen.

Eine Serie von zehn im Versuchslabor an Stahlbetonplatten ohne Schubbewehrung durchgeführten Durchstanzversuchen und die Versuche von anderen Forschern haben ermöglicht, ein vom Prof. Muttoni vorgeschlagenes Bruchkriterium bezüglich Platten ohne Schubbewehrung zu bestätigen und dessen Anwendungsgrenzen nachzuweisen. Das Bruchkriterium definiert den Durchstanzwiderstand in erster Linie in Funktion von der radialen Plattenrotation bei der Stütze.

Obwohl das Durchstanzversagen aufgrund einer zu hohen Schubbeanspruchung in der stark druckbeanspruchten Zone rund um die Stütze erfolgt, hängen die Plattendurchbiegung und die Rotation vor dem Versagen vorwiegend von den Plattenbiegeverhalten ab. Zur Beschreibung dieses Biegeverhalten wurde ein nicht-lineares Rechenmodell für Stahl- und Spannbetonplatten entwickelt.

Die Kombination des Bruchkriteriums und des Rechenmodells für Biegeverhalten führt zu einem physischen Modell das ermöglicht die Durchstanzlast für den symmetrischen Fall, mit beliebig angeordneter Biegebewehrung sowie mit oder ohne Vorspannung zu bestimmen. Der Vergleich zwischen theoretischen und experimentellen Ergebnissen ist gut und zeigt, dass das physische Modell für die Ermittlung des Durchstanzwiderstandes von Stahl- und Spannbetondecken angewendet werden kann. Es erlaubt für die klassischen Fälle im Vergleich zur gegenwärtigen Normen eine genauere Bestimmung der Durchstanzlast.

Außerdem kann das entwickelte physische Modell auch für außergewöhnliche, in den Normen nicht berücksichtigten Fälle eingesetzt werden. Es ist zum Beispiel möglich, die Steigerung des Durchstanzwiderstandes im Fall einer Innenstütze einer Flachdecke infolge behinderter Querausdehnung durch die übrigen Deckenabschnitte abzuschätzen. Ebenso ermöglicht das Modell die Durchstanzlast einer Fundamentplatte zu bestimmen, indem die Interaktion zwischen Sohldruckspannung und Plattenverschiebung berücksichtigt wird. Es ist aber auch möglich, den Temperatureinfluss auf den Durchstanzwiderstand zu berücksichtigen und somit den Widerstandsverlust infolge Brandeinwirkung zu bestimmen.

Das vorgeschlagene Modell ist somit sehr flexibel und kann den verschiedensten Fällen der Ingenieurpraxis angepasst werden. Es handelt sich um ein sehr nützliches Hilfsmittel bei der Abschätzung des Widerstandes bestehender Bauten oder neuer Verstärkungsprojekte.

Lediglich rotationssymmetrische Fälle sind in dieser Dissertationsarbeit betrachtet worden. Um Rand- und Eckstützen sowie andere nichtsymmetrische Fälle zu analysieren, sollte das Modell angepasst werden.

Riassunto

Il punzonamento di una piastra in calcestruzzo armato o precompresso è il modo di rottura determinante per il dimensionamento e la verifica di strutture quali solai piani o ponti a piastra. Un modello fisico capace di determinare la resistenza al punzonamento nel caso di condizioni particolari non previste nelle norme e con una maggiore precisione per i casi più ricorrenti è indispensabile per poter valutare la capacità portante di strutture esistenti.

Prove di carico in laboratorio sono state eseguite su una serie di 10 piastre in calcestruzzo armato senza armatura al taglio. I risultati di tali prove, insieme a quelli ottenuti da altri ricercatori, hanno permesso di convalidare e verificare i limiti di impiego di un criterio di rottura per piastre senza armatura al taglio proposto dal relatore. Tale criterio definisce la resistenza al punzonamento in funzione principalmente della rotazione radiale della piastra nei pressi della colonna.

Benchè la rottura finale per punzonamento avvenga a causa dello sforzo di taglio nella zona fortemente compressa attorno alla colonna, il comportamento deformativo antecedente alla rottura dipende essenzialmente dalle caratteristiche flessionali della piastra. Un modello di calcolo del comportamento alla flessione delle piastre in calcestruzzo armato è stato sviluppato. Il modello tiene conto anche della non linearità dei materiali e sa descrivere l'effetto dovuto ad una precompressione.

La combinazione del criterio di rottura e del modello di calcolo del comportamento delle piastre conduce ad un modello fisico che permette di determinare la resistenza al punzonamento nel caso di piastre simmetriche, con qualunque ripartizione dell'armatura flessionale, con o senza precompressione. Il confronto tra risultati teorici e sperimentali mostra una buona corrispondenza e conferma l'applicabilità del modello nella determinazione della resistenza al punzonamento con una precisione migliore rispetto alle norme.

Il modello fisico inoltre è in grado di determinare la resistenza al punzonamento anche in casi particolari non previsti dalle norme. Nel caso per esempio di una colonna interna di un solaio piano è possibile calcolare l'aumento di resistenza al punzonamento dovuto all'effetto favorevole di confinamento esercitato dal resto della piastra. Il modello è anche applicabile al calcolo della resistenza al punzonamento di platee di fondazione ed è in grado di determinare la reazione del suolo sulla platea. È inoltre possibile considerare l'influsso della temperatura sulla resistenza al punzonamento e determinare la perdita di resistenza causata da un incendio.

Il modello proposto è molto flessibile e facilmente adattabile ai casi particolari che si pongono nella pratica dell'ingegnere. Si tratta di uno strumento molto utile nel caso di valutazione della capacità portante di strutture esistenti, per il progetto di rinforzi strutturali, o per costruzioni innovative.

Nell'ambito di questa tesi sono stati studiati solamente i casi assialsimmetrici. Il modello dovrebbe quindi essere adattato per l'analisi di colonne di bordo o d'angolo così come per altri casi non simmetrici.

Notations

Lettres latines majuscules :

<i>A</i>	surface
<i>B</i>	largeur élément de dalle
<i>D</i>	rigidité en flexion de la dalle ; taille du granulat
<i>E</i>	module d'élasticité
<i>F</i>	force
<i>G</i>	énergie de rupture
<i>I</i>	moment d'inertie flexionnelle
<i>L</i>	portée
<i>M</i>	moment de flexion
<i>N</i>	effort normal
<i>P</i>	force de précontrainte
<i>Q</i>	charge variable linéaire ou concentrée
<i>T</i>	température
<i>V</i>	effort tranchant ; force dans la colonne ; volume ; coefficient de variation
<i>W</i>	travail

Lettres latines minuscules :

<i>a</i>	surface d'acier par unité de longueur
<i>b</i>	largeur colonne ; distance
<i>c</i>	enrobage
<i>d</i>	hauteur statique
<i>e</i>	excentricité
<i>f</i>	résistance d'un matériau
<i>g</i>	poids propre reparti
<i>h</i>	hauteur, épaisseur
<i>k</i>	facteur ; module de réaction du sol
<i>ℓ</i>	longueur
<i>m</i>	moment fléchissant par unité de longueur
<i>n</i>	nombre ; rapport entre E_s et E_c ; effort axial par unité de longueur
<i>p</i>	pression hydrostatique
<i>q</i>	charge variable répartie ; réaction du sol

r	rayon
s	espacement entre les barres d'armature
t	temps
u	périmètre ; déplacement horizontal ; déviation du câble de précontrainte
v	effort tranchant par unité de longueur
w	déplacement vertical ; flèche ; tassement du sol
x	hauteur de la zone de béton comprimée ; coordonnée ; variable
y	coordonnée ; distance
z	coordonnée verticale

Lettres grecques :

α	facteur ; angle ; coefficient de dilatation
β	facteur qui tient compte de la disposition orthogonale de l'armature ; angle
γ	coefficient de résistance
ε	déformation
ζ	distance verticale depuis la fibre supérieure
η	module de Poisson ; facteur
θ	valeur en fonction de la température
κ	courbure
λ	rapport entre les portées d'un plancher-dalle
μ	moyenne
ρ	taux d'armature
σ	contrainte ; écart type
τ	contrainte de cisaillement
φ	angle
ψ	penne ; angle ; rotation
ω	valeur en fonction de la température
Δ	différence

Indices :

R	radial ; rupture
T	tangentiel ; température
a	de la colonne
b	de la dalle

<i>c</i>	béton
<i>d</i>	valeur de calcul
<i>e</i>	élastique ; externe
<i>h</i>	écrouissage
<i>k</i>	caractéristique
<i>i</i>	nombre entier ; interne
<i>m</i>	moyen
<i>o</i>	non fissuré
<i>p</i>	précontrainte
<i>r</i>	de fissuration
<i>s</i>	acier ; écoulement
<i>t</i>	traction
<i>u</i>	ultime
<i>x</i>	direction
<i>y</i>	écoulement, direction
<i>calc</i>	calcul
<i>cen</i>	centré
<i>eq</i>	équivalent
<i>eff</i>	effectif
<i>exc</i>	excentré
<i>flex</i>	flexion
<i>id</i>	idéalisé
<i>inf</i>	inférieur
<i>max</i>	maximal
<i>pl</i>	plastique
<i>red</i>	réduit
<i>sup</i>	supérieur
<i>tot</i>	total
<i>ts</i>	tension stiffening
<i>0</i>	valeur initiale
<i>1,2,3</i>	valeur particulière de quantité

Autres symboles :

∅ diamètre

1. Introduction

1.1 Généralités

La rupture par poinçonnement est caractérisée par une force concentrée agissant perpendiculairement sur une dalle - réaction d'une colonne ou charge concentrée - qui crée une rupture locale par pénétration à travers la dalle. La figure 1.1 montre le cône tronqué de poinçonnement séparé de la dalle par la fissure de poinçonnement, généralement inclinée par rapport au plan de la dalle d'un angle compris entre 25 et 40°.

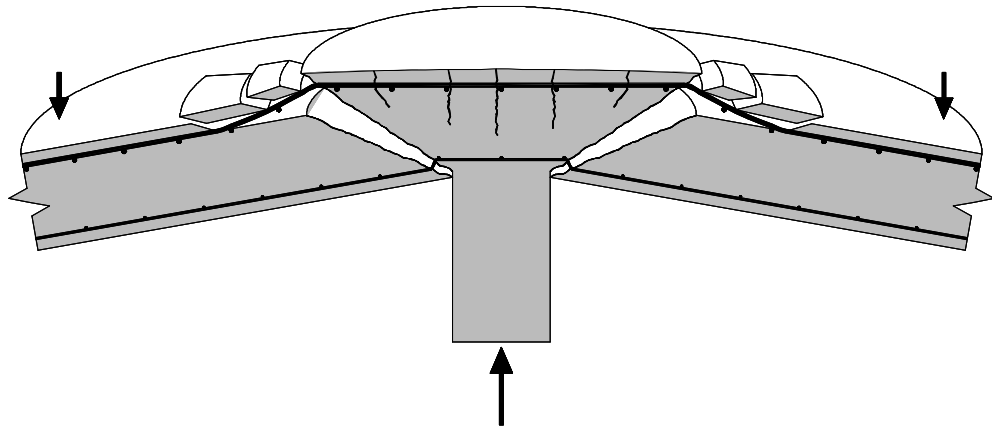


Figure 1.1: Rupture par poinçonnement d'une dalle en béton armé

Ce mécanisme de rupture peut se rencontrer essentiellement dans les planchers-dalles et dans les semelles et radiers de fondation ou lorsqu'une grande charge est transmise à une dalle par des appuis concentrés. Le plancher-dalle est composé d'une dalle en béton armé ou en béton précontraint d'épaisseur constante qui est appuyée sur des colonnes, avec ou sans chapiteaux, disposés en général suivant une trame régulière (fig. 1.2). Le poinçonnement des dalles sans armature d'effort tranchant est un mode de rupture fragile, particulièrement indésirable, auquel il convient de prêter une grande attention lors de la conception et de l'exécution.

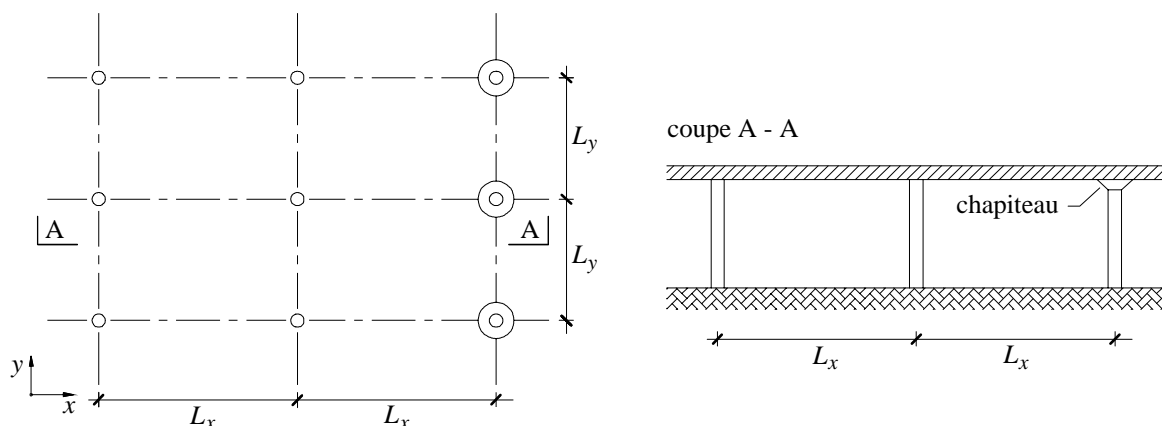


Figure 1.2: Le plancher-dalle

Le phénomène du poinçonnement des planchers-dalles en béton armé est l'un des problèmes les plus étudiés des structures en béton mais, malgré cela, il reste encore partiellement incompris [CEB85, fib01, Silfwerbrand00].

Une approche pragmatique de dimensionnement, basée sur la vérification d'un effort de cisaillement nominal (mesuré sur un périmètre dit critique) comparé avec une résistance obtenue par des méthodes empiriques, s'est imposée dans presque toutes les normes par sa simplicité. Les essais montrent que d'autres paramètres tels que le taux d'armature, la force de précontrainte et l'effet d'échelle ont néanmoins une influence sur la résistance nominale.

Même si l'approche empirique utilisée dans les normes est suffisante pour les tâches de dimensionnement usuelles dans la pratique de l'ingénieur, une meilleure compréhension du phénomène est indispensable pour concevoir des solutions constructives plus performantes et aptes à répondre aux exigences de la construction moderne. En outre, un modèle physique capable de déterminer la charge de poinçonnement dans des conditions particulières non prévues par les normes et avec une précision meilleure pour les cas usuels est indispensable lors de l'évaluation de la capacité portante de structures existantes.

Mots clés :

Poinçonnement, Plancher-dalle, Béton armé, Béton précontraint, Modèle physique, Essais, Etat limite ultime, Critère de rupture.

1.2 Buts

Le but de cette recherche est de contribuer à la compréhension du poinçonnement des dalles en béton armé et précontraint sans armature d'effort tranchant et d'apporter une solution théorique à ce problème.

Introduction

La recherche vise à établir un modèle physique général capable de prévoir la charge de poinçonnement pour le cas d'une dalle symétrique, avec répartition d'armature quelconque, précontrainte ou non.

Les buts de ce travail de recherche sont :

- Mieux comprendre le phénomène (comportement avant et lors de la rupture);
- Elaborer un modèle physique complet, capable de décrire le comportement et de prévoir la charge de rupture en fonction des paramètres les plus importants;

1.3 Délimitation

La recherche se limite à étudier le cas symétrique d'une colonne interne sans excentricité et sans armature de poinçonnement.

1.4 Approche

La présente thèse a comme but principal la détermination de la charge de rupture par poinçonnement V_R . Le calcul de cette résistance se base sur un critère de rupture par poinçonnement des dalles en béton armé conçu par Muttoni [Muttoni03]. Déjà en 1991 Muttoni et Schwartz [Muttoni91] ont constaté en étudiant les essais de Elstner et Hognestad [Elstner56] que la résistance au poinçonnement V_R est inversement proportionnelle à la rotation de la dalle ψ autour de la colonne (fig.1.3).

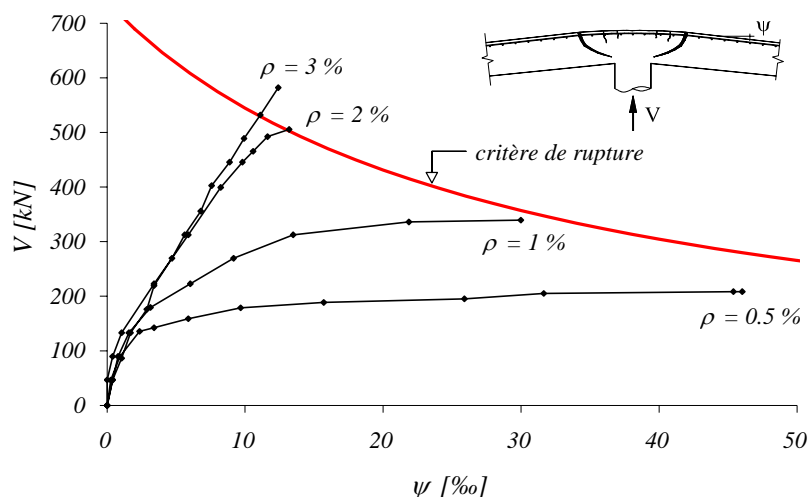


Figure 1.3: Diagramme Force V - Rotation ψ des essais de Elstner et Hognestad [Elstner56] et critère de rupture [Muttoni03]

Comme le montre aussi la fig. 1.4, plus la rotation ψ de la dalle est grande, plus petite est sa résistance au poinçonnement. En d'autres termes, plus la dalle est rigide à la flexion, plus elle va résister au poinçonnement. Il s'agit donc au même temps d'une limite de ductilité à la flexion exprimée en fonction de l'effort tranchant.

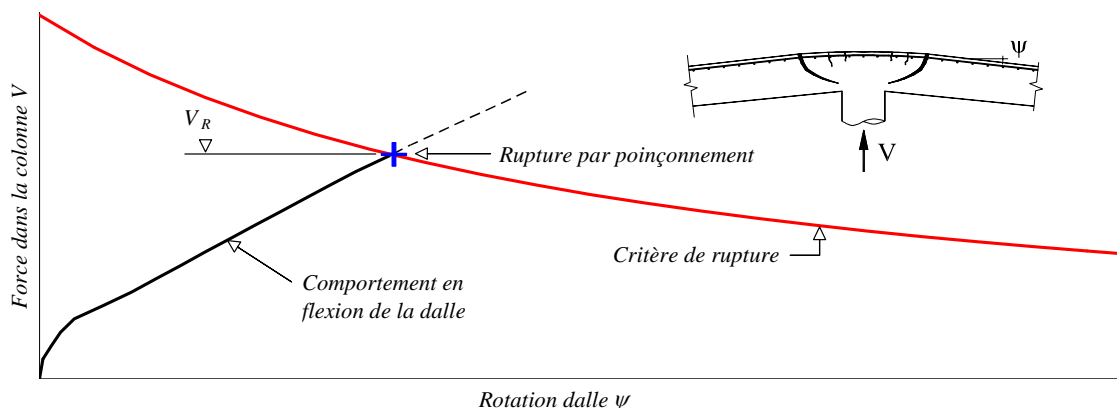


Figure 1.4: Diagramme Force V - Rotation ψ . Courbes du critère de rupture et du comportement en flexion de la dalle. Point d'intersection des courbes avec rupture par poinçonnement.

Pour déterminer la résistance au poinçonnement d'une dalle à l'aide de ce critère de rupture, il est nécessaire d'établir la courbe du comportement Force V - Rotation ψ de la dalle. La figure 1.4 montre aussi cette courbe $V - \psi$ du comportement en flexion d'une dalle. Les caractéristiques de rigidité de la dalle définissent cette relation $V - \psi$. La résistance V_R est définie comme l'ordonnée du point d'intersection entre le critère de rupture et le comportement en flexion de la dalle.

Le critère de rupture est décrit dans le chapitre 2 (Etat des connaissances) à la section 2.6. Des essais en laboratoire ont permis de valider et de mieux définir les limites d'application du critère de rupture. La série d'essais et les principaux résultats obtenus sont montrés dans le chapitre 3 (Essais en laboratoire) tandis que le rapport d'essai complet est en annexe (annexe D). Le chapitre 4 (Modèle physique pour la relation charge-déformation) est essentiellement dédié au calcul du comportement en flexion de la dalle. Les résultats des calculs avec le critère de rupture et le modèle physique sont comparés avec les résultats expérimentaux dans le chapitre 5 (Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux). Une comparaison avec d'autres modèles est faite au chapitre 6. Des applications intéressantes du modèle physique et des cas particuliers de poinçonnement sont traités au chapitre 7 (Applications et limites du modèle).

2 État des connaissances

2.1 Introduction

Le but du présent chapitre sera d'établir, à partir des enseignements de la recherche théorique et expérimentale, les bases nécessaires au développement d'un nouveau modèle physique pour le calcul de la résistance au poinçonnement.

Après un bref repère historique (section 2.2), le modèle physique de Kinnunen et Nylander qui a joué un rôle important dans la présente recherche est détaillé (section 2.3 et annexe A). Au travers de l'étude du fonctionnement des essais de poutres (section 2.4) et des essais de dalles (section 2.5), le critère de rupture adopté pour le nouveau modèle est présenté (section 2.6).

2.2 Repère historique

Le but de cette section est de décrire brièvement les contributions importantes au développement des connaissances dans le domaine du poinçonnement de plusieurs constructeurs et chercheurs.

Constructeurs et constructions

1894, F. Hennebique, France : premières constructions de dalles en béton armé soutenues par des colonnes et des poutres, système Hennebique (brevet en 1892). Le système porteur était dérivé des anciennes constructions en bois et en acier (fig. 2.1).

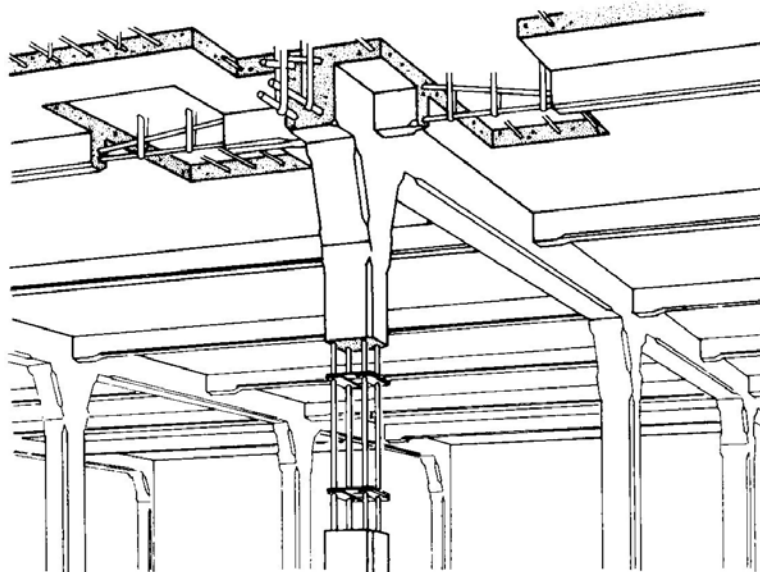


Figure 2.1: *Système Hennebique pour la construction de dalles en béton armé, 1892, ing. F. Hennebique*

1906, C.A.P. Turner, Etats-Unis : premiers planchers-dalles avec chapiteau (bâtiment à cinq étages). A noter la disposition des barres d'armature dans quatre directions se croisant sur les colonnes (fig. 2.2).

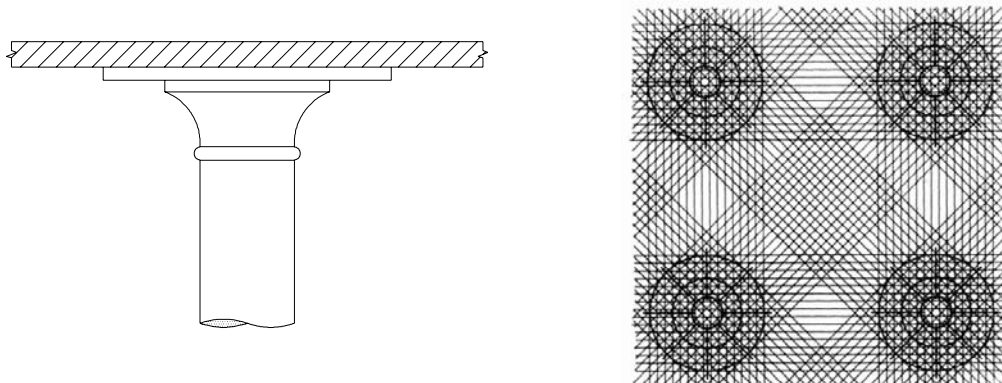


Figure 2.2: *Plancher-dalle avec chapiteau ; barres d'armature disposées dans quatre directions, 1905, ing. C.A.P. Turner*

1908, R. Maillart, Suisse : constructions d'essai de « la première dalle sans sommiers du système à deux directions » (brevet en 1909). Le comportement à la rupture ne pouvait pas être compris avec les bases théoriques de l'époque, c'est pourquoi il a fait construire une dalle d'essai dans la cour de son entreprise (fig. 2.3).

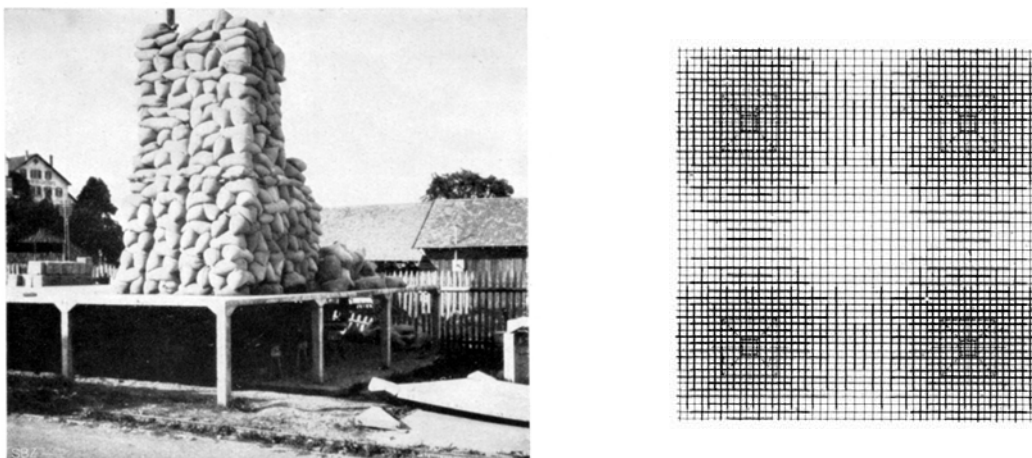


Figure 2.3: *Essai de plancher-champignon, 1908, ing. R. Maillart ; armatures disposées dans deux directions [Maillart26]*

Robert Maillart, à la fois constructeur, concepteur et chercheur, fut l'un des premiers à se rendre compte de l'énorme potentiel des dalles en béton armé. Il a été le premier à comprendre qu'une dalle armée orthogonalement peut reprendre des moments de flexion dans toutes les directions. Il breveta un système de planchers appuyés sur des colonnes, sans faire appel au renforcement par des poutres. Pour résoudre le problème provoqué par la sollicitation très intense de la dalle sur les colonnes, Maillart augmenta l'épaisseur de la dalle dans la zone critique, obtenant une dalle appelée dalle-champignon. Dans les zones le plus sollicitées à l'effort tranchant, des armatures relevées permettent aussi de reprendre une partie de l'effort.



Figure 2.4: Dalle-champignon à la Giesshübelstrasse à Zürich, 1910, ing. Robert Maillart [Maillart26]

Fin des années 30, Etats-Unis : premiers planchers-dalles, pour éviter des coffrages compliqués et des renforcements locaux fastidieux par des champignons. Pour éviter le danger du poinçonnement, des profilées métalliques étaient disposées sur les colonnes à l'intérieur des dalles, une méthode qui est encore actuelle pour renforcer les têtes de colonnes particulièrement sollicitées.

Années 60, Europe : développement des armatures d'effort tranchant pour les dalles. Le système s'est beaucoup diffusé en Suisse à partir des années 80.

Chercheurs

Plusieurs publications regroupant l'état de l'art sur le sujet du poinçonnement existent [Pralong82, Nölting84, CEB95, Georgopoulos86, fib01, Holmgren00]. Ce paragraphe donne une description sommaire des recherches plus importantes sur le sujet.

1913, H.N. Talbot, Illinois, Etats-Unis : essais sur des semelles de fondation, premières ruptures par poinçonnement. Calcul des contraintes de cisaillement sur la hauteur statique le long d'une section située à une distance d de la surface chargée [Talbot13].

1938, C. Bach et O. Graf, Allemagne : essais avec des dalles en béton armé chargées par des forces concentrées. Calcul des contraintes de cisaillement réparties uniformément ; section déterminante délimitée par le pourtour de la surface chargée [Bach15].

1946, C. Forsell et A. Holmberg, Suède : essais sur une centaine de dalles. Equation permettant de calculer les contraintes ultimes de cisaillement ; répartition sur l'épaisseur parabolique à une distance des bords égale à la demi-épaisseur de la dalle.

Le phénomène du poinçonnement a été relativement peu étudié jusqu'en **1955**. À partir de la deuxième moitié des années cinquante dans nombreux pays commencent une recherche ciblée sur le problème « poinçonnement des plancher-dalles ».

1956, R.C. Elstner et E. Hognestad, Etats-Unis : influence directe de la résistance à la flexion sur celle à l'effort tranchant ; formule qui en tenait compte et qui permettait d'estimer les contraintes de cisaillement au moment du poinçonnement ; section

déterminante pour le calcul définie par le pourtour de la surface chargée [Hognestad53, Elstner56].

1960, S. Kinnunen et H. Nylander, Suède : modèle physique permettant de simuler le comportement réel de la structure. Le critère de rupture était formulé en fonction de la déformation du béton à proximité de la colonne [Kinnunen60] (section 2.3 et annexe A).

1961, J. Moe, Etats-Unis : étude des dalles avec ouvertures au voisinage de la colonne ; concentration en bandes de l'armature de flexion située sur l'appui. Résistance au poinçonnement approximativement proportionnelle à la racine carrée de la résistance en compression du béton, dépendante du rapport entre le côté de la colonne et la hauteur statique de la dalle [Moe61].

1971, P.E. Regan, Grande-Bretagne : méthode pour le calcul de la charge de rupture par poinçonnement ; la résistance découle de la zone de compression du béton, de l'effet de goujon de l'armature de flexion et d'éventuelle armature de poinçonnement [Regan71].

1976, P. Marti et B. Thürlimann, Suisse ; M.W. Braestrup, M.P. Nielsen, U. Hess, B.C. Jensen et F. Bach, Danemark : béton rigide et parfaitement plastique obéissant au critère de rupture de Coulomb. Méthode cinématique de la théorie des charges limites obtenant une borne supérieure de la charge de rupture [Marti77, Marti81, Hess78, Nielsen00].

A partir des années 80, beaucoup de chercheurs ont utilisée des méthodes numériques, en particulier des analyses par éléments finis, pour décrire le comportement des structures en béton armé. La difficulté principale consiste à modéliser un matériau inhomogène, anisotropique, caractérisé par une très faible résistance à la fissuration comme le béton armé. Difficulté à prendre en compte des fissures discrètes.

1984, D. Nölting, Allemagne : méthode de calcul utilisant l'approche avec une bielle comprimée inclinée. Toutes les ruptures avec fissures inclinées au voisinage de forces concentrées ou d'appuis, sont considérées comme des ruptures par poinçonnement. Le critère de rupture est représenté par une déformation limite en direction de la bielle comprimée autour de la zone chargée [Nölting84].

1986, T. Georgopoulos, Allemagne : calcul pour déterminer la résistance au poinçonnement et l'angle du cône de poinçonnement. La résistance est donnée par la résistance à la traction du béton dans la zone de la fissure de poinçonnement et par la force de compression dans la voile conique d'appuis au voisinage de la colonne [Georgopoulos86].

1987, Bazant and Cao, Etats-Unis : introduction de la mécanique de la rupture avec la dissipation d'énergie à l'extrémité de la fissure. Résistance au poinçonnement calculée sur la base de la mécanique de la rupture au lieu de l'analyse plastique. Le concept de effet de taille est introduit [Bazant87].

1994, P. Menétrey, Suisse : expression analytique pour déterminer la résistance au poinçonnement basée sur les résultats de simulations numériques. La rupture par poinçonnement correspond à la rupture du tirant en béton du champ de contraintes au voisinage de la colonne. Résistance au poinçonnement calculée par intégration des composantes verticales autour du cône de poinçonnement [Menétrey94].

1996, M. Hallgren, Suède : reprend le modèle de Kinnunen et Nylander et introduit un critère de rupture basée sur la mécanique de la rupture [Hallgren96] (section 6.2).

2.3 Modèle de Kinnunen et Nylander

Le modèle physique développé dans les années 60 à l'université KTH, Royal Institute of Technology à Stockholm, par Sven Kinnunen et Henrik Nylander (K&N) [Kinnunen60,63] reste un des modèles physiques les plus utiles pour comprendre le comportement des dalles dans la zone de poinçonnement. Ce modèle a servi comme base pour le développement du modèle proposé au chapitre 4, c'est pourquoi il est présenté en détail dans cette section et dans l'annexe A. Les différences principales entre les deux modèles sont montrées par deux diagrammes (fig. 2.5). En utilisant le modèle K&N, il est assez simple de représenter le comportement en flexion de la dalle dans un diagramme Force V - Rotation ψ du début du chargement jusqu'à la ruine. Le comportement non-linéaire du béton et de l'armature est considéré d'une façon très simple. De même le critère de rupture (exprimé comme déformation tangentielle limite du béton à la rupture) est nettement plus simple que celui proposé par Muttoni [Muttoni03]. Malgré sa simplicité, ce modèle fournit une assez bonne corrélation avec les résultats d'essai. Son application dans la pratique est néanmoins compliquée.

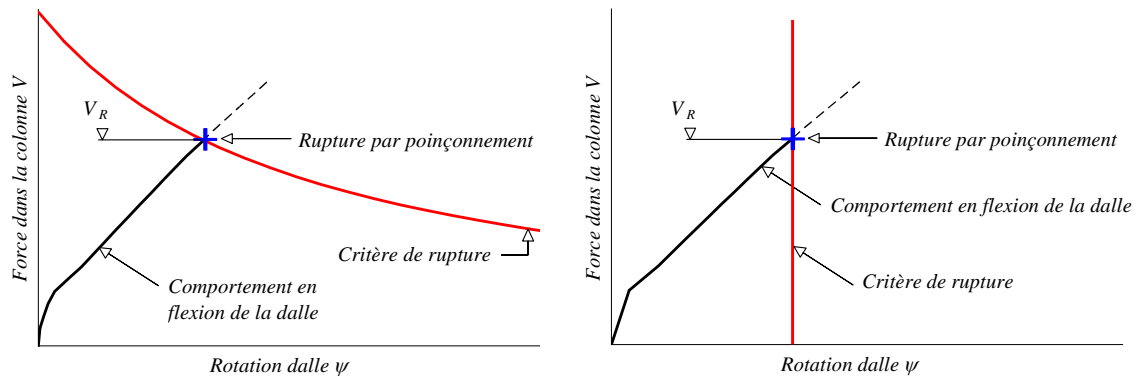


Figure 2.5: Diagrammes Force V - Rotation ψ selon modèle proposé (gauche) et selon le modèle de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] (droite)

Les figures 2.6 et 2.7 montrent le système structural idéalisé.

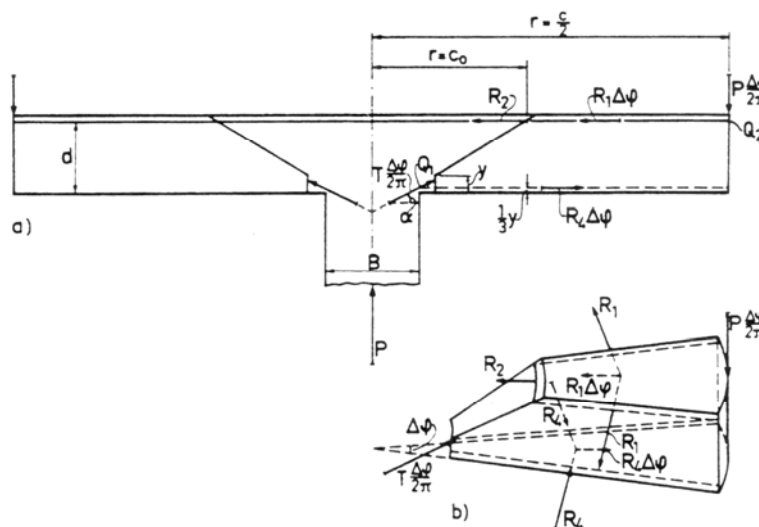


Figure 2.6: Le modèle physique de K&N a) coupe à travers la dalle axisymétrique b) segment de dalle avec forces agissantes [Kinnunen60]

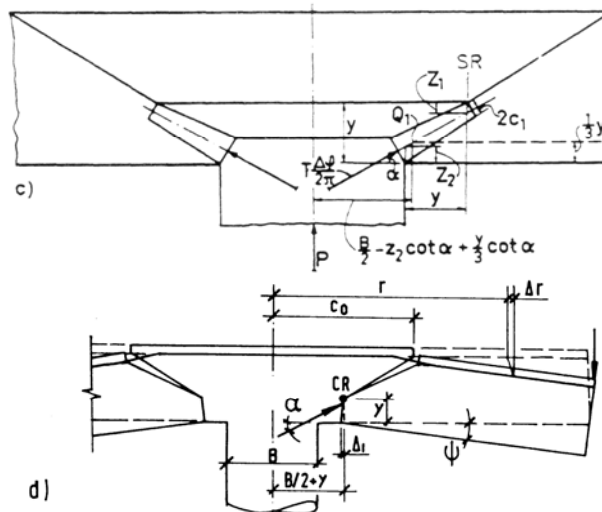


Figure 2.7: Le modèle physique de K&N c) voile conique d'appui d) angle ψ et centre de rotation CR du segment de dalle

Pendant leur série d'essais K&N ont observé que la partie de dalle à l'extérieur du futur cône de poinçonnement tournait pratiquement comme un corps rigide. Le modèle axisymétrique (fig. 2.6a) considère donc une rotation rigide d'une partie de la dalle délimitée par la fissure de poinçonnement et deux fissures radiales (fig. 2.6b). Le segment de dalle est appuyé par le biais d'un voile conique comprimé entre la colonne et la racine de la fissure inclinée de poinçonnement (fig. 2.7c). Au fur et à mesure que la charge augmente, le segment rigide tourne autour de son point de rotation CR et est en équilibre avec les forces agissantes grâce aux efforts internes radiaux et tangentiels agissant sur les bords. Ces efforts dépendent de l'angle de rotation ψ (fig. 2.7d) et des propriétés mécaniques du béton et de l'acier. La force ultime dans la colonne est déterminée grâce aux équations d'équilibre et au critère de rupture.

K&N affirmaient qu'un état tridimensionnel de contraintes de compression est présent à l'intérieur du voile conique et que par conséquent la résistance locale est accrue. La déformation tangentielle sur la face comprimée de la dalle à une distance de $B/2 + y$ du centre de la colonne (fig. 2.7d) a été choisie comme critique pour la détermination de la résistance du voile. La rupture se produit quand cette déformation tangentielle atteint une valeur critique, calibrée avec la série d'essai. Il s'agit donc d'un critère de rupture avec une formulation empirique.

Le modèle de K&N est basé sur une dalle circulaire avec de l'armature disposée radialement et tangentiellement (en forme d'anneaux) et chargée par une charge linéaire circulaire agissant sur son pourtour. Pour les applications pratiques, le diamètre équivalent d'une dalle non circulaire a été admis comme le diamètre du cercle le plus grand pouvant être inscrit dans la surface de la dalle. Le diamètre équivalent du périmètre de la charge linéaire par contre est celui avec le même périmètre de la zone chargée.

Les hypothèses, l'algorithme et les équations utilisées pour le calcul de la résistance au poinçonnement selon le modèle de K&N sont présentées à l'annexe A.

Dans un plancher-dalle les rotations du segment de dalle sont partiellement empêchées par le reste de la dalle. Des forces supplémentaires agissent au bord extérieur du segment de façon à diminuer la rotation, ce qui augmente la résistance au

poinçonnement. En estimant leur magnitude, c'est possible de les intégrer dans le modèle comme des forces sur le bord.

Dans les décennies qui ont suivi, le modèle de K&N a été complété par d'autres chercheurs pour pouvoir considérer d'autres paramètres. Ces compléments sont devenus de plus en plus empiriques avec l'effet que sa simplicité initiale et la validité générale du modèle original ont été perdues [Shehata85, Broms90].

Quarante-cinq ans après le travail de Kinnunen et Nylander, un modèle simple, unifié et complet, capable de prévoir le comportement et la charge de rupture, n'a pas encore été développé [Silfwerbrand00].

2.4 Essais de poutres

Introduction

Une condition préalable pour mieux comprendre le phénomène du poinçonnement est sûrement la compréhension du comportement structural des poutres ou des bandes de dalles qui portent dans une seule direction, sans étriers ou armature d'effort tranchant. Le grand avantage des essais sur poutres consiste en la possibilité de pouvoir suivre en tout temps l'évolution des fissures qui mènent à la rupture, non seulement en face supérieure et inférieure comme est le cas pour les dalles, mais surtout sur les faces latérales, bien plus intéressantes. Dans le cas des dalles, c'est seulement après coupe verticale de la dalle d'essai que l'on peut voir le stade de fissuration ultime qui a mené à la rupture par poinçonnement.

Fonctionnement

La figure 2.8 montre une poutre sans étriers (bande de dalle) testée à l'IS-BETON par Rodrigues en 2004 [Rodrigues04].

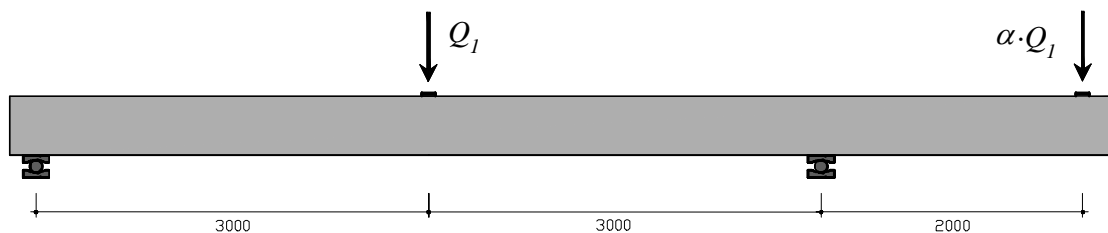


Figure 2.8: Exemple d'essai d'une bande de dalle sans étriers, 2004 [Rodrigues04]

L'intensité des forces appliquées a été augmentée jusqu'à la rupture de la poutre en gardant le rapport α entre les deux forces constant. Ce rapport permet de déterminer l'allure du moment de flexion, comme montré à la fig. 2.9.

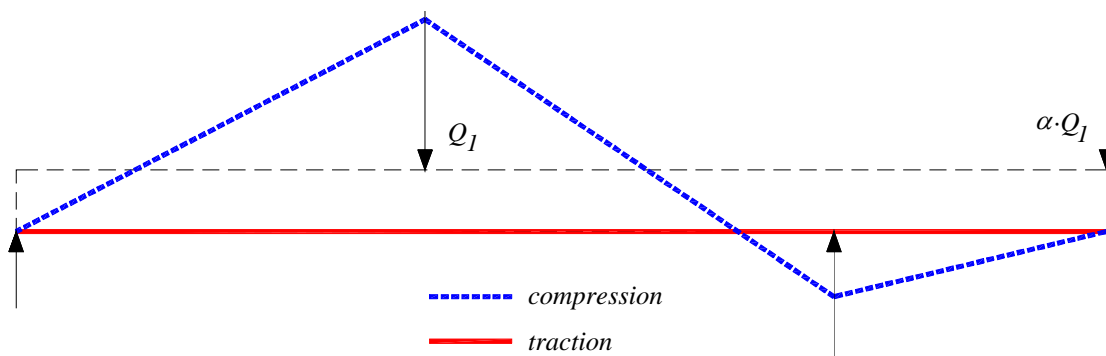


Figure 2.9: Moment de flexion

Pendant la mise en charge jusqu'à la rupture, plusieurs phases avec différents modes de transfert de la charge aux appuis se développent. Pendant la phase où le béton reste non fissuré, l'état des contraintes peut être déterminé grâce à la théorie de l'élasticité. Les premières fissures se forment dans la zone tendue où la résistance à la traction est atteinte, sous la charge Q_1 . Après la formation de ces fissures à la flexion, cet état de contraintes n'est plus possible. Si on admet qu'aucun transfert de traction n'est possible au travers des fissures, une solution d'équilibre possible est celle représentée à la fig. 2.10. Dans ce cas, l'armature longitudinale inférieure reprend aussi des sollicitations perpendiculaires à son axe et les transmet au travers de la fissure grâce à l'effet de goujon (fig. 2.11).

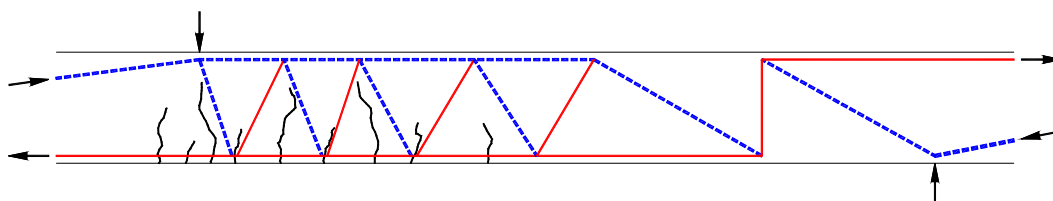


Figure 2.10: Un transfert des efforts possible, fissuration à environ 2/3 de la charge de rupture

D'autres types de transfert des efforts sont possibles (effet porte-à-faux, effet engrenement) et en réalité c'est la combinaison de différents types qui permet le transfère des efforts jusqu'aux appuis [Muttoni91].

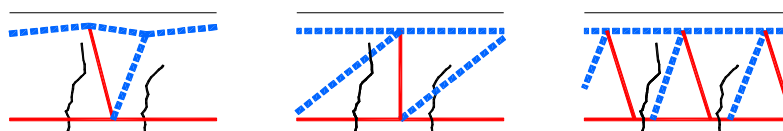


Figure 2.11: Modèles de la transmission de l'effort tranchant d'après Muttoni et Schwartz [Muttoni91] : effet porte-à-faux, effet d'engrènement et effet de goujon.

Lorsque la charge augmente, la résistance à la traction est atteinte aussi dans les zones tendues de l'âme de la poutre et donc les fissures qui étaient jusqu'ici presque verticales, se propagent ensuite avec une direction plutôt horizontale vers la zone d'application de la charge. Ces fissures empêchent le transfert de la charge aux appuis selon la fig. 2.10 et donc ce système de transfert perd son efficacité. Le nouveau champ

de contrainte qui peut s'instaurer est celui de l'appui direct, en ce cas jusqu'au point de moment nul, solution qui découle de la théorie de la plasticité (fig. 2.12).

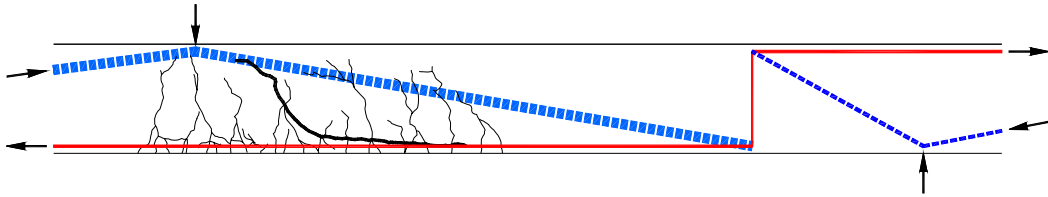


Figure 2.12: Fissuration à la rupture et solution d'équilibre selon la théorie de la plasticité

La figure 2.12 montre les résultantes du champ de contrainte avec appui direct et la fissuration de la poutre juste avant d'atteindre le niveau de charge maximale. On voit que la fissure principale passe en partie à travers la bielle comprimée.

Des mesures effectuées sur des bandes de dalle juste avant la rupture ont montré qu'à cause de l'ouverture de fissures relativement grande, seule une compression limitée peut être reprise par les bielles [Muttoni90, Muttoni91]. C'est pourquoi le champ de contraintes avec appui direct selon la théorie de la plasticité ne peut pas se développer complètement et la charge ultime correspondante ne peut pas être atteinte. Un appui direct n'est possible que si la bielle est déviée dans sa zone centrale grâce à un système de bielle-tirants, comme indiqué à la fig. 2.13. La rupture a alors lieu quand la résistance à la traction du tirant en béton est atteinte.

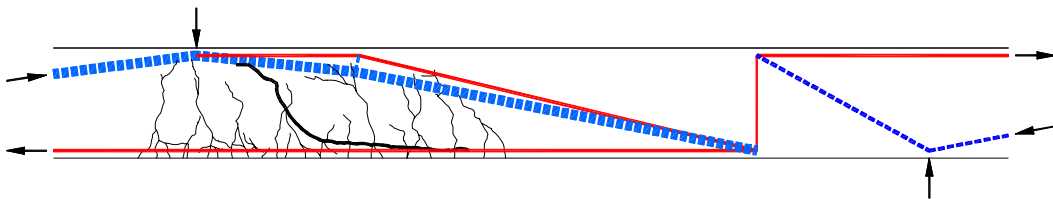


Figure 2.13: Appui direct avec une déviation dans la zone centrale

La résistance du système avec appui direct dévié est plus petite que celle sans déviation de la bielle. C'est pourquoi la charge de rupture dépend beaucoup de la configuration des fissures. Dans de tels cas, c'est souvent la rupture par effort tranchant et non par flexion qui est déterminante. Le comportement effectif avant la rupture et la résistance résiduelle après la propagation des fissures critiques sont fortement influencés par l'effet d'engrènement des lèvres de la fissure qui permet de transmettre l'effort tranchant au travers des fissures de flexion.

En conséquence la résistance à l'effort tranchant des dalles sans armature d'effort tranchant dépend d'abord des paramètres suivants :

- résistance du béton
- ouverture des fissures dans la zone critique
- diamètre maximal et résistance du granulat

Critère de rupture

Muttoni [Muttoni03] a proposé un modèle de calcul basé sur la détermination de l'ouverture des fissures dans la zone critique. Ce développement s'appuie sur les hypothèses suivantes :

- la zone critique se situe dans une section qui se trouve à la distance $0.5 \cdot d$ du point d'introduction de la charge et à $0.6 \cdot d$ de la surface comprimée du béton,
- l'ouverture des fissures dans la zone critique est proportionnelle au produit de l'allongement longitudinal ε par la hauteur statique d .

L'allongement longitudinal spécifique ε dans la zone critique est calculé au moyen de la théorie de l'élasticité linéaire.

Sur la base du dépouillement d'une collection de résultats d'essais à la rupture de bandes de dalle sans armature à l'effort tranchant chargées avec deux forces concentrées, la résistance à l'effort tranchant peut être exprimée comme suit :

$$\tau_R = \frac{V_R}{b \cdot d} = \frac{\tau_c}{0.9 + 2.3 \cdot \varepsilon \cdot d \cdot k_{D_{\max}}} \quad (2.1)$$

avec $\tau_c = 0.3 \cdot \sqrt{f_c}$ et $k_{D_{\max}}$ qui tiennent compte respectivement de la résistance du béton et de la taille maximale du granulat.

Comme le montre la fig. 2.14, l'équation 2.1 décrit de manière très satisfaisante les résultats d'essai.

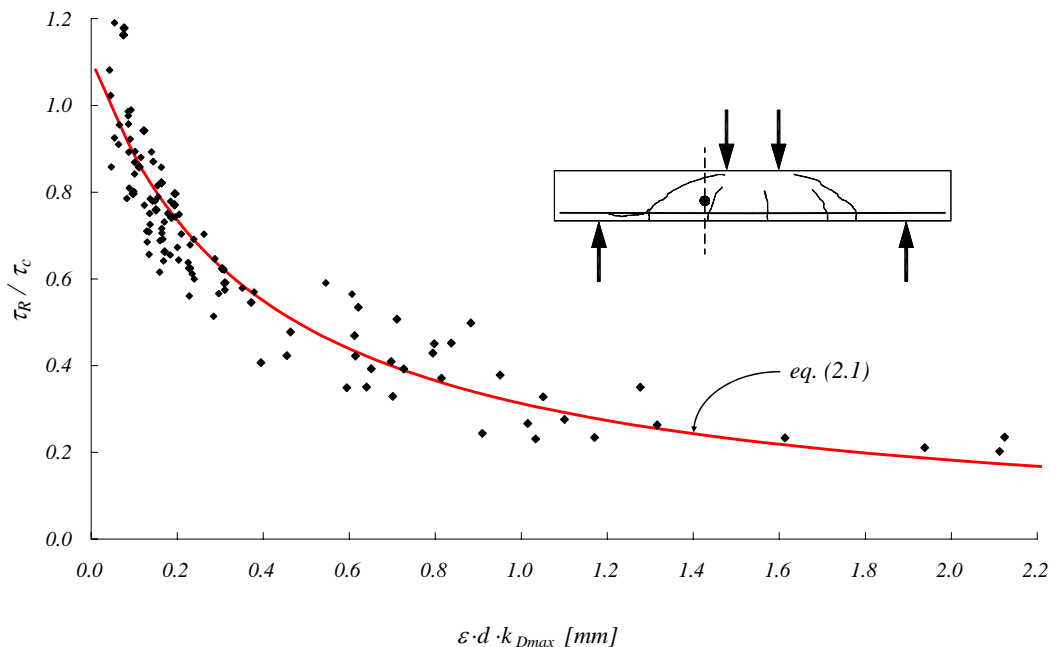


Figure 2.14: Influence de l'allongement longitudinal ε , de l'effet d'échelle d et du diamètre maximal du granulat D_{\max} sur la résistance à l'effort tranchant τ_R ; comparaison des résultats d'essais avec l'éq. 2.1 [Muttoni03]

Les poutres testées faiblement armées, de grande hauteur statique avec des granulats de petit diamètre ont souvent montré une résistance à l'effort tranchant très faible.

2.5 Essais de dalles

Dalles d'essai

Dans la plupart des travaux expérimentaux sur le poinçonnement les chercheurs ont utilisé des dalles d'essai sensées représenter les zones avec un moment radial négatif autour des colonnes. Les bords des dalles d'essai se trouvent donc au niveau des lignes de moments de flexion radiaux nuls (fig. 2.15).

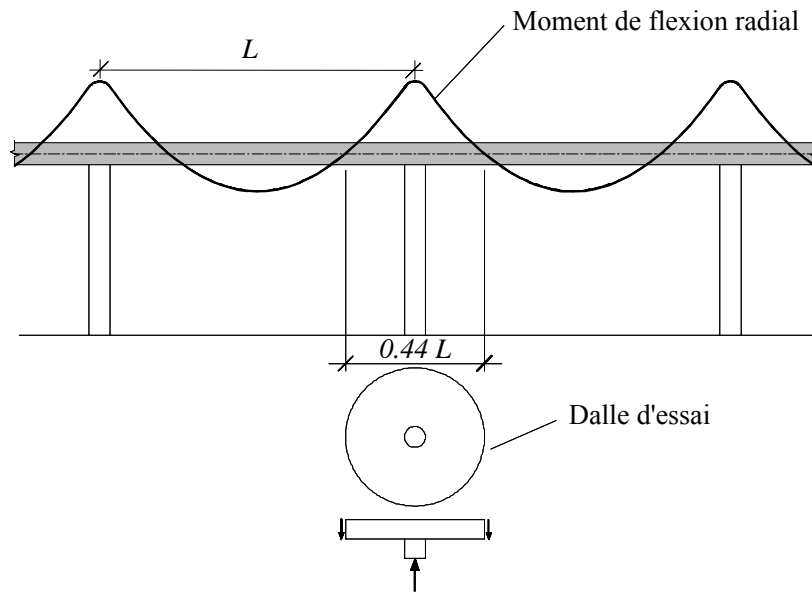


Figure 2.15: Dalle d'essai en relation avec le diagramme des moments radiaux

Si L est la portée entre les colonnes d'un plancher-dalle à trame régulière, la distance entre l'axe des colonnes et le périmètre où les moments de flexion radiaux sont nuls est d'environ $0.22 \cdot L$ (comportement linéaire élastique, module de Poisson $\eta \approx 0.2$). Donc le diamètre des dalles d'essai vaut $0.44 \cdot L$ (une dalle d'essai de diamètre $\varnothing = 3$ m représente un plancher-dalle avec une portée de $L = 6.80$ m).

Pour des raisons pratiques liées au coffrage et à l'armature des dalles d'essai, la forme des dalles est souvent carrée ou polygonale.

Les forces appliquées aux dalles d'essai, disposées près du bord symétriquement par rapport à la colonne, représentent l'effort tranchant agissant sur la dalle. De nouveau, pour des raisons de praticité, cet effort qui en réalité est linéairement reparté sur un périmètre circulaire autour de la dalle d'essai, est pratiquement toujours introduit ponctuellement par des charges concentrées. Dans certains cas la dalle d'essai est appuyée sur les bords et chargée au centre par une force concentrée.

Fonctionnement

Pendant la mise en charge, plusieurs phases ont été constatées. On observant le développement des fissures sur la face tendue des dalles d'essai, il a été observé qu'elles se formaient toujours avec un ordre bien précis et que leur développement montrait les différentes phases depuis le début du chargement jusqu'à la ruine (fig. 2.16 et 2.17).

Malheureusement, au contraire des essais sur poutres, seuls les fissures en face supérieure ou inférieure des dalles, causées principalement par les moments de flexion, sont visibles pendant les essais.

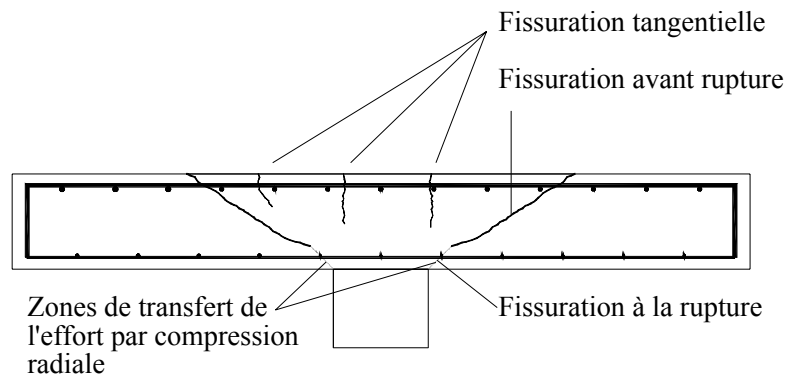


Figure 2.16: Fissuration lors d'une rupture par poinçonnement

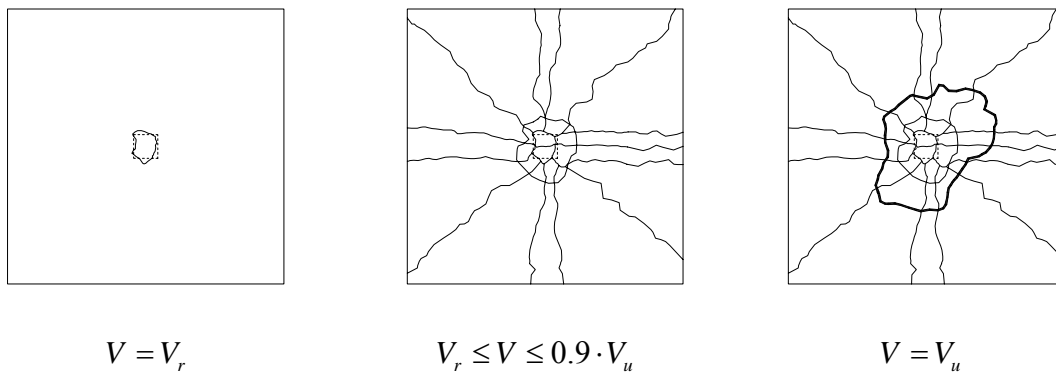


Figure 2.17: Evolution des fissures sur la face tendue d'une dalle pendant la mise en charge

Les différentes phases :

- Phase élastique, stade non fissuré : la dalle commence à se déformer élastiquement, sans que des fissures se forment ;
- Des fissures tangentes apparaissent très tôt à la face supérieure de la dalle près de la projection du périmètre de la colonne (moment de fissuration radial, fig. 2.17 gauche). La phase de fissuration avec redistribution continue des contraintes entre direction radiale et tangentielle commence ;
- Les fissures qui suivent sont essentiellement dues aux moments tangentiels, elles ont donc des trajectoires radiales. Ces fissures divisent la dalle en secteurs (fig. 2.17 centre) ;
- Les moments radiaux restent limités, ainsi que les courbures dans la direction radiale, dans une zone proche de la colonne. D'autres fissures tangentes se forment à une distance plus grande de la colonne (fig. 2.17 centre) ;
- Des fissures internes en forme de tronc de cône se développent, en partant des fissures tangentes créées par les moments radiaux, en direction de la tête de la colonne (fig. 2.16) ;
- A partir d'une certaine charge et jusqu'à la rupture on n'observe plus la formation de nouvelles fissures, mais seulement l'ouverture des fissures existantes ;

- La rupture se produit brutalement, sans déformation préalable significative dans le cas de dalles normalement armées : la fissure tronconique entre la dalle et le cône de poinçonnement s'ouvre largement et la fente qui s'ensuit conduit à une rupture subite ;
- En surface une grande fissure tangentielle apparaît. Celle-ci ne donne toutefois pas la dimension réelle du cône de poinçonnement en surface car les deux nappes d'armature tendue sont arrachées par le cône et la fissure visible en surface est donc plus grande qu'en réalité (fig. 2.17 droite et fig. 1.1).

La dalle ne va pas s'effondrer au pied de la colonne si une armature inférieure suffisante traversant la colonne peut suspendre la dalle sans être arrachée (fig. 1.1). L'armature supérieure de flexion est inopérante après la ruine par poinçonnement, car elle est arrachée du béton.

Pour ce qui concerne les déformations radiales sur la face comprimée de la dalle, un phénomène qui a l'air à première vue bizarre a lieu. La compression radiale dans le béton au voisinage de la colonne augmente initialement avec l'augmentation de la charge appliquée, ce qui est tout à fait intuitif. Mais à partir d'une charge qui correspond à peu près à 80-90% de la charge de rupture, cette compression commence à diminuer. Dans la phase qui précède immédiatement la rupture, de nombreux chercheurs ont constaté que l'allongement spécifique radial de la zone de compression décroît et devient dans certains cas même positif. Ceci correspond à un effort de traction dans l'ancienne zone de compression radiale. Ce phénomène a aussi été remarqué pendant nos essais en laboratoire (fig. 3.7).

Selon Muttoni et Schwartz [Muttoni91] ce phénomène correspond à un stade de la redistribution des efforts intérieurs qui est nécessaire au maintien de l'équilibre dans la direction radiale (fig. 2.18).

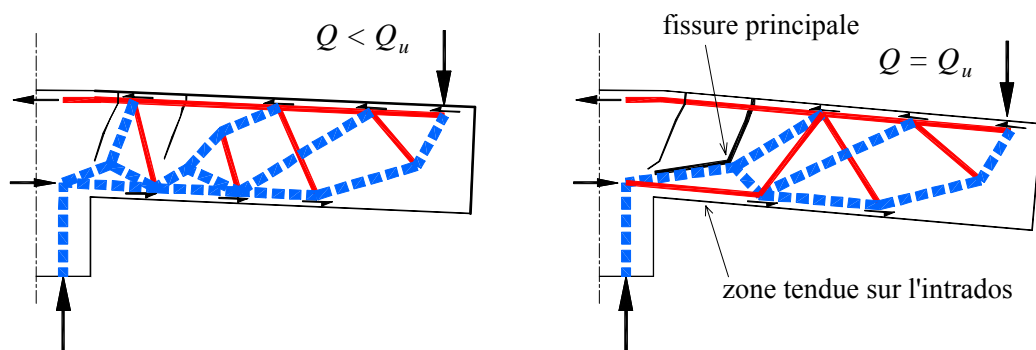


Figure 2.18: Efforts à l'intérieur de la dalle avant la rupture par poinçonnement : une zone tendue doit se créer sur l'intrados de la dalle au voisinage de la colonne quand la fissure principale se propage en direction horizontale (dessin à droite)

Ce comportement présente de fortes analogies avec celui de la poutre décrite dans la section 2.4 juste avant la rupture par effort tranchant (fig. 2.13). La compression diminue une fois que la fissure de flexion principale s'est bien propagée à l'intérieur de la dalle. Un tirant doit alors se former pour dévier la bielle comprimée en direction de la colonne.

2.6 Critère de rupture proposé

L'analyse systématique des résultats d'essai existants et de ceux effectués à l'IS-BETON a permis de valider et de mieux définir les limites d'application du critère de rupture proposé par Muttoni [Muttoni03].

Des travaux de recherche [Muttoni90, Muttoni91] ont montré que le comportement au poinçonnement est influencé négativement par la propagation des fissures de flexion, comme dans le cas des poutres sans armature d'effort tranchant. La résistance au poinçonnement est donc déterminée en fonction des déformations attendues dans la zone critique. Puisque les déformations se concentrent au voisinage de la colonne et sont fortement variables dans la direction radiale, il est préférable d'utiliser la rotation de la dalle ψ comme déformation déterminante (fig. 1.3). Selon [Muttoni91] l'ouverture de la fissure critique présente une forte corrélation avec le produit $\psi \cdot d$ (fig. 2.19) de sorte que la résistance nominale au poinçonnement τ_R peut être exprimé en fonction de $\psi \cdot d$.

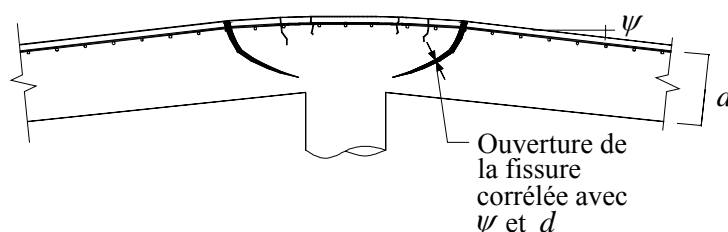


Figure 2.19: Déformation au voisinage de la colonne et estimation de l'ouverture de la fissure critique

Le critère de rupture par poinçonnement des dalles sans armature à l'effort tranchant est défini d'une façon analogue au critère de rupture des poutres sans étriers (éq. 2.1) :

$$\tau_R = \frac{V_R}{u \cdot d} = \frac{\tau_c}{0.4 + 0.125 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}} \quad (2.2)$$

- où :
- τ_R : résistance nominale au poinçonnement
 - V_R : résistance au poinçonnement
 - u : périmètre de la section de contrôle (fig. 2.20)
 - d : hauteur statique moyenne
 - τ_c : contrainte limite de cisaillement éq. 2.3
 - ψ : rotation de la dalle (fig. 2.19)
 - $k_{D_{\max}}$: coefficient en fonction du diamètre maximal du granulat éq. 2.4

La section de contrôle avec le périmètre u pour laquelle la vérification s'effectue est située à la distance $0.5 \cdot d$ de la surface d'appui (fig. 2.20), conformément à la norme Suisse SIA 262.

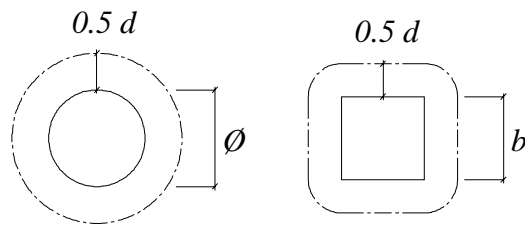


Figure 2.20: Définition de la section de contrôle

L'influence de la résistance du béton sur la résistance au poinçonnement est considérée dans la résistance nominale au cisaillement τ_c (contrainte limite de cisaillement) :

$$\tau_c = 0.3 \cdot \sqrt{f_c} \quad (\tau_c \text{ et } f_c \text{ en N/mm}^2) \quad (2.3)$$

Le coefficient $k_{D_{\max}}$ dans l'éq. 2.2 tient compte de l'influence du diamètre maximal du granulat D_{\max} sur l'effet d'engrènement des lèvres de la fissure.

$$k_{D_{\max}} = \frac{48}{D_{\max} + 16} \geq 1.0 \quad (D_{\max} \text{ en mm}) \quad (2.4)$$

L'équation 2.4 a été proposée par Vecchio et Collins [Vecchio86] suite à un travail de Walraven [Walraven81].

Une comparaison du critère de rupture (éq. 2.2) avec les séries d'essais effectués par plusieurs chercheurs (tab. 2.1) montre une bonne corrélation (fig. 2.21) [Muttoni03].

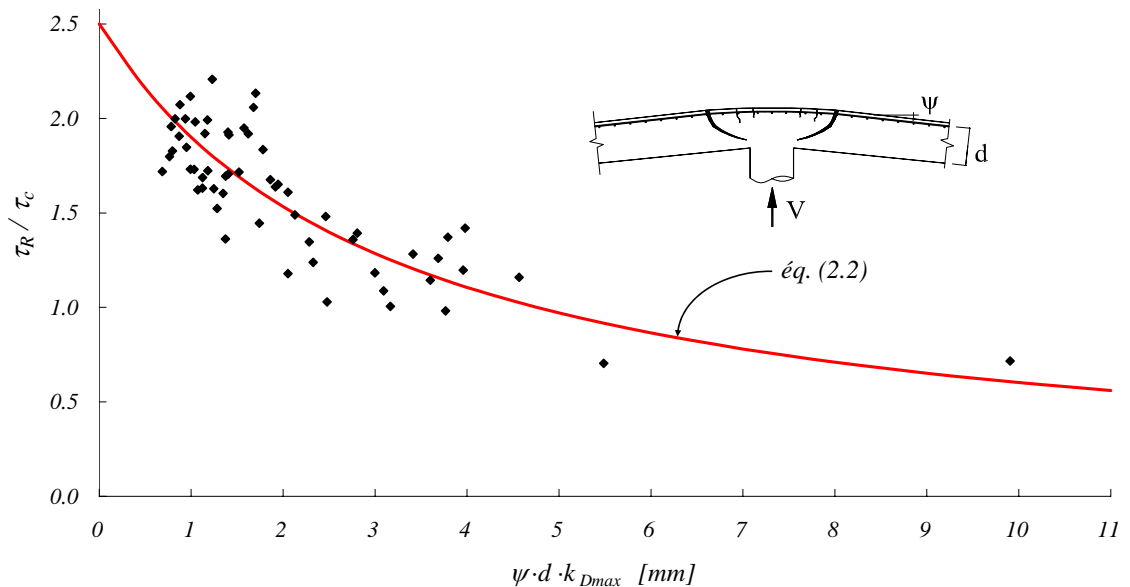


Figure 2.21: Comparaison de l'éq. 2.2 avec des essais de poinçonnement sur des parties de dalle en béton ordinaire et à haute résistance [Muttoni03]

Tableau 2.1: Liste des essais considérés dans la figure 2.21

Auteurs	Année	Essais	Référence
Elstner - Hognestad	1956	24	[Elstner56]
Kinnunen - Nylander	1960	10	[Kinnunen60]
Nylander - Sundquist	1972	10	[Nylander72]
Kinnunen - Nylander - Tolf	1980	1	[Kinnunen80]
Tolf	1988	8	[Tolf88]
Hallgren	1996	6	[Hallgren96]

Dans les séries d'essai de la fig 2.21, les chercheurs ont tous varié le taux d'armature (tab.2.2). De plus, Elstner et Hognestad ont utilisé des bétons avec différentes résistances et différentes tailles du granulat et ont aussi varié la taille des colonnes. Kinnunen et Nylander, et Tolf ont changé les dimensions des dalles d'essai, ce dernier y compris la taille du granulat. Hallgren a investigué le poinçonnement avec du béton à haute résistance.

Tableau 2.2: Principaux paramètres des séries de dalles essayées

Auteurs	h [mm]	\emptyset [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Elstner - Hognestad	152	323÷453	0.5÷3.0	13÷50	25÷38
Kinnunen - Nylander	152	150÷300	0.5÷2.2	24÷31	32
Nylander - Sundquist	120÷240	120÷240	0.3÷1.2	20÷25	24
Kinnunen - Nylander - Tolf	730	800		31	38
Tolf	120÷240	125÷250	0.3÷0.8	24÷30	16÷32
Hallgren	240	250	0.3÷1.2	84÷109	18

D'autres chercheurs ont effectué des séries d'essais de poinçonnement sur des parties de dalle en variant des paramètres. Les séries d'essais les plus intéressantes sont montrées dans les figures suivantes, comparées au critère de rupture proposé.

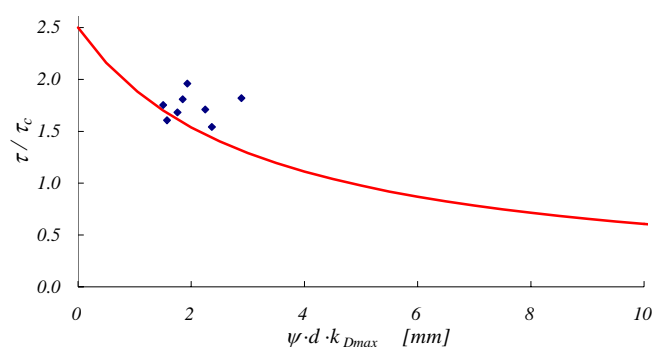


Figure 2.22: Série d'essai de Moe [Moe61] comparée au critère de rupture

	h [mm]	\emptyset [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Moe	152	194÷388	1.0÷3.5	21÷26	10÷38

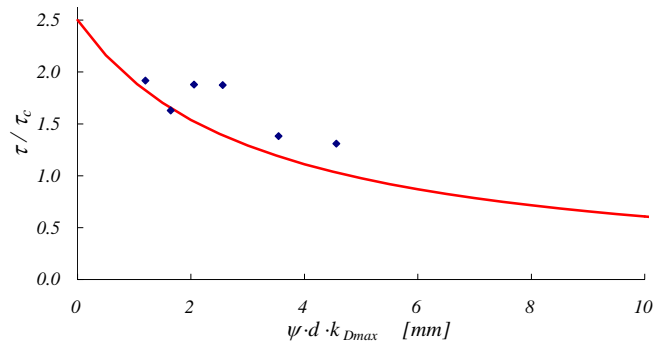


Figure 2.23: Série d'essai de Taylor et Hayes [Taylor65] comparée au critère de rupture

	h [mm]	\emptyset [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Taylor - Hayes	76	65÷194	1.6÷3.1	23÷32	10

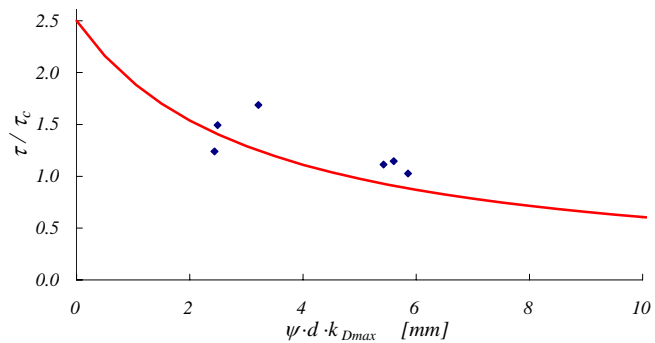


Figure 2.24: Série d'essai de Manterola [Manterola66] comparée au critère de rupture

	h [mm]	\emptyset [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Manterola	125	127÷573	0.4÷1.2	24÷40	16

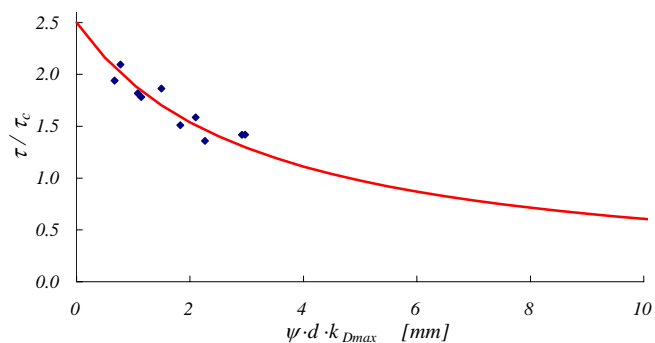


Figure 2.25: Série d'essai de Regan [Regan86] comparée au critère de rupture

	h [mm]	\emptyset [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Regan	100÷120	150÷254	0.75÷1.5	10÷43	20

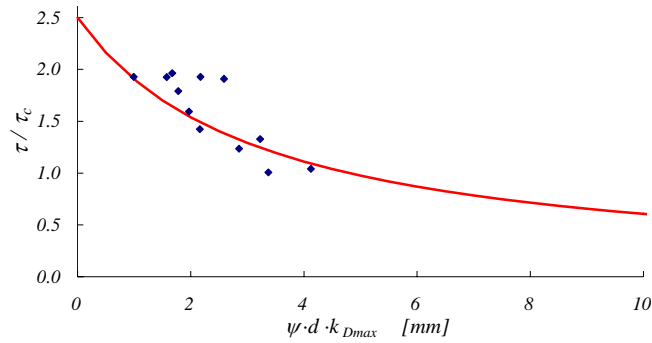


Figure 2.26: Série d'essai de Ramdane [Ramdane96] comparée au critère de rupture

	h [mm]	\varnothing [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Ramdane	125	150	0.6÷1.3	34÷102	10

Dans la figure 2.27 tous les essais trouvés dans la littérature sont regroupés. Il s'agit d'essais de poinçonnement sur des éléments de dalle en béton armé avec les caractéristiques suivantes :

- dalles simplement appuyées
- béton ordinaire ou à haute résistance
- armature orthogonale disposée uniformément

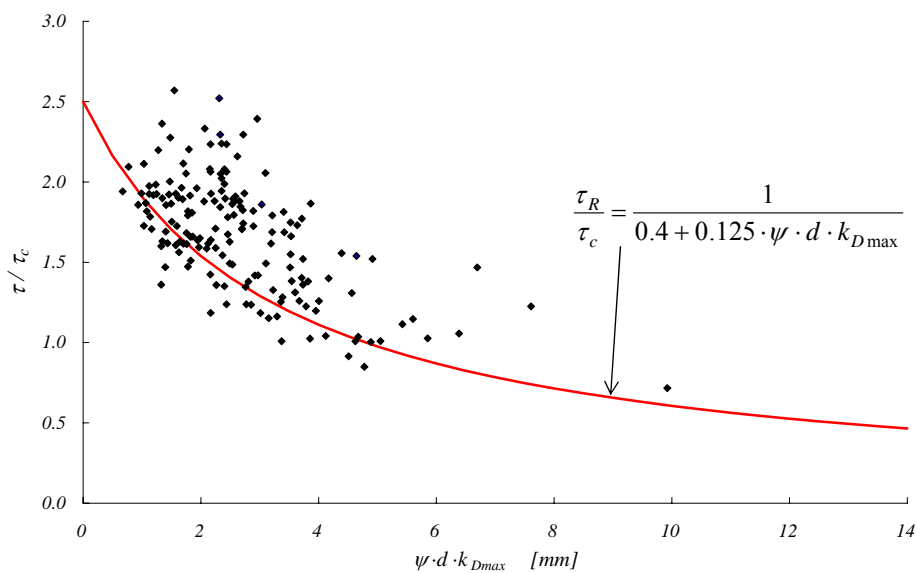


Figure 2.27: Comparaison de l'éq. 2.2 avec les résultats d'essais de poinçonnement (tab. 2.1 et 2.3)

Le nuage composé de 164 points de la fig. 2.27 est constitué des essais considérés jusqu'ici (de fig. 2.21 à fig. 2.26) et des essais suivants :

Tableau 2.3: Autres essais de poinçonnement considérés

Auteurs	Année	Essais	Référence
Ladner et al.	1973-77	6	[Schaeidt70, Ladner73,77]
Criswell	1974	2	[Criswell74]
Marti et Pralong	1977-79	2	[Marti77, Pralong79]
Schaefers	1978	3	[Schäfers84]
Swamy - Ali	1982	1	[Swamy82]
Marzouk - Hussein	1991	17	[Marzouk91]
Tomaszewicz	1993	13	[Tomaszewicz93]
Krüger	1999	1	[Krüger99]
Chen - Li	2000	4	[Chen00]
Matthys - Taerwe	2000	4	[Matthys00]
Ozawa - Uchida - Koyanagi	2000	11	[Ozawa00]
Harajli et Soudki	2003	4	[Harajli03]
Binici - Bayrak	2003	2	[Binici03]

Les figures de comparaison entre ces séries d'essais et le critère de rupture sont montrés à l'annexe B, y compris les paramètres principaux de chaque essai.

Le critère de rupture proposé est une courbe conçue pour le dimensionnement au poinçonnement. C'est pourquoi elle se positionne vers la partie inférieure du nuage de points (fig.2.27).

Lors de la plupart des essais la valeur de la rotation de la dalle ψ , grandeur fondamentale pour définir la charge de rupture, n'a pas été mesurée. Par contre presque tous les chercheurs ont mesuré la flèche w . Pour pouvoir comparer ces essais avec le critère de rupture selon l'éq. 2.2, on a fait l'hypothèse d'une concentration des rotations au bord de la colonne (fig. 2.28). Les résultats d'essais montrent que cette hypothèse est tout à fait proche de la réalité (fig. 3.2 et 3.3).

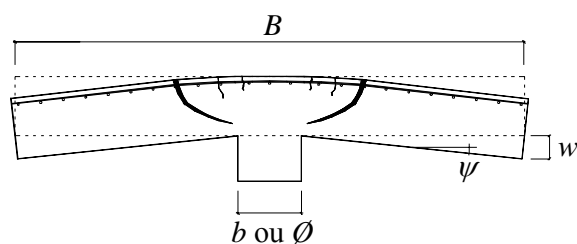


Figure 2.28: Hypothèse de corrélation entre rotation ψ et flèche w

La rotation ψ peut donc être estimée comme suit :

$$\psi = \frac{2 \cdot w}{(B - b)} \quad \text{ou} \quad \psi = \frac{2 \cdot w}{(B - \emptyset)} \quad (2.5)$$

B se réfère à la distance entre les points où la mesure de la flèche w a été faite.

Si dans les deux directions principales les rotations à la rupture ne sont pas les mêmes, la rotation la plus grande a été prise en compte (rotation déterminante pour la rupture).

Contrairement au critère de rupture par effort tranchant des poutres sans étriers (section 2.4) où la déformation avait été calculée sur la base de la charge de rupture et en admettant un comportement élastique, l'équation du critère de rupture au poinçonnement (éq. 2.2) fait intervenir le paramètre de la rotation de la dalle ψ qui dérive d'une mesure souvent indirecte des flèches (fig. 2.28). Il y a donc une incertitude en plus qui peut expliquer en partie la plus grande dispersion des points de la figure 2.27. A noter aussi que pour des rotations ψ petites la dispersion est plus grande. En effet, dans les essais avec des petits déplacements avant la rupture, on n'observe pas une grande concentration de la courbure au voisinage de la colonne. La valeur critique de ψ est donc plus difficile à estimer vu que sa variation le long du rayon est plus grande. Le calcul selon l'éq. 2.5 tend alors à surestimer la valeur de ψ .

La figure 2.27 montre clairement que la quasi totalité des essais se situent dans la partie gauche du diagramme pour des valeurs en abscisse plus petites que $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}} = 6$ mm. En effet les chercheurs qui ont étudié le phénomène du poinçonnement ont voulu éviter une rupture ductile à la flexion des dalles testées. C'est pourquoi ils ont introduit des taux d'armature assez élevés dans les dalles. Il en résulte ainsi des dalles rigides qui ont la particularité d'avoir une rupture par poinçonnement avec de petites déformations. En outre, peu de chercheurs ont testé des dalles épaisses avec des grandes hauteurs statiques d , ce qui aurait permis d'obtenir des points dans la fig. 2.27 placés plus à droite. Une nouvelle série d'essai a donc été conçue pour investiguer les limites du critère de rupture proposé par Muttoni. Un des buts principaux a été de chercher des points dans le diagramme Force V - ouverture de la fissure critique $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ placés dans la zone peu investiguée par les autres chercheurs. Donc des ruptures par poinçonnement avec des grandes rotations ψ ou bien avec une grande hauteur statique d .

3 Essais en laboratoire

3.1 Introduction

Comme montré dans la section 2.6, très peu d'essais de poinçonnement ont été réalisés avec de grandes ouvertures de fissures avant la rupture (fig. 2.27). La série d'essais a aussi permis d'étudier le comportement des dalles d'essai pendant toute la plage de mise en charge jusqu'à la rupture par poinçonnement en collectant deux types principaux d'information : les flèches et les déformations sur les faces des dalles d'une part et l'observation du développement des fissures d'autre part.

Les résultats expérimentaux sont annexés à la thèse dans le rapport d'essai (annexe D). Ce chapitre est une analyse des résultats d'essai les plus importants comme base pour le développement d'un nouveau modèle physique pour le calcul de la résistance au poinçonnement.

3.2 Paramètres des dalles d'essai

La série d'essai est composée de dix dalles carrées en béton armé sans armature à l'effort tranchant. Cinq dalles ont une largeur de 3 m et une épaisseur de 0.25 m, une dalle (PG-3) est à l'échelle 2 : 1 (*grande dalle*) et quatre dalles (PG-6 à 9) sont des *petites dalles* à l'échelle 1 : 2. Le tableau 3.1 donne une vue d'ensemble des différentes dalles.

Tableau 3.1: Série d'essai PG, paramètres principaux

	Dimensions	ρ	Particularité
PG-1	3 x 3 x 0.25 m	1.50%	Armature à la flexion forte
PG-2b	3 x 3 x 0.25 m	0.25%	Armature à la flexion très faible
PG-3	6 x 6 x 0.50 m	0.33%	Grande dalle, PG-10 à l'échelle 2 : 1
PG-4	3 x 3 x 0.25 m	0.25%	PG-2 avec micro-béton ($D_{\max} = 4$ mm)
PG-5	3 x 3 x 0.25 m	0.33%	Armature à la flexion faible, acier écroui à froid
PG-6	1.5 x 1.5 x 0.125 m	1.50%	Petite dalle, PG-1 à l'échelle 1 : 2
PG-7	1.5 x 1.5 x 0.125 m	0.75%	Petite dalle, armature à la flexion moyenne
PG-8	1.5 x 1.5 x 0.125 m	0.33%	Petite dalle, PG-10 à l'échelle 1 : 2
PG-9	1.5 x 1.5 x 0.125 m	0.25%	Petite dalle, PG-2b à l'échelle 1 : 2
PG-10	3 x 3 x 0.25 m	0.33%	Armature à la flexion faible

Trois paramètres ont été variés dans la série d'essai (tab. 3.1) :

- Les dimensions des dalles d'essai (3 échelles différentes)
- Le taux d'armature (entre 0.25 et 1.50 %)
- La taille maximale des granulats (4 et 16 mm)

La variation des dimensions des corps d'essais a été faite à l'échelle : les dimensions en plan ont varié proportionnellement à l'épaisseur de la dalle et à la dimension de la colonne. La disposition des charges en plan a aussi varié à l'échelle.

À l'exception de deux dalles, le taux d'armature à la flexion est en dessous de 1 %. Il s'agit donc de dalles peu armées à la flexion.

Pour vérifier l'influence de la taille des granulats sur le comportement au poinçonnement, une dalle a été réalisée avec un micro-béton composé de granulats plus petits que 4 mm (PG-4). Toutes les autres dalles ont été fabriquées avec le même type de béton, composé de granulats d'une taille maximale de 16 mm.

Les caractéristiques mécaniques du béton ont été plus au moins constantes pour toutes les dalles testées. Un béton ordinaire avec une résistance à la compression sur cylindre moyenne de environ 33 MPa a été utilisé.

3.3 Résultats d'essai

Fissures

L'évolution des fissures pendant la mise en charge est décrite à la section 2.5 (fig. 2.17).

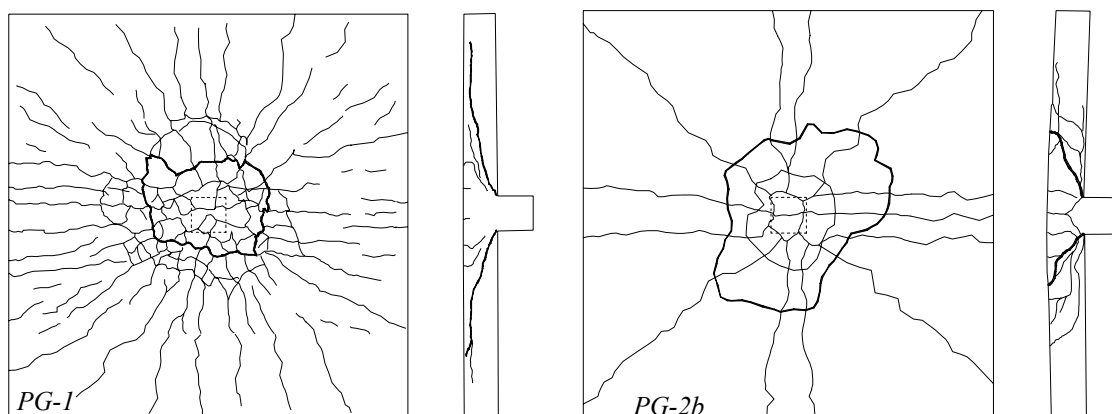


Figure 3.1: Fissures des faces supérieures et coupes des dalles PG-1 ($\rho = 1.5\%$) et PG-2b ($\rho = 0.25\%$) après la rupture par poinçonnement

La figure 3.1 montre les fissures de deux essais avec un taux d'armature très différent : la dalle PG-1 fortement armée ($\rho = 1.5\%$) et la dalle PG-2b très faiblement armée ($\rho = 0.25\%$). On constate une bien meilleure répartition des fissures en surface de la dalle PG-1 et l'ouverture des fissures reste petite comparée à la dalle PG-2b. La dalle PG-2b a subi des grandes déformations et déplacements avant de poinçonner (fig. 3.5) et l'ouverture maximale des fissures avant le poinçonnement était de l'ordre de 5 mm. Il

y a eu une concentration des fissures par flexion et la rupture par flexion était très proche.

Les fissures des autres dalles testées sont montrées à l'annexe D.

Déplacements et rotations

Des capteurs inductifs ont été placés sur la face supérieure et inférieure des dalles pour la mesure ponctuelle des déplacements verticaux. Les axes principaux et un axe en diagonale ont été instrumentés. La figure 3.2 montre un résultat typique de ces mesures. Les trois lignes par face montrent l'allure de la déformée à trois étapes de la mise en charge jusqu'à la rupture de la dalle PG-5 (force ultime dans la colonne $V_u = 550$ kN).

La différence entre les déplacements de la face supérieure et de la face inférieure de la dalle donne une courbe qui montre le changement d'épaisseur de la dalle Δh . Ce changement est dû à la formation de fissures inclinées qui causent finalement la rupture par poinçonnement (fig. 2.16). La zone hachurée montre l'augmentation d'épaisseur juste avant la rupture par poinçonnement.

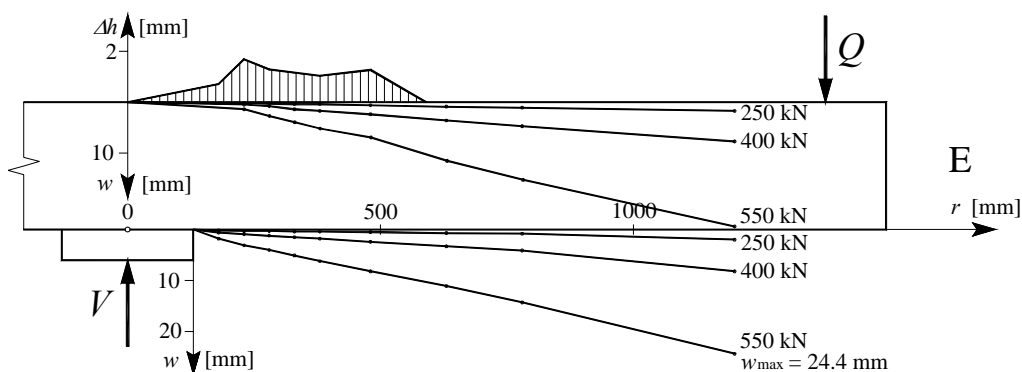


Figure 3.2: PG-5 : déplacements w , axe E (face inférieure, face supérieure et différence)

Comme Kinnunen et Nylander l'avaient déjà observé pendant leur série d'essais [Kinnunen60], la dalle se déforme presque comme un corps rigide qui pivote autour d'un point situé au bord de la colonne. Cette impression devient encore plus claire si on observe l'allure des pentes calculées en partant des déplacements (fig. 3.3).

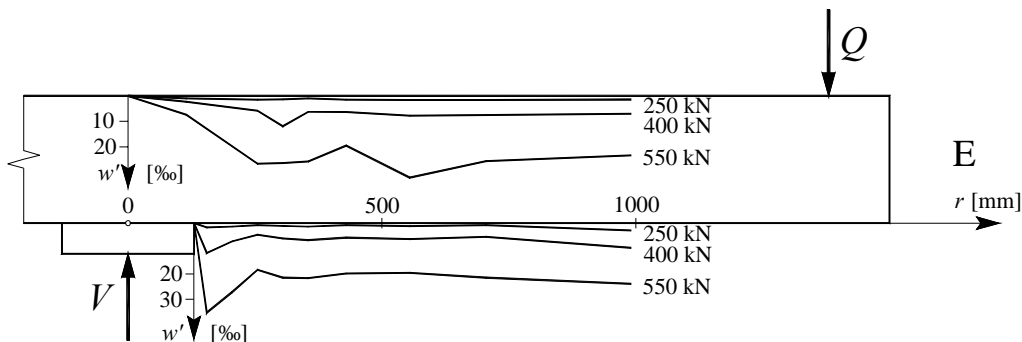


Figure 3.3: PG-5 : pentes w' , face inférieure et face supérieure, axe E

Les variations brusques des pentes de la face inférieure de la dalle sont concentrées au voisinage de la colonne. A partir d'une certaine distance, les pentes restent presque constantes. Sur la face supérieure de la dalle, l'augmentation de la pente est répartie sur

une surface plus grande. En d'autres termes, la courbure radiale augmente sensiblement au voisinage de la colonne et tend vers zéro plus on s'éloigne en direction radiale. Les moments radiaux restent limités, ainsi que les courbures dans la direction radiale, dans une zone proche de la colonne (fig. 3.4).

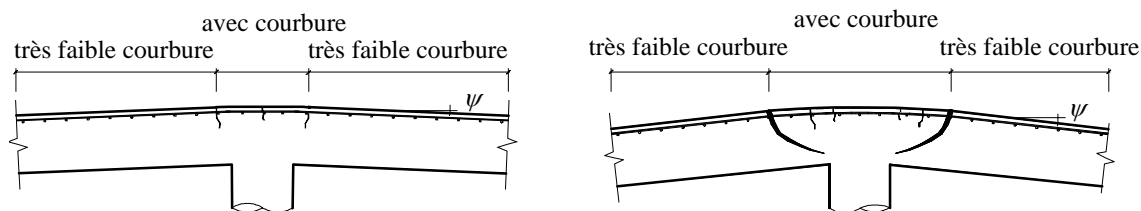


Figure 3.4: Déformée sous charge de service (à gauche) et au moment de la rupture (à droite)

La figure 3.5 montre la relation entre la rotation ψ et la force V dans la colonne pour six essais de dalle avec les mêmes dimensions (3 x 3 x 0.25 m). Le paramètre principal qui a été varié est le taux d'armature supérieur ρ . La rotation est mesurée avec un inclinomètre situé en un point sur la face supérieure de la dalle au voisinage de la force Q .

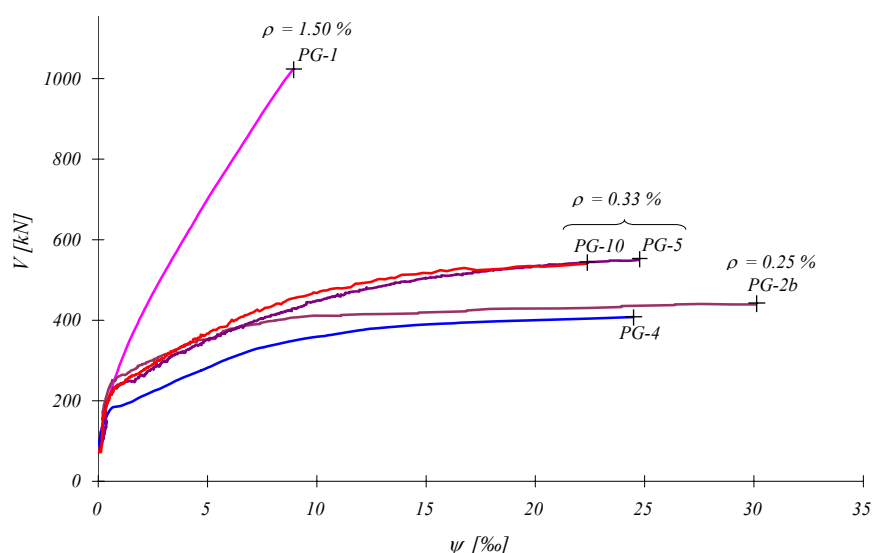


Figure 3.5: Rotation des dalles en fonction de la force V

On remarque qu'avec un taux d'armature plus important, la résistance au poinçonnement augmente mais qu'en même temps la ductilité diminue. Ce résultat avait déjà été remarqué par Elstner et Hognestad en 1956 [Elstner56] (fig. 1.3). La rigidité des dalles est à peu près la même jusqu'au moment où les dalles se fissurent (V_r entre 180 et 240 kN). A partir de là, la rigidité est très influencée par le taux d'armature. La dalle PG-1, avec un taux d'armature de 1.5%, de 4.5 à 6 fois plus important que les autres essais, a une rigidité à l'état fissuré beaucoup plus élevée. Le point de rupture est aussi sensiblement plus haut et on ne remarque aucune tendance vers un plateau plastique. Par contre, les cinq autres dalles qui ont un taux d'armature très faible (0.25-0.33%), atteignent leur résistance ultime au poinçonnement dans la phase où l'acier d'armature a déjà commencé à s'écouler. La dalle moins armées PG-2b a probablement même atteint la phase d'écrouissage des barres d'armature. On n'était donc pas loin de l'arrachement des barres, avec des ouvertures de fissures d'environ 5 mm.

Déformations des faces

Les déformations de la face tendue et comprimée des corps d'essai ont été mesurées par plusieurs jauges oméga fixées sur les faces supérieure et inférieure des dalles. Des phénomènes très intéressants ont pu être constatés. La figure 3.6 montre un des résultats de ces mesures : les déformations radiales supérieures et inférieures de la dalle PG-1 à différents instants de la mise en charge, jusqu'à la rupture par poinçonnement.

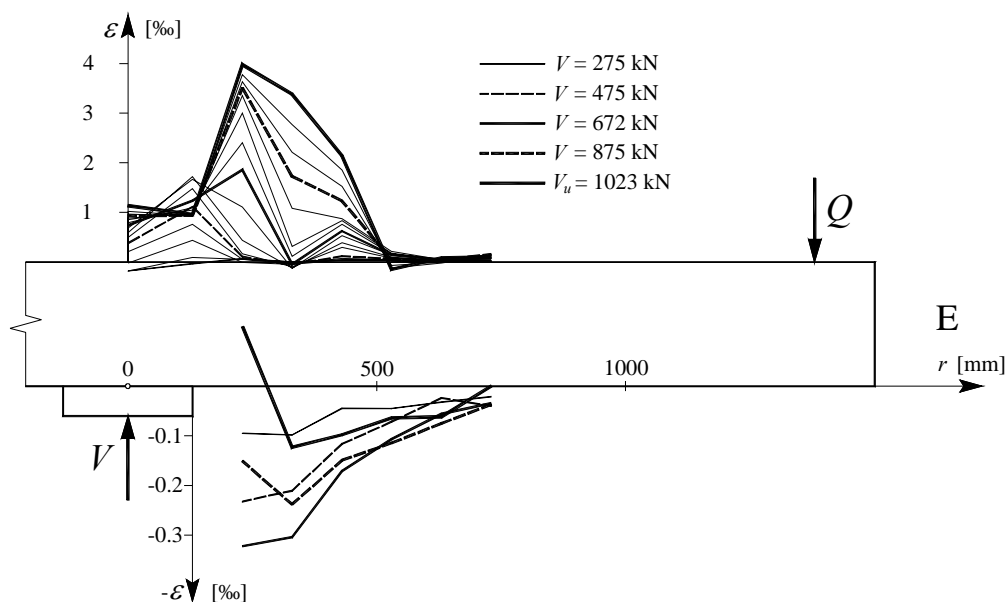


Figure 3.6: PG-1 : Déformations radiales ε_R , face inférieure et face supérieure, axe E

Sur la face supérieure, on constate que des fissures commencent à se former près de la projection du périmètre de la colonne. Il s'agit des premières fissures tangentielles qui apparaissent très tôt (moment de fissuration radiale, fig. 2.17). Au fur et à mesure que la charge augmente, d'autres fissures tangentielles se forment à une distance plus grande de la colonne. Il s'agit d'une redistribution des moments radiaux et surtout tangentiels qui donne aux déformations radiales supérieures une allure de vague croissante en hauteur se déplaçant en direction du bord de la dalle (voir aussi fig. 3.4).

Sur la face inférieure, on voit que les déformations radiales diminuent rapidement plus la distance de la colonne augmente. Le phénomène de la diminution de la compression radiale dans le béton au voisinage de la colonne à partir d'une charge qui correspond à peu près à 80-90% de la charge de rupture (fig. 3.6 et fig 2.18), est clairement visible dans la fig. 3.7 qui montre la relation entre les déformations radiales inférieures en fonction de l'effort dans la colonne V . Il s'agit des résultats de mesure des six jauges oméga disposées radialement sur l'axe Est de la dalle PG-1, les mêmes qui ont servi pour dessiner la fig. 3.6. Le capteur E2 était le plus proche de la colonne et le seul qui a affiché de la traction lors de la rupture. La diminution de compression est cependant remarquable pour les autres capteurs proche de la colonne (E3 et E4).

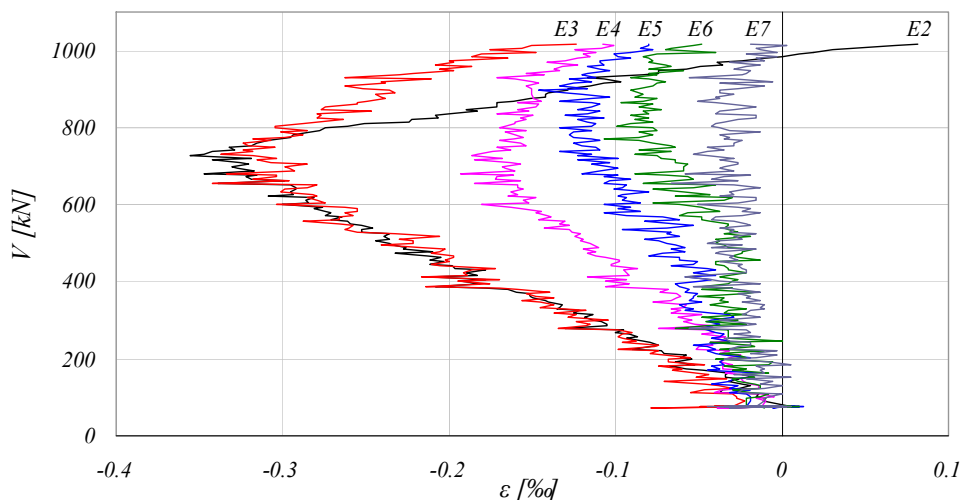


Figure 3.7: PG-1 : Déformations radiales ϵ_R , face inférieure, axe E (fig. D-3.9 et D-3.25)

Les figures 3.8 et 3.9 montrent une comparaison entre les déformations radiales et tangentielles.

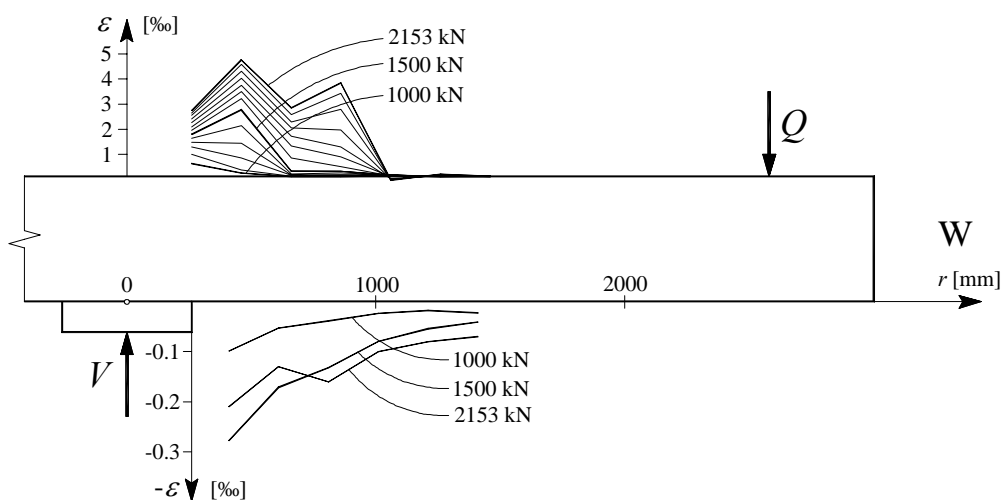


Figure 3.8: PG-3 : Déformations radiales, face inférieure et face supérieure, axe W

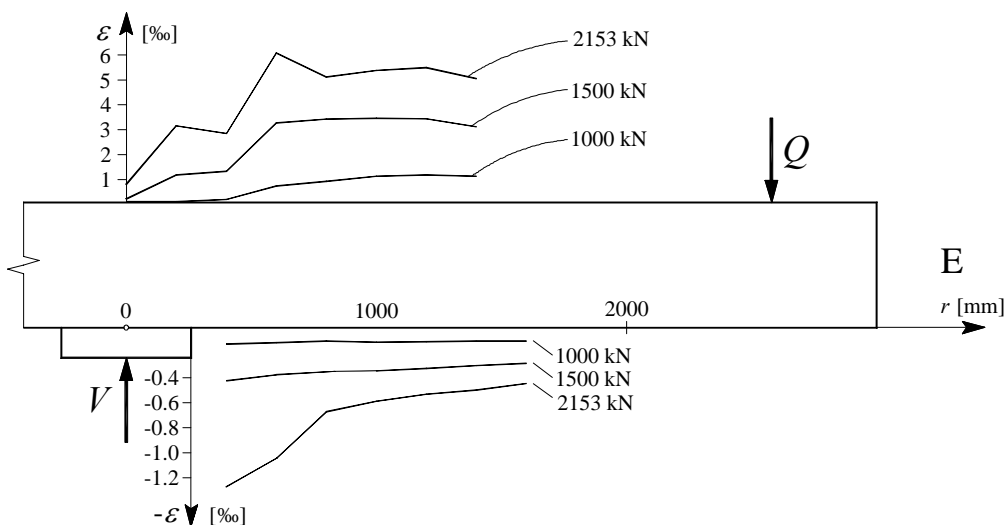


Figure 3.9: PG-3 : Déformations tangentielles, face inférieure et face supérieure, axe E

Si on considère les déformations de la face comprimée, qui ne sont pas influencées par la formation de fissures, on constate que les contraintes tangentielles en surface sont supérieures aux contraintes radiales.

Les déformations de la face supérieure et de l'acier d'armature à l'endroit de la fissure tangentielle principale sont plus grandes dans la direction radiale. Dans la plupart des essais ces contraintes dépassent la limite d'écoulement avant la rupture par poinçonnement.

La figure 3.10 montre qualitativement l'allure des déformations en face supérieure et inférieure.

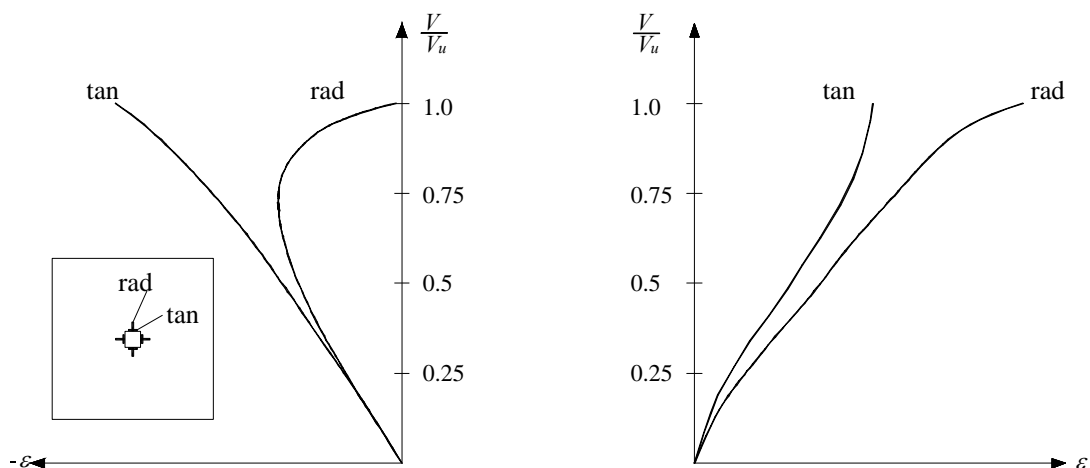


Figure 3.10: Allures des déformations du béton sur la face comprimée au voisinage de la colonne (à gauche) et de l'acier tendu près de la fissure de poinçonnement (à droite)

Changement d'épaisseur

Le changement d'épaisseur de la dalle entre les faces supérieure et inférieure représente la somme des déplacements verticaux des fissures à l'endroit de la mesure. On peut en déduire des informations importantes sur le développement des fissures par effort tranchant à l'intérieur de la dalle. Ces fissures, fondamentales pour comprendre le mécanisme de rupture par poinçonnement, restent malheureusement invisibles pendant l'essai. On ne peut en suivre le développement pendant la mise en charge que sur la face tendue. C'est seulement après un éventuel sciage de la dalle qu'on pourrait voir le résultat final de l'état de fissuration.

On a pu mesurer ponctuellement les changements d'épaisseur grâce à un dispositif spécialement développé à l'IS-BETON (fig. D-3.28). La figure 3.11 montre un exemple de résultat de ces mesures. Il est intéressant de noter que la fissure d'effort tranchant au voisinage de la colonne (premier point de mesure à $r = 360$ mm) se forme d'une façon brusque seulement une fois que la charge de rupture est atteinte. Plus loin de la colonne par contre, la fissure se développe d'une façon plus régulière.

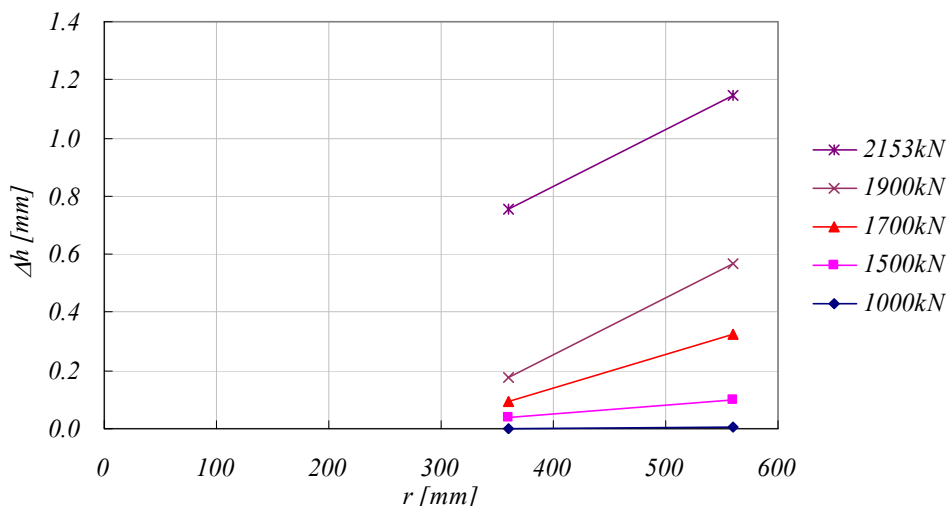


Figure 3.11: PG-3 : Changement d'épaisseur total Δh en fonction de la position r des tiges pour différents niveaux de force V , axe Est (bord colonne à $r = 360$ mm)

Il est aussi possible de déterminer les changements d'épaisseur de façon indirecte comme la différence des déplacements verticaux entre les faces supérieure et inférieure (fig. 3.2 et 3.12). L'avantage de cette méthode est d'avoir beaucoup plus de points de mesure et on peut donc montrer l'allure de la courbe de la colonne jusqu'au point d'application de la charge.

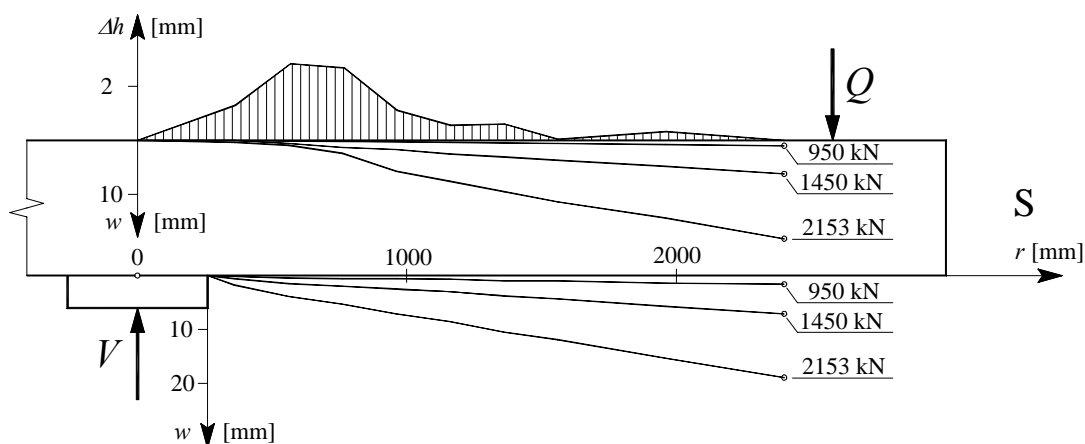


Figure 3.12: PG-3 : Déplacements w et augmentation d'épaisseur Δh (pour $V = 2153$ kN), axe Sud

La figure 3.12 montre que les fissures d'effort tranchant se concentrent dans une zone qui va du bord de la colonne jusqu'à une distance d'environ 1.5 fois l'épaisseur de la dalle.

Le cône de poinçonnement

Les images de la forme du cône de poinçonnement visible dans les coupes effectuées après les essais sont montrées à l'annexe D. La forme du cône est assez différente d'un essai à l'autre. Le tableau 3.2 et la figure 3.13 montrent la pente moyenne du cône α et les paramètres qui différencient les différentes dalles :

Tableau 3.2: Pente moyenne du cône de poinçonnement α et paramètres variés

Dalle	h [m]	ρ [%]	α [°]
PG-1	0.25	1.50	22
PG-2b	0.25	0.25	32
PG-3	0.50	0.33	38
PG-4	0.25	0.25	34
PG-5	0.25	0.33	27
PG-6	0.125	1.50	40
PG-7	0.125	0.75	33
PG-8	0.125	0.33	30
PG-9	0.125	0.25	35
PG-10	0.25	0.33	38

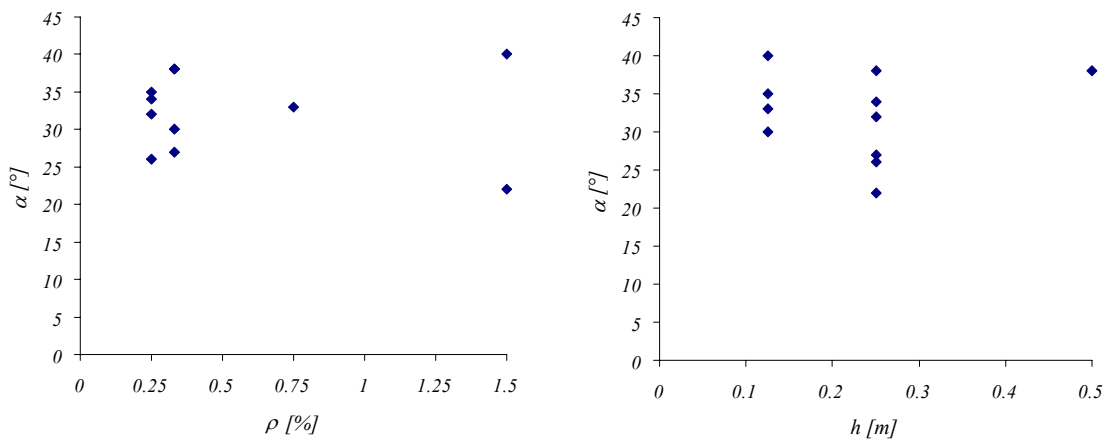


Figure 3.13: Pentés moyennes α du cône de poinçonnement des dalles PG en fonction du taux d'armature ρ et de l'épaisseur de la dalle h

Les pentés moyennes varient entre 22 et 40° par rapport à un plan horizontal. La forme de la fissure de poinçonnement dépend beaucoup de la fissuration causée par les moments de flexion lors de la mise en charge. Il semble à ce niveau impossible de lier directement la forme du cône aux paramètres d'essai.

3.4 Comparaison avec le critère de rupture

La figure 3.14 montre les courbes charge - rotation, obtenues expérimentalement grâce aux inclinomètres, des dix dalles de la série d'essai dans le diagramme $\tau/\tau_c - \psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$. Les points de rupture par poinçonnement de chaque dalle d'essai sont mis en évidence et comparés au critère de rupture proposé (fig. 3.15).

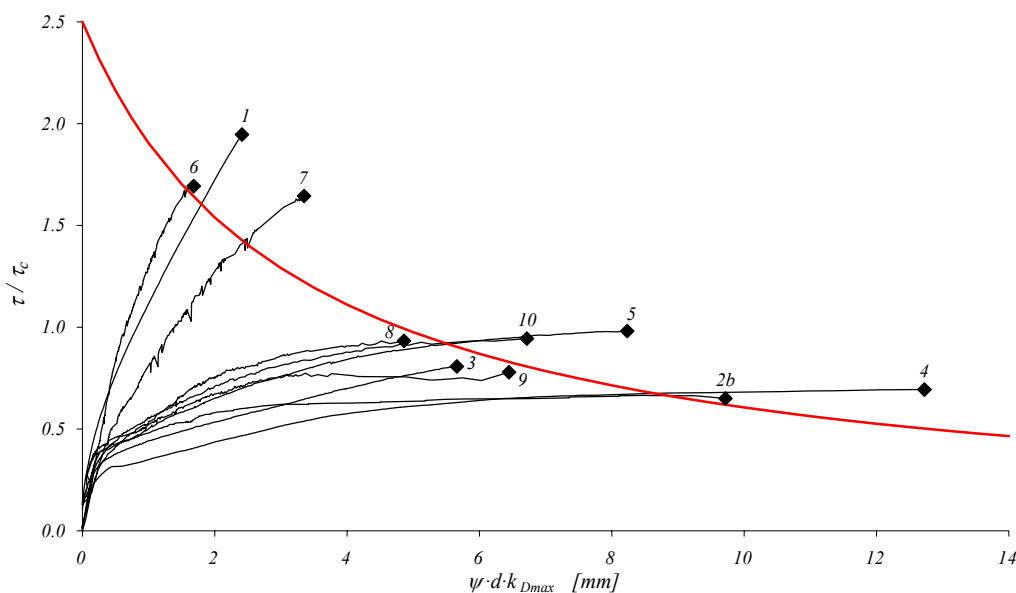


Figure 3.14: Comparaison de l'éq. 2.2 avec les résultats d'essais de la série Guandalini-Muttoni ; le diagramme montre aussi les courbes charge-rotation mesurées pendant les essais

Cette comparaison montre une bonne correspondance aussi pour les cas avec grandes déformations.

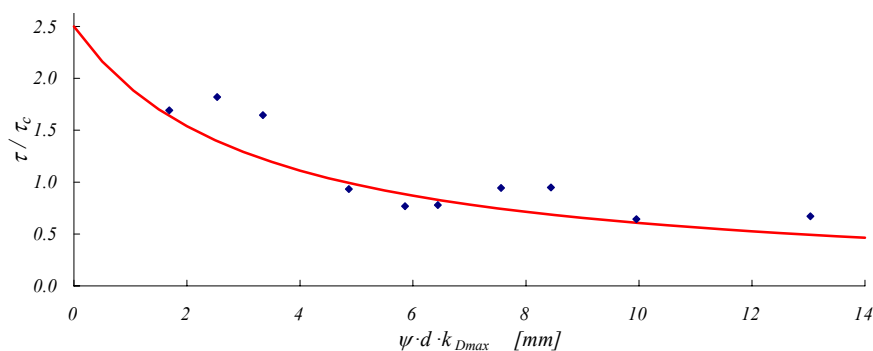


Figure 3.15: Série d'essai de Guandalini et Muttoni (annexe D) comparée au critère de rupture

	h [mm]	\varnothing [mm]	ρ [%]	f_c [MPa]	D_{max} [mm]
Guandalini - Muttoni	125÷500	166÷662	0.25÷1.5	28÷40	4÷16

4 Modèle physique pour la relation charge - déformation

4.1 Introduction

Les essais ont montré que la résistance des dalles est atteinte quand le cône de poinçonnement se forme complètement à travers de la dalle. Bien que la rupture par poinçonnement se produise finalement par effort tranchant dans la zone fortement comprimée autour de la colonne, la déformée avant rupture dépend essentiellement des caractéristiques flexionnelles de la dalle. C'est pourquoi le modèle physique proposé se base sur le comportement à la flexion de la dalle pour décrire la relation « rotation de la dalle ψ - effort tranchant τ ». La combinaison du *critère de rupture* décrit dans la section 2.6 et du *comportement charge - rotation* de la dalle exposé dans cette section permet de déterminer la résistance au poinçonnement V_R de la dalle et la déformée à la rupture (fig. 1.4).

La section 4.2 donne les bases théoriques du modèle : la théorie élastique des dalles, les caractéristiques des matériaux et les relations moment - courbure. Le modèle physique proposé est exposé à la section 4.3. Après l'explication des données géométriques, des équations d'équilibre et de la façon de considérer les barres d'armature orthogonales, la démarche du calcul est détaillée et les résultats principaux sont montrés.

4.2 Bases

Théorie élastique des dalles

La théorie élastique des dalles circulaires, développée par Poisson en 1829, est décrite dans plusieurs ouvrages (voir par exemple [Timoshenko59]). Les considérations plus importantes en sont rappelées ici.

Des dalles pour lesquelles les déplacements verticaux w sont petits par rapport à l'épaisseur h de la dalle sont considérées. Les hypothèses suivantes sont donc valables :

- Aucune déformation du feuillet moyen de la dalle
- Aucun effet causé par l'effort tranchant sur les déplacements
- Les efforts normaux perpendiculaires à la dalle sont négligés

Grâce à ces hypothèses, toutes les contraintes peuvent être exprimées en fonction du déplacement w . L'expression pour w doit satisfaire une équation différentielle partielle linéaire laquelle, avec les conditions au bord, définit w de manière univoque. Au voisinage de la colonne, l'effort tranchant devient important et la deuxième hypothèse n'est plus entièrement valable.

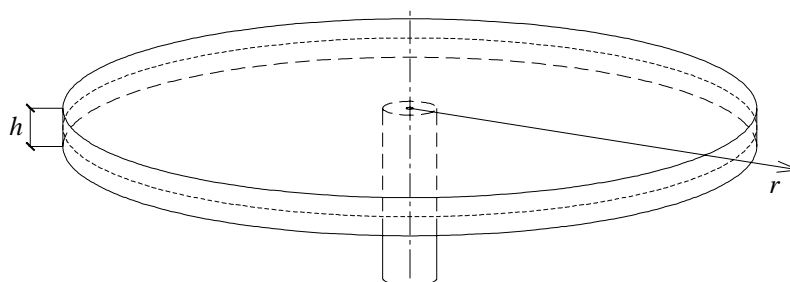


Figure 4.1: Dalle circulaire axisymétrique

Si les charges agissantes sur la dalle circulaire sont distribuées symétriquement par rapport à l'axe de la colonne, alors la déformée est symétrique. Tous les points qui se situent à la même distance r depuis le centre subissent le même déplacement vertical w . Il suffit donc de considérer les déplacements d'une section dans un plan passant par l'axe de symétrie (fig. 4.1).

La pente ψ dans le sens radial vaut $-dw / dr$ et la courbure radiale κ_R vaut :

$$\kappa_R = -\frac{d^2w}{dr^2} = \frac{d\psi}{dr} \quad (4.1)$$

La deuxième courbure principale κ_T , tangentielle, vaut :

$$\kappa_T = -\frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} = \frac{\psi}{r} \quad (4.2)$$

Sur la base de ces expressions, on obtient les valeurs correspondantes pour les moments de flexion m (flexion pure) :

$$m_R = D \cdot (\kappa_R + \eta \kappa_T) = -D \cdot \left(\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\eta}{r} \frac{dw}{dr} \right) = D \cdot \left(\frac{d\psi}{dr} + \frac{\eta}{r} \cdot \psi \right) \quad (4.3)$$

$$m_T = D \cdot (\kappa_T + \eta \kappa_R) = -D \cdot \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{dw}{dr} + \eta \cdot \frac{d^2w}{dr^2} \right) = D \cdot \left(\frac{\psi}{r} + \eta \cdot \frac{d\psi}{dr} \right) \quad (4.4)$$

où $D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \eta^2)}$ est la rigidité en flexion et η le module de Poisson.

Les équations (4.3) et (4.4) ne contiennent qu'une variable, w ou ψ , qui peut être déterminée en considérant l'équilibre d'un élément différentiel de dalle (fig. 4.2).

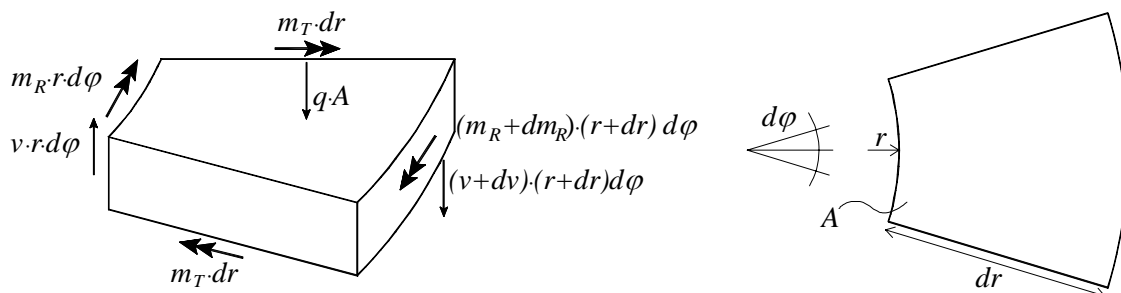


Figure 4.2: Equilibre d'un élément différentiel de dalle

Modèle physique

Les moments tangentiels qui agissent sur les deux faces latérales sont en équilibre avec un moment résultant en direction radiale égal à $m_T \cdot dr \cdot d\varphi$. A cause de la symétrie les efforts tranchants en direction tangentielle sont nuls. Les efforts tranchants en direction radiale causent un moment égal à $v \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$, si on néglige la petite différence d'effort tranchant entre les deux faces.

L'équation d'équilibre des moment en direction radiale peut être écrite comme suit :

$$(m_R + dm_R) \cdot (r + dr) \cdot d\varphi - m_R \cdot r \cdot d\varphi - m_T \cdot dr \cdot d\varphi + v \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi = 0$$

et, en négligeant les petites quantités des ordres supérieures :

$$m_R + \frac{dm_R}{dr} \cdot r - m_T + v \cdot r = 0 \quad (4.5)$$

Si on substitue les expressions (4.3) et (4.4) pour m_R et m_T dans (4.5) on obtient :

$$\frac{d^2\psi}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d\psi}{dr} - \frac{\psi}{r^2} = -\frac{v}{D} \quad (4.6)$$

et

$$\frac{d^3w}{dr^3} + \frac{1}{r} \cdot \frac{d^2w}{dr^2} - \frac{1}{r^2} \cdot \frac{dw}{dr} = -\frac{v}{D} \quad (4.7)$$

Dans tous les cas de dalles circulaires chargées symétriquement, l'effort tranchant v qui agit à la distance r peut facilement être calculé en divisant la charge agissante à l'extérieur du cercle de rayon r par $2\pi r$. En connaissant la valeur de l'effort tranchant, les équations (4.6) et (4.7) peuvent être utilisées pour déterminer les valeurs de la pente ψ et du déplacement vertical w .

L'équation (4.7) peut ainsi être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left\{ r \cdot \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \left(r \cdot \frac{dw}{dr} \right) \right] \right\} = \frac{q}{D} \quad (4.8)$$

Cette équation peut facilement être intégrée si l'intensité de la charge q est connue en fonction du rayon r .

Les figures suivantes montrent les courbures radiales et tangentielles κ_R et κ_T (fig. 4.3), les moments radiaux et tangentiels m_R et m_T et l'effort tranchant v (fig. 4.4), la flèche w et la pente ψ (fig. 4.5) pour le cas d'une dalle circulaire appuyée sur une colonne centrale et chargée le long de son bord libre. Ce cas représente une dalle d'essai simple comme montré à la fig. 2.15.

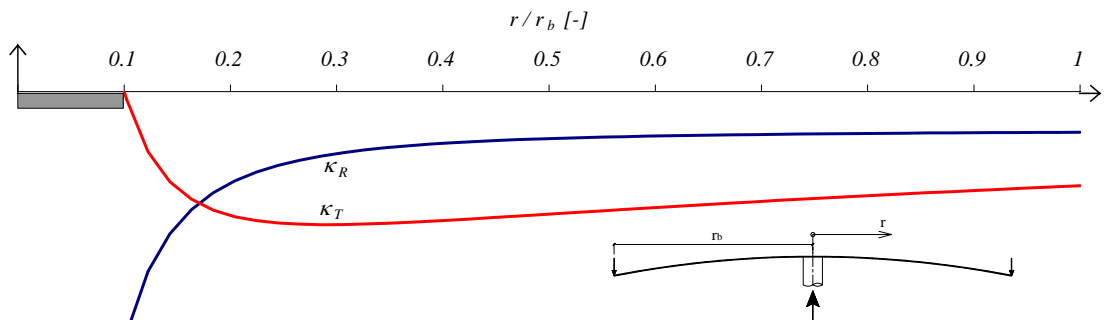


Figure 4.3: Courbure radiale κ_R et courbure tangentielle κ_T , dalle avec bords libres

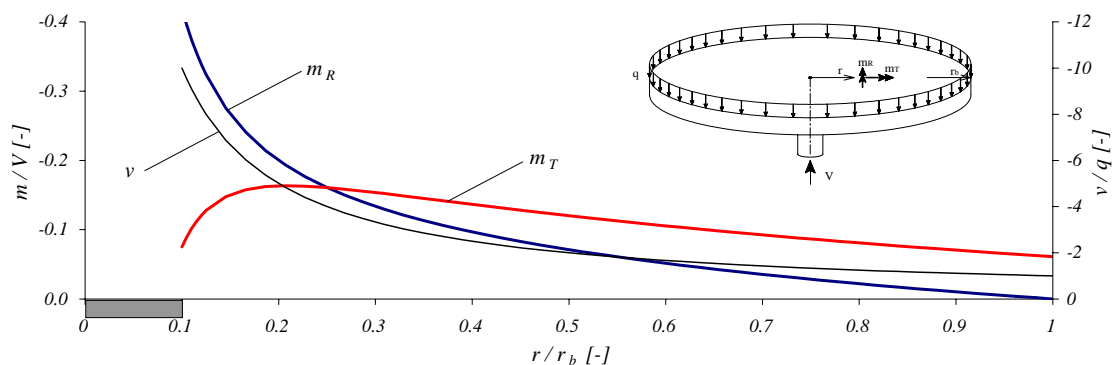


Figure 4.4: Moment radial m_R , moment tangential m_T et effort tranchant v , dalle avec bords libres ($\eta = 0.2$)

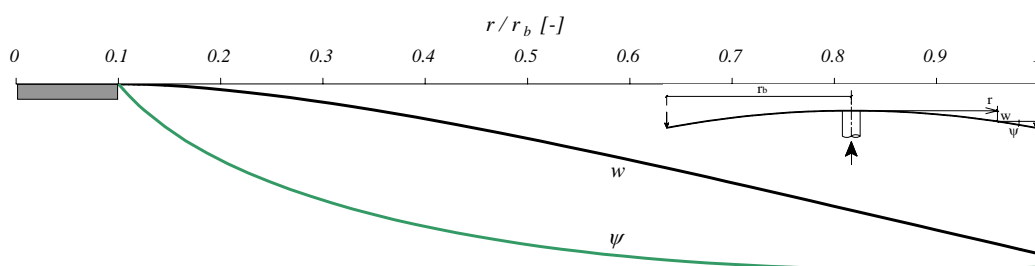


Figure 4.5: Flèche w et pente ψ , dalle avec bords libres ($\eta = 0.2$)

La courbure radiale κ_R a sa valeur maximale en valeur absolue au bord de la colonne et diminue assez vite en s'éloignant (fig. 4.3). A partir de $r/r_b = 0.3$ elle reste à peu près constante jusqu'au bord de la dalle. La courbure tangentielle κ_T , par contre, est nulle au bord de la colonne, atteint sa valeur maximale à environ 1/3 du rayon de la dalle et est plus grande en valeur absolue que la courbure radiale κ_R sur pratiquement toute la dalle sauf au voisinage de la colonne.

Les moments radiaux et tangentiels m_R et m_T (fig. 4.4) dépendent des courbures et sont influencés par le coefficient de Poisson η (éq. 4.3 et 4.4). L'allure des deux courbes est par conséquent très similaire à celle des courbures avec les différences que le moment radial m_R est nul au bord de la dalle alors que le moment tangential m_T n'est pas nul au bord de la colonne. L'effort tranchant v diminue assez vite avec l'augmentation du rayon r .

La flèche w et la pente ψ (fig. 4.5) sont nulles au bord de la colonne et augmentent en direction du bord de la dalle. La flèche maximale se trouve au bord de la dalle, alors que la pente maximale est atteinte près du bord de la dalle.

Les figures suivantes (fig. 4.6 à 4.8) montrent les mêmes grandeurs pour le cas d'une dalle circulaire appuyée sur une colonne centrale avec les bords encastés mais libres de se déplacer verticalement. La dalle est chargée par une charge uniformément répartie sur la surface q .

Modèle physique

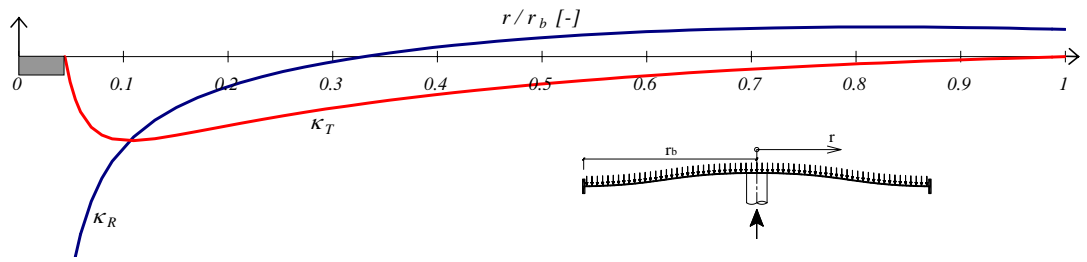


Figure 4.6: Courbure radiale κ_R et courbure tangentielle κ_T , dalle avec bords encastés

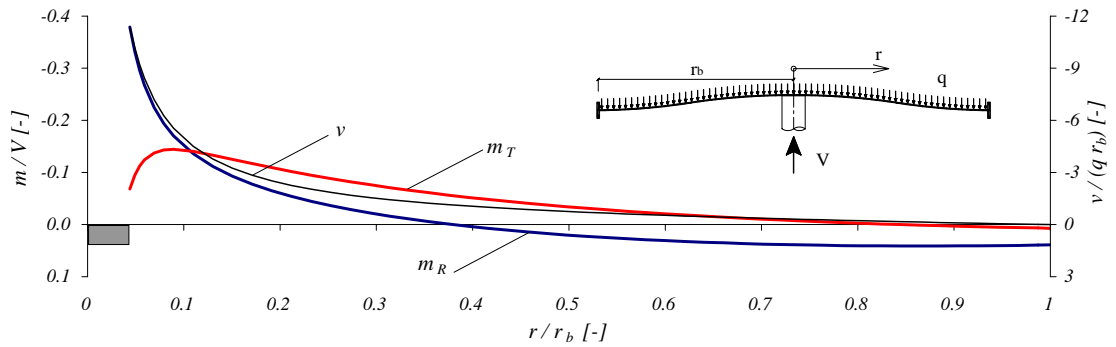


Figure 4.7: Moment radial m_R , moment tangential m_T et effort tranchant v , dalle avec bords encastés ($\eta = 0.2$)

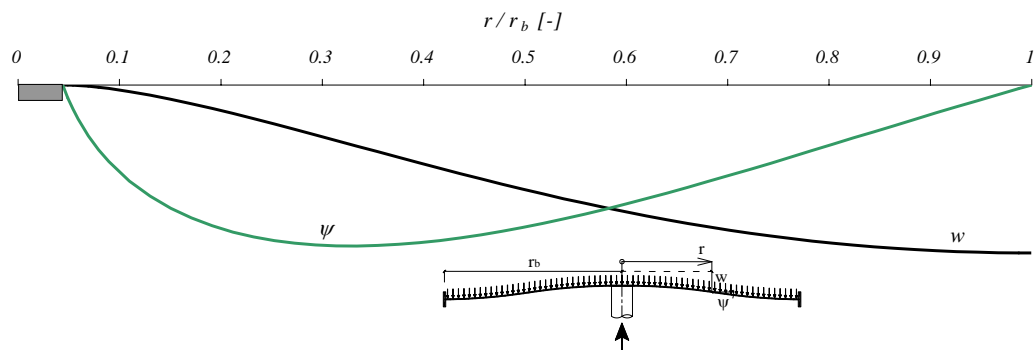


Figure 4.8: Flèche w et pente ψ , dalle avec bords encastés ($\eta = 0.2$)

Par rapport à la dalle avec bords libres, la courbure radiale κ_R change de signe quand les bords sont encastés (fig. 4.6) et la courbure tangentielle κ_T s'annule au bord de la dalle. Le moment radial m_R est nul à une distance d'environ $r/r_b = 0.4$ et atteint sa valeur maximale positive avant l'encastrement du bord (fig. 4.7). Le moment tangential m_T tend vers zéro au bord de la dalle. La pente ψ est nulle au bord de la colonne et à l'encastrement et présente sa valeur maximale à peu près $1/3$ du rayon de la dalle en partant de la colonne (fig. 4.8).

Béton

Le comportement mécanique du béton est décrit par le diagramme contrainte-déformation de la fig. 4.9.

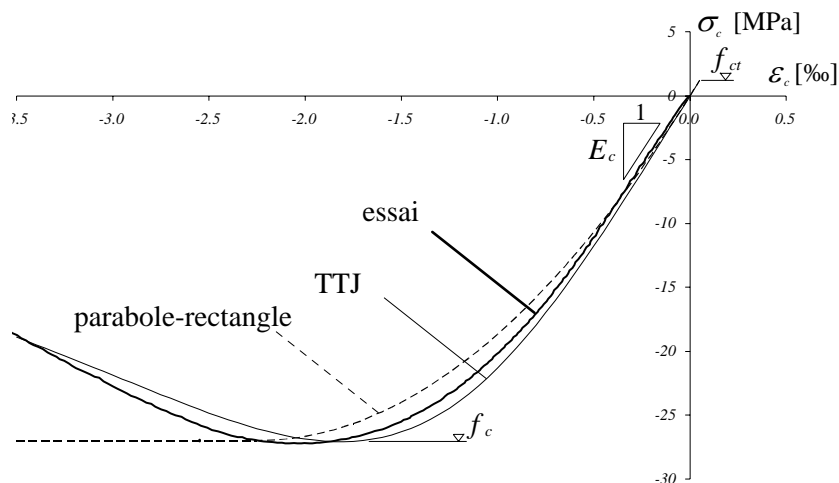


Figure 4.9: Diagramme contrainte-déformation du béton : courbe d'essai sur cylindre, modélisation selon Thorenfeldt, Tomaszewics et Jensen (TTJ) [Thorenfeldt87] et simplification parabole-rectangle

Le comportement en compression est caractérisé par trois phases :

- Une phase presque linéaire - élastique qui s'étend jusqu'à une contrainte d'environ 80% de la résistance à compression f_c . Le module d'élasticité E_c est valable en traction comme en compression.
- Quand la contrainte dépasse 80% de la résistance à la compression, des microfissures parallèles à la direction de la charge commencent à s'ouvrir et d'importantes déformations irréversibles se manifestent.
- Dans un essai en déformation contrôlée, quand la contrainte dépasse la résistance à la compression f_c , les fissures continuent de s'ouvrir et les lamelles se désolidarisent de plus en plus. La contrainte diminue.

Le béton sollicité à la traction a un comportement presque linéaire - élastique jusqu'à sa résistance. Son module d'élasticité dépend essentiellement de la composition des agrégats (facteur k_E à déterminer par des essais) et de la résistance à la compression. Il peut être déterminé avec la relation empirique suivante :

$$E_c = k_E \cdot f_c^{1/3} \quad (f_c \text{ en MPa}) \quad (4.9)$$

La résistance à la traction est également liée à la résistance à la compression. La relation empirique suivante donne des bons résultats :

$$f_{ct} = 0.30 \cdot f_c^{2/3} \quad (4.10)$$

Dès que la résistance à la traction f_{ct} est atteinte, le béton se fissure et l'éprouvette tendue se casse en deux morceaux avec un comportement fragile.

Modèle physique

Les caractéristiques du béton sont introduites dans le calcul avec un diagramme en compression simplifié parabole - rectangle. La contrainte dans le béton est calculée au moyen des équations :

$$\begin{aligned}
 \text{si } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_1 = -\frac{2 f_c}{E_c} & \quad \sigma = -f_c \cdot \left(2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_1^2} \right) \\
 \text{si } \varepsilon_1 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu} = -0.0035 & \quad \sigma = -f_c \\
 \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r = f_{ct}/E_c & \quad \sigma = \varepsilon \cdot E_c
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Bien que le comportement réel en compression du béton montre une diminution des contraintes après avoir atteint le pic de résistance maximale, le comportement idéalisé parabole - rectangle avec un plateau à contrainte constante (fig. 4.9) est une bonne approximation dans le cas d'éléments fléchis. Cette formulation tient compte d'une manière simplifiée de la plastification du béton comprimé.

Acier

Les caractéristiques mécaniques principales des aciers d'armature peuvent être tirées des diagrammes contrainte-déformation représentés aux fig. 4.10 et 4.11. Les diagrammes sont valables en traction aussi bien qu'en compression.

Tous les aciers ont un important domaine linéaire - élastique. Dans ce domaine, le comportement est quantitativement défini par le module d'élasticité E_s (rigidité du matériau) qui est pratiquement indépendant de la qualité de l'acier et qui vaut :

$$E_s = 205'000 \text{ N/mm}^2$$

Les torons de précontrainte, dont les fils qui les composent se déforment aussi dans le sens transversal quand ils sont tendus, ont un module d'élasticité réduit ($E_p = 195'000 \text{ N/mm}^2$).

Si la sollicitation de l'acier est égale à la limite d'écoulement f_{sy} , le matériau passe dans le domaine plastique avec une déformation qui augmente rapidement.

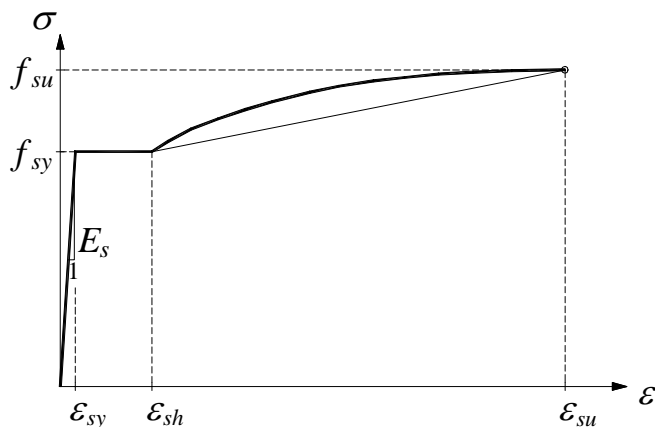


Figure 4.10: Diagramme contrainte-déformation d'un acier avec plateau d'écoulement

Dans le cas des aciers à dureté naturelle et des aciers trempés et revenus, si la déformation spécifique augmente au-delà de la limite d'écoulement ε_{sy} , la contrainte reste constante à f_{sy} (fig. 4.10). Ce comportement idéal plastique vaut jusqu'à la déformation ε_{sh} au-delà de laquelle la sollicitation commence de nouveau à augmenter. C'est le début de la phase dite d'écroutissage qui se termine par la rupture du matériau. La ligne épaisse montre le comportement réel, par contre la ligne fine est une simplification de la réalité (comportement tri-linéaire).

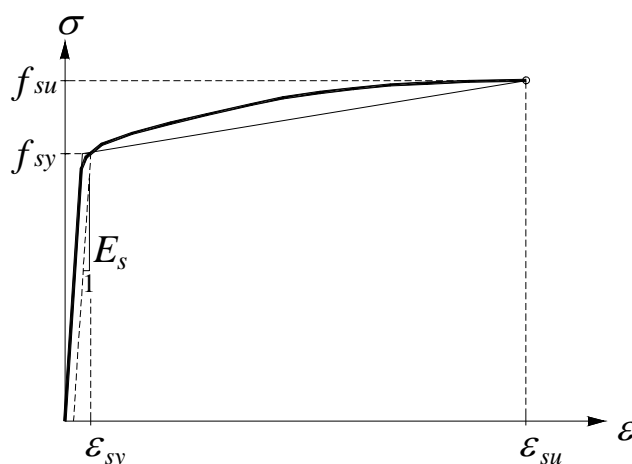


Figure 4.11: Diagramme contrainte-déformation d'un acier sans plateau d'écoulement

Dans le cas des aciers écrouis à froid (fig. 4.11), le plateau plastique n'existe pas. La phase d'écrouissage suit directement la phase élastique (ligne fine : loi bi-linéaire). Une limite apparente d'écoulement f_{sy} est généralement définie comme la sollicitation pour laquelle la déformation irréversible vaut 2‰.

Pour les aciers avec plateau d'écoulement, on peut décrire le diagramme contrainte-déformation de la fig. 4.10 par les formules suivantes [Cosenza93] :

$$\begin{aligned} \text{si } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} &\Rightarrow \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s \\ \text{si } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh} &\Rightarrow \sigma_s = f_{sy} \\ \text{si } \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} &\Rightarrow \sigma_s = f_{sy} + (f_{su} - f_{sy}) \cdot k_3 \cdot \left(1 - e^{(\varepsilon_{sh} - \varepsilon_s)/\alpha}\right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\text{où} \quad \alpha = k_1 \cdot \frac{\varepsilon_{sh} - \varepsilon_{su}}{\varepsilon_{sh} - k_2}$$

et k_1, k_2, k_3 sont des coefficients en fonction de la courbe d'écrouissage. On admettra $k_1 = 0.0245$, $k_2 = 0.1165$ et $k_3 = 1.019859$.

De même pour les aciers d'armature sans plateau d'écoulement et les aciers de précontrainte (fig. 4.11) [Cosenza93] :

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + \left(\frac{\sigma_s}{k_3}\right)^\alpha \quad (4.13)$$

$$\text{où } \alpha = \frac{\ln\left[\left(\varepsilon_{su} - f_{su}/E_s\right)/k_1\right]}{\ln\left(f_{su}/f_{sy}\right)} \quad \text{et} \quad k_3 = \frac{f_{sy}}{k_2^{1/\alpha}}$$

Modèle physique

avec $k_1 = k_2$ en fonction des déformation plastique à $f_{sy} \Rightarrow k_1 = k_2 = 0.002$

La figure 4.12 montre le comportement contrainte-déformation de ces trois type d'acier.

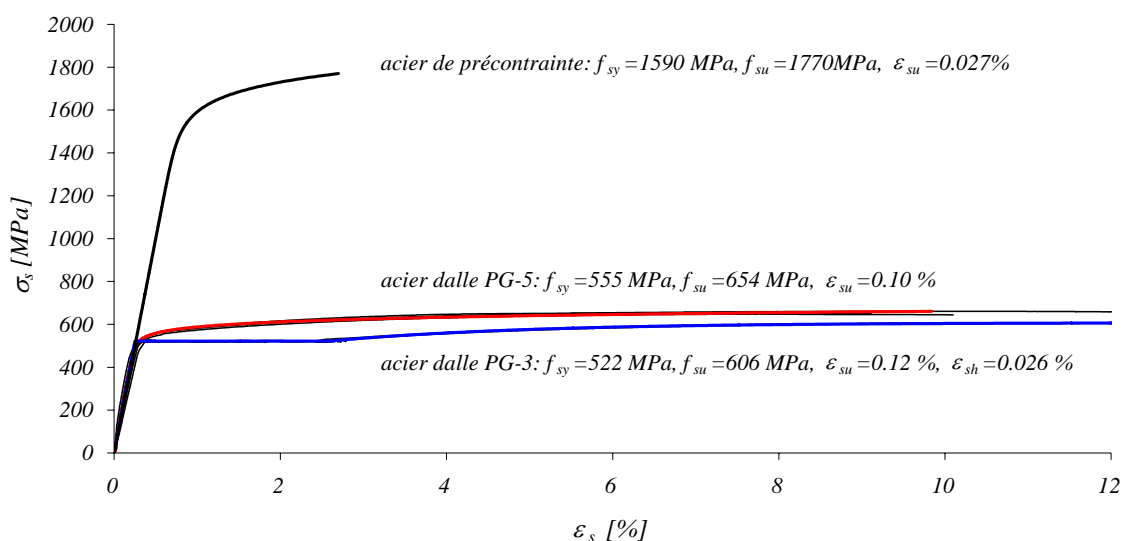


Figure 4.12: Diagramme contrainte-déformation de différents aciers d'armature ; les lignes fines (pratiquement superposées aux lignes plus épaisses) correspondent aux essais effectués sur les barres d'armature (3 pour la dalle PG-5 et 3 pour la dalle PG-3) ; les lignes plus épaisses montrent les éq. (4.12) et (4.13)

Relation moment - courbure

La relation moment - courbure permet de décrire le comportement mécanique des éléments fléchis. La figure 4.13 montre cinq régimes qui caractérisent ce comportement :

- non fissuré (élastique et linéaire) : jusqu'au moment de fissuration m_r
- formation des fissures : approximé avec un plateau à m_r
- ouverture des fissures (béton de la zone tendue fissuré, armature élastique) : jusqu'au moment de plastification m_{ply}
- écoulement de l'armature : plateau de κ_y à κ_h
- écrouissage de l'armature : a partir du moment plastique d'écrouissage m_{plh} jusqu'à la rupture (κ_u ; m_u)

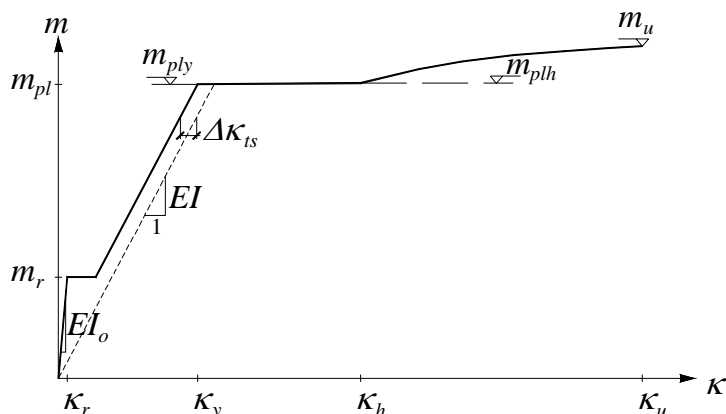


Figure 4.13: Relation moment - courbure idéalisée d'un élément en béton armé

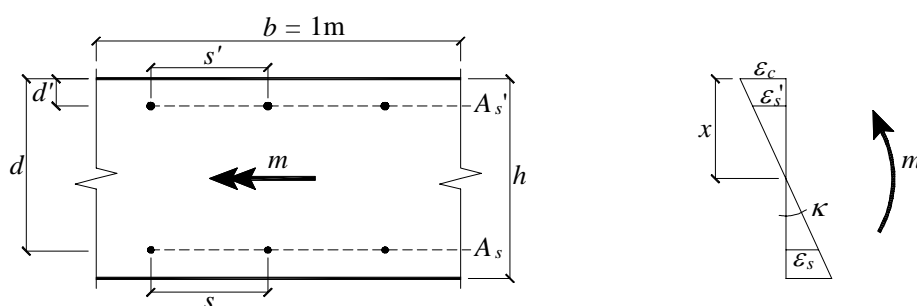


Figure 4.14: Définitions des grandeurs dans une section fléchie

Dans le régime non fissuré, les sollicitations sont petites et on peut admettre que le comportement de l'acier et du béton est encore linéaire élastique. La hauteur de la zone comprimée vaut donc :

$$x_o = \frac{E_c \cdot h^2 / 2 + E_s \cdot (\rho \cdot d^2 + \rho' \cdot d \cdot d')}{E_c \cdot h + E_s \cdot d \cdot (\rho + \rho')} \cong \frac{h}{2} \quad (4.14)$$

où $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{a_s}{d}$ et $\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d} = \frac{a_s'}{d}$: taux d'armature inférieure et supérieure (fig. 4.14).

Pour des taux d'armature ordinaires, la hauteur de la zone comprimée peut être approximé à la moitié de la hauteur de la dalle. La rigidité d'une section par unité de largeur b peut être exprimé comme suit :

$$\frac{EI_o}{b} = E_c \cdot \frac{h^3}{12} + (E_s - E_c) \cdot d \cdot [\rho \cdot (d - x_o)^2 + \rho' \cdot (d' - x_o)^2] \quad (4.15)$$

La linéarité du comportement permet d'établir la relation :

$$m = \kappa \cdot \frac{EI_o}{b} \quad (4.16)$$

Le moment de fissuration est atteint quand la contrainte dans le béton des fibres tendues atteint la résistance à la traction f_{ct} :

Modèle physique

$$E_c \cdot \varepsilon_{ct} = E_c \cdot \kappa_r \cdot (h - x_o) = f_{ct} \text{ où } \kappa_r = m_r \frac{b}{EI_o} \quad (4.17)$$

Le moment de fissuration m_r et la courbure de fissuration κ_r sont donc :

$$m_r = f_{ct} \cdot \frac{EI_o/b}{E_c \cdot (h - x_o)} \quad (4.18)$$

$$\kappa_r = \frac{f_{ct}}{E_c \cdot (h - x_o)} \quad (4.19)$$

Pendant la phase fissurée, pour des sollicitations pas trop importantes le comportement des matériaux est élastique. Les relations suivantes peuvent alors être utilisées :

$$x = d \cdot (\rho + \rho') \cdot n \cdot \left(\sqrt{1 + 2 \frac{\rho + \rho' \cdot d'/d}{n \cdot (\rho + \rho')^2}} - 1 \right) \quad (4.20)$$

où
$$n = \frac{E_s}{E_c}$$

et
$$m = \kappa \cdot \frac{EI}{b}$$

avec
$$\frac{EI}{b} = d^3 \cdot E_s \cdot \left[\frac{1}{3n} \cdot \left(\frac{x}{d} \right)^3 + \rho \cdot \left(1 - \frac{x}{d} \right)^2 + \rho' \cdot \left(\frac{d'}{d} - \frac{x}{d} \right)^2 \right] \quad (4.21)$$

Pour considérer l'effet sur la relation moment - courbure du tension stiffening (contribution du béton à la reprise d'une partie de l'effort de traction entre les fissures), il est nécessaire de considérer la transmission des forces de l'armature au béton. On peut considérer la zone tendue comme un tirant en béton armé. En réalité l'état de contraintes dans le béton du « tirant » est rendu compliqué par la courbure, par la variation du bras de levier et par le fait que l'armature n'est pas située au centre du tirant. Selon Muttoni et Burdet [Muttoni01], une approche simplifiée qui donne des résultats satisfaisants consiste à considérer un tirant idéalisé avec une répartition uniforme des contraintes, avec une hauteur réduite h_{red} et un taux d'armature idéalisé ρ_{id} :

$$h_{red} \cong \frac{h}{5} \text{ et } \rho_{id} = \frac{A_s}{b \cdot h_{red}} = \frac{a_s}{h_{red}} \quad (4.22)$$

La contribution du tension stiffening est estimée comme suit :

$$\Delta \kappa_{ts} = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{n \cdot \rho_{id}} \cdot \kappa_r \Rightarrow \Delta \kappa_{ts} = \frac{3}{40} \cdot \frac{f_{ct} \cdot h}{a_s \cdot E_s \cdot (h - x_o)} \quad (4.23)$$

La courbure κ_1 au début de l'ouverture des fissures vaut donc :

$$\kappa_1 = \frac{m_r}{EI/b} - \Delta \kappa_{ts} \quad (4.24)$$

Quand la contrainte dans la zone comprimée atteint une certaine intensité, la propagation de microfissures dans le béton provoque une diminution de la rigidité, en sorte que le comportement n'est plus linéaire (fig. 4.9). Il en résulte une répartition non linéaire des contraintes de compression dans le béton (fig. 4.15).

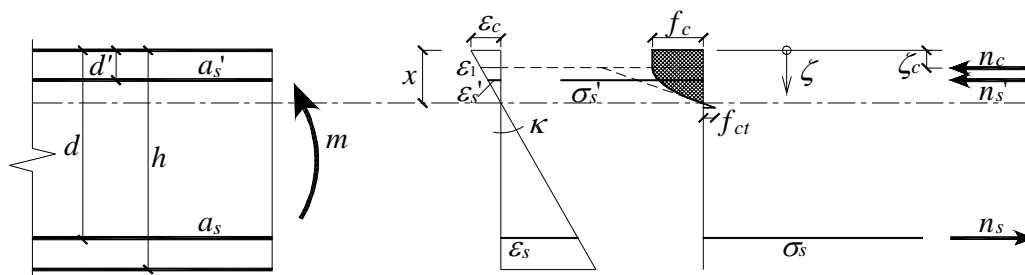


Figure 4.15: Répartition non linéaire des contraintes dans la zone comprimée

Conditions de compatibilité :

Avec l'hypothèse dite de Bernoulli (1705) que « les sections planes restent planes » (déjà Hooke avait démontré clairement en 1678 l'hypothèse des sections planes) les déformations sur la hauteur de la section peuvent être définies par deux variables : la courbure κ et la hauteur de la zone comprimée x . Donc la déformation peut être définie en tout point sur la hauteur de la section comme suit :

$$\varepsilon = \kappa \cdot (\zeta - x) \quad (4.25)$$

La déformation maximale du béton comprimé ε_c vaut donc :

$$\varepsilon_c = -\kappa \cdot x \quad (4.26)$$

La déformation des barres d'acier correspond à la déformation du béton qui se trouve à la même hauteur :

$$\varepsilon_s = \kappa \cdot (d - x) \text{ et } \varepsilon'_s = \kappa \cdot (d' - x) \quad (4.27)$$

Conditions d'équilibre :

En toutes sections les contraintes intégrées sur la hauteur donnent comme résultat les efforts dans la section m et n :

$$\int_{a_c} \sigma_c \cdot da_c + \int_{a_s} \sigma_s \cdot da_s + \int_{a'_s} \sigma'_s \cdot da'_s = n \quad (4.28)$$

$$\int_{a_c} \sigma_c \cdot \zeta \cdot da_c + \int_{a_s} \sigma_s \cdot \zeta \cdot da_s + \int_{a'_s} \sigma'_s \cdot \zeta \cdot da'_s = m \quad (4.29)$$

où a_c correspond à l'aire du béton de la section par unité de longueur.

Le comportement d'un élément fléchi peut être décrit en utilisant les conditions de compatibilité, les conditions d'équilibre et les relations contrainte - déformation des différents matériaux (fig. 4.9 à 4.12). Si la distribution des déformations ε est connue (éq. 4.25), alors les relations contrainte - déformation peuvent être utilisées pour déterminer la distribution des contraintes σ sur la section (éq. 4.11, 4.12 et 4.13). Sur la base des contraintes on peut calculer l'effort axial n et le moment de flexion m à partir des équations d'équilibre (éq. 4.28, 4.29).

Pour déterminer la relation moment - courbure dans le cas de flexion pure, la méthode choisie est de partir d'une courbure κ et calculer la hauteur de la zone comprimée x d'une façon itérative (avec la méthode de Newton - Raphson par exemple) grâce à la

Modèle physique

condition d'équilibre $n = 0$ (éq. 4.28). Une bonne valeur de départ pour l'itération est l'équation pour la détermination de x dans la phase fissurée (éq. 4.20). Le moment m peut alors être calculé avec la deuxième condition d'équilibre (éq. 4.29) qui peut aussi être écrite de manière plus explicite (fig. 4.15) :

$$m = n_c \cdot \zeta_c + n_s \cdot d + n'_s \cdot d' \quad (4.30)$$

Le calcul de la résultante des efforts dans le béton n_c et de sa position par rapport à la fibre supérieure ζ_c (fig. 4.15) est effectué par intégration de couches successives en tenant compte de la contribution du béton tendu (éq. 4.11).

Si ces calculs sont répétés pour différentes valeurs de la courbure κ , le diagramme complet moment - courbure de la section peut être établi. La figure 4.16 montre un exemple du résultat de calcul.

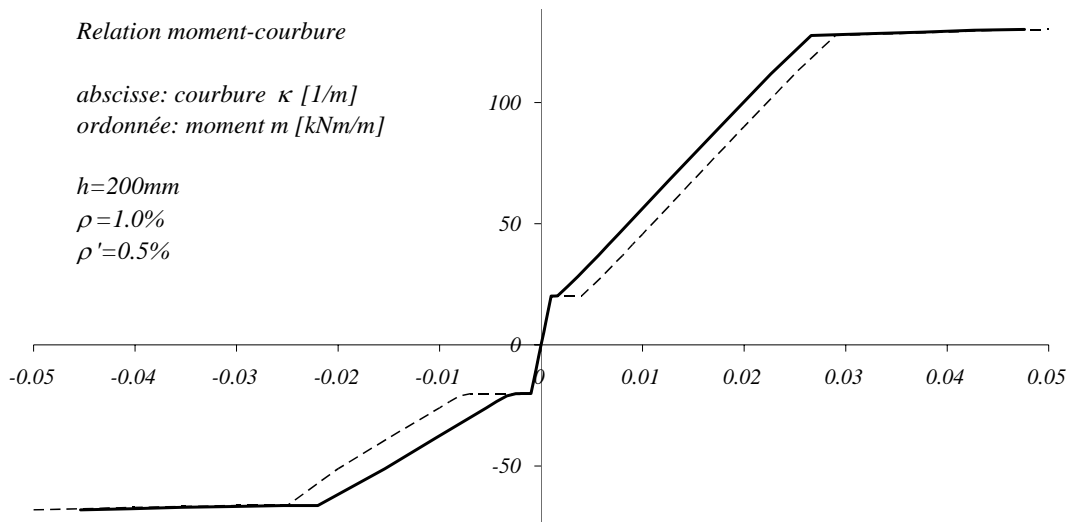


Figure 4.16: Relation moment - courbure calculée ; courbe continue avec contribution du tension stiffening (éq. 4.23) ; courbe traitillée sans tension stiffening

Avec précontrainte

Si la section est précontrainte il faut ajouter la contribution du câble (fig. 4.17).

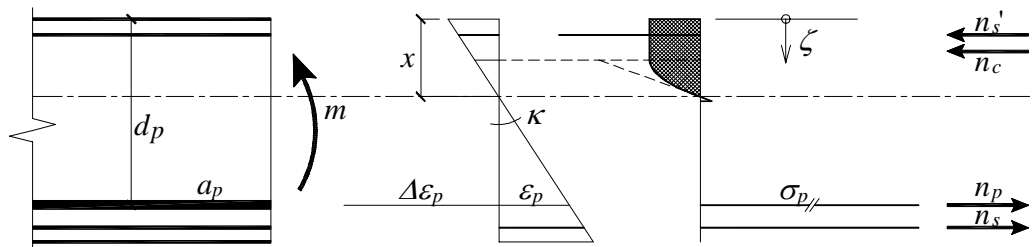


Figure 4.17: Déformations et contraintes avec câble de précontrainte

Dans le cas de précontrainte avec adhérence, à la déformation dans le câble de précontrainte ε_p causé par la courbure κ il faut ajouter la différence de déformation $\Delta\varepsilon_p$ introduite dans le câble lors de la mise en tension :

$$\varepsilon_{p,tot} = \varepsilon_p + \Delta\varepsilon_p = \kappa \cdot (d_p - x) + \Delta\varepsilon_p \quad (4.31)$$

Pour des câbles sans adhérence on admet $\varepsilon_p = 0$ (longueur du câble grande par rapport à la zone considérée).

La différence de déformation $\Delta\varepsilon_p$ peut être déterminée depuis les détails spécifiques de la mise en tension et en considérant les pertes en fonction du temps et du frottement. Le calcul de la valeur finale de cette déformation doit tenir compte des raccourcissements différés du béton dus au retrait et au fluage ainsi que de la relaxation de l'acier. Les pertes dues au frottement dépendent du coefficient de frottement du câble sur sa gaine, de la somme des déviations angulaires du câble entre l'ancrage le plus proche où agit le vérin et la section considérée et des irrégularités du tracé réel des gaines par rapport au tracé théorique (déviations parasites).

Une fois connue la déformation du câble de précontrainte $\varepsilon_{p,tot}$, la valeur de la tension σ_p peut être calculée grâce à la relation contrainte - déformation de l'acier de précontrainte (éq. 4.13). Dans les conditions d'équilibre (éq. 4.28, 4.29) il faut ajouter les termes dus à la précontrainte :

$$\int_{a_c} \sigma_c \cdot da_c + \int_{a_s} \sigma_s \cdot da_s + \int_{a'_s} \sigma'_s \cdot da'_s + \int_{a_p} \sigma_p \cdot da_p = n$$

$$\int_{a_c} \sigma_c \cdot \zeta \cdot da_c + \int_{a_s} \sigma_s \cdot \zeta \cdot da_s + \int_{a'_s} \sigma'_s \cdot \zeta \cdot da'_s + \int_{a_p} \sigma_p \cdot \zeta \cdot da_p = m \quad (4.32)$$

ou bien
$$m = n_c \cdot \zeta_c + n_s \cdot d + n'_s \cdot d' + n_p \cdot d_p$$

La figure 4.18 montre un exemple d'un résultat de calcul :

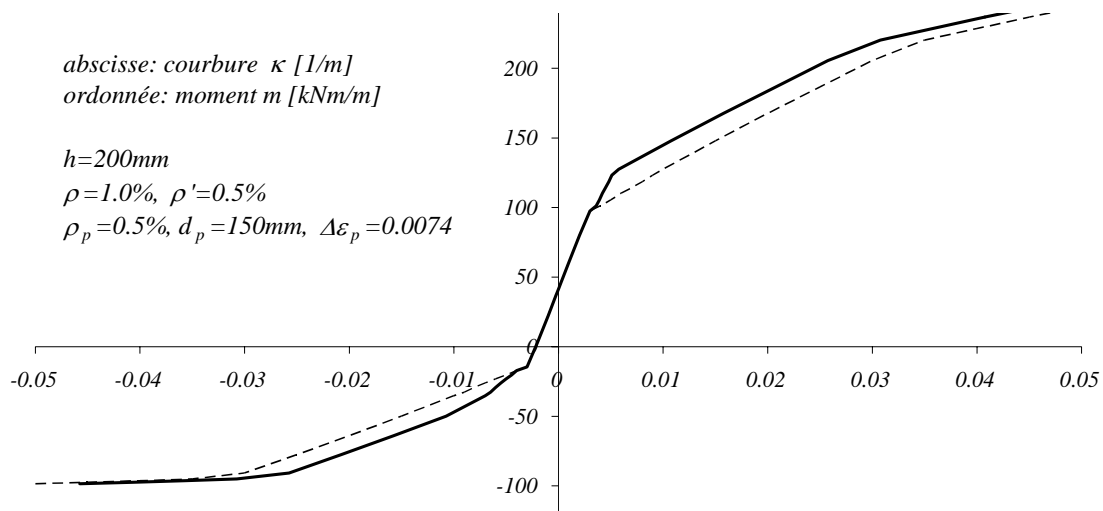


Figure 4.18: Relation moment - courbure avec précontrainte calculée ; courbe continue : avec contribution du tension stiffening (éq. 4.23) ; courbe traitillée : sans tension stiffening

A remarquer que la courbe ne passe plus par l'origine du diagramme. A une courbure $\kappa = 0$ correspond un moment de flexion induit par la différence de déformation $\Delta\varepsilon_p$ qui agit en tout cas sur la section.

Flexion composée

Si la flexion est accompagnée d'un effort normal $n = N/A_c$, le comportement mécanique et la résistance de la dalle en sont influencés de sorte que l'interaction entre les deux sollicitations doit être considérée.

Le moment de fissuration m_r est atteint quand la contrainte dans le béton est égale à sa résistance en traction :

$$m_r = \frac{EI/b}{h-x} \cdot \left(\frac{f_{ct}}{E_c} - \frac{n}{EA/b} \right) \tag{4.33}$$

Comme pour les cas de la flexion simple, la relation moment - courbure est déterminée en partant d'une courbure κ . La hauteur de la zone comprimée x peut être calculée grâce à la condition d'équilibre (éq. 4.28). Le moment m par rapport à l'axe de référence situé au milieu de la section devient (fig. 4.19) :

$$m = n_c \cdot \left(\zeta_c - \frac{h}{2} \right) + n_s \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) + n'_s \cdot \left(d' - \frac{h}{2} \right) \tag{4.34}$$

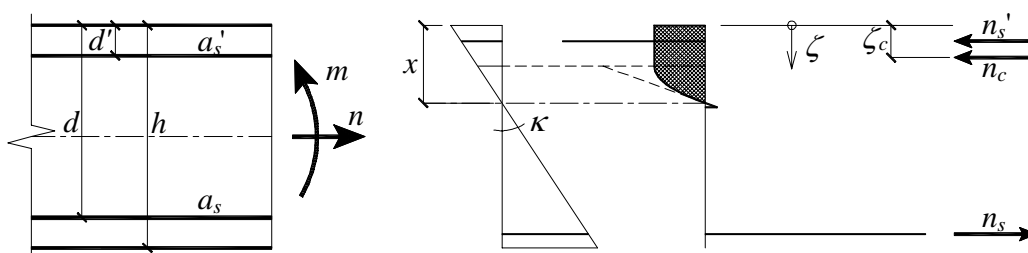


Figure 4.19: Flexion composée : sollicitations internes et moment par rapport à l'axe de référence

Un exemple d'un calcul complet des relations moment - courbure avec contribution du tension stiffening pour divers niveau d'effort normal est montré à la fig. 4.20 :

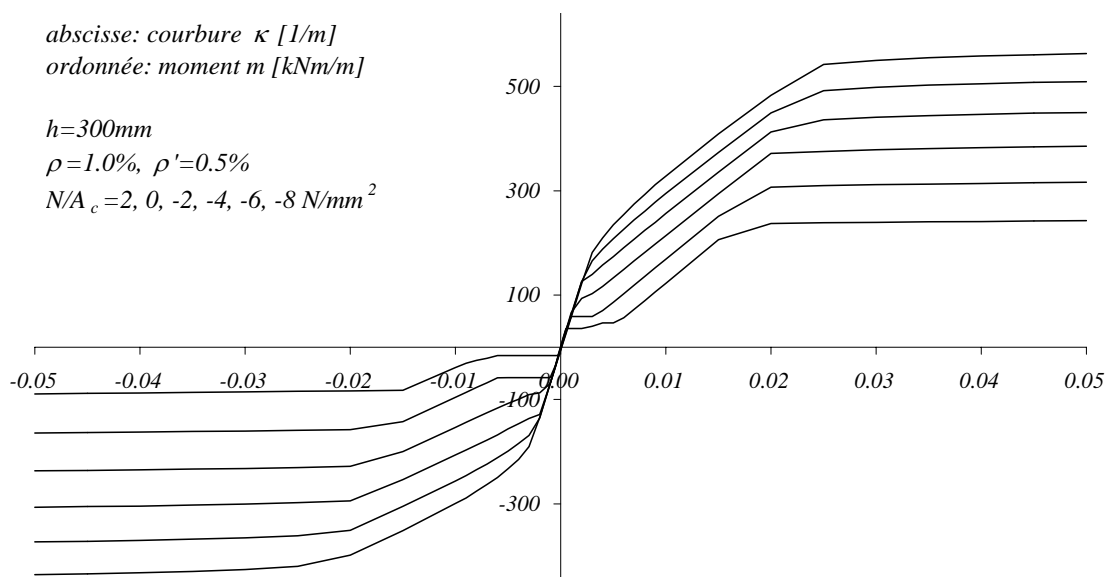


Figure 4.20: Relation moment - courbure pour divers niveaux d'effort normal

4.3 Relation charge - déformation d'un élément de dalle

Géométrie

Une dalle circulaire appuyée sur une colonne centrale, axisymétrique, divisée en secteurs de dalle $\Delta\varphi$ (fig. 4.21) est étudiée en découpant la dalle en segments annulaires et en calculant incrémentalement la déformation et les autres valeurs en partant du bord de la colonne. Un processus itératif permet d'atteindre la condition limite $m_R = 0$ au bord libre.

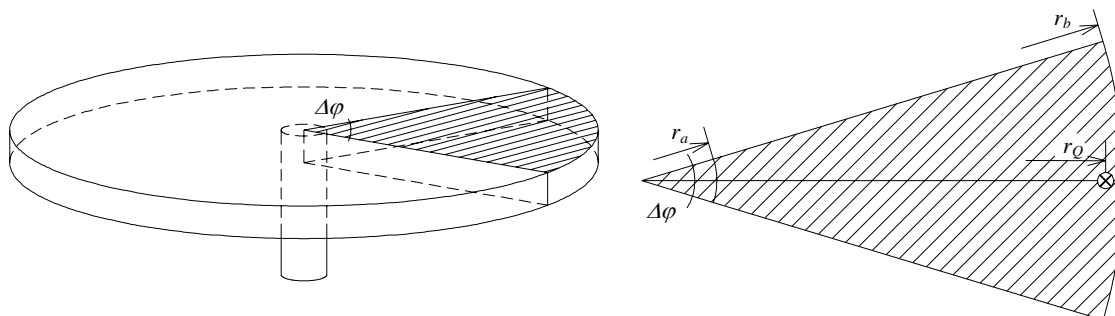


Figure 4.21: Dalle circulaire axisymétrique, divisée en secteurs $\Delta\varphi$

r_a : rayon de la colonne

r_b : rayon de la dalle

r_Q : distance entre le centre de la dalle et la force externe Q

Les secteurs $\Delta\varphi$ sont eux-mêmes divisés en éléments de dalle discrets de longueur Δr sur lesquels agit une charge uniformément répartie q . La figure 4.22 montre l'élément de dalle et les actions agissant sur ses faces.

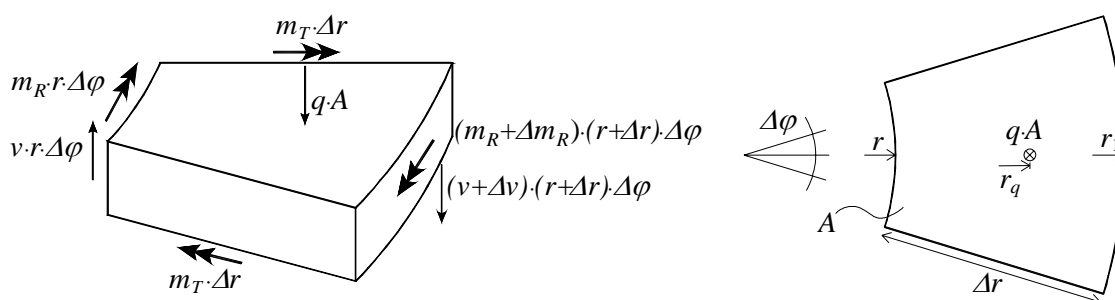


Figure 4.22: Actions sur l'élément discret de dalle

La surface de l'élément de dalle A vaut :

$$A = \left[(r + \Delta r)^2 \cdot \pi - r^2 \cdot \pi \right] \cdot \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \Delta r \cdot \Delta\varphi \cdot \left(r + \frac{\Delta r}{2} \right) \quad (4.35)$$

et la distance entre le centre de la dalle et le centre de gravité de l'élément :

$$r_q = \frac{1}{q \cdot A} \int_r^{r_1} q \cdot r^2 \cdot d\varphi \cdot dr = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_1^3 - r^3}{r_1^2 - r^2} = \frac{r^2 + r \cdot \Delta r + \Delta r/3}{r + \Delta r/2} \quad (4.36)$$

Equations d'équilibre

En appliquant l'équation d'équilibre des forces verticales on peut déterminer l'effort tranchant par unité de longueur v en fonction du rayon r . L'effort tranchant v qui agit à la distance r peut être calculé en divisant la charge agissante sur la dalle à l'extérieur du cercle de rayon r par $2\pi r$:

$$v = \frac{q \cdot (r_b^2 - r^2) \cdot \pi + Q_{tot}}{2 \cdot r \cdot \pi} = q \cdot \frac{r_b^2 - r^2}{2 \cdot r} + \frac{Q_{tot}}{2 \cdot r \cdot \pi} \quad (4.37)$$

si $r > r_Q$ alors $Q_{tot} = 0$, où Q_{tot} est la résultante des forces agissantes à $r = r_Q$.

L'équation d'équilibre des forces verticales sur l'élément de longueur Δr donne :

$$\begin{aligned} \Sigma F \uparrow = 0 &\Leftrightarrow v \cdot r \cdot \Delta\varphi = (v + \Delta v) \cdot (r + \Delta r) \cdot \Delta\varphi + q \cdot A \\ &\Leftrightarrow \frac{\Delta v}{\Delta r} + \frac{v}{r} + \frac{\Delta v}{r} + q \cdot \left(1 + \frac{\Delta r}{2r}\right) = 0 \end{aligned} \quad (4.38)$$

L'équation d'équilibre des moments sur l'élément de longueur Δr , sans négliger les petites quantités « d'ordre supérieur » comme était le cas pour l'équation différentielle (4.5) donne :

$$\begin{aligned} \Sigma M = 0 &\Leftrightarrow m_R \cdot r \cdot \Delta\varphi - (m_R + \Delta m_R) \cdot (r + \Delta r) \cdot \Delta\varphi + m_T \cdot \Delta r \cdot \Delta\varphi + \\ &+ (v + \Delta v) \cdot (r + \Delta r) \cdot \Delta\varphi \cdot \Delta r + q \cdot A \cdot (r_q - r) = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Grâce à l'éq. 4.39 on peut déterminer l'expression pour le moment radial de l'élément de dalle discret suivant m_{Ri+1} (fig. 4.23) :

$$m_{Ri+1} = m_{Ri} + \Delta m_R = m_{Ri} + \frac{m_{Ti} - m_{Ri} + v_{i+1} \cdot r_{i+1} + q \cdot (r_q - r_i) \cdot \left(r_i + \frac{\Delta r}{2}\right)}{\frac{r_i}{\Delta r} + 1} \quad (4.40)$$

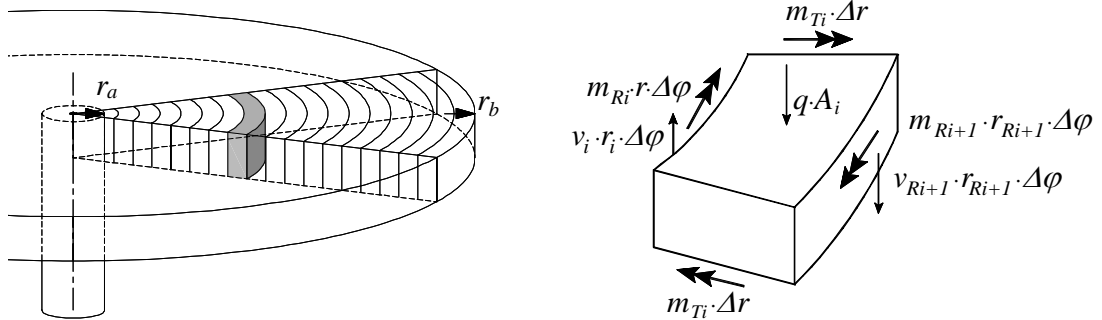


Figure 4.23: Moment radial de l'élément de dalle suivant m_{Ri+1}

Le moment radial de l'élément successif m_{Ri+1} dépend donc du moment radial m_{Ri} et tangentiel m_{Ti} de l'élément qui le précède, de l'effort tranchant v_{i+1} et de la position v_i et r_{i+1} des l'éléments.

Orthogonalité des barres d'armature

Le modèle physique considère une dalle parfaitement axisymétrique. Pour avoir cette symétrie dans la réalité, on devrait disposer l'armature radialement depuis le centre de la colonne vers l'extrémité de la dalle et l'armature tangentielle en forme d'anneaux circulaires autour de la colonne, c'est-à-dire une disposition des barres d'acier avec une symétrie polaire parfaite. Dans la pratique par contre, l'armature est disposée d'une façon orthogonale et on ne peut plus considérer tout simplement une symétrie polaire. Dans les quatre directions principales des barres d'armature on a des rigidités bien supérieures par rapport aux directions intermédiaires.

Un modèle simple avec des éléments prismatiques en béton armé qui simulent les deux nappes tendues d'armature supérieures enrobées dans le béton permet d'estimer les différentes rigidités en fonction de la disposition de l'armature (fig. 4.24). Il s'agit ici des deux cas extrêmes : la direction plus rigide, avec les barres d'armature dans la même direction de l'effort de traction ($\alpha = 90^\circ$) et la direction plus faible avec $\alpha = 45^\circ$.

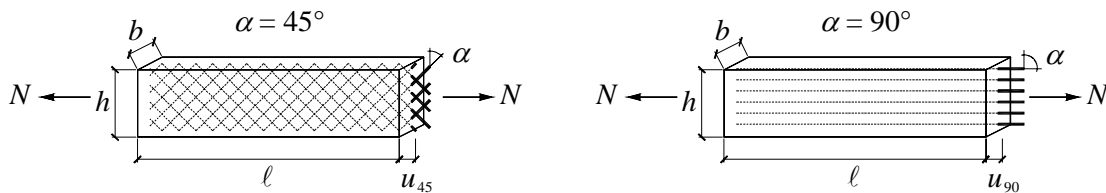


Figure 4.24: Prismes de béton armé avec armatures disposées à 45° et à 90° sollicités en traction pure

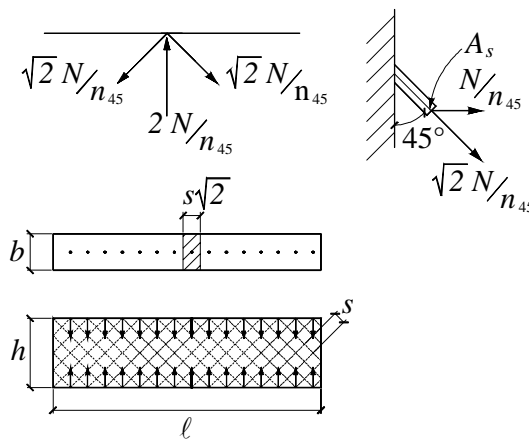


Figure 4.25: Détails du prisme avec armatures disposées à 45°

Si $n_{90} = h / s$ (où s est l'espacement entre les barres d'armature) est le nombre de barres du prisme avec $\alpha = 90^\circ$ présentes dans la section $b \cdot h$, alors $n_{45} = n_{90} \cdot \sqrt{2}$ est le nombre de barres dans la même section du prisme avec $\alpha = 45^\circ$.

La contrainte dans les barres d'armature, qu'on admet sollicitées exclusivement selon la direction des barres, vaut (fig. 4.25) :

$$\sigma_{s45} = \frac{\sqrt{2} \cdot N}{n_{45} \cdot A_s} \text{ et avec } \rho = \frac{n_{90} \cdot A_s}{b \cdot h} \Rightarrow \sigma_{s45} = \frac{N}{\rho \cdot b \cdot h} \tag{4.41}$$

Modèle physique

A cause des sollicitations des barres d'armature au bord du prisme $\alpha = 45^\circ$ une force de $2 \cdot N / n_{45}$ est introduite dans le béton à chaque croisement de barres, qui équivaut à une distance de $s\sqrt{2}$. En effet, l'armature disposée à 45° engendre des sollicitations de compression transversales dans le béton qui provoquent des allongements supplémentaires de l'élément prismatique. Ces forces sont comparables à une contrainte latérale du prisme qui vaut :

$$\sigma_{c45} = \frac{\sqrt{2}}{n_{45}} \cdot \frac{N}{b \cdot s} \text{ et avec } n_{45} = \sqrt{2} \cdot \frac{h}{s} \Rightarrow \sigma_{c45} = \frac{N}{b \cdot h} \quad (4.42)$$

On applique maintenant le principe des travaux virtuels au volume du prisme $\alpha = 45^\circ$ pour déterminer le déplacement u_{45} . Ce déplacement est décomposé en une partie due au béton et une deuxième due à l'acier d'armature :

$$u = \iiint \varepsilon \cdot \bar{\sigma} \cdot dV = \iiint \frac{\sigma}{E} \cdot \frac{\sigma}{N} \cdot dV = \frac{1}{N} \iiint \frac{\sigma^2}{E} \cdot dV = u_s + u_c$$

avec éq. 4.41
$$u_{s45} = \frac{1}{N} \int_s \frac{\sigma_s^2}{E_s} dV = \frac{2 \cdot N \cdot \ell}{\rho \cdot b \cdot h \cdot E_s}$$

où
$$\int_s dV = n_{45} \cdot A_s \cdot \ell \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \rho \cdot b \cdot h \cdot \ell$$

avec éq. 4.42
$$u_{c45} = \frac{1}{N} \int_c \frac{\sigma_c^2}{E_c} dV = \frac{N \cdot \ell}{b \cdot h \cdot E_c}$$

où
$$\int_c dV = b \cdot h \cdot \ell$$

et donc
$$\Rightarrow u_{45} = \frac{N \cdot \ell}{b \cdot h} \cdot \left(\frac{2}{\rho \cdot E_s} + \frac{1}{E_c} \right) \quad (4.43)$$

Le déplacement du prisme $\alpha = 90^\circ$ vaut par contre, en négligeant le tension stiffening :

$$u_{90} = \frac{N \cdot \ell}{E_s \cdot A_s} = \frac{N \cdot \ell}{E_s \cdot \rho \cdot b \cdot h} \quad (4.44)$$

et le rapport entre les deux déplacements (éq. 4.43 et 4.44) :

$$\frac{u_{45}}{u_{90}} = 2 + \rho \cdot \frac{E_s}{E_c} = 2 + \rho \cdot n \quad (4.45)$$

Le rapport entre les deux rigidités extrêmes (rigidité $EA = N \cdot \ell / u$) vaut donc :

$$\frac{EA_{45}}{EA_{90}} = \frac{1}{2 + \rho \cdot n} \quad (4.46)$$

Avec des valeurs de n (rapport entre E_s et E_c) entre 7 et 20 et un taux d'armature usuel pour les dalles entre 0.5 et 2.0%, on obtient des rapports entre les rigidités extrêmes de $0.4 \div 0.5$ (fig. 4.26). Le taux d'armature a donc une influence assez faible sur le rapport entre les rigidités.

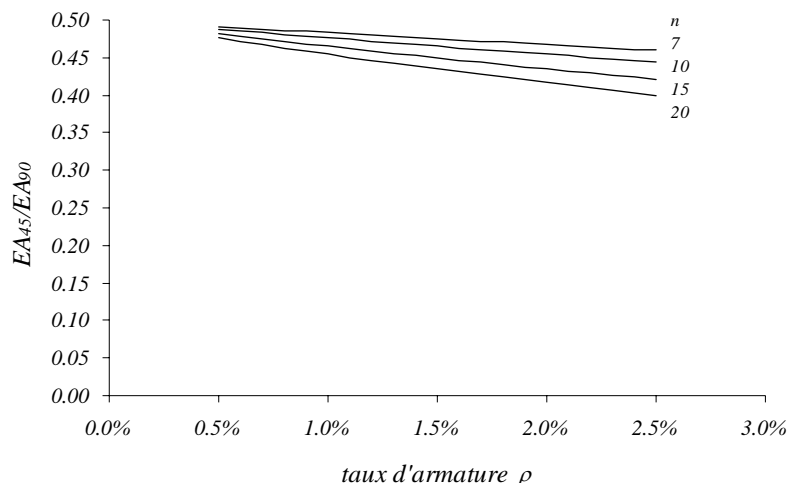


Figure 4.26: Rapport entre la rigidité à 45° et celle à 90° (éq. 4.46) en fonction du taux d'armature ρ pour différents valeurs de $n = 7, 10, 15, 20$

Pour tenir compte de ces différentes rigidités on introduit un facteur β de correction. $\beta = EA / EA_{90}$ représente le rapport entre la rigidité moyenne des deux nappes orthogonales tendues par rapport à la rigidité maximale qu'on a suivant les directions principales des barres. Dans le calcul cet effet sera considéré par une réduction du module d'élasticité de l'acier E_s à une valeur fictive de βE_s . Une moyenne pour α égale à 45° jusqu'à 90° est environ $\beta = 0.70$. Les essais ont montré qu'avec cette valeur la rigidité de la dalle peut être décrite correctement. Dans les cas avec disposition des armatures radiales et tangentielles, le facteur β vaut évidemment 1.0.

Description de l'algorithme

Pour déterminer la résistance au poinçonnement à l'aide du *critère de rupture* décrit dans la section 2.6 il faut calculer le *comportement charge - rotation* de la dalle sur colonne. Il s'agit de déterminer les valeurs de la rotation ψ pour plusieurs niveaux de charge et donc pour différents efforts de compression dans la colonne V .

La démarche du calcul pour la détermination de la rotation ψ pour un niveau de charge donné est montrée schématiquement à la fig. 4.27.

Modèle physique

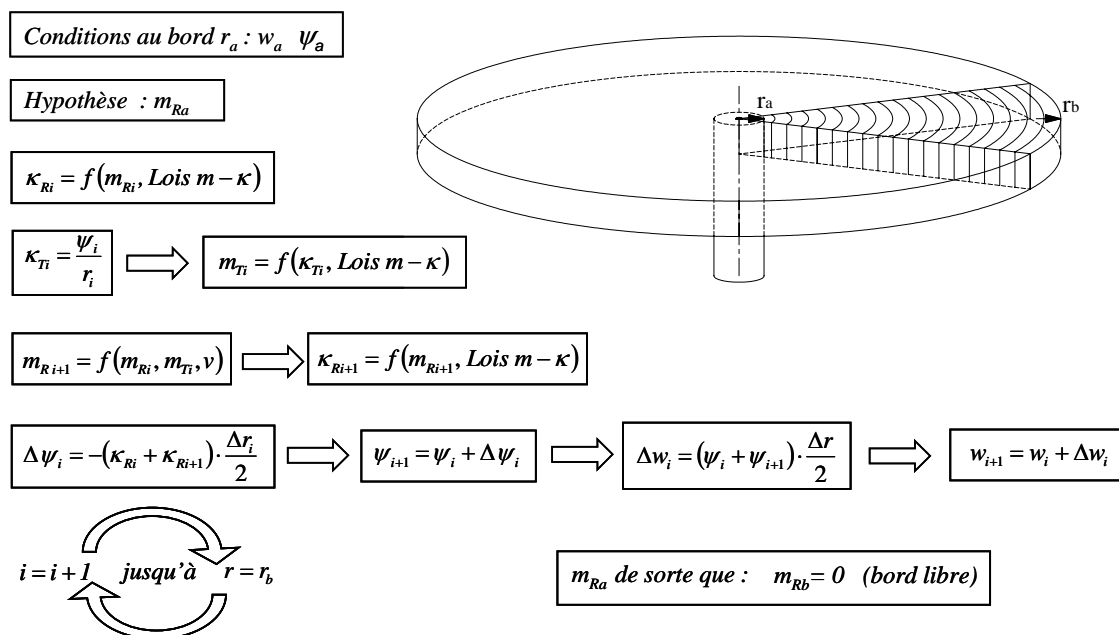


Figure 4.27: Calcul itératif pour la détermination de la rotation ψ dans le cas d'une dalle d'essai avec bord libre

La figure 4.28 montre aussi schématiquement la façon de déterminer la courbure radiale κ_R et le moment tangentiel m_T en connaissant la loi moment - courbure.

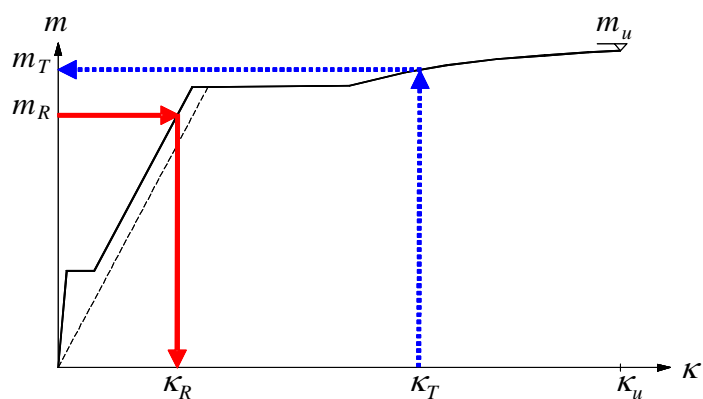


Figure 4.28: Loi moment - courbure $m - \kappa$; détermination de la courbure radiale κ_R en partant du moment radial m_R (flèches plaines) ou bien détermination du moment tangentiel m_T en connaissant la courbure tangentielle κ_T (flèches pointillées)

La démarche du calcul est décrite plus en détail dans les points suivants.

Entrée des données et calculs préliminaires

- Entrée des données géométriques et des caractéristiques des matériaux

Données géométriques :

rayon de la colonne	r_a
rayon de la dalle	r_b
épaisseur de la dalle	$h(r)$
position de la charge Q	r_Q

Caractéristiques du béton :

résistance à la compression	f_c
résistance à la traction	f_{ct}
module d'élasticité	E_c

Caractéristiques de l'acier :

taux d'armature radial inférieur	$\rho_R(r)$
taux d'armature radial supérieur	$\rho'_R(r)$
taux d'armature tangential inférieur	$\rho_T(r)$
taux d'armature tangential supérieur	$\rho'_T(r)$
hauteur statique radiale	$d_R(r)$
hauteur statique tangentielle	$d_T(r)$
position armature radiale sup.	$d'_R(r)$
position armature tangentielle sup.	$d'_T(r)$
type d'acier	fig. 4.10-4.11
limite d'écoulement	f_{sy}
résistance ultime	f_{su}
module d'élasticité	E_s
déformation avant écrouissage	ε_{sh}
déformation ultime	ε_{su}

- Division du secteur circulaire en éléments discrets de longueur Δr (fig. 4.27). La longueur des éléments peut varier le long du rayon r : $\Delta r(r)$. La zone critique au voisinage de la colonne où il y a les variations plus importantes des valeurs cherchées peut être divisée en éléments plus petits que le reste de la dalle.
- Calcul des relations moment - courbure $m - \kappa$ radiales et tangentielles (fig. 4.16). Si la géométrie et/ou les caractéristiques des matériaux changent le long du rayon r il faudra déterminer plusieurs relations $m - \kappa$.
- Conditions de bord de la colonne r_a : flèche et pente nulles

$$w_a = 0 \text{ et } w'_a = \psi_a = 0$$

- Hypothèse de départ du moment radial au bord de la colonne : m_{Ra}

Premier pas du calcul

- Détermination de la courbure radiale au bord de la colonne (fig. 4.28) :

$$\kappa_{Ra} = f(m_{Ra}, \text{Lois } m - \kappa)$$

Modèle physique

- Calcul de la courbure tangentielle à mi-élément : $\kappa_{Ta} = \frac{-\psi_a + \kappa_{Ra} \cdot \Delta r_a / 2}{r_a + \Delta r_a / 2}$
- Détermination du moment tangentiel (fig. 4.28) : $m_{Ta} = f(\kappa_{Ta}, \text{Lois } m - \kappa)$
- Calcul du moment radial de l'élément successif m_{R1} à l'aide de l'équation (4.40)
- Détermination de la courbure radiale en fonction du moment m_{R1} (fig. 4.28) :

$$\kappa_{R1} = f(m_{R1}, \text{Lois } m - \kappa)$$
- Calcul de l'incrément de pente : $\Delta \psi_a = \Delta w_a' = -\frac{w_a'' + w_1''}{2} \cdot \Delta r_a = -\frac{\kappa_{Ra} + \kappa_{R1}}{2} \cdot \Delta r_a$
- Calcul de la pente de l'élément 1 : $\psi_1 = w_1' = w_a' + \Delta w_a'$
- Calcul de l'incrément de la flèche : $\Delta w_a = \frac{w_a' + w_1'}{2} \cdot \Delta r_a$
- Calcul de la flèche de l'élément 1 : $w_1 = w_a + \Delta w_a$

Pas de calcul successifs

- Calculs des moments, des courbures, des pentes et des flèches des éléments de dalle successifs jusqu'au bord de la dalle r_b d'une façon similaire au premier pas de calcul

Conditions de bord

- Itérations en changeant la valeur estimée de m_{Ra} au début du calcul pour faire en sorte que la condition au bord de la dalle r_b en fonction des différents cas soit satisfaite :

r_b = bord de la dalle libre : condition $m_{Rb} = 0$

r_b = rayon où la pente est nulle : condition $\psi_b = 0$

m_{Rb} connu (encastrement du bord) : condition $m_{Rb} = m_{Rb}$

Une fois le calcul pour la détermination de la rotation ψ pour un niveau de charge donné terminé, on obtient un point du diagramme charge - rotation (fig. 4.33). Pour obtenir la relation complète qui permet de déterminer la résistance au poinçonnement et la pente à la rupture, le calcul doit être répété pour différents niveaux de charge.

Exemples de résultats du calcul

Le calcul pour un niveau de charge défini donne les résultats suivants le long du rayon r : courbure radiale et tangentielle (κ_R , κ_T), moment radial et tangentiel (m_R , m_T) et flèche et pente (w , ψ). Les figures 4.29 et 4.31 montrent ces résultats partiels dans le cas d'une dalle d'essai simple (bord de dalle libre) et d'une dalle avec bords encastrees.

Dans les fig. 4.30 et 4.32 le niveau de charge a été varié de $0.1 \cdot V_{pl}$ jusqu'à $1.0 \cdot V_{pl}$, où V_{pl} est la charge ultime correspondante au mécanisme en flexion.

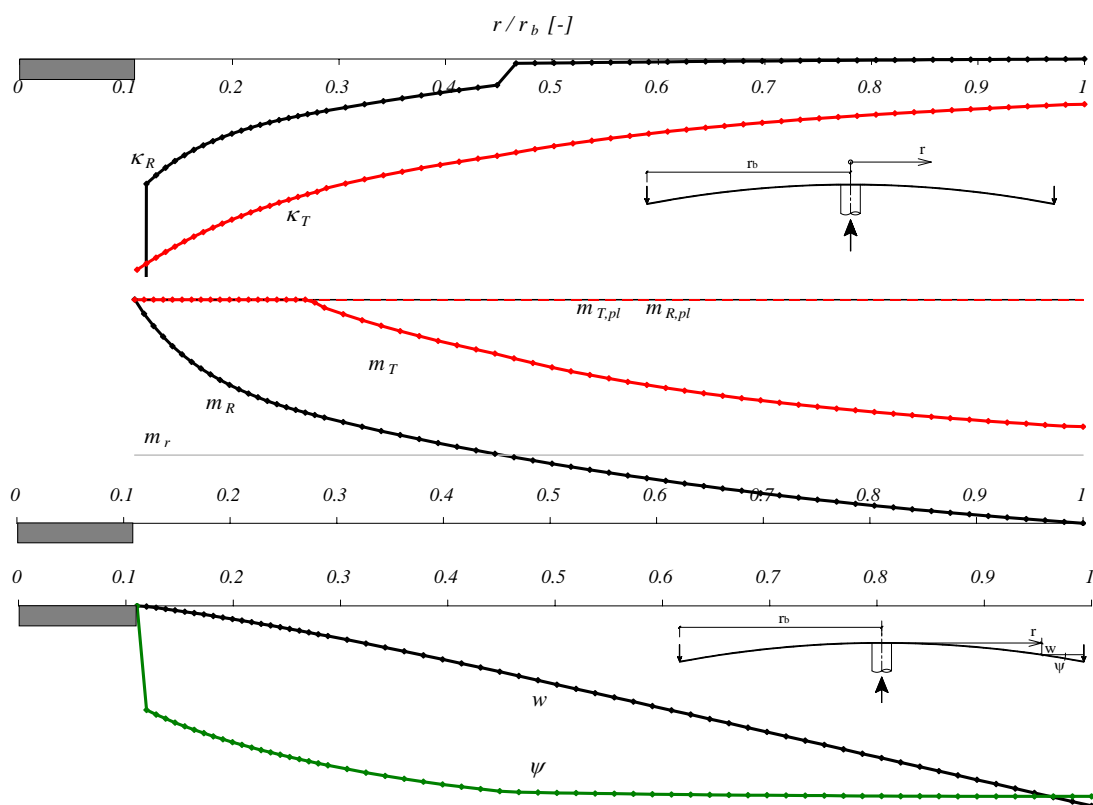


Figure 4.29: Courbures, moments, flèche et pente calculés pour un niveau de charge ($V = 0.7 V_{pl}$) ; bord de dalle libre.

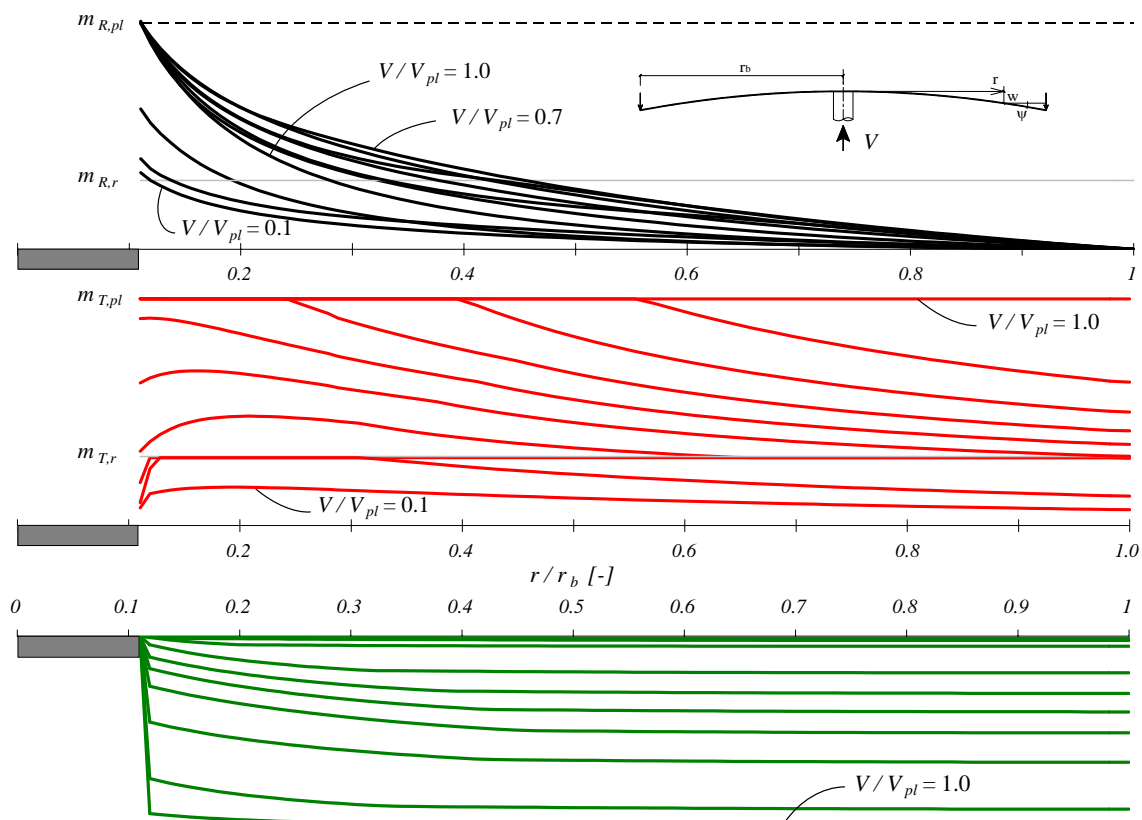


Figure 4.30: Moment radial, moment tangential et pente calculés pour dix niveaux de charge ($V = 0.1 \div 1.0 V_{pl}$) ; bord de dalle libre.

Modèle physique

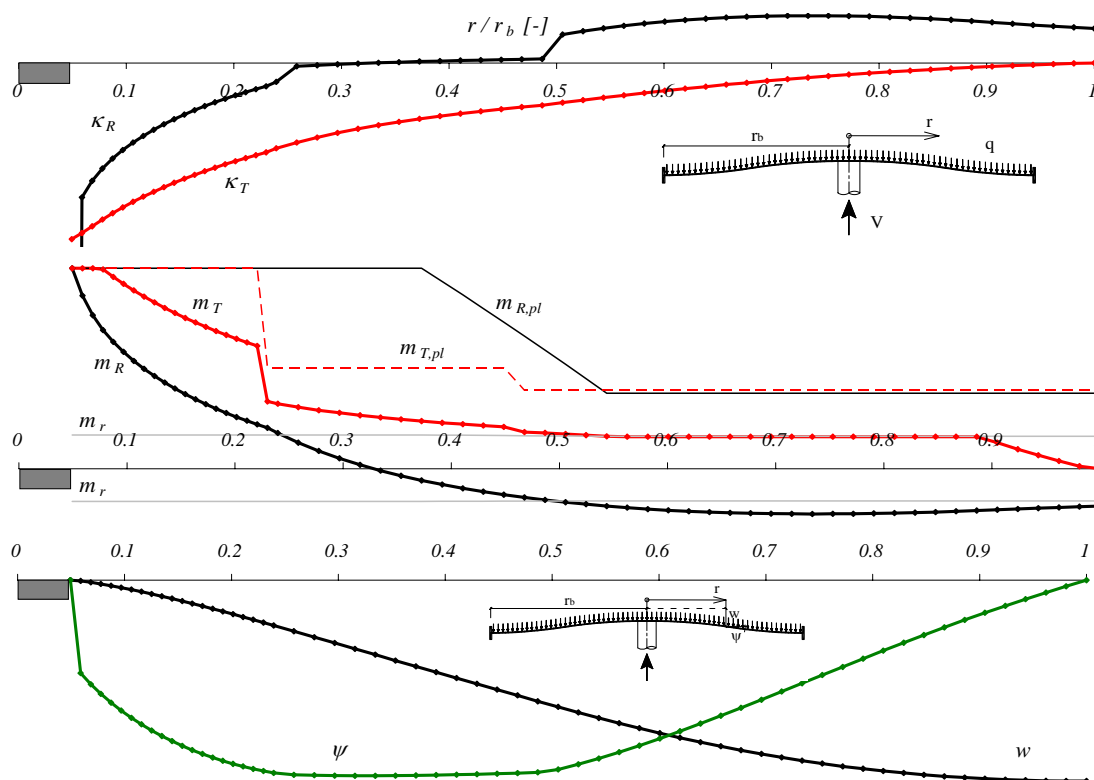


Figure 4.31: Courbures, moments, flèche et pente calculés pour un niveau de charge ($V = 0.6 V_{pl}$) ; bord de dalle encastré.

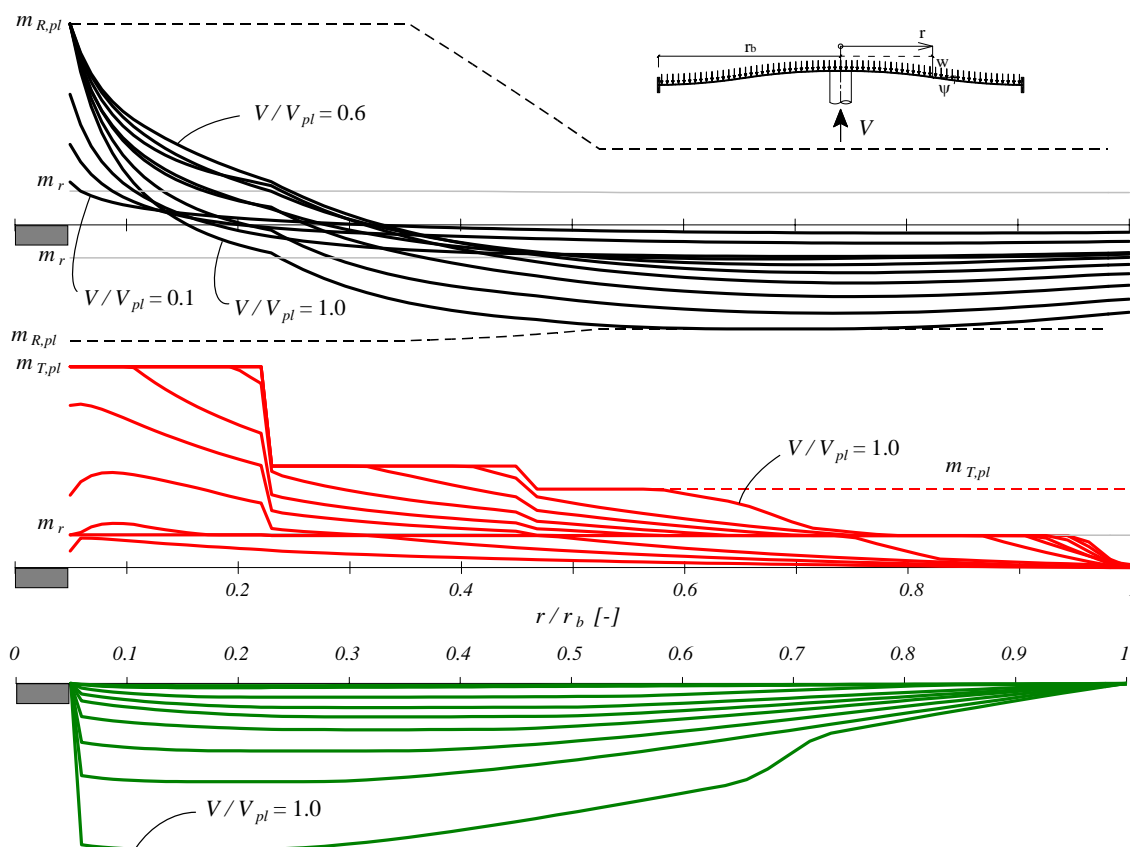


Figure 4.32: Moment radial, moment tangential et pente calculés pour dix niveaux de charge ($V = 0.1 \div 1.0 V_{pl}$) ; bord de dalle encastré.

Les figures 4.29 et 4.31 sont similaires aux figures 4.3 à 4.8 qui montraient les résultats selon la théorie élastique des dalles. Les points sur les courbes représentent la position des éléments discrets de dalle. Si on compare les diagrammes entre les deux différents calculs (élastique linéaire d'une part et non - linéaire de l'autre) on remarque des allures des courbes seulement en partie similaires. Dans les deux exemples des fig. 4.29 et 4.31 les moments radiaux m_R au voisinage de la colonne ont atteint la limite plastique m_{pl} . Une redistribution des efforts entre les directions radiale et tangentielle est produite. La dalle cherche des réserves de résistance dans la direction tangentielle. Ce phénomène est bien visible aux fig. 4.30 et 4.32. La courbure radiale κ_R de l'élément en contact avec la colonne tend vers des valeurs très grandes avec pour conséquence un changement brusque de la pente ψ au bord de la colonne. On reconnaît un effet similaire à celui d'une rotule plastique dans une poutre. Grâce à l'hyperstaticité interne des dalles, le mécanisme qui mène à la rupture en flexion n'est pas encore atteint lorsque les moments radiaux et tangentiels atteignent leurs limites plastiques au voisinage de la colonne. La charge ultime est atteinte quand toute la dalle est plastifiée ($m_T = m_{T,pl}$) (fig. 4.30) ou bien quand le moment radial positif atteint aussi la valeur ultime ($m_R = m_{R,pl}$) (fig. 4.32).

L'hypothèse simplificatrice de base du modèle de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] (section 2.3) selon laquelle les secteurs de dalle tournent comme des corps rigides autour d'un centre de rotation situé au voisinage de la colonne est confirmée aussi par l'allure des pentes ψ selon les calculs non-linéaires (fig. 4.30).

Le but principal du calcul est la détermination de la résistance au poinçonnement V_R . Dans ce cadre la pente maximale ψ_{max} atteinte entre r_a et r_b sera considérée (voir section 5.1). Plusieurs calculs avec des niveaux de charge différents permettent de déterminer la relation force dans la colonne V - rotation maximale ψ_{max} complète. La figure 4.33 montre le critère de rupture et le comportement charge - rotation de deux dalles qui diffèrent dans leur taux d'armature : la dalle A avec un taux d'armature plus important et la dalle B, moins armée (voir aussi fig. 3.14, série d'essai Guandalini-Muttoni). Chaque point sur les courbes représente un pas de calcul avec un niveau de charge différent.

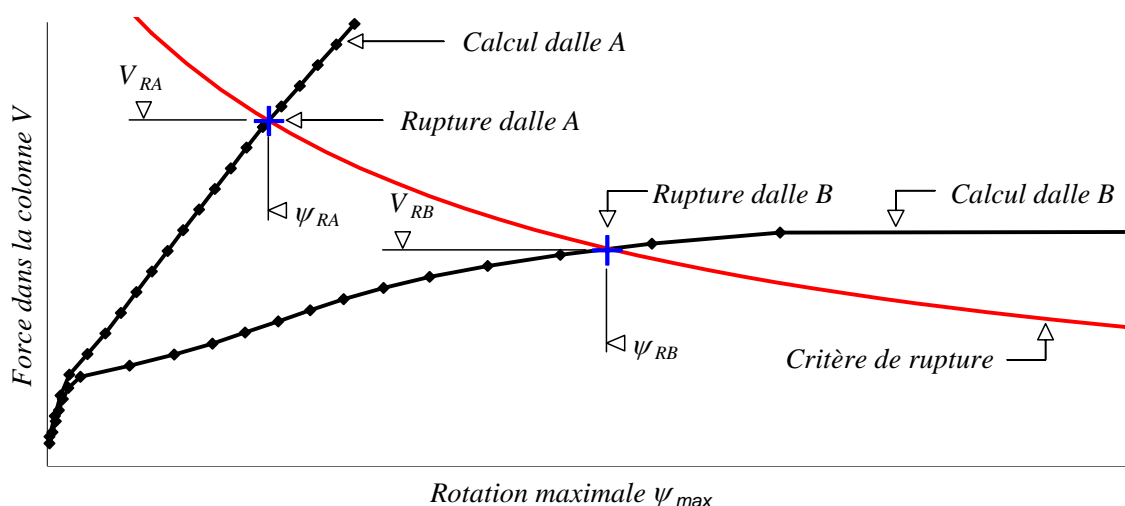


Figure 4.33: Diagramme force V - rotation ψ avec les résultats de deux calculs et le critère de rupture

La rupture par poinçonnement selon le modèle proposé se produit sous une combinaison de force dans la colonne V (ou de contraintes τ) et de rotation ψ_{max} à l'intersection du

Modèle physique

critère de rupture et du diagramme force - rotation (mise en évidence par des croix dans la fig. 4.33). Le diagramme montre qu'avant la fissuration le comportement des deux dalles est pratiquement identique. La dalle B avec un taux d'armature faible (de l'ordre de 0.3%) a un changement brusque de rigidité après fissuration. Les rotations augmentent sensiblement plus vite par rapport à la même dalle avec un taux d'armature trois fois plus important. Le point d'intersection avec le critère de rupture est assez proche de la résistance à la flexion de la dalle B, représentée par le plateau horizontal. Il s'agit dans ce cas d'une rupture par poinçonnement avec des grandes déformations plastique dues à la flexion. La dalle plus armée A par contre se casse d'une façon beaucoup plus brusque et fragile, à un niveau de charge quand même bien supérieur.

La courbe calculée du comportement force - rotation de la dalle (fig. 4.33) donne la rotation de la dalle ψ en fonction de la force dans la colonne V . En partant de la rotation, il est possible d'estimer l'ouverture des fissures w à l'état limite de service, la précision de cette estimation dépendant de celle du comportement en flexion.

Dalles d'essai carrées

Le modèle de calcul est basé sur une dalle axisymétrique (fig. 4.21), par contre les essais sont souvent réalisés avec des dalles carrées sur colonnes carrées, comme la série d'essai Guandalini-Muttoni (fig. 4.34). Il s'agit donc de trouver des critères pour lier la géométrie d'une dalle carrée à celle d'une dalle circulaire.

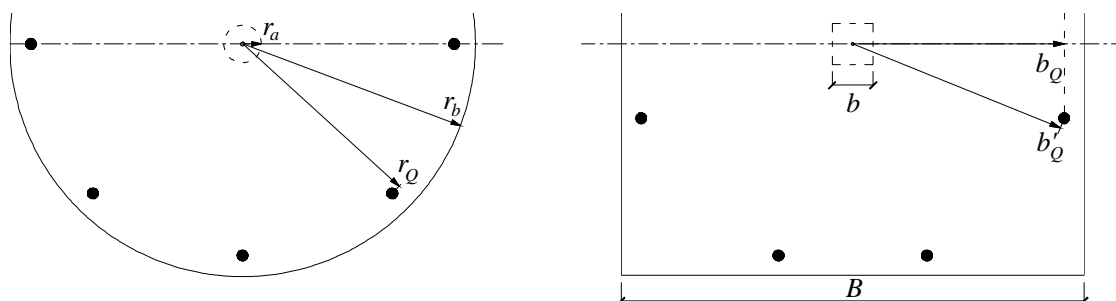


Figure 4.34: Géométrie d'une dalle d'essai circulaire et d'une dalle d'essai carrée

Pour ce qui concerne la colonne, le critère du périmètre équivalent a été appliqué :

$$4 \cdot b = 2 \cdot \pi \cdot r_a \Leftrightarrow r_{a,eq} = 2 \cdot b / \pi \quad (4.47)$$

Si les points d'application des charges se situent sur un cercle (fig. 4.34), le rayon effectif est considéré :

$$r_{Q,eq} = b'_Q \quad (4.48)$$

Si la dalle carrée est par contre appuyée linéairement sur les quatre bords, alors $r_{Q,eq}$ vaut :

$$r_{Q,eq} = b_Q \quad (4.49)$$

Le critère de la charge équivalente de rupture par flexion $V_{R,flex}$ a été choisi pour définir le rayon équivalent de la dalle $r_{b,eq}$. La figure 4.35 montre les lignes de rupture pour les deux dalles.

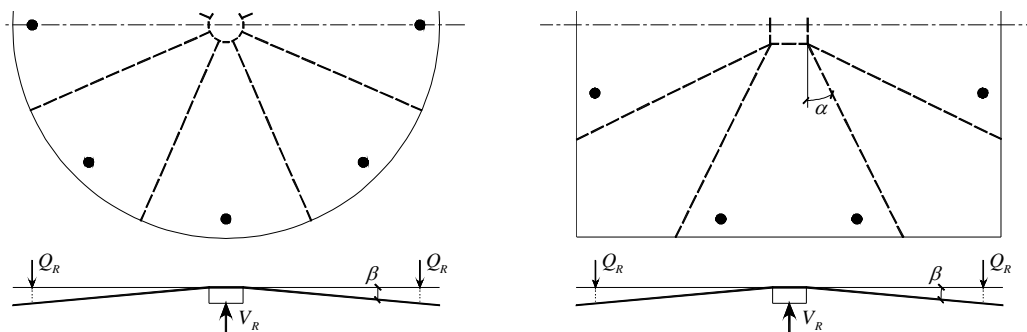


Figure 4.35: Lignes de rupture négatives (m^-) et charge de rupture par flexion

La charge ultime en flexion $V_{R,flex}$ est déterminée en analysant le mécanisme suivant :

Dalle circulaire :

$$W_e = \sum Q_R \cdot \beta \cdot (r_Q - r_a) \quad W_i = m_u \cdot \beta \cdot 2\pi \cdot r_b \quad \Rightarrow \frac{V_R}{m_u} = 2\pi \cdot \frac{r_b}{r_Q - r_a} \quad (4.50)$$

Dalle carrée :

$$W_e = V_R \cdot \beta \cdot (b_Q - b/2) \quad W_i = 8 \cdot \beta \cdot m_u \cdot \left[\frac{B-b}{2} \cdot \frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \tan \alpha} + \frac{b}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{V_R}{m_u} = \frac{8}{b_Q - b/2} \cdot \left[\frac{B-b}{2} \cdot \frac{1 + \tan^2 \alpha}{1 + \tan \alpha} + \frac{b}{2} \right] \quad (4.51)$$

La résistance minimale est atteinte pour une valeur de $\alpha = 22.5^\circ = \pi/8$. La charge ultime (eq. 4.51) peut donc être écrite de la manière suivante :

$$\Rightarrow \frac{V_R}{m_u} = \frac{8}{b_Q - b/2} \cdot \left[(B-b) \cdot (\sqrt{2} - 1) + \frac{b}{2} \right] \quad (4.52)$$

Pour déterminer le rayon équivalent $r_{b,eq}$ il suffit de résoudre les deux équations 4.50 et 4.52 pour r_b .

$$\Rightarrow r_{b,eq} = \frac{2}{\pi} \cdot \left[2 \cdot (\sqrt{2} - 1) \cdot (B-b) + b \right] \quad (4.53)$$

Pour simplifier l'expression 4.53, $(b_Q - b/2)$ de l'éq. 4.52 a été approximé par $(r_Q - r_a)$.

Dans le cas des dalles de la série d'essai Guandalini-Muttoni (annexe D) on obtient les valeurs suivantes en mm :

B	b	$r_{a,eq}$	$r_{Q,eq}$	$r_{b,eq}$
1500	130	83	752	805
3000	260	166	1505	1611
6000	520	331	2846	3221

5 Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Avant de comparer les résultats obtenus grâce aux essais avec les résultats du modèle proposé (section 5.2), des considérations sur l'un des paramètres les plus importants, à savoir l'angle de rotation de la dalle ψ , sont traitées à la section 5.1.

5.1 Choix de la section pour la détermination de l'angle ψ

Pour mieux comprendre la grandeur de ψ , paramètre fondamental du calcul de la résistance au poinçonnement à l'aide du critère de rupture proposé par Muttoni [Muttoni03], plusieurs calcul de ψ à différentes distances du bord de la colonne ont été faits. Ces valeurs ont été comparées avec ψ_{max} calculé pour le cas d'une dalle d'essai simple et pour une dalle encastree.

Les figures 5.1 à 5.3 montrent les résultats obtenus dans le cas d'une dalle avec un taux d'armature $\rho = 0.5\%$, tandis que les trois figures suivantes (5.4 à 5.6) se réfèrent à une dalle avec un taux d'armature plus élevé de $\rho = 2.0\%$.

Paramètres dalles d'essais simples :

$h = 250$ mm, $d = 210$ mm, $r_a = 166$ mm, $r_b = 1500$ mm, $f_c = 29$ MPa, $\rho_{inf} = 0.5\%$.

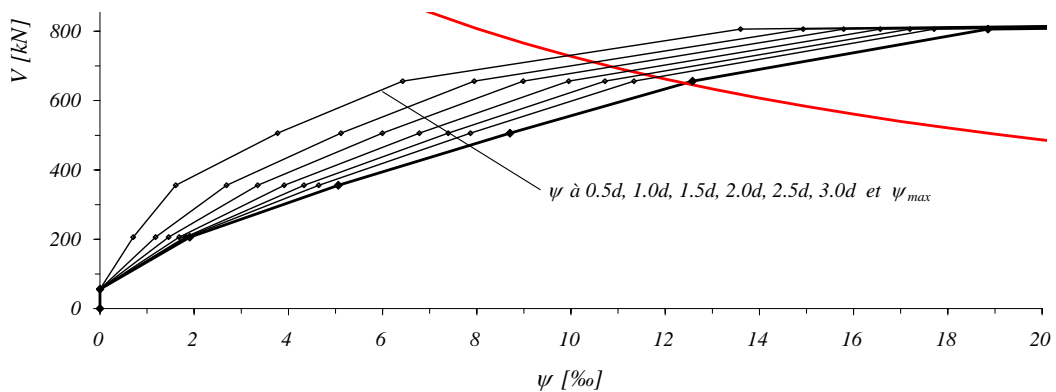


Figure 5.1: Calculs ψ - V d'une dalle simplement appuyée avec un taux d'armature supérieur $\rho_{sup} = 0.5\%$. Calculs avec ψ à différentes distances de la colonne

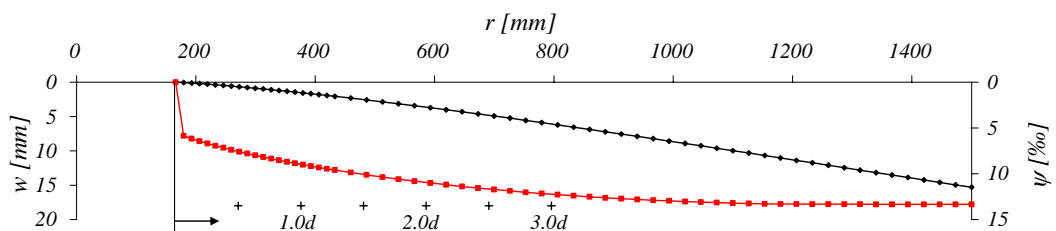


Figure 5.2: Flèche et pente de la dalle avec $\rho_{sup} = 0.5\%$ pour une charge $V = 650$ kN

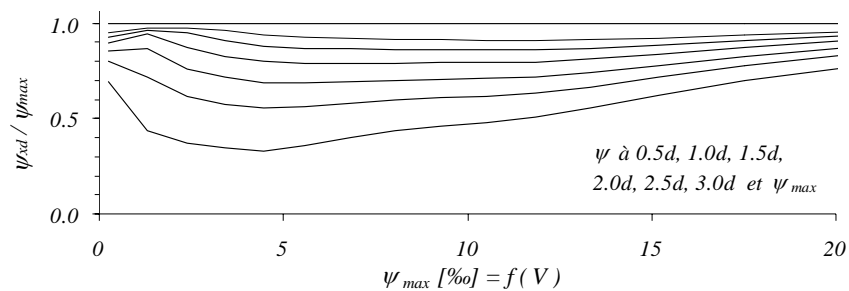


Figure 5.3: Relations entre ψ à différentes distances de la colonne et ψ_{max} , $\rho_{sup} = 0.5\%$

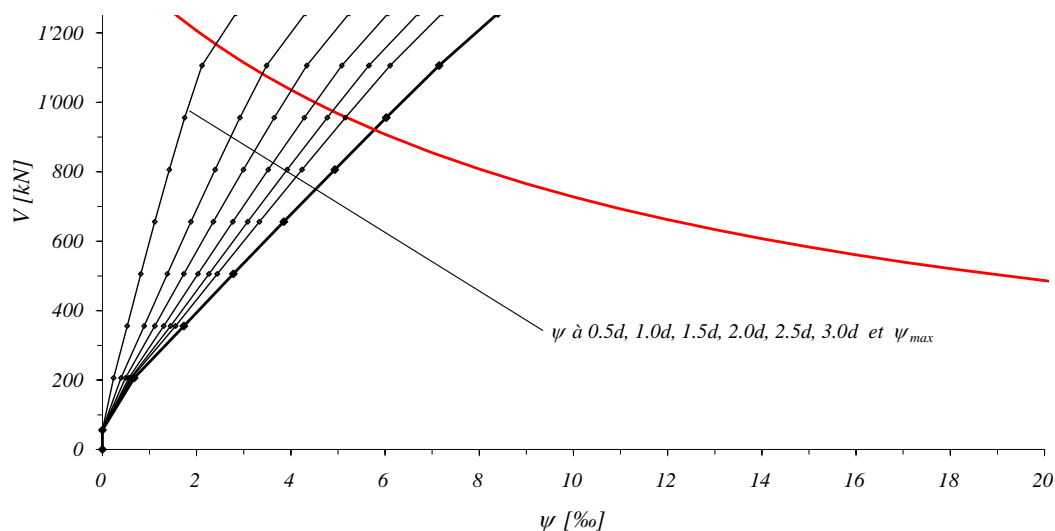


Figure 5.4: Calculs $\psi - V$ d'une dalle simplement appuyée avec un taux d'armature supérieur $\rho_{sup} = 2.0\%$. Calculs avec ψ à différentes distances de la colonne

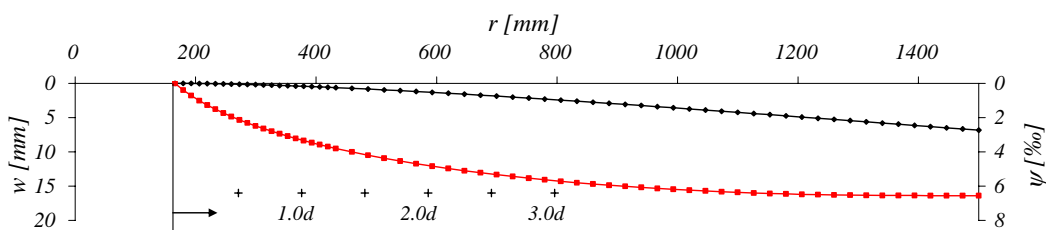


Figure 5.5: Flèche et pente de la dalle avec $\rho_{sup} = 2.0\%$ pour une charge $V = 1000$ kN

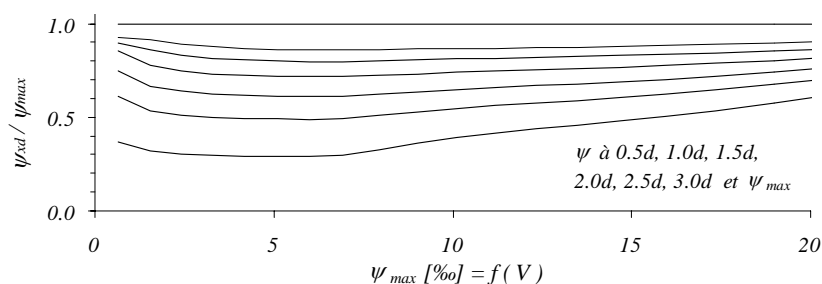


Figure 5.6: Relations entre ψ à différentes distances de la colonne et ψ_{max} , $\rho_{sup} = 2.0\%$

Les dalles simplement appuyées avec des faibles taux d'armature subissent des grandes rotations au voisinage de la colonne à cause des déformations plastiques (fig. 5.2). A partir d'une distance d'environ $0.5 \cdot d$ les variations de pente sont moins importantes. C'est pourquoi les calculs du comportement en flexion à différentes distances de la

Comparaison

colonne montrent moins d'écart entre eux (fig. 5.1) comparés aux dalles avec un taux d'armature plus important (fig. 5.4). A noter qu'au moment de la rupture prévue par poinçonnement, les dalles avec un taux d'armature important ne montrent pas des déformations plastiques au bord de la colonne (fig. 5.5), ça signifie que l'acier d'armature n'a pas encore atteint la phase d'écoulement. Les figures 5.3 et 5.6 montrent d'une façon claire les différences entre les calculs.

La comparaison entre les calculs et les résultats expérimentaux de trois dalles testées par l'auteur (fig. 5.7 à 5.9) montre que les courbes calculées avec $\psi = \psi_{\max}$ sont une bonne approximation des résultats d'essais.

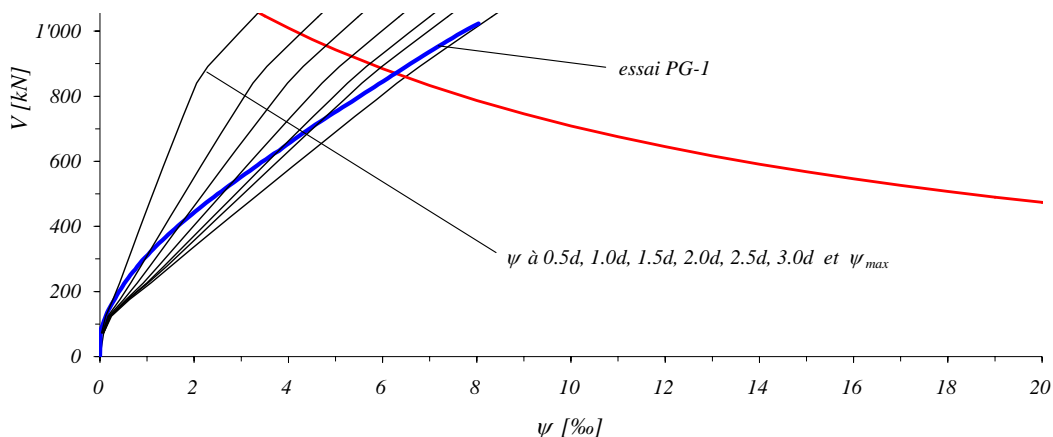


Figure 5.7: Dalle PG-1 : calculs ψ -V avec ψ à différentes distances de la colonne ; comparaison avec essai où $\psi = \psi_{\max}$; $\rho_{\text{sup}} = 1.5\%$

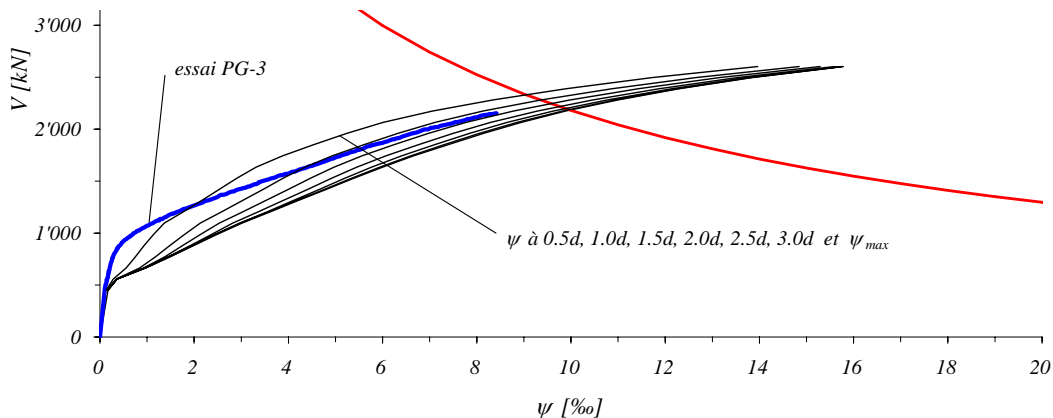


Figure 5.8: Dalle PG-3 : calculs ψ -V avec ψ à différentes distances de la colonne ; comparaison avec essai où $\psi = \psi_{\max}$; $\rho_{\text{sup}} = 0.33\%$

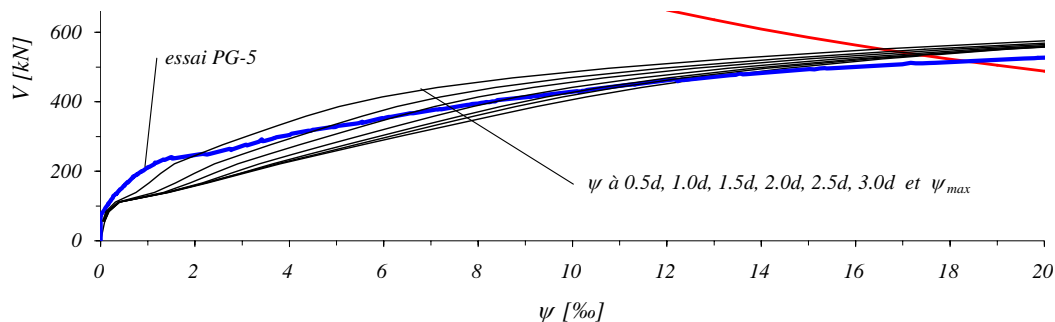


Figure 5.9: Dalle PG-5 : calculs ψ - V avec ψ à différentes distances de la colonne ; comparaison avec essai où $\psi = \psi_{max}$; $\rho_{sup} = 0.33\%$

La même analyse faite pour les dalles simples est proposée aussi pour les dalles encadrées. Les figures 5.10 à 5.12 montrent les résultats de l'analyse dans le cas d'une dalle avec un taux d'armature de $\rho = 0.5\%$, tandis que les trois figures suivantes (5.13 à 5.15) montrent une dalle avec un taux d'armature $\rho = 1.0\%$.

Paramètres dalles d'essais encadrées :

$h = 250\text{ mm}$, $d = 210\text{ mm}$, $r_a = 166\text{ mm}$, $r_b = 2500\text{ mm}$, $f_c = 29\text{ MPa}$, $\rho_{inf} = \rho_{sup}$.

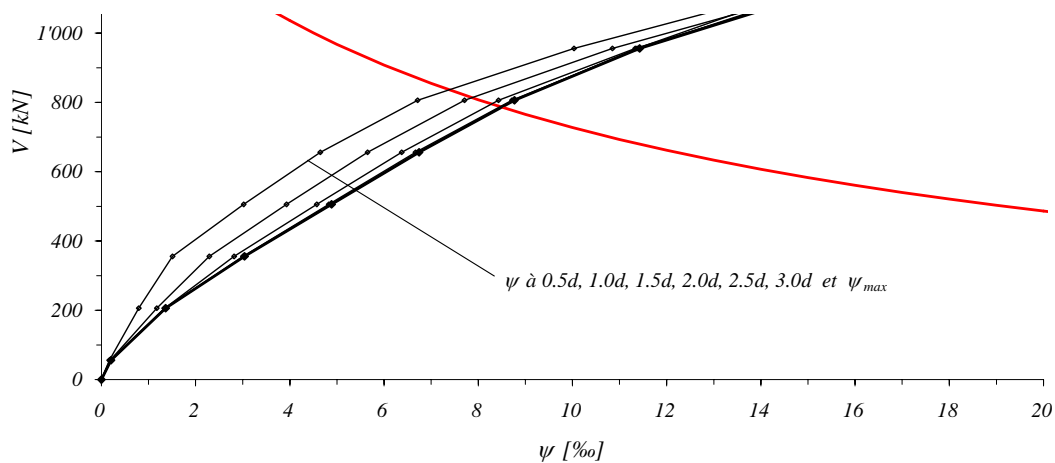


Figure 5.10: Calculs ψ - V d'une dalle encadrée au bord avec un taux d'armature $\rho = 0.5\%$. Calculs avec ψ à différentes distances de la colonne

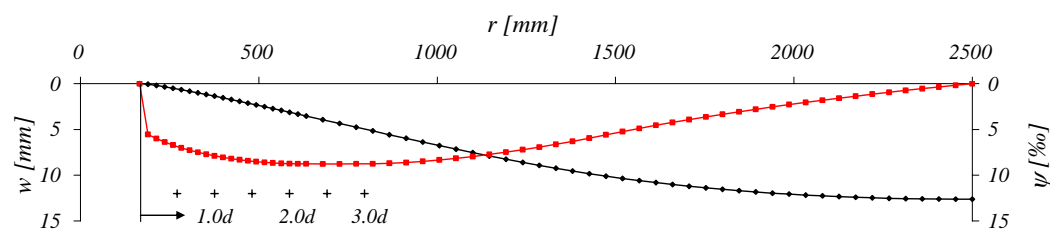


Figure 5.11: Flèche et pente de la dalle avec $\rho = 0.5\%$ pour une charge $V = 800\text{ kN}$

Comparaison

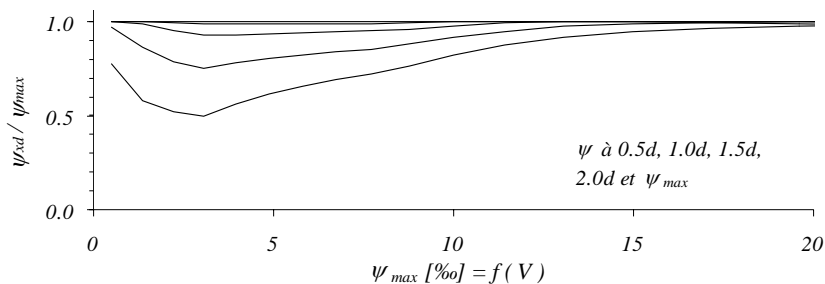


Figure 5.12: Relations entre ψ à différentes distances de la colonne et ψ_{\max} , $\rho = 0.5\%$

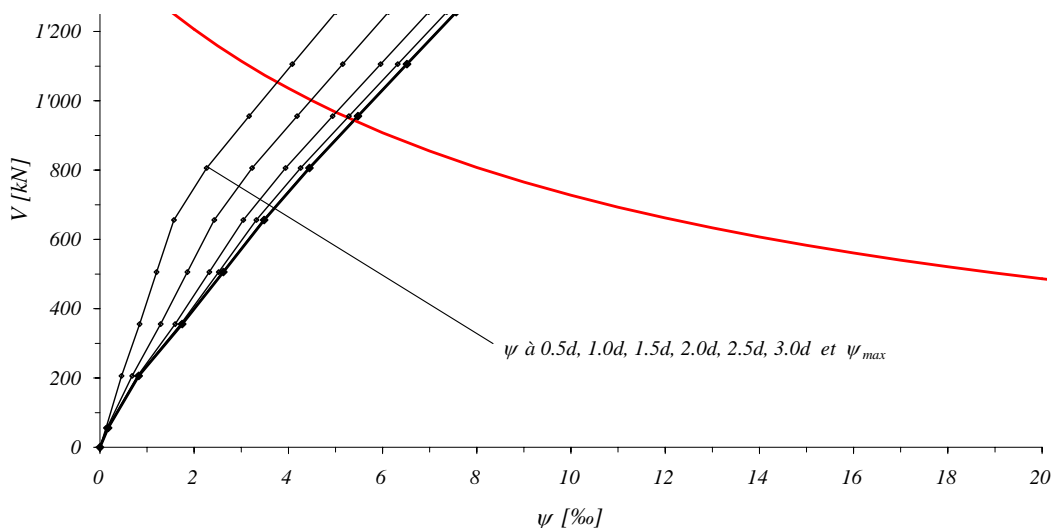


Figure 5.13: Calculs $\psi - V$ d'une dalle encastrée au bord avec un taux d'armature $\rho = 1.0\%$. Calculs avec ψ à différentes distances de la colonne

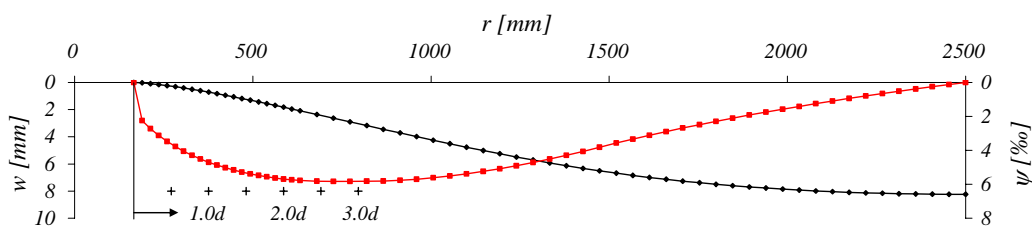


Figure 5.14: Flèche et pente de la dalle avec $\rho = 1.0\%$ pour une charge $V = 1000$ kN

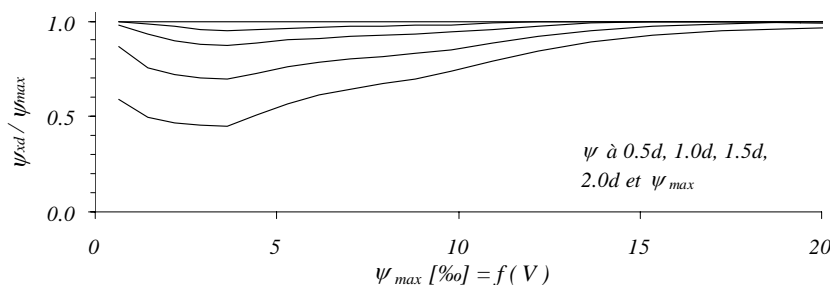


Figure 5.15: Relations entre ψ à différentes distances de la colonne et ψ_{\max} , $\rho = 1.0\%$

Par rapport aux dalles simplement appuyées, les dalles encastrées aux bords externes (mais avec la possibilité de subir des déplacements verticaux) ont leurs pentes

maximales à une distance plus proche de la colonne, soit entre $2 \cdot d$ et $4 \cdot d$ (fig. 5.11 et 5.14). C'est pourquoi les calculs du comportement en flexion à différentes distances de la colonne montrent moins d'écart entre eux (fig. 5.10 et 5.13) comparés aux dalles simplement appuyées.

Il semble approprié de choisir les calculs avec $\psi = \psi_{\max}$ comme paramètre principal du comportement en flexion des dalles pour la détermination de la résistance au poinçonnement V_R .

5.2 Dalles d'essai

Les résultats des calculs et les résultats expérimentaux sont comparés systématiquement dans cette section sous forme de tableaux et de diagrammes. Le rapport entre la résistance au poinçonnement expérimentale et la résistance au poinçonnement selon le calcul V_R / V_{calc} est montré pour chaque essai analysé. En plus aussi les rapports entre pente de la dalle à la rupture et pente de calcul ψ_R / ψ_{calc} sont déterminés. Pour chaque série d'essai, la valeur moyenne (éq. 5.1) et l'écart type (éq. 5.3) de ces résultats sont calculés.

$$\text{Valeur moyenne :} \quad \mu_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5.1)$$

$$\text{Variance :} \quad \sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 \quad (5.2)$$

$$\text{Ecart type :} \quad \sigma_x \quad (\sigma_x \geq 0) \quad (5.3)$$

$$\text{Coefficient de variation :} \quad V_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (5.4)$$

Les diagrammes ont tous les mêmes axes pour mieux comparer les résultats entre eux.

Abscisses : $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm] Ordonnées : τ / τ_c

Les formules suivantes ont été appliquées :

$$\tau = \frac{V}{u \cdot d} \quad \text{contrainte de cisaillement dans la section critique}$$

$$u = (\varnothing_{eq} + d) \cdot \pi \quad \text{périmètre critique à } d/2 \text{ du bord de la colonne (fig. 2.20)}$$

$$\tau_c = 0.3 \cdot \sqrt{f_c} \quad \text{résistance nominale en fonction de la résistance en compression sur cylindre du béton mesurée en MPa}$$

Les données principales de chaque essai analysé sont détaillées à l'annexe C.

Comparaison

Série d'essais Guandalini - Muttoni

Tableau 5.1: Résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
PG-1	1024	859	1.19	8.0	6.5	1.23
PG-2b	439	484	0.91	31.6	26.0	1.22
PG-3	2153	2182	0.99	8.4	10.0	0.84
PG-4	408	427	0.95	25.9	16.3	1.58
PG-5	550	544	1.01	26.8	17.0	1.58
PG-6	236	237	1.00	11.7	10.4	1.12
PG-7	243	215	1.13	22.3	15.2	1.47
PG-8	141	147	0.96	31.8	39.0	0.82
PG-9	118	119	0.99	42.1	52.0	0.81
PG-10	540	539	1.00	21.3	16.8	1.27
		moyenne	1.01		moyenne	1.19
		écart type	0.08		écart type	0.30

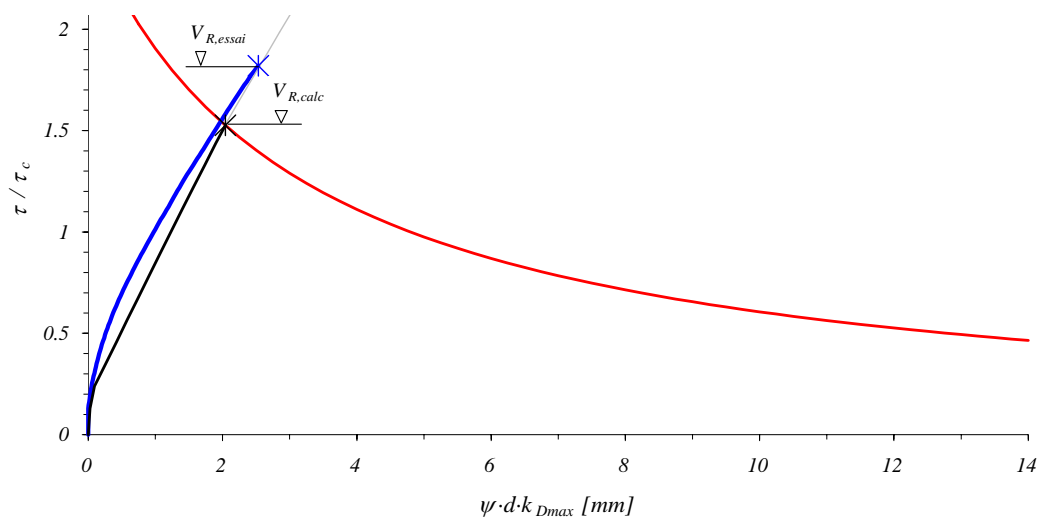


Figure 5.16: Dalle PG-1 : $V_{R,essai} = 1024$ kN, $V_{R,calc} = 859$ kN

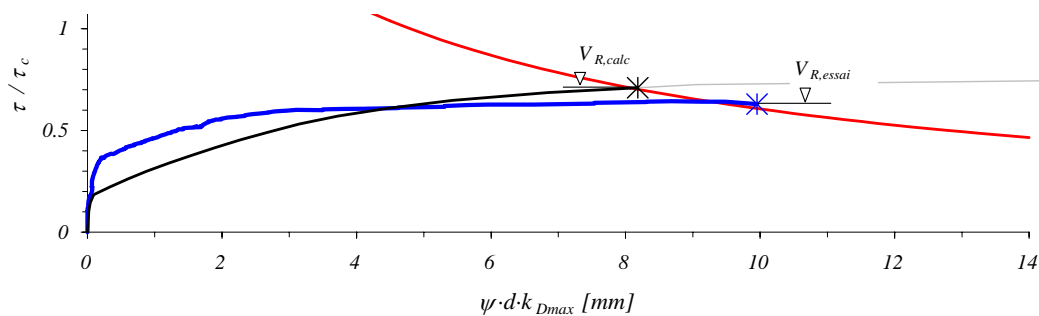


Figure 5.17: Dalle PG-2b : $V_{R,essai} = 439$ kN, $V_{R,calc} = 484$ kN

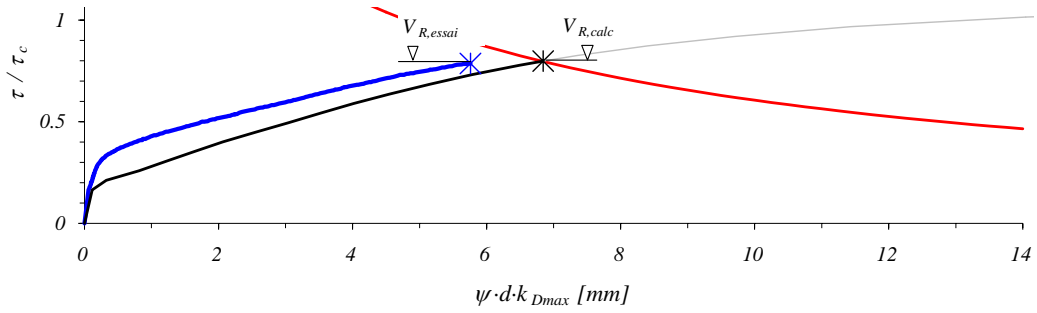


Figure 5.18: Dalle PG-3 : $V_{R,essai} = 2153 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 2182 \text{ kN}$

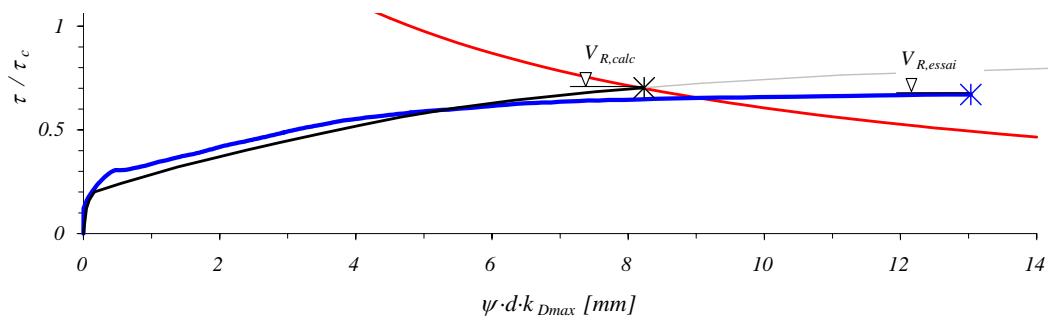


Figure 5.19: Dalle PG-4 : $V_{R,essai} = 408 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 427 \text{ kN}$

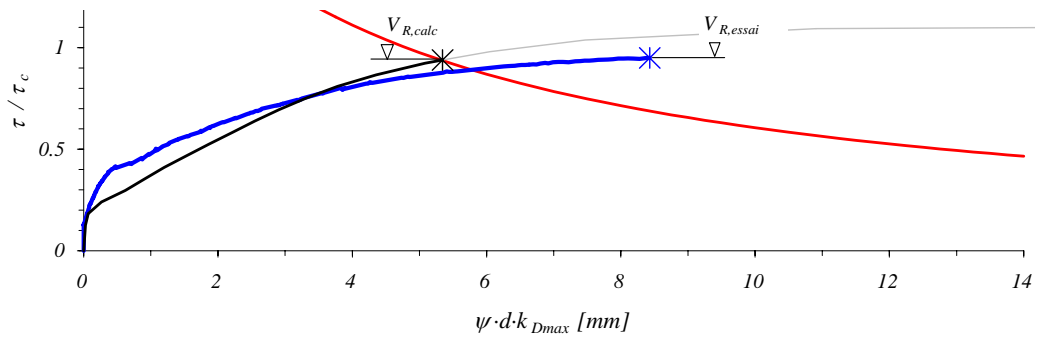


Figure 5.20: Dalle PG-5 : $V_{R,essai} = 550 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 544 \text{ kN}$

Comparison

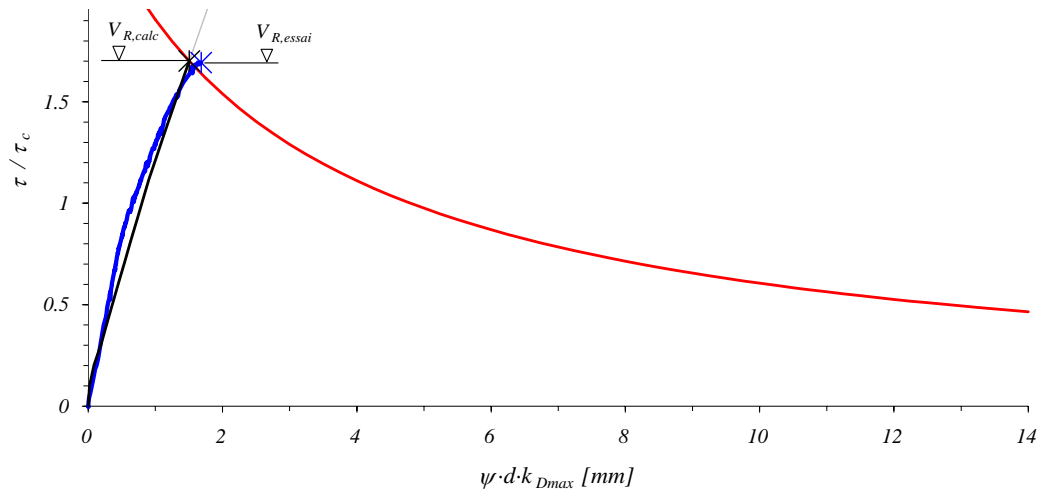


Figure 5.21: Dalle PG-6 : $V_{R,essai} = 236 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 237 \text{ kN}$

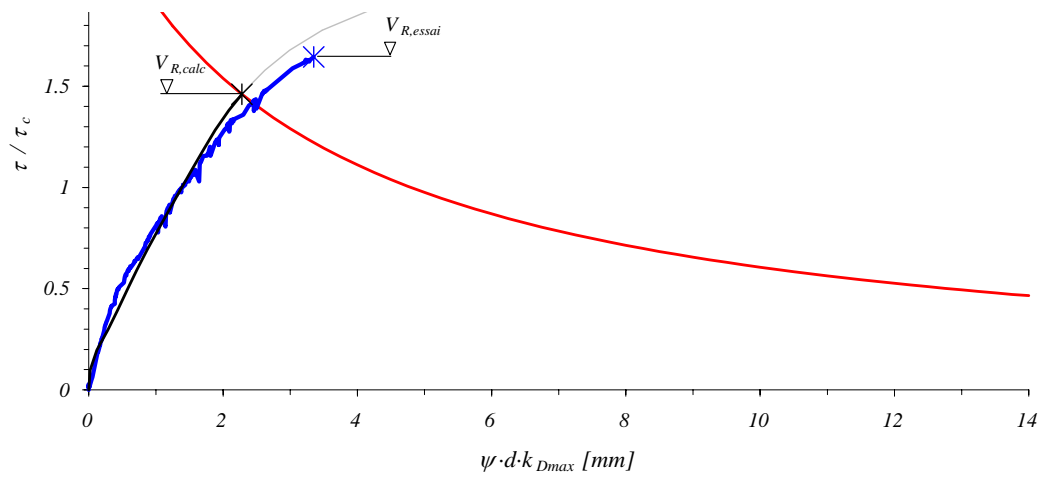


Figure 5.22: Dalle PG-7 : $V_{R,essai} = 243 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 215 \text{ kN}$

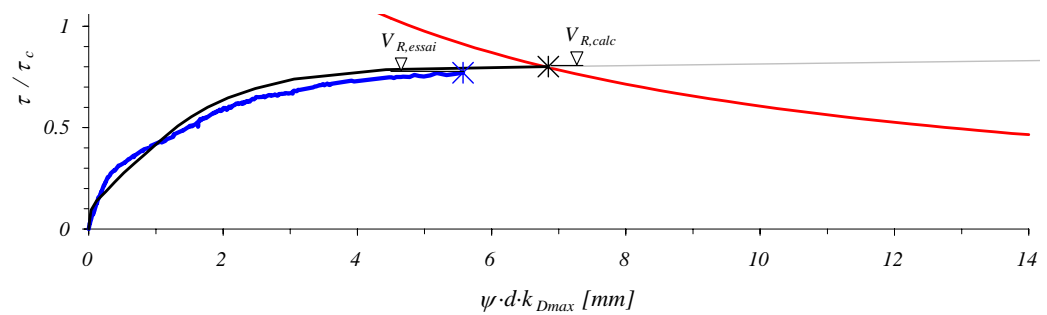


Figure 5.23: Dalle PG-8 : $V_{R,essai} = 141 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 147 \text{ kN}$

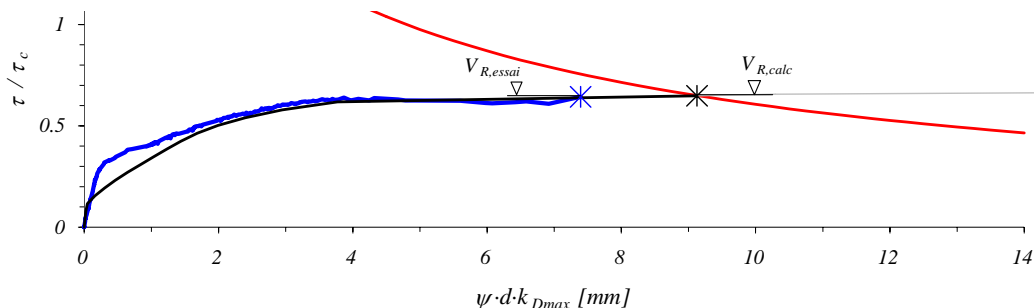


Figure 5.24: Dalle PG-9 : $V_{R,essai} = 118 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 119 \text{ kN}$

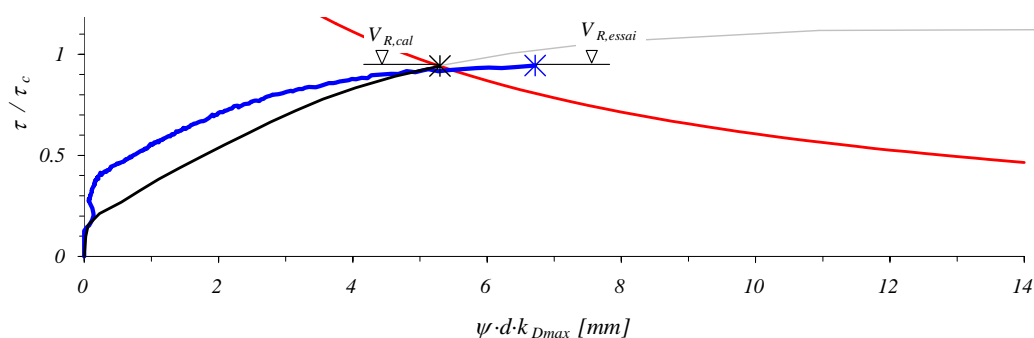


Figure 5.25: Dalle PG-10 : $V_{R,essai} = 540 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 539 \text{ kN}$

Pour chaque dalle testée par l’auteur, une comparaison des flèches et des pentes mesurées et calculées au niveau de la charge de rupture par poinçonnement est montrée dans les diagrammes suivants. A noter que la pente a été mesurée par plusieurs inclinomètres le long d’un rayon constant. Le résultat de ces mesures est montré à travers d’une croix dans les diagrammes qui affichent les pentes calculées ψ_{calc} en fonction du rayon r . En plus les diagrammes des moments radiaux m_R et tangentiels m_T en fonction du rayon r calculés au niveau de la charge de rupture sont montrés. Dans les mêmes diagrammes, les niveaux du moment de flexion ultime m_u et du moment pour lequel les barres d’armatures commencent à se plastifier m_y sont aussi tracés. On peut ainsi voir l’étendu de la zone plastifiée au moment de la rupture. Le rayon plastique r_y est défini comme la distance entre le centre de la colonne et le point où le moment tangentiel m_T atteint la valeur de m_y .

Comparaison

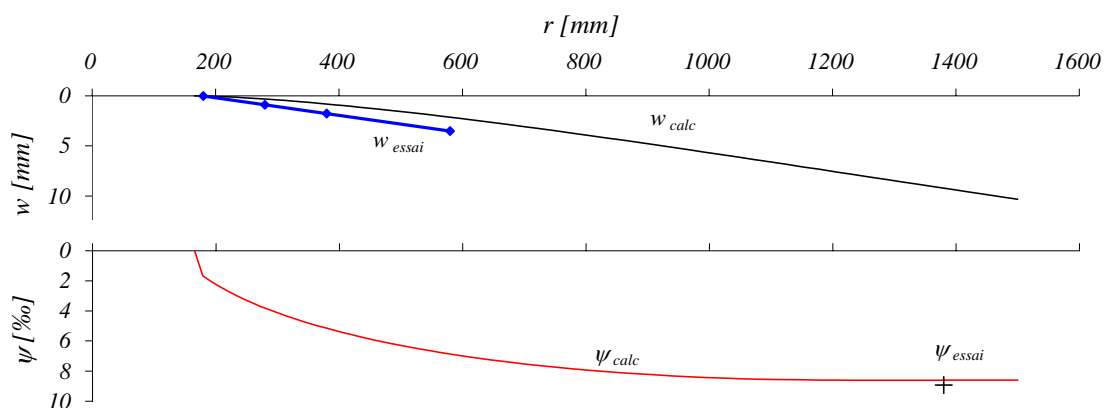


Figure 5.26: PG-1 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 1023 \text{ kN}$

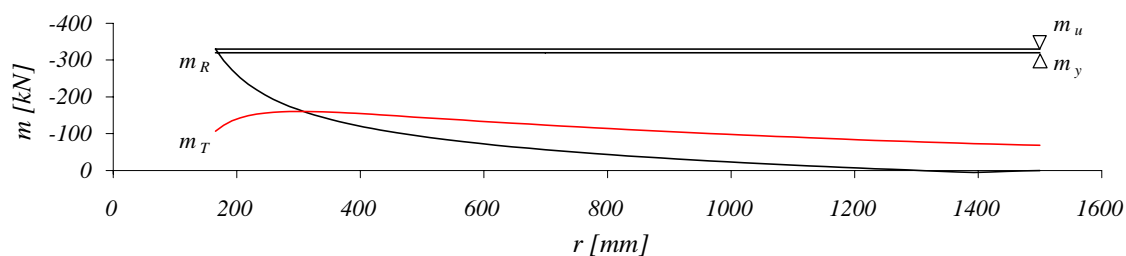


Figure 5.27: PG-1 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 1023 \text{ kN}$

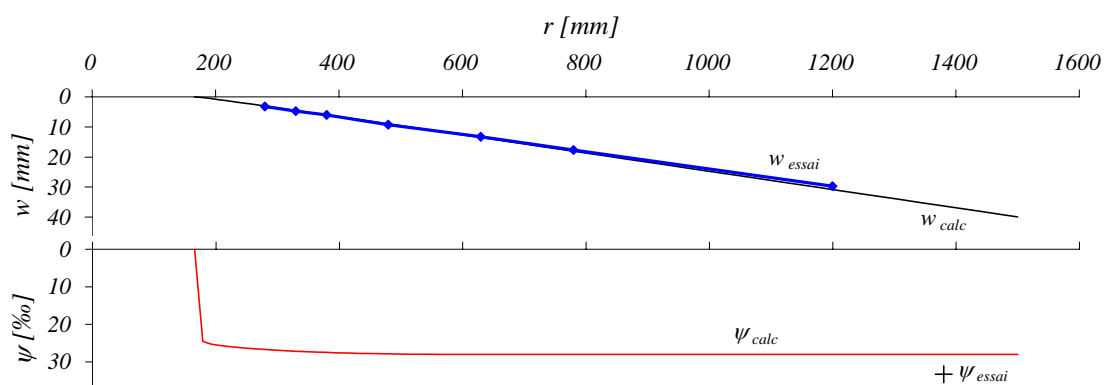


Figure 5.28: PG-2b : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 439 \text{ kN}$

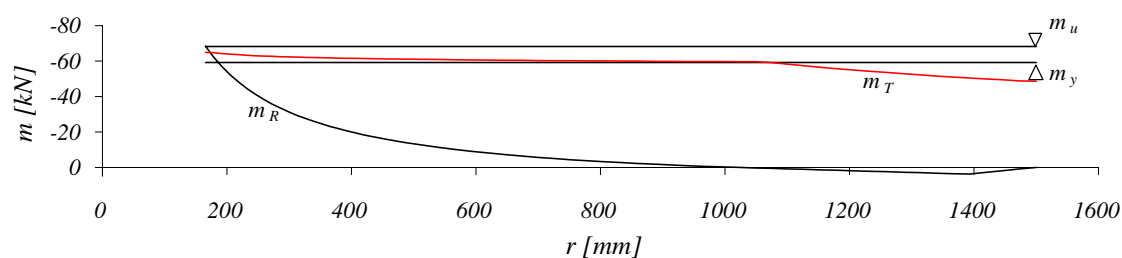


Figure 5.29: PG-2b : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 439 \text{ kN}$

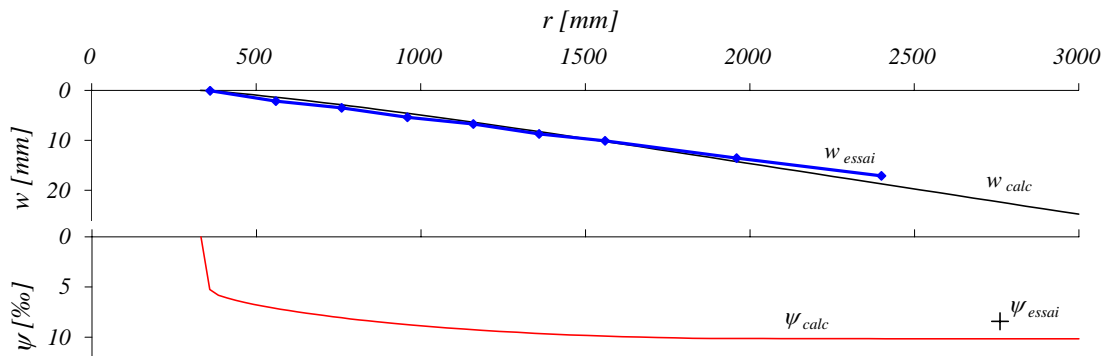


Figure 5.30: PG-3 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 2153$ kN

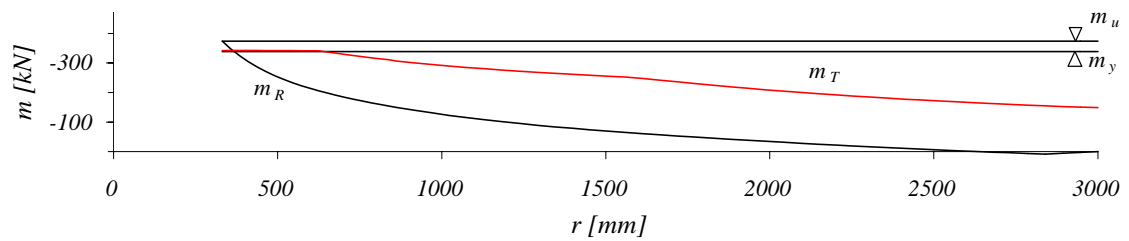


Figure 5.31: PG-3 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 2153$ kN

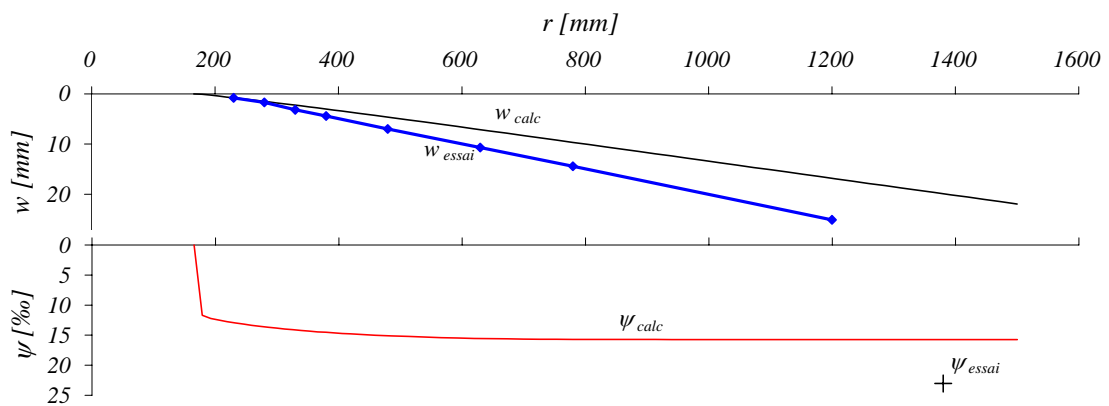


Figure 5.32: PG-4 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 408$ kN

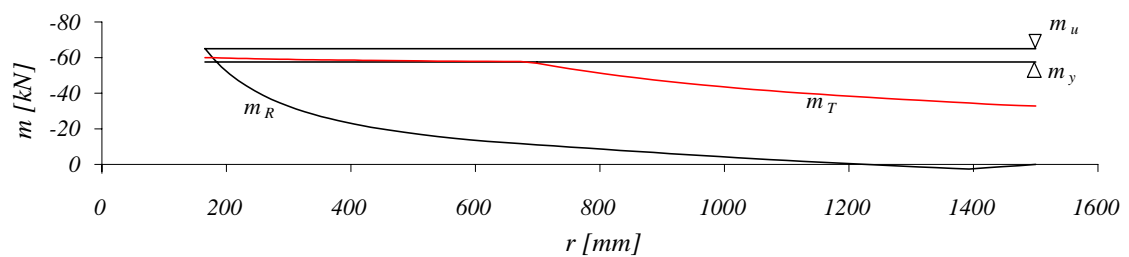


Figure 5.33: PG-4 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 408$ kN

Comparaison

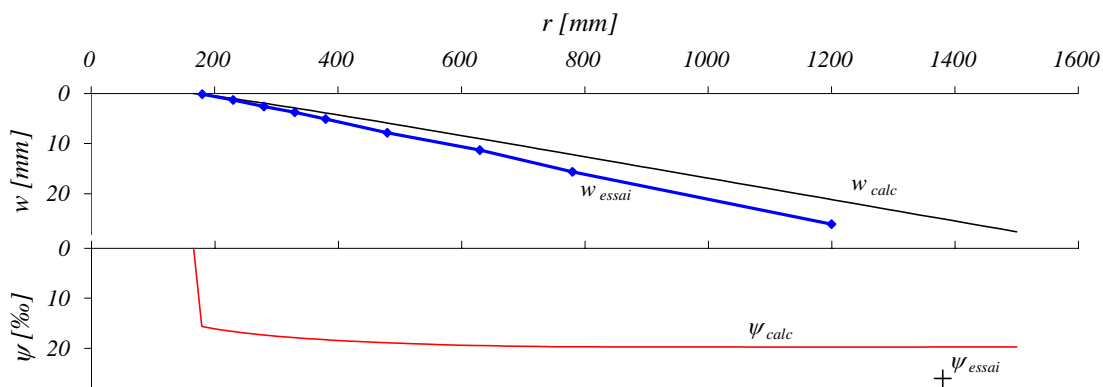


Figure 5.34: PG-5 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 550$ kN

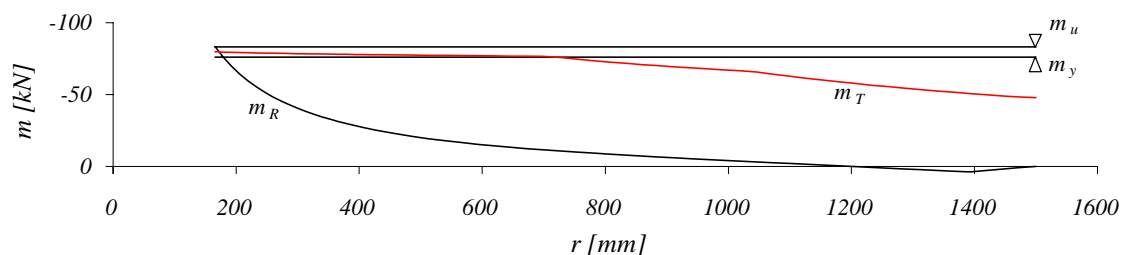


Figure 5.35: PG-5 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 550$ kN

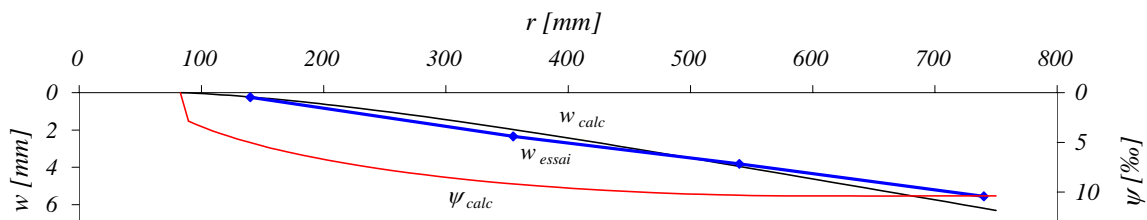


Figure 5.36: PG-6 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 236$ kN (aucune mesure directe de la pente)

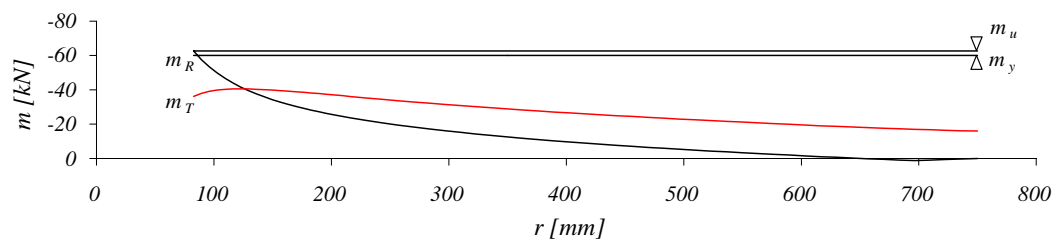


Figure 5.37: PG-6 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 236$ kN

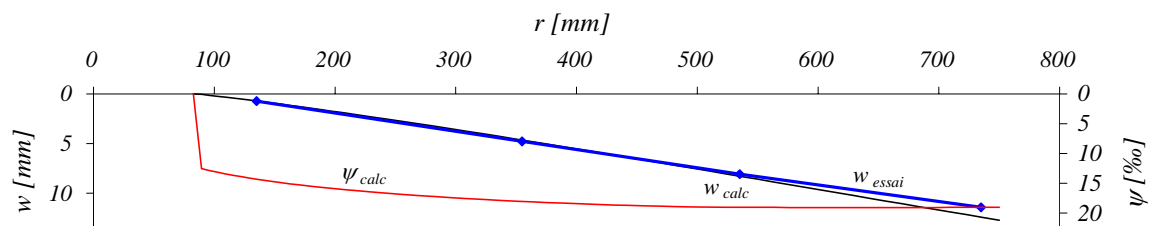


Figure 5.38: PG-7 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 242$ kN (aucune mesure directe de la pente)

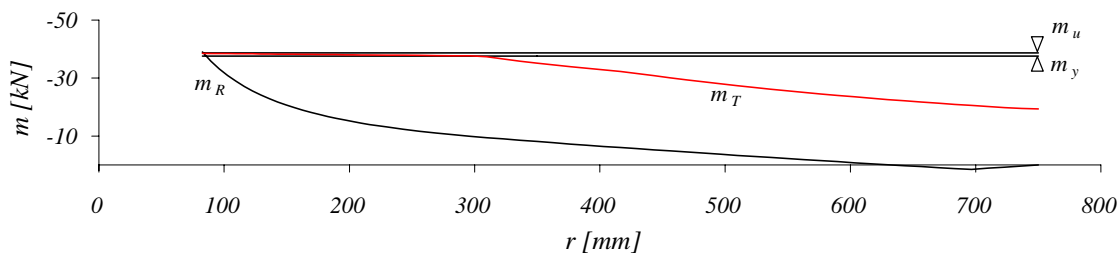


Figure 5.39: PG-7 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 242$ kN

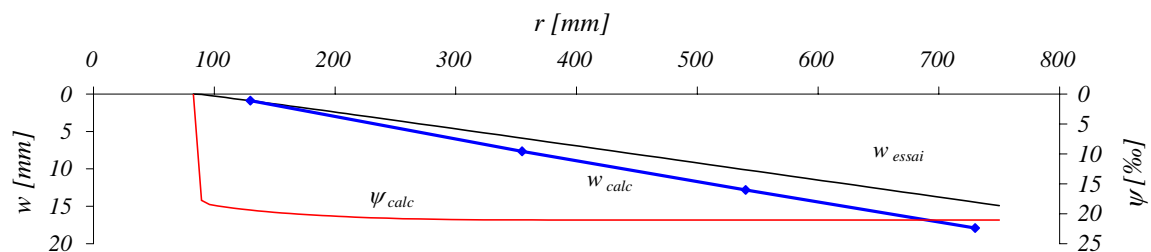


Figure 5.40: PG-8 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 141$ kN (aucune mesure directe de la pente)

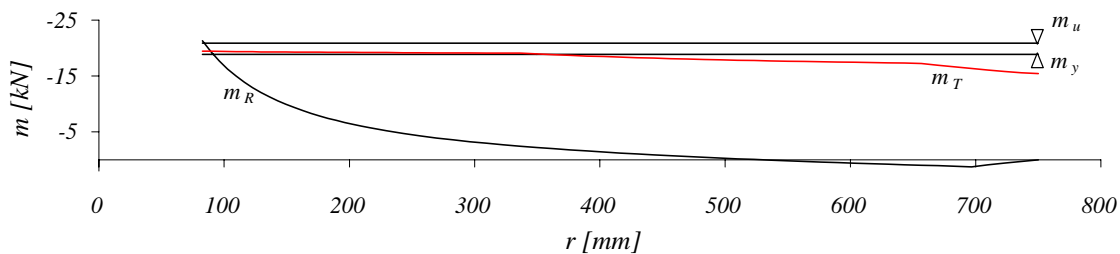


Figure 5.41: PG-8 : moment radial, tangential et ultime à la charge de rupture $V_R = 141$ kN

Comparaison

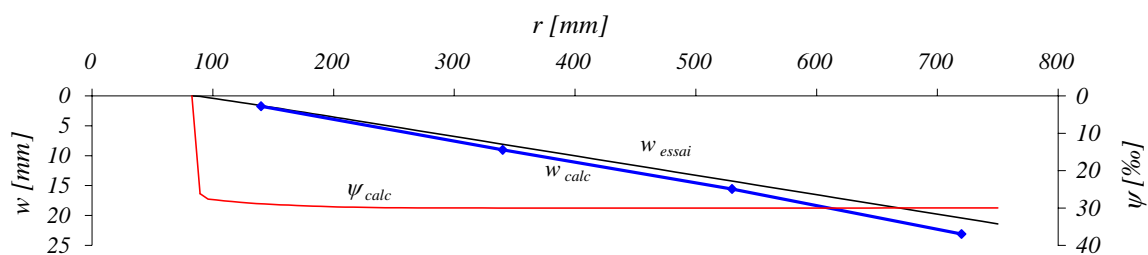


Figure 5.42: PG-9 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 118$ kN (aucune mesure directe de la pente)

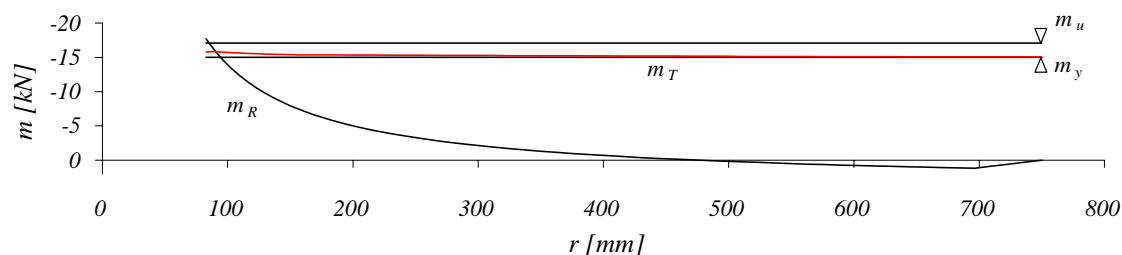


Figure 5.43: PG-9 : moment radial, tangentiel et ultime à la charge de rupture $V_R = 118$ kN

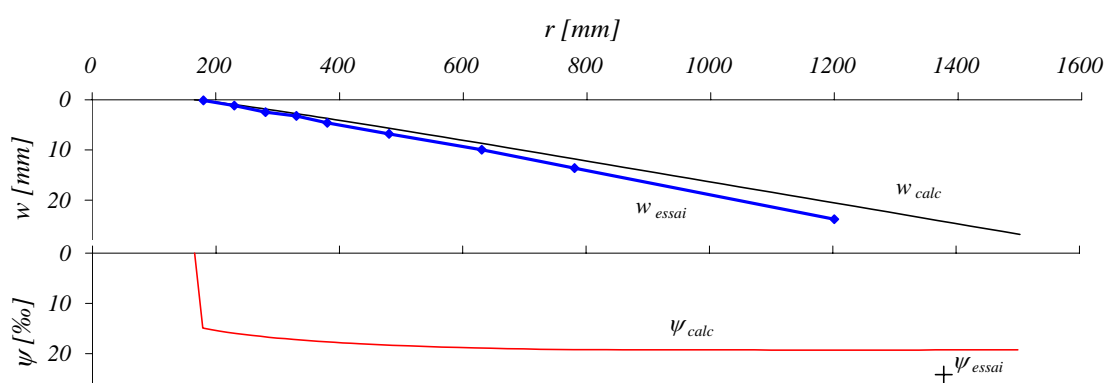


Figure 5.44: PG-10 : comparaison des flèches w et des pentes ψ à la charge de rupture $V_R = 540$ kN

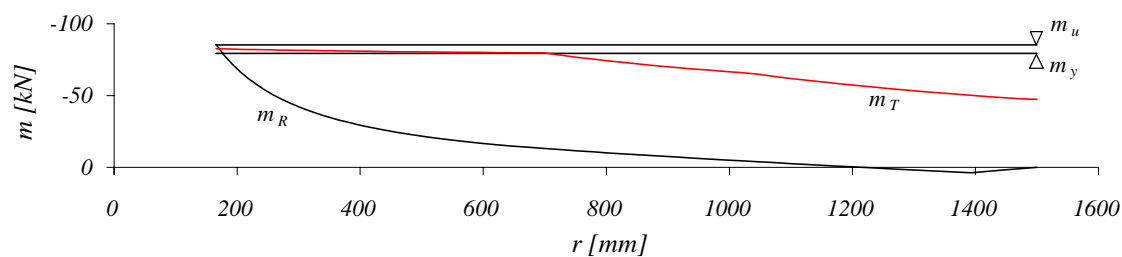


Figure 5.45: PG-10 : moment radial, tangentiel et ultime à la charge de rupture $V_R = 540$ kN

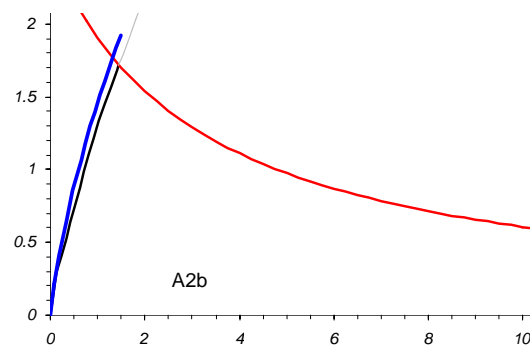
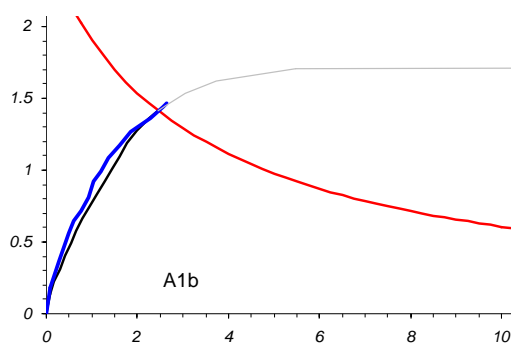
Essais effectués par d'autres auteurs

Pour chaque série d'essai, les tableaux avec les résultats d'essai et la comparaison sont montrés d'abord. En suite les diagrammes des essais les plus représentatifs sont aussi montrés.

Elstner et Hognestad [Elstner56]

Tableau 5.2: Essais de Elstner et Hognestad ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
A1a	302	285	1.06	14.5	14.2	1.02
A1b	365	348	1.05	18.6	17.9	1.04
A1c	356	364	0.98	17.6	19.0	0.93
A1d	351	390	0.90	15.9	21.2	0.75
A1e	356	324	1.10	15.6	16.3	0.95
A2a	334	308	1.08	13.7	9.8	1.40
A2b	400	357	1.12	11.0	10.9	1.01
A2c	467	467	1.00	10.8	12.9	0.84
A7b	512	414	1.24	13.2	12.0	1.10
A3a	356	313	1.14	7.8	8.2	0.95
A3b	445	401	1.11	9.3	9.5	0.98
A3c	534	430	1.24	9.6	9.8	0.99
A3d	547	483	1.13	8.5	10.3	0.82
A4	400	418	0.96	20.3	21.9	0.93
A5	534	508	1.05	13.8	13.9	0.99
A6	498	522	0.95	10.2	11.1	0.92
A9	445	425	1.05	7.8	12.2	0.64
A10	489	530	0.92	10.5	13.6	0.77
A13	236	236	1.00	?	60.4	
B1	178	176	1.01	36.9	42.0	0.88
B2	200	190	1.05	?	93.0	
B4	334	331	1.01	29.1	47.3	0.62
B9	505	508	0.99	12.9	16.9	0.76
B11	329	314	1.05	10.1	11.9	0.86
B14	578	579	1.00	12.0	14.0	0.86
		moyenne	1.05		moyenne	0.91
		écart type	0.08		écart type	0.16



Comparaison

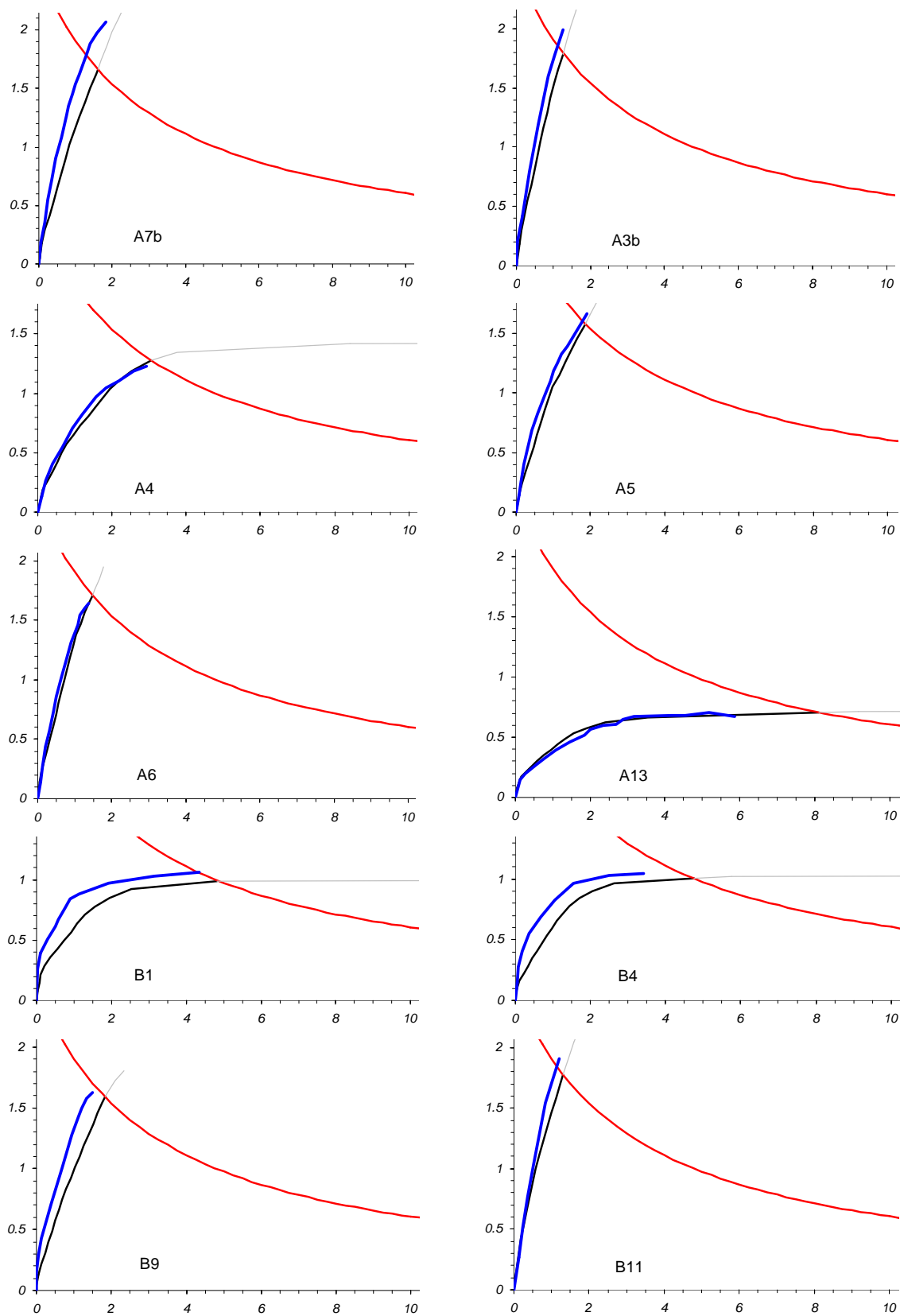
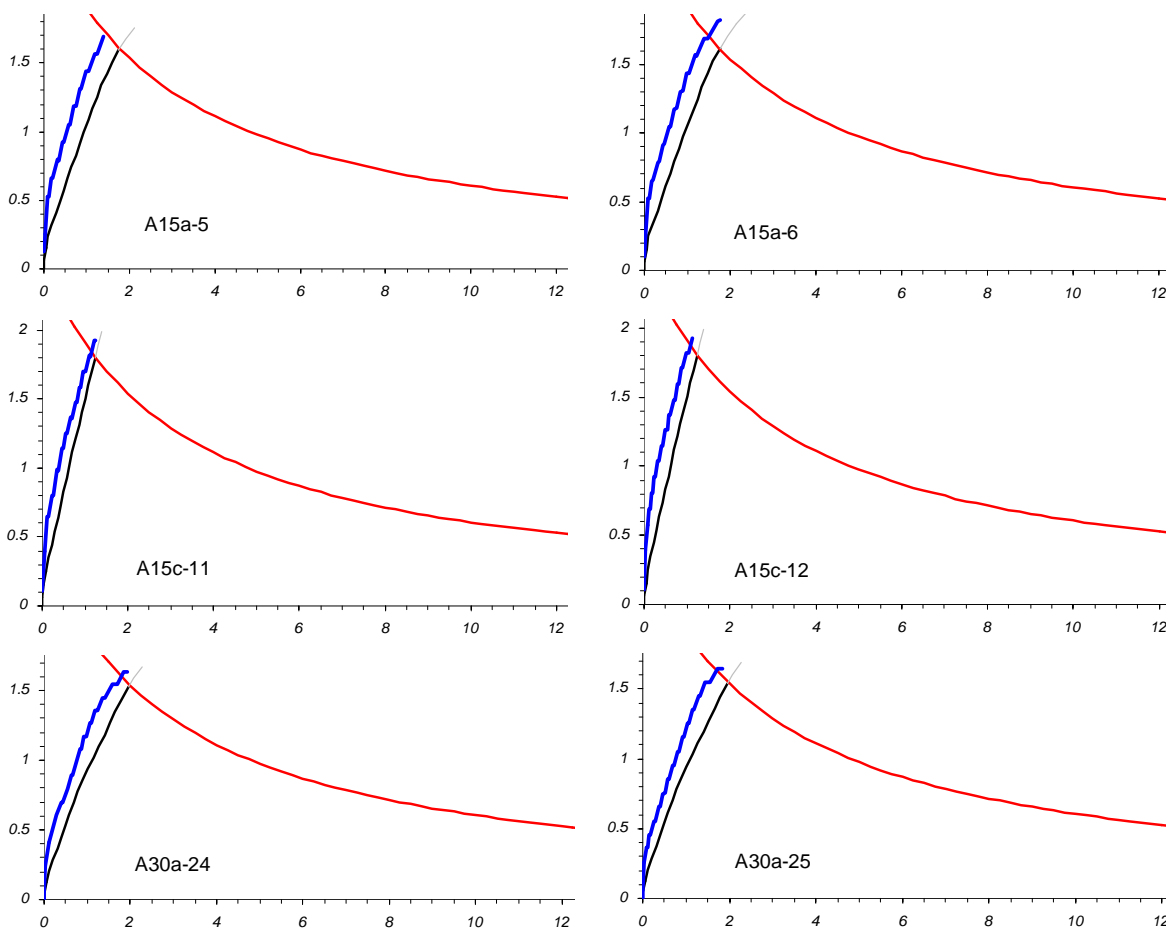


Figure 5.46: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Kinnunen et Nylander [Kinnunen60]

Tableau 5.3: Essais de Kinnunen et Nylander ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [%]	ψ_{calc} [%]	ψ_R / ψ_{calc}
A15a-5	255	242	1.05	12.0	15.2	0.79
A15a-6	275	244	1.13	15.1	14.9	1.01
A15c-11	334	312	1.07	10.3	10.3	1.00
A15c-12	332	311	1.07	9.2	10.1	0.91
A30a-24	430	405	1.06	15.2	15.5	0.98
A30a-25	408	381	1.07	15.0	15.9	0.94
A30c-30	491	445	1.10	13.5	12.0	1.13
A30c-31	540	440	1.23	14.3	12.1	1.18
A30d-32	258	257	1.00	38.0	38.0	1.00
A30d-33	258	270	0.95	37.0	35.3	1.05
		moyenne	1.07		moyenne	1.00
		écart type	0.07		écart type	0.11



Comparaison

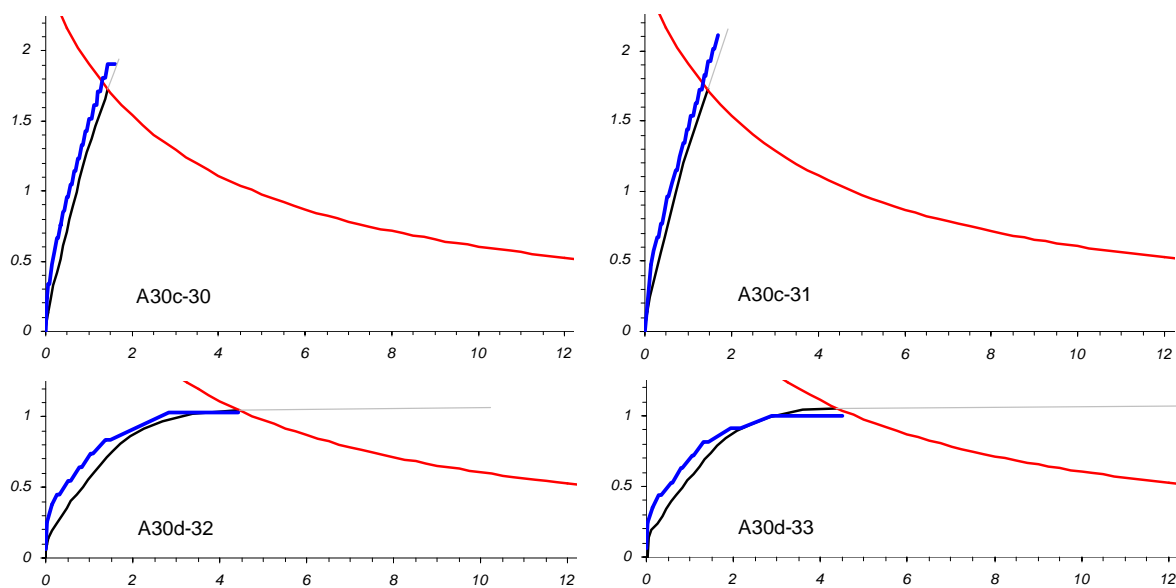
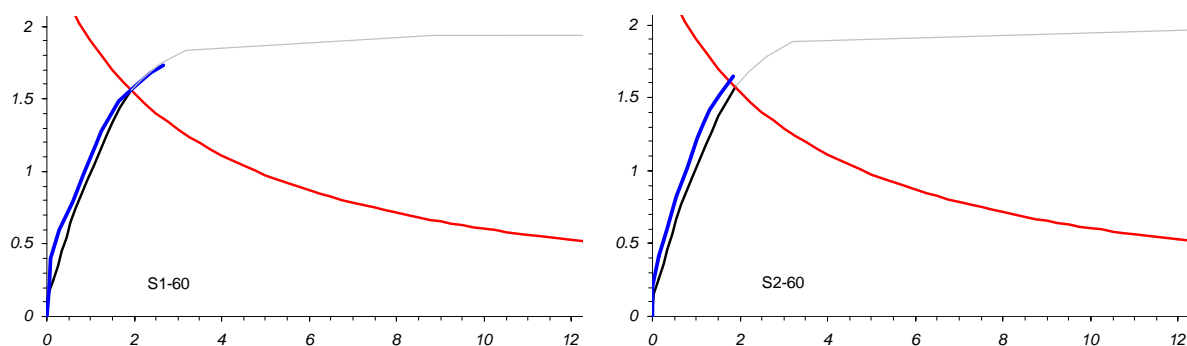


Figure 5.47: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Moe [Moe61]

Tableau 5.4: Essais de Moe ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
S1-60	389	353	1.10	22.2	17.0	1.30
S2-60	356	347	1.02	15.5	16.6	0.93
S1-70	392	368	1.07	17.3	16.3	1.07
S5-60	343	311	1.10	18.2	14.4	1.26
S5-70	378	320	1.18	19.0	14.0	1.36
R2	311	264	1.18	13.4	9.1	1.48
H1	371	359	1.04	23.3	19.0	1.23
M1A	433	420	1.03	14.8	13.1	1.13
		moyenne	1.09		moyenne	1.22
		écart type	0.06		écart type	0.17



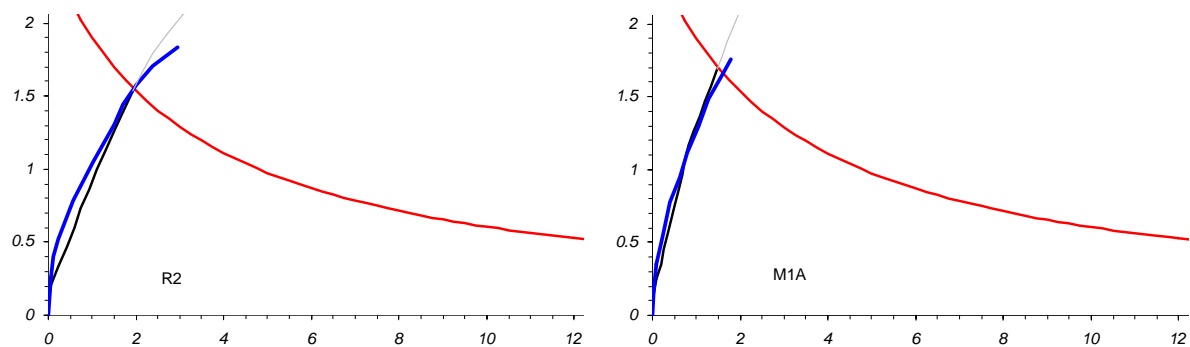


Figure 5.48: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Hallgren [Hallgren96]

Tableau 5.5: Essais de Hallgren ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [%]	ψ_{calc} [%]	ψ_R / ψ_{calc}
HSC0	965	995	0.97	14.0	11.6	1.21
HSC1	1021	989	1.03	13.0	11.9	1.09
HSC2	889	925	0.96	11.0	12.0	0.91
HSC4	1041	1089	0.96	12.0	9.8	1.23
HSC9	565	627	0.90	34.8	25.3	1.37
		moyenne	0.96		moyenne	1.16
		écart type	0.05		écart type	0.17

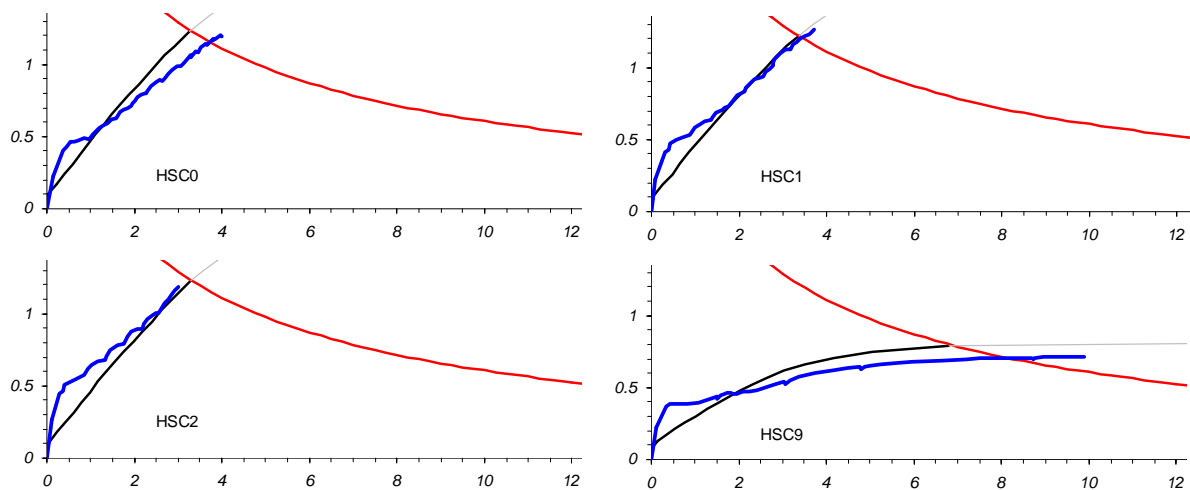


Figure 5.49: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Comparaison

Pralong - Marti - Brändli [Marti77, Pralong79]

Tableau 5.6: Essais effectués à l'ETHZ ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
P2	628	514	1.22	15.6	10.8	1.44
P5	626	510	1.23	11.7	9.5	1.24
		moyenne	1.22		moyenne	1.34

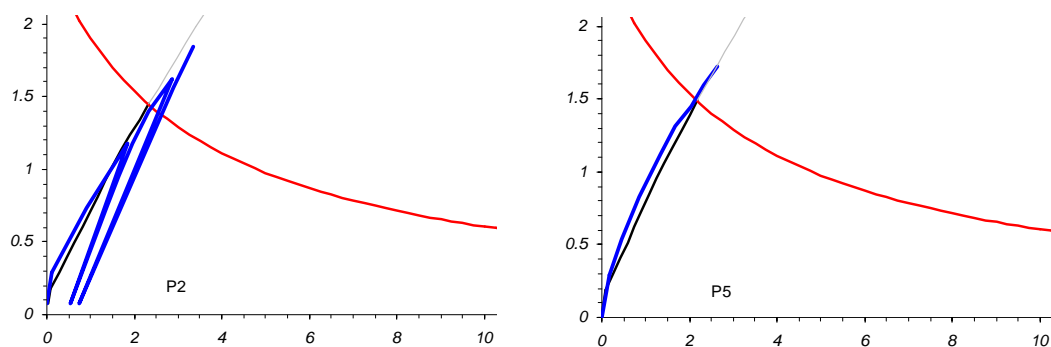


Figure 5.50: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Diagrammes de comparaison

Le tableau et les figures suivantes montrent un résumé avec les résultats des essais pris en compte pour la comparaison dans ce chapitre (60 essais au total).

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
		n. essais	60		n. essais	58
		moyenne	1.051		moyenne	1.055
		écart type	0.087		écart type	0.228

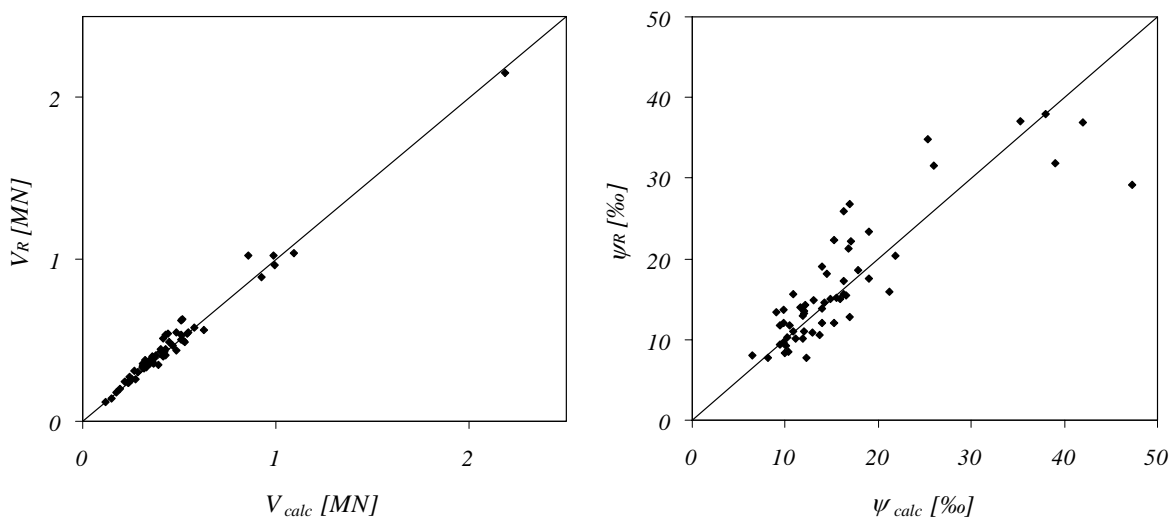


Figure 5.51: Comparaison entre résistance expérimentale et calculée (gauche) et entre rotation expérimentale et calculée (droite)

La comparaison entre les valeurs de la résistance au poinçonnement expérimental V_R et de la résistance au poinçonnement calculé V_{calc} sur la base du modèle proposé est satisfaisante (fig. 5.51 gauche). Par contre une dispersion sensible est à remarquer pour ce qui concerne la comparaison entre les rotations expérimentales ψ_R et les rotations calculées ψ_{calc} (fig. 5.51 droite).

Les figures suivantes montrent le rapport entre résistance expérimentale V_R et résistance calculé V_{calc} en fonction des paramètres d'essai plus importants : hauteur statique d , taux d'armature ρ et résistance à la compression du béton f_c . On peut remarquer que la dispersion des valeurs est indépendante de ces trois paramètres.

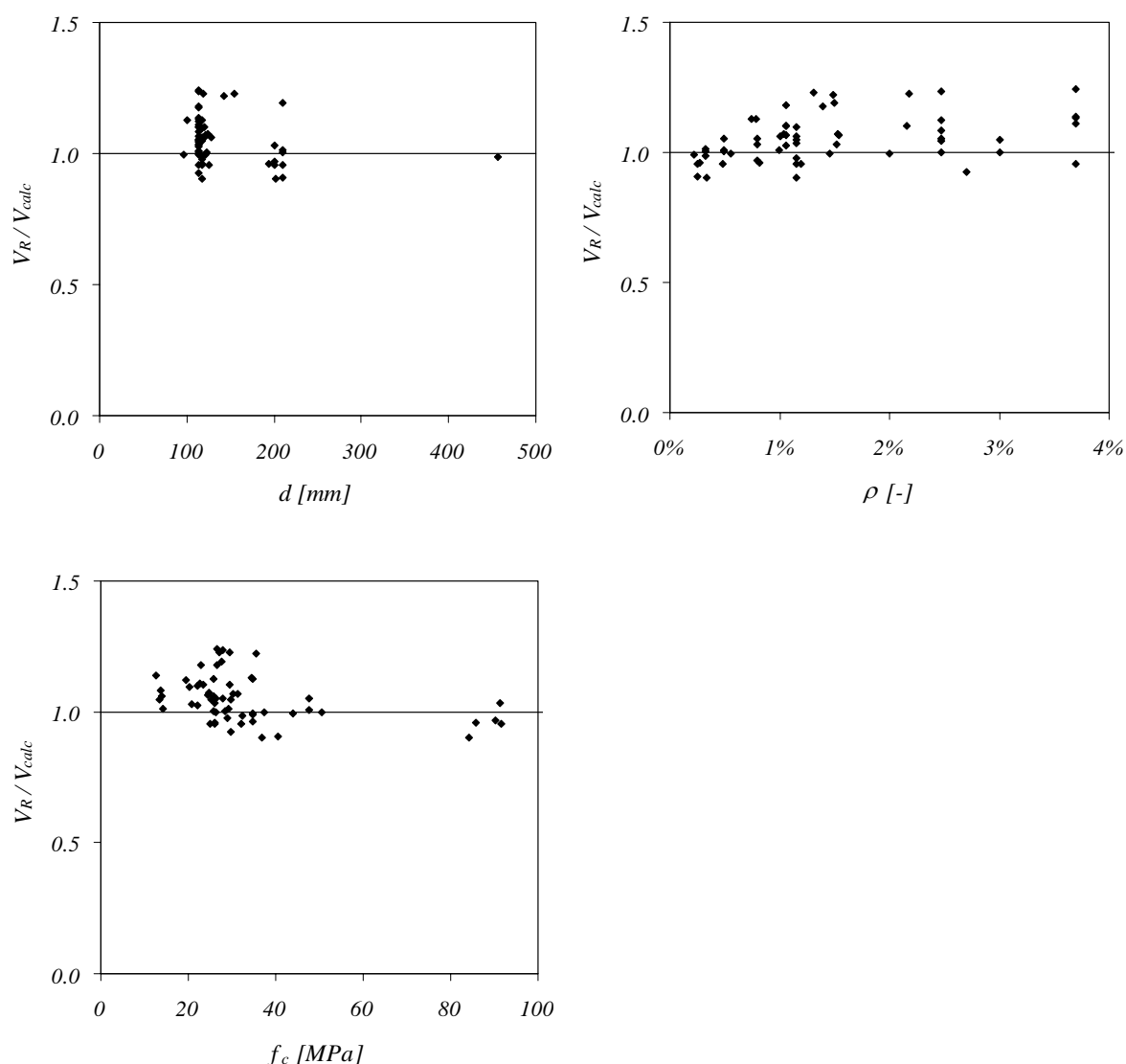


Figure 5.52: Comparaison entre résistance expérimentale et calculée en fonction des paramètres d'essai plus importants.

6 Comparaison avec d'autres modèles

Avant de comparer le modèle proposé avec des modèles développés par d'autres chercheurs (section 6.2), une comparaison avec les résultats de différentes normes est faite à la section 6.1.

6.1 Modèles contenus dans les normes

Dans les normes une contrainte de cisaillement nominale calculée sur une section à une certaine distance de la colonne est comparée avec une résistance généralement déterminée d'une façon empirique en fonction de plusieurs paramètres (résistance du béton f_c , taux d'armature ρ , limite d'écoulement de l'acier f_s , épaisseur de la dalle h , portée L). Cette méthode est très peu liée à la réalité physique du phénomène de poinçonnement, mais elle a le grand avantage d'être simple. Si elle est calibrée correctement des résultats raisonnables pour les cas ordinaires peuvent être obtenus. Les différences principales consistent dans le choix du périmètre critique (fig. 6.1) et de la résistance au cisaillement du béton.

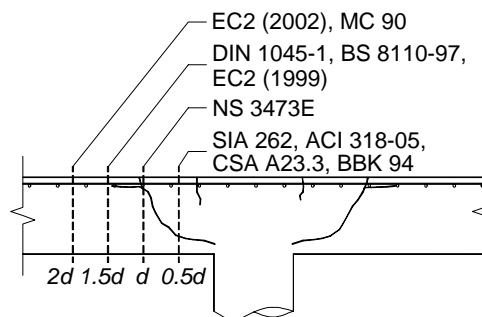


Figure 6.1: Position du périmètre critique pour la vérification au poinçonnement selon différentes normes (ACI : Etats-Unis, BBK : Suède, BS : Royaume-Uni, CSA : Canada, DIN : Allemagne, EC2 : Europe, MC : Model Code, NS : Norvège, SIA : Suisse)

Adaptation du modèle aux valeurs statistiques

Pour assurer une marge de sécurité suffisante lors du dimensionnement au poinçonnement, l'équation du critère de rupture (éq. 2.2) doit être adaptée de la façon suivante [Muttoni03] :

$$\tau_{Rd} = \frac{V_{Rd}}{u \cdot d} = \frac{\tau_{cd}}{0.45 + 0.135 \cdot \psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}} \quad (6.1)$$

où τ_{Rd} : valeur de calcul de la résistance nominale au poinçonnement

V_{Rd} : valeur de calcul de la résistance au poinçonnement

τ_{cd} : valeur de calcul de la contrainte limite de cisaillement (éq. 6.2)

En considérant le coefficient de résistance pour le béton γ_c , la contrainte limite de cisaillement τ_{cd} vaut :

$$\tau_{cd} = \frac{0.3}{\gamma_c} \cdot \sqrt{f_{ck}} = 0.2 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (6.2)$$

où $\gamma_c = 1.5$: coefficient de résistance pour le béton.

$f_{ck} = f_{cm} - 8$ MPa : valeur caractéristique de la résistance à la compression sur cylindre du béton.

f_{cm} : valeur moyenne de la résistance à la compression sur cylindre du béton

Toutes les caractéristiques mécaniques des matériaux doivent être adaptées au niveau des valeurs de calcul. La valeur de calcul de la résistance du béton à la compression est donnée par [Muttoni90, SIA 262]:

$$f_{cd} = \eta_{fc} \cdot f_{ck} / \gamma_c \quad (6.3)$$

où $\eta_{fc} = (30/f_{ck})^{1/3} \leq 1.0$ est un facteur qui permet une prise en compte du comportement plus fragile des bétons à résistance élevée.

La résistance du béton à la traction n'est pas prise en compte dans le calcul :

$$f_{ctd} = 0 \quad (6.4)$$

La valeur de calcul du module d'élasticité du béton est donné par:

$$E_{cd} = E_{cm} \quad (6.5)$$

où $E_{cm} = k_E \cdot \sqrt[3]{f_{cm}}$ est la valeur moyenne du module d'élasticité du béton avec le coefficient k_E qui dépend du granulat. Il se situe entre 6'000 et 12'000. Une valeur de $k_E = 10'000$ est choisie pour la comparaison.

La valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier d'armature passive est donnée par:

$$f_{sd} = f_{sk} / \gamma_s \quad (6.6)$$

où $\gamma_s = 1.15$: coefficient de résistance pour l'acier d'armature.

$f_{sk} = 500$ MPa : valeur caractéristique de la limite d'écoulement pour les aciers ordinaires.

La valeur moyenne du module d'élasticité de l'acier d'armature passive vaut approximativement :

$$E_s = 205'000 \text{ MPa} \quad (6.7)$$

Cette valeur est utilisée pour le dimensionnement.

La valeur de calcul de l'allongement spécifique de rupture de l'acier d'armature vaut :

$$\varepsilon_{ud} = 0.02 \div 0.065 \quad (6.8)$$

Une valeur de $\varepsilon_{ud} = 0.05$ est choisie pour la comparaison.

Dans la relation

$$h = d + c + \emptyset \quad (6.9)$$

Autres modèles

où d : hauteur statique moyenne ,
 c : enrobage de l'armature ,
 \varnothing : diamètre de la 4^{ème} nappe d'armature,

une valeur de $c = 30$ mm est choisie pour la comparaison.

Pour déterminer le rayon de la dalle r_b la relation suivante est adoptée :

$$\varnothing_b = 2 \cdot r_b = 0.44 \cdot L \quad (6.10)$$

où \varnothing_b : diamètre de la partie de dalle avec moments radiaux négatifs (fig. 2.15).
 L : portée entre les colonnes d'un plancher-dalle.

Norme suisse SIA 262 (2003)

Selon la norme SIA, la vérification au poinçonnement est à effectuer sur une section de périmètre u situé à la distance $d/2$ de la surface d'appui (fig. 2.20). Lors du calcul de la valeur de calcul de l'effort tranchant V_d , on peut déduire les actions agissant à l'intérieur de la section de contrôle.

La résistance au poinçonnement des dalles sans armature de poinçonnement est donnée par :

$$V_{Rd} = k_r \cdot \tau_{cd} \cdot d \cdot u \quad (6.11)$$

où d est la hauteur statique moyenne des nappes et τ_{cd} est la valeur de calcul de la contrainte limite de cisaillement selon éq. 6.2. Le coefficient k_r tient compte de l'effet de taille et de la résistance à la flexion. Il est donné par :

$$k_r = \frac{1}{0.45 + 0.9 \cdot r_y} \geq \frac{1}{1 + 2.2 \cdot d} \quad (d \text{ en m}) \quad (6.12)$$

où $r_y = 0.15 \cdot L \cdot \left(\frac{m_{0d}}{m_{Rd}} \right)^{3/2} \quad (L \text{ en m}) \quad (6.13)$

est le rayon plastique et L la portée entre les colonnes. Le moment de comparaison m_{0d} pour des colonnes intérieures avec armature supérieure dans les deux directions vaut $V_d/8$. Pour activer la résistance au poinçonnement (éq. 6.11), il faut que la condition $m_{Rd} \geq 0.5 \cdot m_{0d}$ soit remplie. Les résistances maximales à la flexion prise en compte dans l'éq. 6.13 sont limitées à $4 \cdot m_{0d}$. Lors de l'utilisation d'acier d'armature passive avec $f_{sd} > 435$ MPa, le rayon plastique r_y (éq. 6.13) doit être majoré par le facteur $f_{sd}/435$. Dans les cas où un béton avec taille maximale du granulat $D_{\max} < 32$ mm est employé, dans l'équation 6.12 r_y , respectivement d , seront majorés au moyen du facteur $48 / (D_{\max} + 16)$.

Pour des dalles précontraintes (section 7.3) l'éq. 6.13 est modifiée en remplaçant le moment de comparaison m_{0d} par la valeur $m_{0d} - m_{pd}$ où m_{pd} désigne le moment dû à la précontrainte.

Norme européenne Eurocode 2, EN 1992-1-1 (2004)

Le périmètre de contrôle de base selon la norme EC2 se situe à une distance de $2 \cdot d$ du bord de l'appui. La hauteur statique moyenne d des nappes est à utiliser. La vérification au poinçonnement est à effectuer aussi bien au niveau du périmètre de contrôle (a) que du périmètre de la colonne (b) :

$$\text{a) } v_{Rd,c} = \frac{V_{Rd,c}}{d \cdot u} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.1 \cdot \sigma_{cp} \geq (v_{\min} + 0.1 \cdot \sigma_{cp}) \quad (6.14)$$

où f_{ck} : valeur caractéristique de la résistance du béton en MPa

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \text{ avec } d \text{ en mm}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0.02 : \text{taux d'armature avec adhérence}$$

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c \quad (\gamma_c = 1.5)$$

σ_{cp} : contrainte normale dans le béton en MPa (positive en compression)

$$v_{\min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

$$\text{b) } v_{Rd,max} = \frac{V_{Rd,max}}{d \cdot \emptyset \cdot \pi} = 0.5 \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (6.15)$$

où $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$: valeur de calcul de la résistance en compression du béton en MPa

$$\nu = 0.6 \cdot (1 - f_{ck} / 250) \text{ avec } f_{ck} \text{ en MPa}$$

\emptyset : diamètre de la colonne (où diamètre équivalent)

Norme américaine ACI 318-05 (2005)

La norme ACI 318-05 utilise la même définition que la norme SIA 262 pour la section critique (à $d / 2$ du bord de la colonne) (fig. 2.20). Dans le cas de dalles sans armature de poinçonnement l'inégalité suivante doit être respectée :

$$\emptyset \cdot V_n \geq V_u \quad (6.16)$$

où V_u : valeur de calcul de l'effort tranchant

$\emptyset = 0.75$: facteur de réduction de résistance à l'effort tranchant

V_n : résistance nominale au poinçonnement

La résistance au poinçonnement V_n pour une dalle sans armature de poinçonnement et sans précontrainte est donnée par la plus petite valeur des équations ci-dessous. Les expressions sont adaptées afin d'utiliser les unités métriques SI (V_n en N, f_c' en MPa, u, d en mm).

$$V_n \leq \begin{cases} 0.083 \cdot (2 + 4/\beta) \cdot \sqrt{f_c'} \cdot u \cdot d \\ 0.083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{u} + 2 \right) \cdot \sqrt{f_c'} \cdot u \cdot d \\ 0.083 \cdot 4 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot u \cdot d \end{cases} \quad (6.17)$$

Autres modèles

β : rapport entre le long côté et le court côté de la colonne ($\beta = 1$ pour une colonne circulaire au carrée)

f_c' : valeur caractéristique de la résistance à la compression sur cylindre du béton en MPa

$\alpha_s = 40$ pour une colonne intérieure

Pour des dalles précontraintes (section 7.3) V_n vaut :

$$V_n = (0.083 \cdot \beta_p \cdot \sqrt{f_c'} + 0.3 \cdot f_{pc}) \cdot u \cdot d + V_p \quad (6.18)$$

$$\beta_p = \alpha_s \cdot d / u + 1.5 \leq 3.5$$

$$f_c' \leq 33.8 \text{ MPa}$$

$0.86 \leq f_{pc} \leq 3.45$ MPa: contrainte normale du béton (positive en compression)

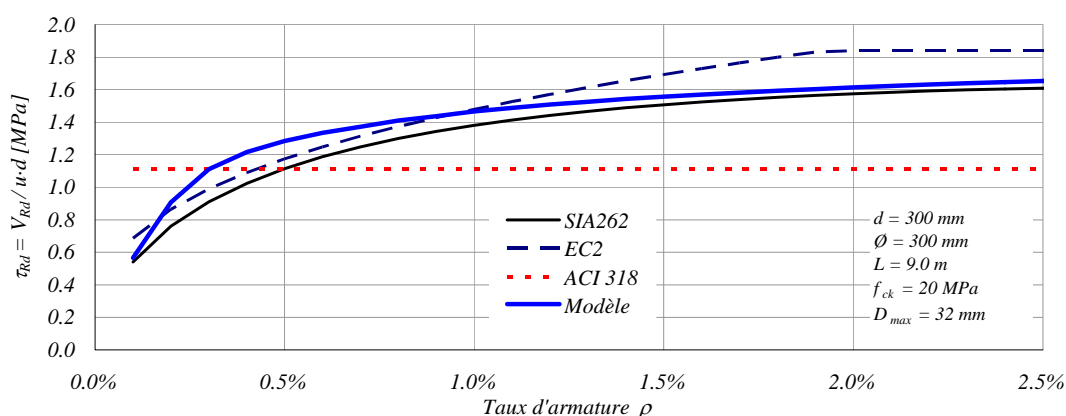
V_p : composante verticale de la précontrainte dans le périmètre critique

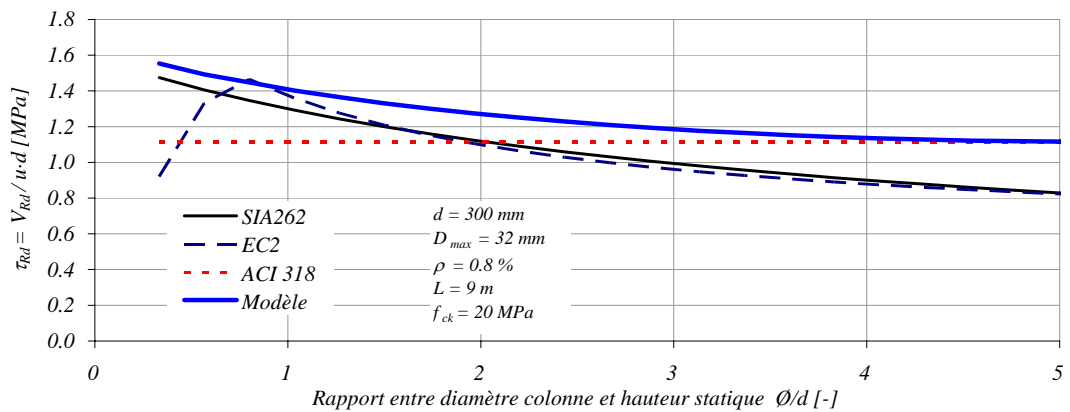
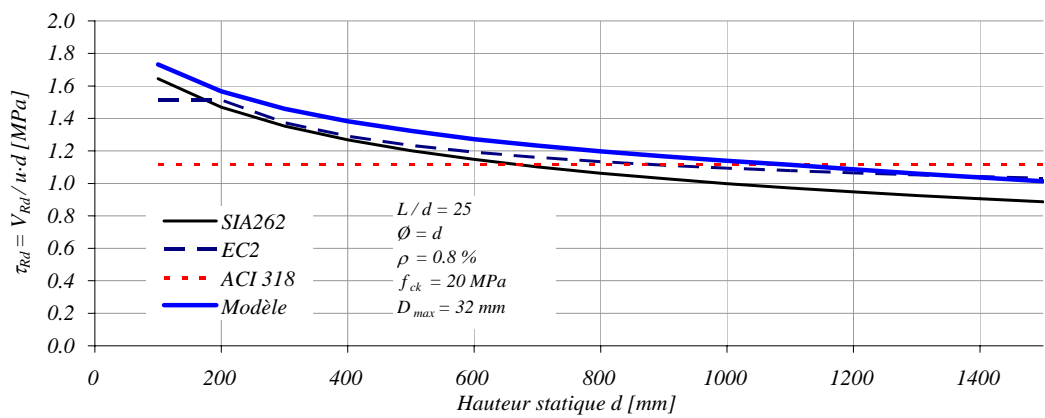
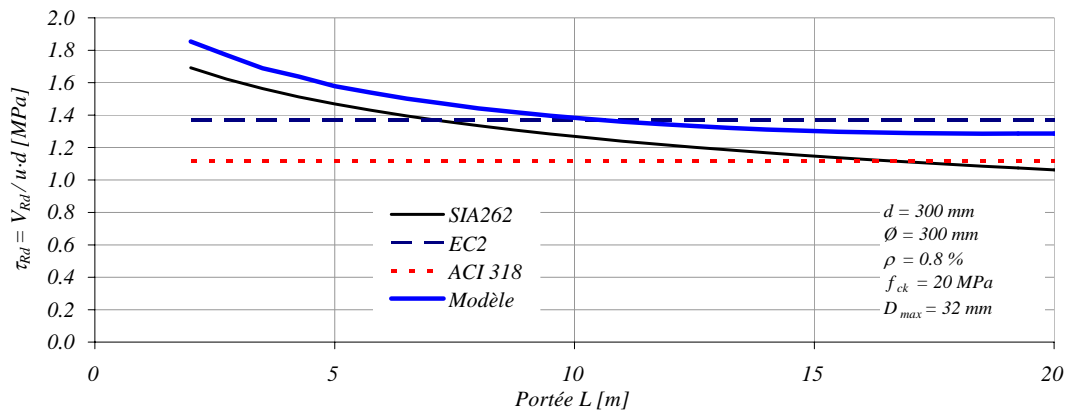
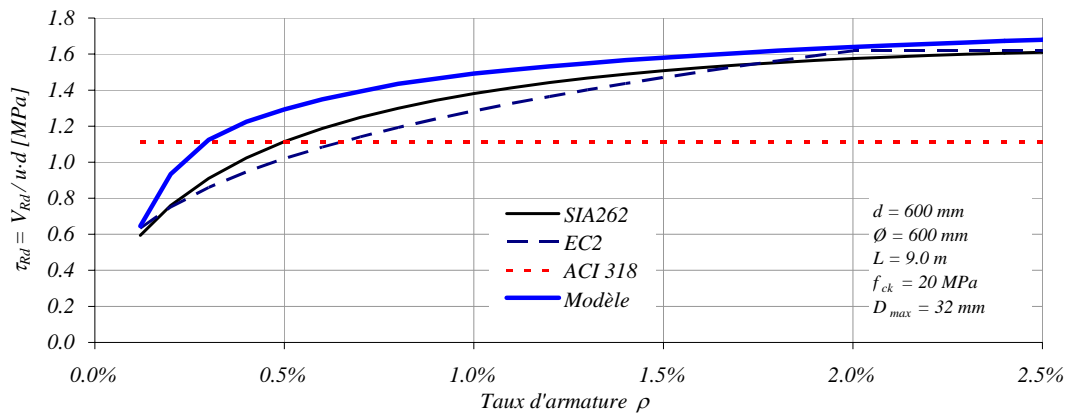
Si les conditions de résistance du béton ou de l'effort de précontrainte ne sont pas respectées, alors l'éq. 6.17 est à utiliser.

Résultats

Les diagrammes suivants montrent la comparaison du modèle proposé avec les trois normes considérées, en fonction des paramètres principaux (taux d'armature, portée, hauteur statique, diamètre de la colonne, résistance du béton, taille maximale du granulat). Sur l'ordonnée on trouve la valeur de calcul de la résistance nominale au poinçonnement τ_{Rd} déterminée à la distance $d/2$ de la surface d'appui. L'abscisse donne le paramètre varié. Les caractéristiques des dalles sont résumées dans chaque diagramme.

Les résultats avec précontrainte sont montrés à la section 7.3.





Autres modèles

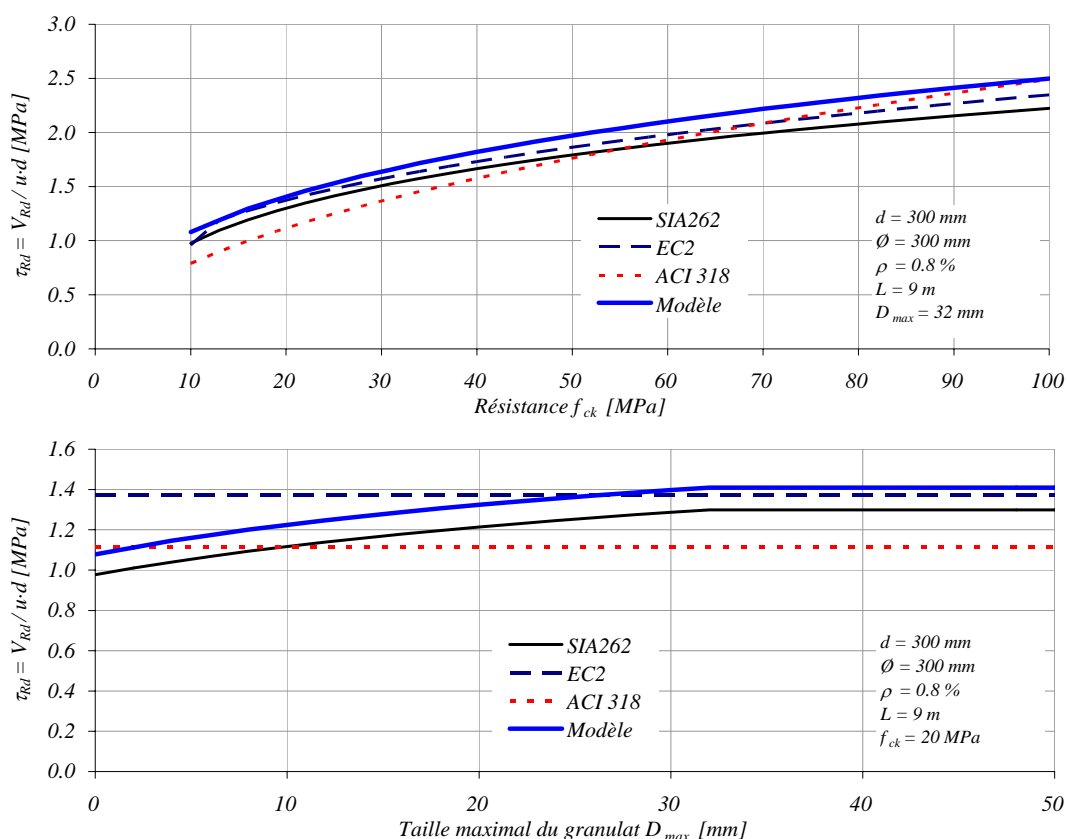


Figure 6.2: Variation des paramètres. Normes SIA 262, EC2, ACI 318 et modèle proposé.

Le modèle proposé se base sur le même critère de rupture (éq. 6.1) qui se trouve depuis 2003 dans la norme suisse SIA 262. C'est pourquoi la courbe du modèle et la courbe SIA 262 ont toujours la même allure dans les diagrammes de comparaison. On constate que la norme suisse présente toujours une marge de sécurité supplémentaire par rapport au modèle. Cette réserve dérive de l'estimation prudente du rayon plastique r_y selon l'éq. 6.13 (fig. 6.3).

Il faut remarquer que la norme américaine ACI 318 ne tient pas compte de l'influence du taux d'armature sur le poinçonnement. En plus, elle ne considère ni l'effet de taille lié à la portée L ni l'effet de taille lié à la hauteur statique d et à la taille maximale du granulat D_{max} . La norme EC2 considère par contre un effet de taille dépendant de la hauteur statique d .

Comparaison du rayon plastique r_y selon la norme SIA 262

La détermination de la charge de poinçonnement avec le modèle proposée (intersection de la relation charge-déformation non linéaire avec le critère de rupture de l'éq. 6.1) n'est pas appropriée pour une application pratique dans une norme, car un calcul non linéaire est requis. Une approche plus pratique en introduisant l'étendue de la zone plastique r_y a été développé dans la norme SIA 262 (fig. 6.3).

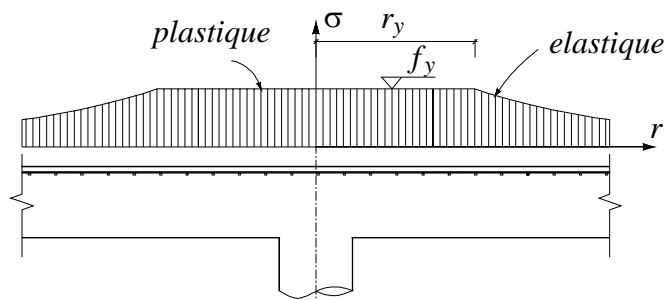


Figure 6.3: Variation de la contrainte tangentielle dans l'acier et définition du rayon plastique r_y

Le document SIA D 0182 montre les formules qui ont amené à l'éq. 6.12 de la norme :

Courbure tangentielle (éq. 4.2) $\kappa_T = \psi / r$ (6.19)

Allongement armature $\varepsilon_{sT} = \kappa_T \cdot (d - x) \cdot \beta$ (6.20)

où $\beta = 0.4$ tient compte des barres disposées orthogonalement.

éq. 6.19, 6.20 : $\psi = r \cdot \kappa = \frac{r_y \cdot \varepsilon_{sy}}{(d - x) \cdot \beta} \cong \frac{r_y}{0.85 \cdot d \cdot \beta} \cdot \frac{f_{sd}}{E_s} \cong 0.0065 \frac{r_y}{d}$ (6.21)

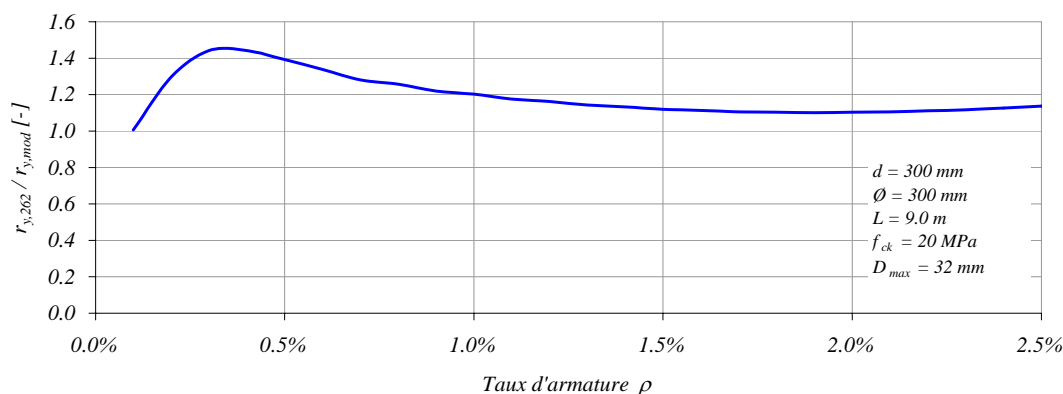
éq. 6.21 dans 6.1 : $k_r = \frac{\tau_{Rd}}{\tau_{cd}} = \frac{1}{0.45 + 0.9 \cdot r_y}$, (r_y en m) (6.22)

Selon la norme, pour les planchers-dalles avec une trame régulière on peut admettre l'éq. 6.13 pour la détermination du rayon plastique r_y .

En utilisant l'éq. 6.21 on peut exprimer la relation entre le rayon plastique r_y et la rotation de la dalle ψ autour de la colonne :

$$r_y \cong \frac{\psi \cdot d}{0.0065} \quad (6.23)$$

Les diagrammes suivants montrent la comparaison entre le rayon plastique $r_{y,262}$ calculé selon l'éq. 6.13 de la norme et le rayon plastique $r_{y,mod}$ résultant du calcul non linéaire et transformé avec l'éq. 6.23.



Autres modèles

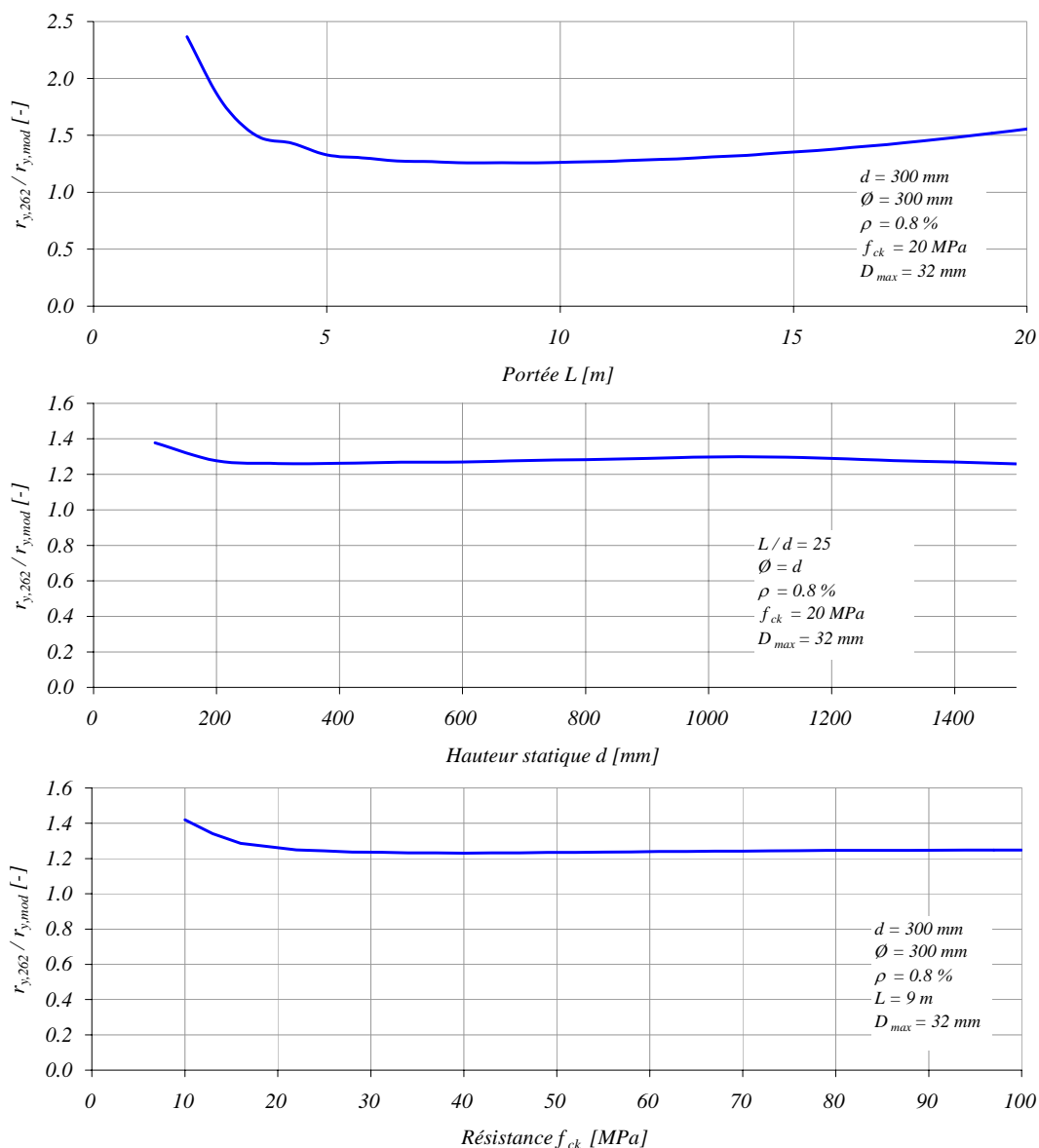


Figure 6.4: Variation des paramètres. Rapport entre rayon plastique selon norme SIA 262 et selon modèle proposé.

La comparaison montre que l'éq. 6.13 de la norme suisse surestime toujours l'étendue de la zone plastique par rapport au calcul avec le modèle. De cette façon une marge supplémentaire de sécurité est présente dans les planchers-dalles dimensionnés selon la norme SIA 262.

6.2 Autres modèles

Modèle de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60]

Le modèle de Kinnunen et Nylander est décrit à la section 2.3. Les hypothèses et l'algorithme avec les équations se trouvent à l'annexe A.

Modèle de Hallgren [Hallgren96]

Hallgren propose un modèle physique basé sur le modèle de Kinnunen et Nylander. Il introduit le comportement non linéaire du béton et de l'armature en considérant des relations contrainte-déformation bi-linéaires. La différence principale est liée au critère de rupture. Dans le modèle de Kinnunen et Nylander la déformation ultime tangentielle du béton, utilisée comme critère de rupture, est déterminée d'une façon empirique, calibrée sur la base des essais. Hallgren, par contre, détermine la déformation ultime tangentielle du béton en utilisant un modèle simplifié dérivé de la mécanique de la rupture. En outre la pente du cône de poinçonnement α n'est pas constante mais varie avec la géométrie de la dalle et les caractéristiques des matériaux. L'effet de goujon, introduit dans le modèle par Kinnunen [Kinnunen63], est aussi considéré par Hallgren.

Le modèle est limité à des dalles avec un rapport $(r_b - r_a) / d$ plus grand que 3.5 car les dalles moins élancées sont caractérisées par un mécanisme de rupture par poinçonnement différent, plus semblable à celui des poutres.

La déformation ultime tangentielle du béton à une distance $y = x \cdot (1 + \tan \alpha)$, où x est la hauteur de la zone comprimée dans la direction tangentielle, vaut selon Hallgren :

$$\varepsilon_{cTu} = \frac{3.6 \cdot G_F^\infty}{x \cdot f_{ct}} \cdot \left(1 + \frac{13 \cdot D_{\max}}{x} \right)^{-1/2} \quad (6.24)$$

où G_F^∞ est l'énergie de rupture d'éléments infiniment larges :

$$G_F^\infty = G_F^R \cdot \left(1 + \frac{13 \cdot D_{\max}}{d^R} \right)^{1/2} \quad (6.25)$$

et G_F^R est l'énergie de rupture mesurée selon les recommandations RILEM (1985), ($d^R = 100$ mm : largeur de la poutre testée).

L'énergie de rupture G_F^R est estimée comme suit par Hallgren :

$$G_F^R = G_F^0 \cdot (f_c / 10)^{0.7} \quad (6.26)$$

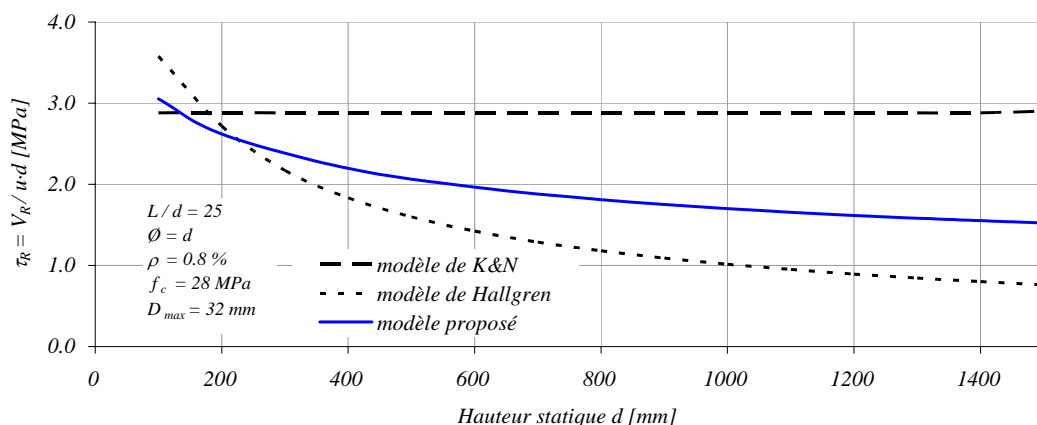
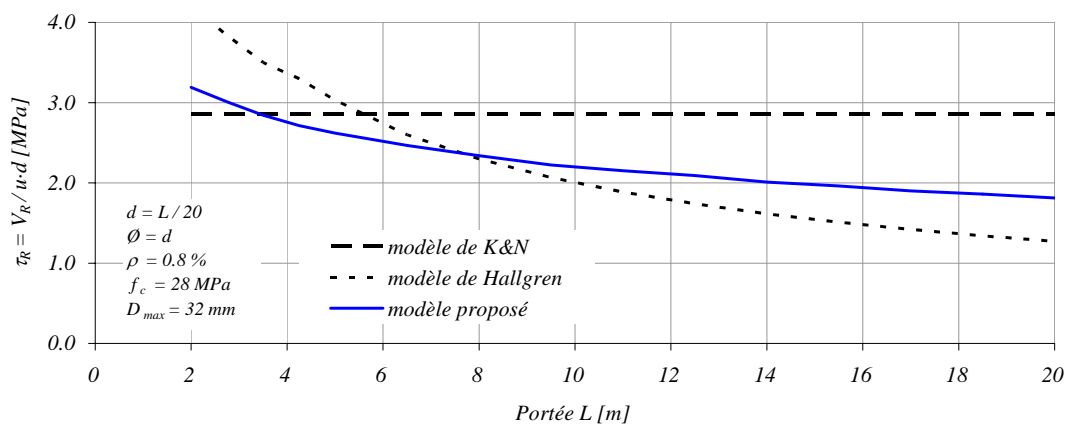
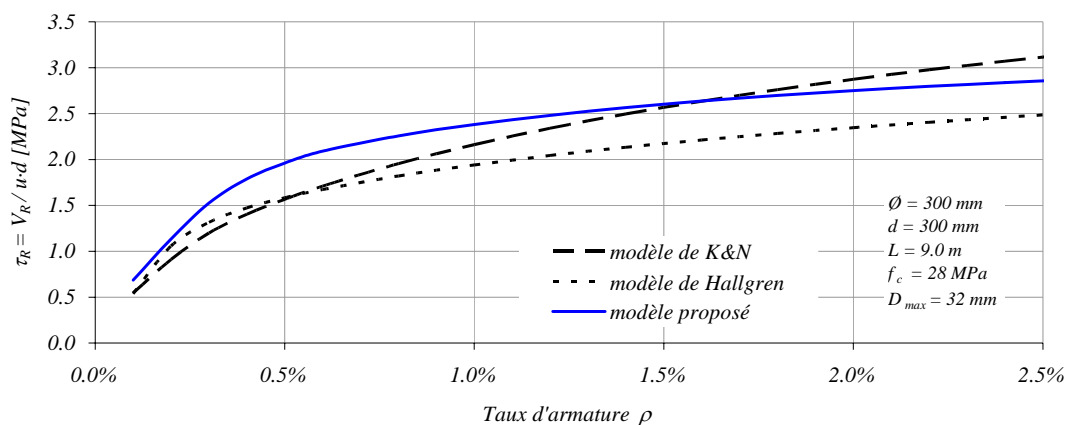
où

$$G_F^0 = \begin{cases} 0.025 \\ 0.030 \text{ avec } D_{\max} \\ 0.038 \end{cases} = \begin{cases} 8 \\ 16 \text{ mm} \\ 32 \end{cases}$$

L'équation 6.26 est empirique et basée sur les essais. Une interpolation linéaire pour la détermination de G_F^0 est faite lorsque la taille maximale du granulat D_{\max} diffère des valeurs 3, 16 et 32 mm. La valeur de G_F^0 est limitée à 0.038 pour les granulats plus grand que 32 mm. Le critère de rupture proposé par Hallgren (éq. 6.24) tient compte de l'effet de taille de la structure (avec x) et du granulat (avec D_{\max}) comme le montrent les diagrammes de la fig. 6.5.

Résultats

Les diagrammes suivants montrent la comparaison du modèle proposé avec les deux modèles considérés, en fonction des paramètres principaux. Sur l'ordonnée on trouve la résistance nominale au poinçonnement τ_R déterminée à la distance $d/2$ de la surface d'appui. L'abscisse donne le paramètre varié. Les caractéristiques des dalles sont résumées dans chaque diagramme.



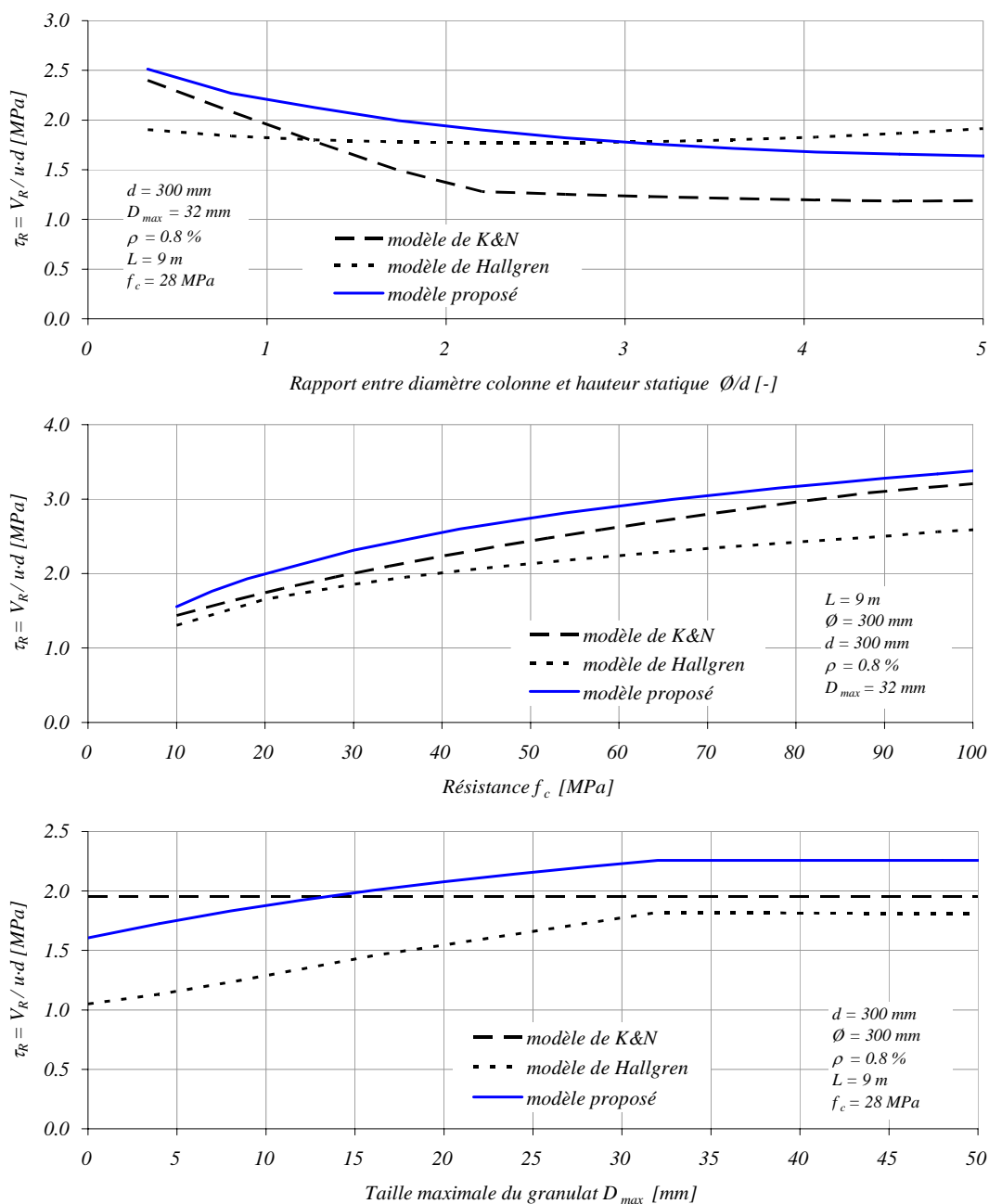


Figure 6.5: Variations des paramètres. Modèle de Kinnunen et Nylander, modèle de Hallgren et modèle proposé.

L'effet de taille sur la résistance au poinçonnement est négligé dans le modèle de Kinnunen et Nylander. Le critère de rupture ne tient pas compte non plus de la taille maximale du granulat. Le modèle de Hallgren qui en est issu inclut ces effets. En général il sous-estime la résistance au poinçonnement par rapport au modèle proposé, sauf dans les cas avec portées réduites.

7 Applications et limites du modèle

7.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à une partie des applications possibles du modèle développé dans les chapitres précédents. Les applications classiques liées au poinçonnement sont décrites dans les premières sections :

- Planchers-dalles
- Dalles précontraintes
- Radiers
- Poinçonnement excentré

Suite à un grave accident causé par un incendie qui s'est produit en Suisse pendant la durée de cette thèse, une section est dédiée à l'influence de la température sur le comportement des dalles en béton armé soutenues par des colonnes.

Enfin des cas particuliers de dalles avec des conditions de bord différentes (dalles encastrées), une disposition d'armature particulière (en forme d'anneau ou concentré sur appui), une armature non composée d'acier (barres en FRP ou armatures collées) et avec du béton spécial (granulats légers) sont brièvement analysés. Le but est d'investiguer les limites d'application du critère de rupture et du calcul du comportement des dalles au poinçonnement.

Les sections qui suivent traitent les sujets suivants :

- Analyse des résultats d'essai pour vérifier si le critère de rupture est applicable ;
- Eventuelle adaptation du modèle de dalle simple ;
- Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux ;
- Variation de paramètres.

7.2 Planchers-dalles

Les modèles et les réflexions proposées jusqu'ici sont basés sur des dalles axisymétriques libres aux bords qui idéalisent la partie d'un plancher-dalle avec moments radiaux négatifs autour d'une colonne (fig. 2.15). Dans un plancher-dalle il faut tenir compte de l'influence des parties adjacentes sur le comportement de la zone de dalle qui s'appuie directement sur la colonne.



Figure 7.1: Planchers-dalles en phase de construction

Critère de rupture

Des chercheurs ont testé des planchers-dalles avec plusieurs champs, d'habitude neuf au total [Maillart26, Ladner77, Gardner96]. Le but principal de ces essais était de vérifier la résistance et comprendre le fonctionnement des différents types de colonnes : intérieures, de rive et d'angle. La série d'essais effectuées à l'EMPA à Dübendorf en 1973 [Ladner77] avec un plancher-dalle (fig. 7.2) et plusieurs dalles d'essai ordinaires permet aussi de comparer les deux types de dalles d'essai.

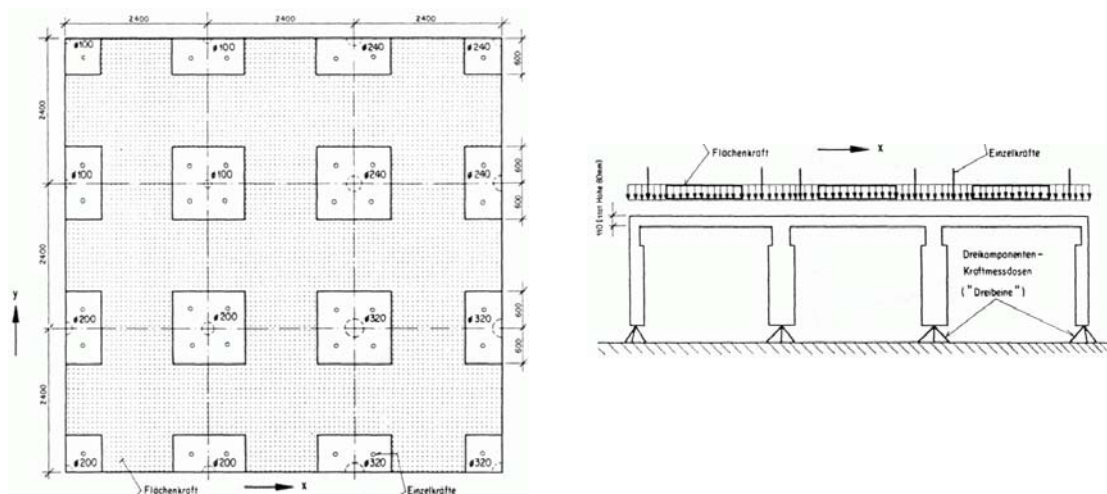


Figure 7.2: Plancher-dalle à neuf champs testé à l'EMPA [Ladner77]

La figure 7.3 montre les résultats d'essai. Comparé aussi aux essais avec des dalles simples, la corrélation entre essais et critère de rupture est assez bonne.

La rotation ψ du plancher-dalle au voisinage des colonnes est calculée sur la base de la moyenne des déplacements mesurés à quatre endroits équidistants de la colonne sur les axes principaux.

Applications

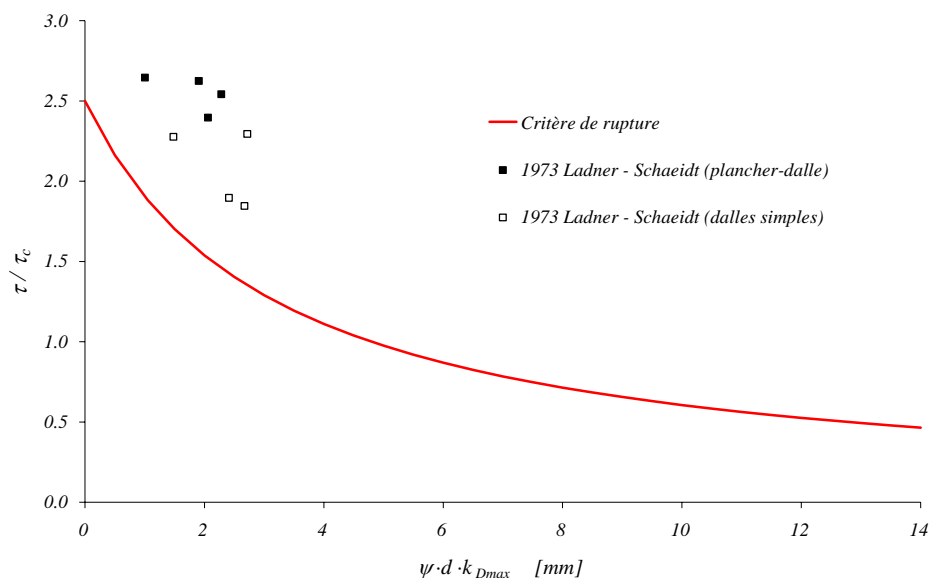


Figure 7.3: Critère de rupture comparé aux essais avec un plancher-dalle et des dalles simples testées par les mêmes chercheurs [Ladner77]

Même si on n'a que quelques essais à disposition pour comparer, on admet que le critère de rupture proposé peut être appliqué aussi aux planchers-dalles.

Adaptation du modèle

Pour permettre une application aux planchers-dalles le modèle de calcul non linéaire nécessite des adaptations suivantes :

- Redistributions des moments
- Conditions au bord
- Axisymétrie

La fig. 7.4 montre deux éléments de dalle axisymétriques. L'élément simple a été utilisé comme élément de base pour les analyses des chapitres précédents et est sensé représenter la zone avec un moment radial négatif autour des colonnes (fig. 2.15). Il est caractérisé par un diamètre $\varnothing = 0.44 \cdot L$ et un bord libre (condition $m_R = 0$). L'élément encastré par contre représente une partie du plancher-dalle plus étendue et un bord encastré (condition $\psi = 0$) mais libre de se déplacer verticalement.

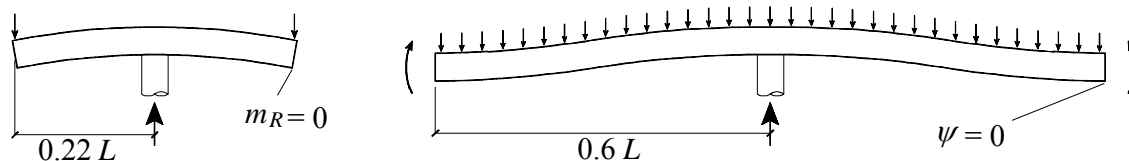


Figure 7.4: Définition des élément simple et encastré (voir fig. 7.14 et 7.15 pour le choix de $r_b = 0.6 \cdot L$)

Redistribution des moments

Une redistribution des moments due au comportement non linéaire peut avoir lieu tant dans un élément simple que dans un élément encastré si la capacité de rotation au voisinage de la colonne est suffisante. Des transferts de moments entre direction radiale et tangentielle sont tout à fait possibles et ont été remarqués pendant les essais et aussi lors de la simulation avec le calcul non linéaire (fig. 4.30 et 4.32). Le rayon du cercle des moments radiaux nuls reste stationnaire à $r = 0.22 \cdot L$ dans l'élément simple, ce qui n'est pas le cas en réalité pour les planchers-dalles. En utilisant par contre l'élément encastré, le rayon du cercle avec moments radiaux nuls peut varier (fig. 4.32 et 7.5).

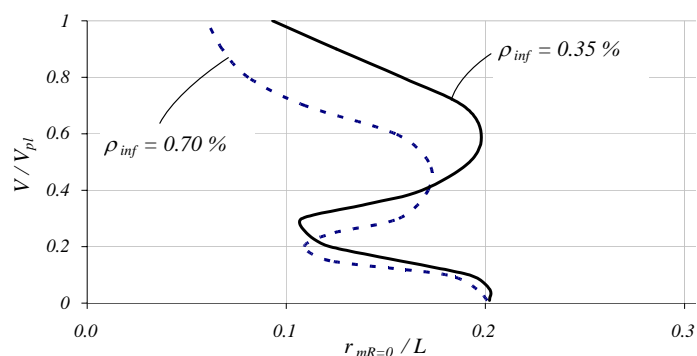


Figure 7.5: Rapport entre rayon où le moment radial est nul et portée en fonction de V

La figure 7.5 montre la variation de la position du moment radial nul ($m_R=0$) le long du rayon r en fonction de l'effort dans la colonne V dans le cas de l'élément encastré analysé au chapitre 4 (fig. 4.31 et 4.32) pour deux taux d'armature inférieurs $\rho = 0.35\%$ et $\rho = 0.70\%$. La portée L a été considérée selon la relation $r_b = 0.6 \cdot L$. On remarque que l'hypothèse usuelle dans le cas de poinçonnement d'éléments simples ($r_b = 0.22 \cdot L$) n'est valable que pour des charges très faibles, avant la fissuration du béton. Dès que le moment radial atteint le moment de fissuration (dans l'exemple de la fig. 4.32 avant $0.1 \cdot V_{pl}$), la position du cercle de moments radiaux nuls se déplace rapidement vers la colonne. Sa position recommence à s'éloigner dès que le moment radial au bord de la colonne atteint le moment plastique (entre 0.3 et $0.4 \cdot V_{pl}$). Une nouvelle inversion se produit lorsque la dalle se plastifie dans la direction tangentielle (peu avant $0.6 \cdot V_{pl}$). La position du cercle de moments radiaux nuls est plus proche de la colonne juste avant le mécanisme par flexion, lorsque la plastification tangentielle atteint sa valeur maximale. A noter que la position du cercle de moments radiaux nuls est influencée par le taux d'armature en flexion (courbe traitillée de la fig. 7.5). L'influence de ce changement de rayon sur la résistance au poinçonnement reste modérée.

Condition au bord

Les essais sur des parties de dalle simplement appuyée autour d'une colonne (éléments simples) ne tiennent pas compte de l'effet favorable du confinement du reste de la dalle sur l'élément. Quand une dalle de ce type est chargée, le béton de la face tendue se fissure et les barres d'armature se rallongent. Typiquement pour les éléments en béton armé les déformations de la face tendue sont plus grandes de celle de la face comprimée. Donc le feuillet moyen de la dalle se dilate horizontalement (fig. 7.6).

Applications

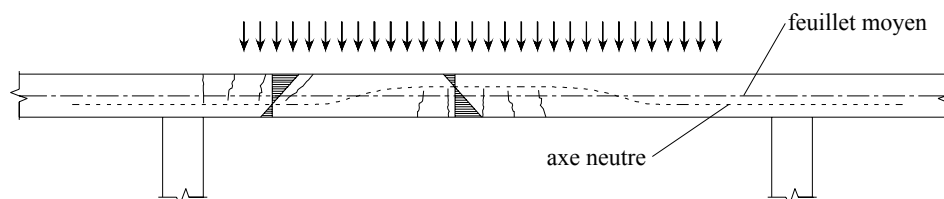


Figure 7.6: Allongement du feuillet moyen de la dalle causé par la fissuration (dilatance)

Les bords subissent alors non seulement une rotation mais aussi un déplacement dans le plan de la dalle. Si par contre les bords sont confinés par des éléments rigides au bord ou bien, comme dans le cas d'un plancher-dalle, par les parties de dalle autour de la zone $0.44 \cdot L$, des efforts de confinement sont introduits qui réduisent les déformations et augmentent par conséquent la résistance au poinçonnement (fig. 7.7).

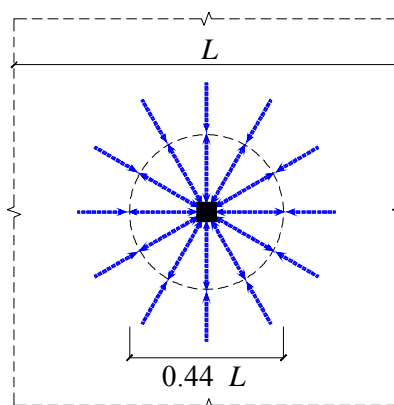


Figure 7.7: Effet de confinement dans un plancher-dalle, vue en plan

Les efforts de confinement produisent aussi une augmentation de résistance à la flexion de la dalle (fig. 7.8), comme déjà montré dans le diagramme moment - courbure de la fig. 4.20 (flexion composée).

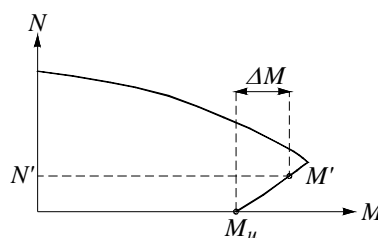


Figure 7.8: L'effort axial de compression N' augmente la résistance à la flexion de la dalle

Ce mécanisme appelé dilatance entravée apporte une augmentation sensible de la capacité portante. Des essais intéressants sur la formation des efforts de confinement à l'intérieur des dalles en béton armé sont décrits par Vecchio et Tang [Vecchio90]. Dans le cas de dilatance entravée, les efforts de confinement peuvent devenir très importants. Ces efforts ont permis d'augmenter la rigidité et la capacité portante de la dalle de 30-40% par rapport à la dalle non entravée.

Des études théoriques de Schlaich [Schlaich64], Fujii [Fujii79] et des essais de Kuang et Morley [Kuang92], Ladner, Schaeidt et Gut [Ladner77] sur le comportement des planchers-dalles montrent que grâce à l'effet de la dilatance entravée on peut augmenter sensiblement la capacité portante tout en diminuant les déformations (fig. 7.9).

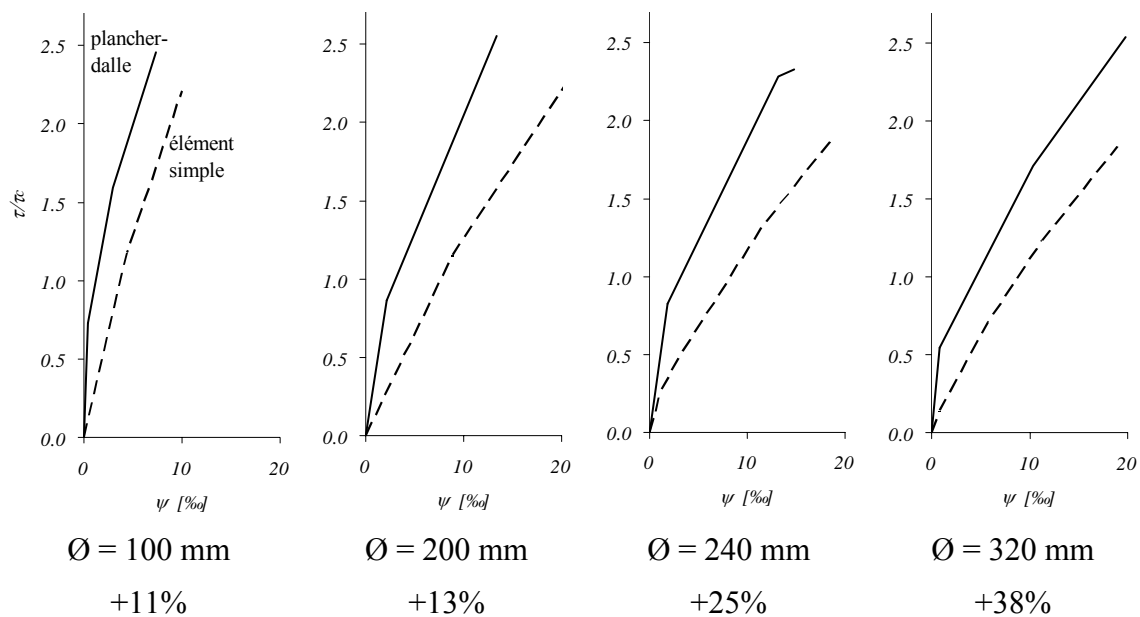


Figure 7.9: Comparaison entre essais de éléments simples et essais de planchers-dalles avec différents diamètres des colonnes ; pourcentage d'augmentation de la résistance [Ladner77]

La figure 7.9 montre que les rotations des dalles simples sont toujours sensiblement supérieures à celles du plancher-dalle.

Hewitt et Batchelor [Hewitt75] proposent une extension du modèle de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] qui tient compte des conditions aux bords. Le problème majeur se pose dans les cas réels de planchers-dalles pour lesquels les efforts de confinement ne sont pas connus. Ils introduisent alors un facteur η empirique calibré sur la base des essais. La géométrie simplifiée de la dalle déformée à la rupture est montrée à la fig. 7.10 (hypothèse reprise d'un travail de Brotchie et Holley [Brotchie71]).

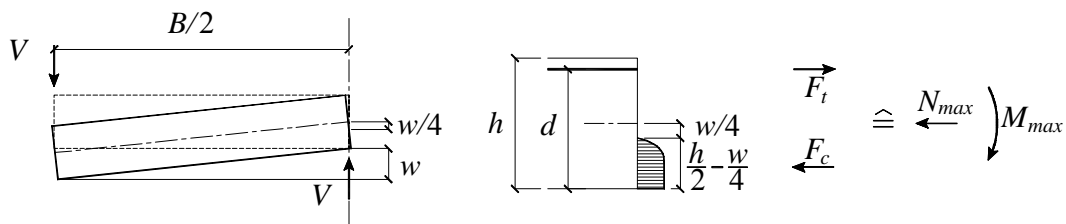


Figure 7.10: Déplacement simplifié à la rupture d'une moitié de la dalle et efforts maximaux dans la dalle

Selon cette hypothèse, à cause du déplacement w et de la rotation de la dalle, l'axe neutre se positionne à une distance égale à $w/4$ du centre de la section. La force maximale de traction F_t par unité de largeur reprise par l'armature vaut $F_t = \rho \cdot d \cdot f_y$ et la force maximale de compression dans le béton F_c , en considérant pour simplifier une distribution des contraintes en « stress-block » vaut $F_c = 0.8 \cdot f_c \cdot (h/2 - w/4)$. Les sollicitations maximales au bord N_{max} et M_{max} peuvent donc être exprimée comme suit : $N_{max} = F_t - F_c$ et $M_{max} = F_t \cdot (d - h/2) + F_c \cdot (0.3 \cdot h + 0.1 \cdot w)$. Le facteur η empirique est introduit et les sollicitations au bord sont $N_b = \eta \cdot N_{max}$ et $M_b = \eta \cdot M_{max}$ où N_b représente la force de compression et M_b le moment d'encastrement partiel au bord de l'élément simple.

Applications

Au lieu d'introduire des efforts avec des facteurs empiriques au bord de l'élément simple de diamètre $\varnothing = 0.44 \cdot L$ pour simuler la dilatance entravée, grâce au modèle de calcul non linéaire du comportement on peut analyser les conditions au bord à d'autres endroits.

Les conditions au bord à « mi-portée » sont les suivantes :

- pente radiale $\psi_b = 0$
- déplacement horizontal radial $u_{Rb} = 0$ (dans le cas d'une dilatance entravée parfaite)

La première condition a déjà été étudiée dans le cas des dalles encastrées (fig. 4.31 et 4.32). Avec la deuxième condition nous considérons ainsi l'effet de la dilatance entravée mais pas celui des grandes déformations. Le déplacement horizontal radial u_{Rb} de la dalle à la distance r_b est défini comme l'intégrale le long du rayon r de la déformation ε à n'importe quelle hauteur de la section :

$$u_{Rm} = \int_{r_a}^{r_b} \varepsilon dr$$

Pour faire en sorte que la condition au bord soit satisfaite, un effort de confinement N/A_c est introduit dans la dalle. Cet effort, semblable à une précontrainte, change le comportement moment - courbure des éléments de dalle (voir flexion composée, chapitre 4). Grâce à cet effet la dalle est plus rigide et donc la résistance au poinçonnement augmente.

Un calcul itératif est nécessaire. La première itération du calcul pour déterminer la relation force dans la colonne V - rotation maximale ψ_{max} est faite sans tenir compte de aucune compression supplémentaire dans la dalle. On obtient ainsi sur la courbe du critère de rupture un point de rupture (V_{R1}, ψ_{R1}) (fig. 7.11) et on peut déterminer la valeur du déplacement horizontal au bord encastré u_{Rb1} pour le niveau de charge V_{R1} . Cette première itération donne forcément une valeur de u_{Rb} plus grande que zéro (fig. 7.12).

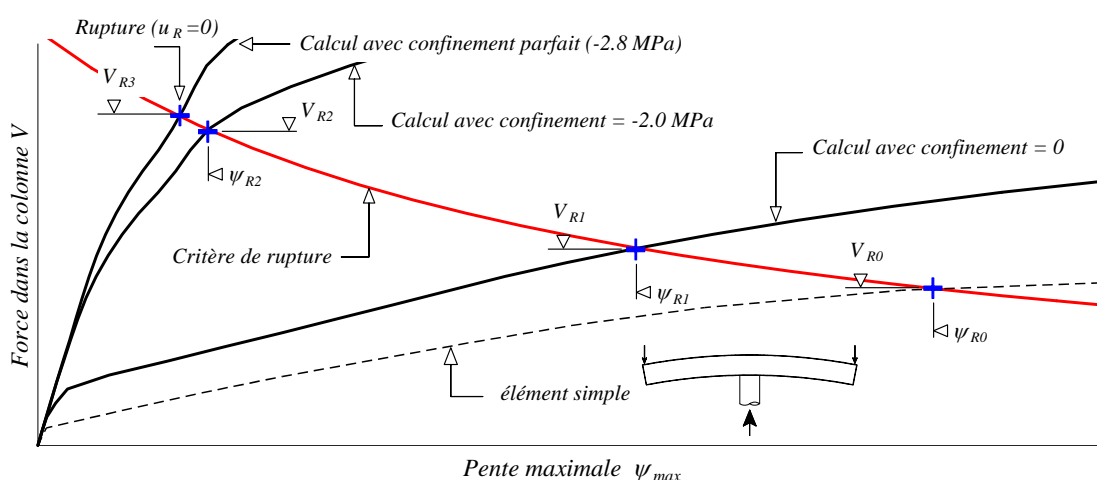


Figure 7.11: Diagramme force V - pente ψ_{max} . Même dalle avec différents efforts de confinement au bord et critère de rupture (courbes continues : élément encastré ; courbe traitillée : élément simple)

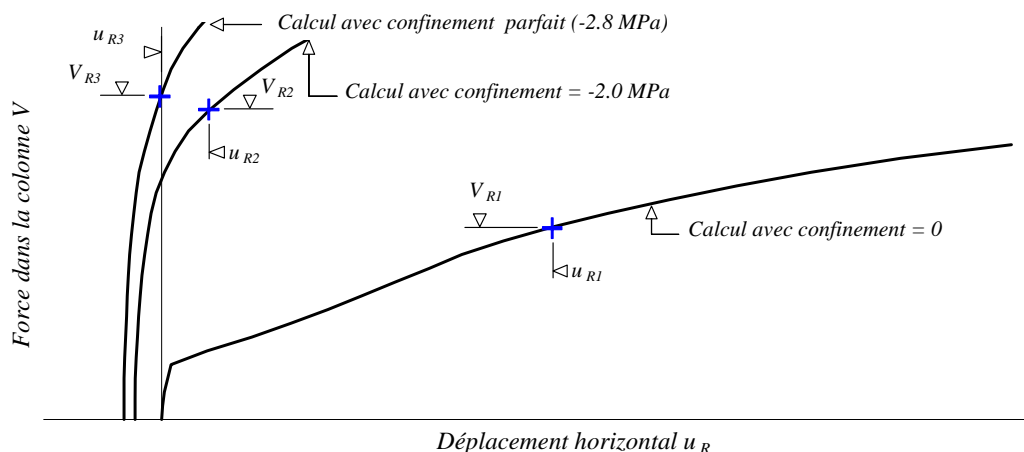


Figure 7.12: Diagramme force V - déplacement horizontal u_{Rb} . Mêmes dalles avec différents efforts de confinement au bord

On appliquant un effort de confinement N/A_c dans la dalle on calcule une deuxième itération. On obtient un deuxième point (V_{R2}, ψ_{R2}) et une deuxième valeur u_{Rb2} . A noter que dans le diagramme $V - u_{Rb}$ les valeurs de u_{Rb} sont négatives pour des charges petites à cause de la compression présente dans la dalle. Pour déterminer la valeur de la résistance au poinçonnement il faut procéder par itérations jusqu'à ce que la deuxième condition au bord $u_{Rb} = 0$ soit satisfaite.

Dans l'exemple de calcul montré aux fig. 7.11 et 7.12, une dalle avec un taux d'armature faible de l'ordre de $\rho = 0.3\%$ (supérieur et inférieur) a été calculée. La rupture à V_{R1} est accompagnée de grandes déformations (voir pente ψ_{R1}). Grâce à la dilatance entravée la dalle est sensiblement plus rigide. On obtient ainsi un incrément de la résistance au poinçonnement d'environ 60%. La figure 7.13 montre le même calcul pour une dalle avec un taux d'armature ordinaire de $\rho = 0.7\%$.

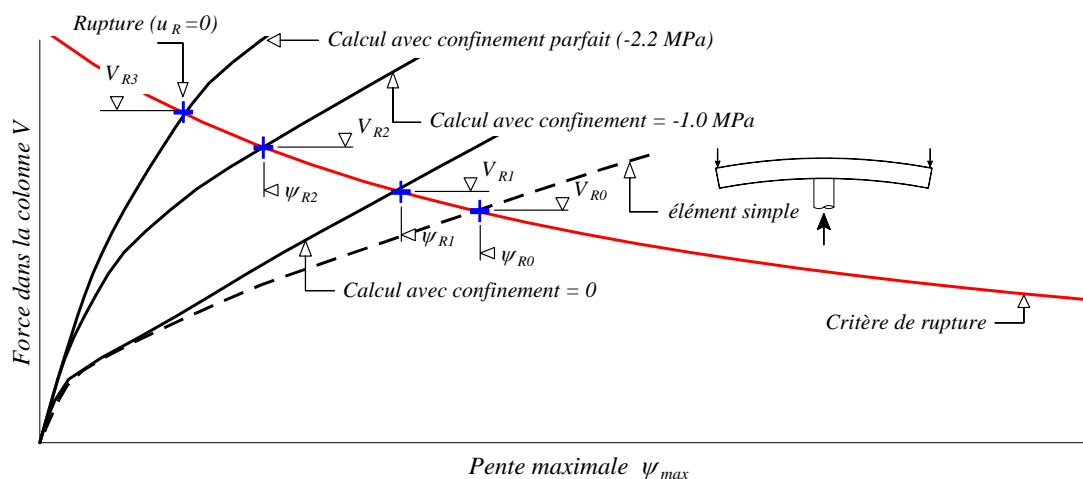


Figure 7.13: Diagramme force V - pente ψ_{max} . Dalle avec taux d'armature de 0.7%, différents efforts de confinement et critère de rupture (courbes continues : élément encastré ; courbe traitillée : élément simple)

La dalle est plus rigide et l'incrément de résistance dû au confinement est plus faible, de l'ordre d'environ 30%. On remarque aussi une diminution de l'effort de confinement nécessaire à satisfaire la condition $u_{Rb} = 0$ de -2.8 à -2.2 MPa à cause de la dilatance plus faible dans une dalle plus armée.

Applications

Il faut remarquer qu'une dilatance entravée partielle de la dalle apporte aussi un sensible incrément de la résistance au poinçonnement V_R . Le calcul avec un effort de confinement de -1.0 MPa de la fig. 7.13 change sensiblement le comportement en flexion de la dalle par rapport au calcul sans confinement. L'augmentation de résistance est de l'ordre de 18%. La condition $u_{Rb} = 0$ est probablement trop optimiste et risque de surestimer la résistance au poinçonnement d'un plancher dalle. Le choix d'une valeur de l'effort de confinement de -1.0 MPa est pourtant plus judicieux.

Axisymétrie

Un plancher-dalle est conçu normalement avec des colonnes suivant un réseau régulier qui n'a pas forcément les mêmes portées dans les deux directions principales (fig. 7.14). Le modèle de calcul proposé se base sur un système statique axisymétrique. Dans le paragraphe précédent on a défini des conditions au bord à « mi-portée » qui permettent de tenir compte du phénomène de la dilatance entravée. Même dans le cas d'un plancher dalle avec portées identiques selon les axes x et y , on ne peut pas découper un élément de dalle circulaire centré sur une colonne qui respecte la condition d'avoir les bords à mi-portée par rapport aux huit colonnes les plus proches.

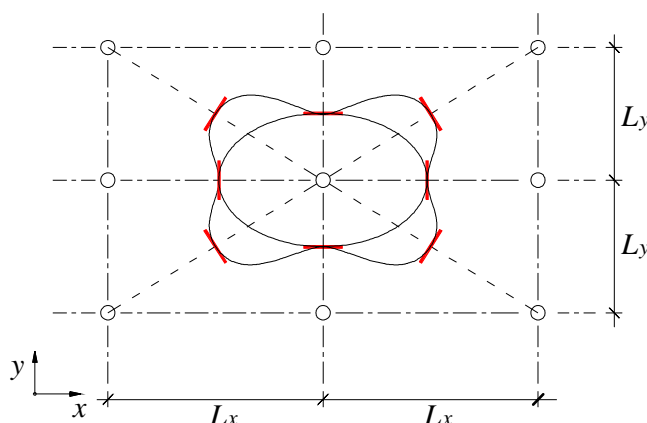


Figure 7.14: Vue en plan de quatre champs d'un plancher-dalle avec colonnes disposées suivant un réseau régulier mais différent dans les deux directions x et y . Possibles contours pour l'analyse avec le modèle de calcul

Avec une ellipse on pourrait trouver un compromis pour les quatre colonnes le long des axes x et y de la colonne considérée. Mais on remarque tout de suite que, selon les axes en diagonale, la mi-portée est clairement sous-estimée. La figure 7.14 montre aussi des possibles contours théoriques pour un calcul selon le modèle proposée.

Dans le cas de portées non égales, deux calculs différents selon les deux axes x et y sont nécessaires. Si on considère un champ du plancher-dalle, les rayons r_b suivants peuvent être définis : $r_{bx} = L_x/2$, $r_{by} = L_y/2$ et $r_{bxy} = \sqrt{r_{bx}^2 + r_{by}^2}$. La figure 7.15 montre avec un diagramme les relations entre ces différents rayons r_b en fonction du rapport $\lambda = L_x / L_y$. Le rayon r_b à choisir pour le calcul doit se situer entre r_{bx} et r_{bxy} pour la direction x , et de façon analogue pour le calcul en direction y . La valeur V_R plus petite sera déterminante pour le dimensionnement au poinçonnement. Dans le cas d'un plancher-dalle avec portées égales dans les deux directions (droite traitillée avec $\lambda = 1$ dans la fig. 7.15), la valeur de $r_b = 1.2 \cdot L / 2 = 0.6 \cdot L$ est proposée (fig. 7.4). Il s'agit

d'une importante simplification qui devrait être validée dans une phase suivante de la recherche (voir section 8.2 point 3).

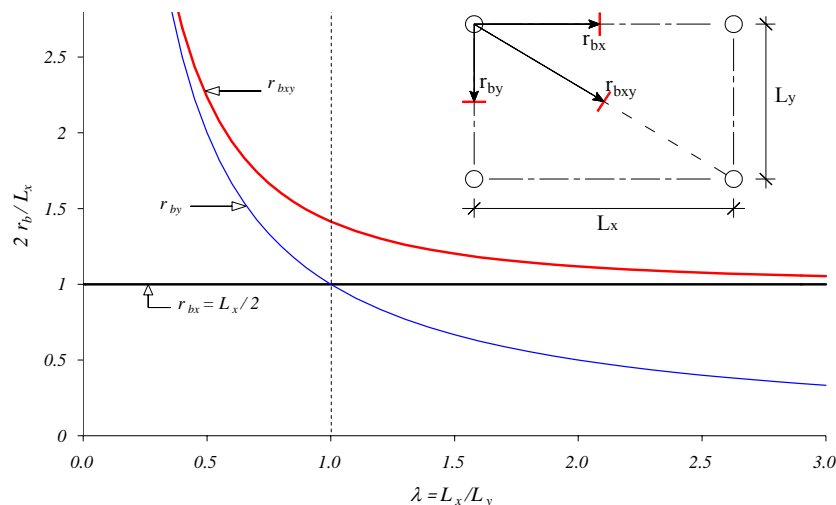


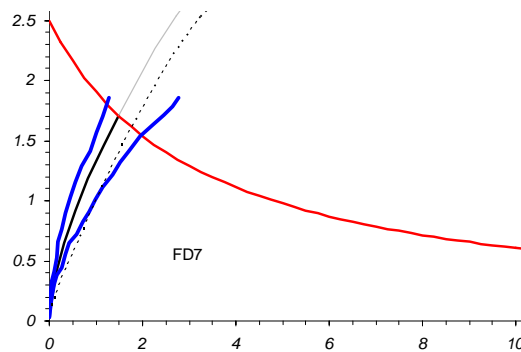
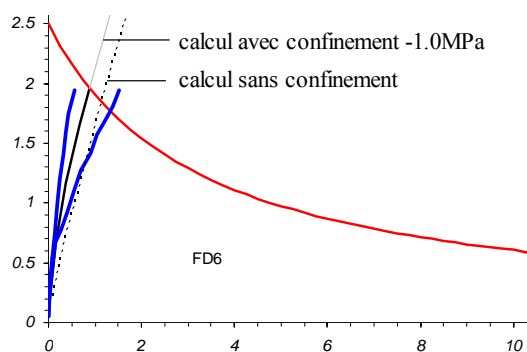
Figure 7.15: Un champ d'un plancher-dalle, relations entre les rayons r_b

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

La série d'essais effectués à l'EMPA [Ladner77] permet de comparer les résultats d'essai avec le modèle proposé (tab. 7.1 et fig. 7.16). Le plancher-dalle testé est composé de neuf champs régulier, donc avec 12 colonnes au total dont 4 colonnes intérieures (fig. 7.2). Ces colonnes intérieures ne sont pas sollicitées de manière uniforme à cause des rigidités différentes dans les directions principales. Les pentes de la dalle ne sont donc pas symétriques. Le taux d'armature sur colonnes est en moyenne de 1.7 % et en travée de 1.3 %.

Tableau 7.1: Essais effectués à l'EMPA ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	$\psi_{R,moy}$ [‰]	ψ_{calc} [‰]	$\psi_{R,moy} / \psi_{calc}$
FD6	195	197	0.99	8.7	7.4	1.17
FD7	325	304	1.07	17.0	12.5	1.36
FD10	325	274	1.19	16.4	11.4	1.44
FD11	458	359	1.28	21.1	14.8	1.42
		moyenne	1.13		moyenne	1.35
		écart type	0.13		écart type	0.12



Applications

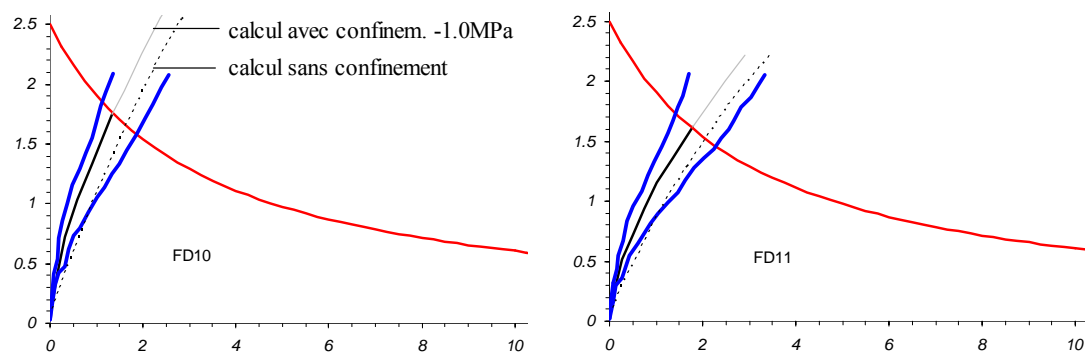


Figure 7.16: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Il s'agit des résultats des 4 colonnes intérieures du plancher-dalle, qui ne diffèrent que par le diamètre de la colonne. Les diagrammes montrent toujours les deux courbes du résultat d'essai avec la partie de dalle avec le plus de rotation et celle avec le moins de rotation. En plus il y a aussi deux courbes pour ce qui concerne le calcul avec le modèle : une traitillée qui représente le calcul sans confinement et la deuxième avec un effort de confinement de -1.0 MPa. Vu qu'il s'agit de colonnes près d'un champ de bord, un confinement total peut difficilement se créer. La valeur de -1.0 MPa semble être une bonne estimation de l'effet de la dilatance entravée, comme l'indiquent aussi les résultats montrés dans les diagrammes.

Variation des paramètres

Des planchers-dalles avec les caractéristiques suivantes de référence ont été analysées :

Epaisseur de la dalle	h	= 0.35 m
Hauteur statique	d	= 0.30 m
Diamètre de la colonne	\emptyset	= 0.30 m
Portées égales dans les deux directions	L	= 9.0 m
Résistance à la compression du béton	f_{cm}	= 28 MPa
Taille maximale du granulat	D_{max}	= 32 mm
Taux d'armature supérieur	ρ_{sup}	= 0.8%
Taux d'armature inférieur	ρ_{inf}	= $0.5 \cdot \rho_{sup}$

Les paramètres suivants ont été variés et les résultats sont montrés à la fig. 7.17 :

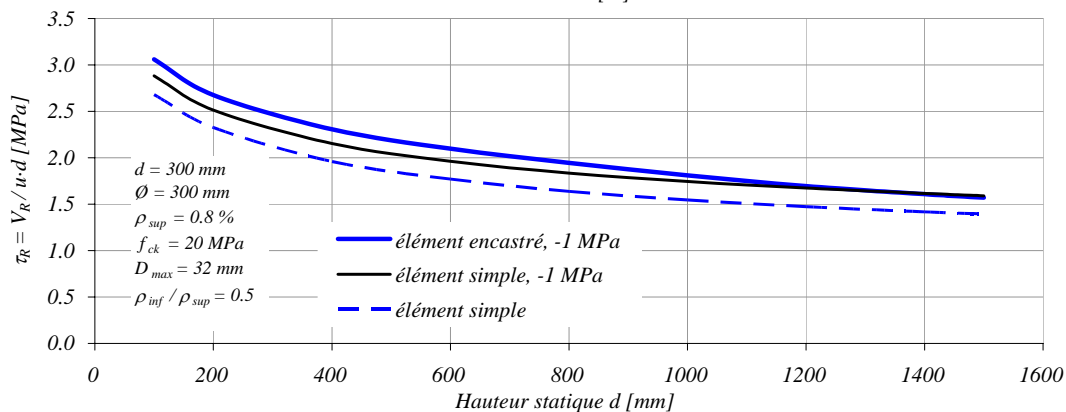
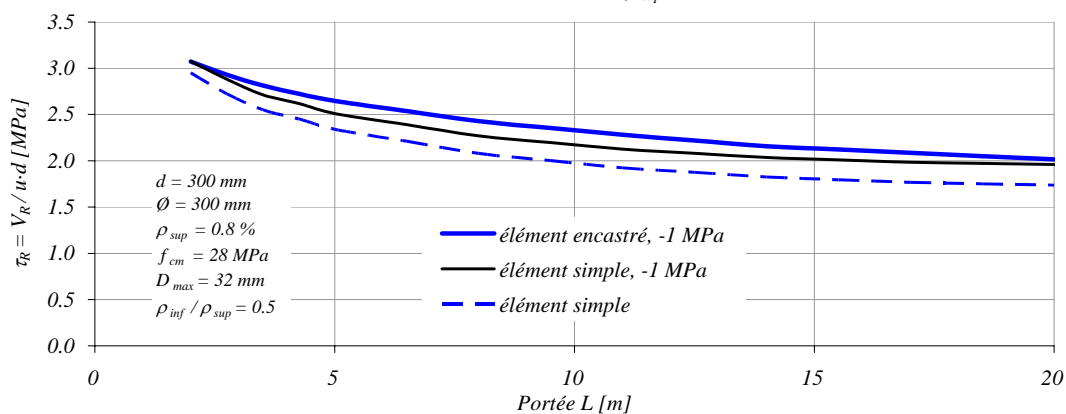
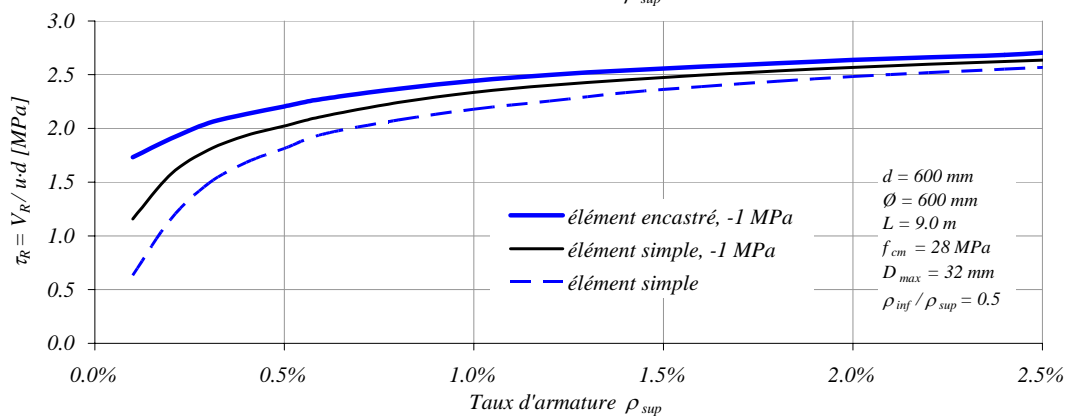
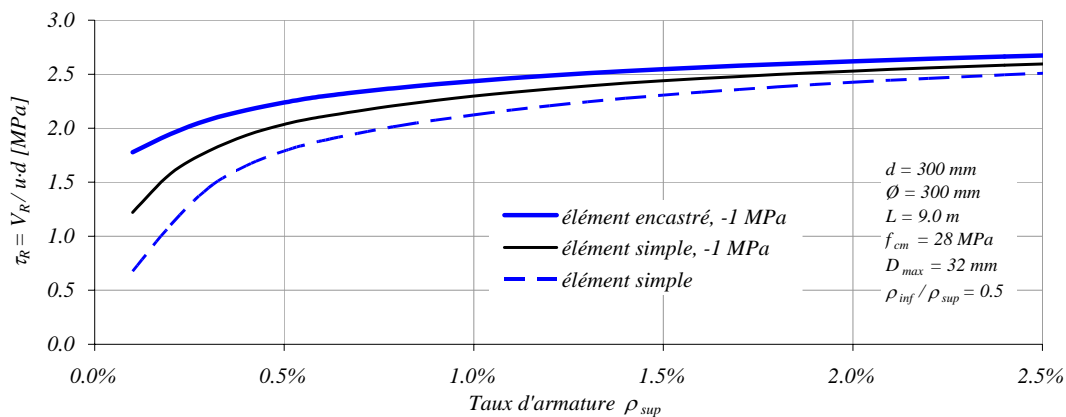
Taux d'armature	ρ_{sup}	0.1÷2.5%
Hauteur statique et diamètre de la colonne	d, \emptyset	doublés
Portée	L	2÷20 m
Hauteur statique (effet d'échelle)	d	100÷1500 m
Résistance à la compression du béton	f_{cm}	10÷100 MPa
Taille maximale du granulat	D_{max}	0÷50 mm
Diamètre de la colonne	\emptyset	0.1÷2 m

Le rapport entre le taux d'armature supérieur et inférieur a été gardé constant sur toute l'étendue de la dalle. Pour montrer la différence entre les résistances au poinçonnement des planchers-dalles par rapport aux dalles simples, trois calculs différents ont été faits pour chaque diagramme :

- Calcul avec un élément simple, $r_b = 0.22 \cdot L$;

- Calcul avec un élément simple, $r_b = 0.22 \cdot L$, en ajoutant un effort de confinement le long du bord libre de -1.0 MPa ;
- Calcul d'un élément encastré, $r_b = 0.6 \cdot L$, avec effort de confinement de -1.0 MPa.

Ce dernier représente une bonne approximation du comportement d'un plancher-dalle.



Applications

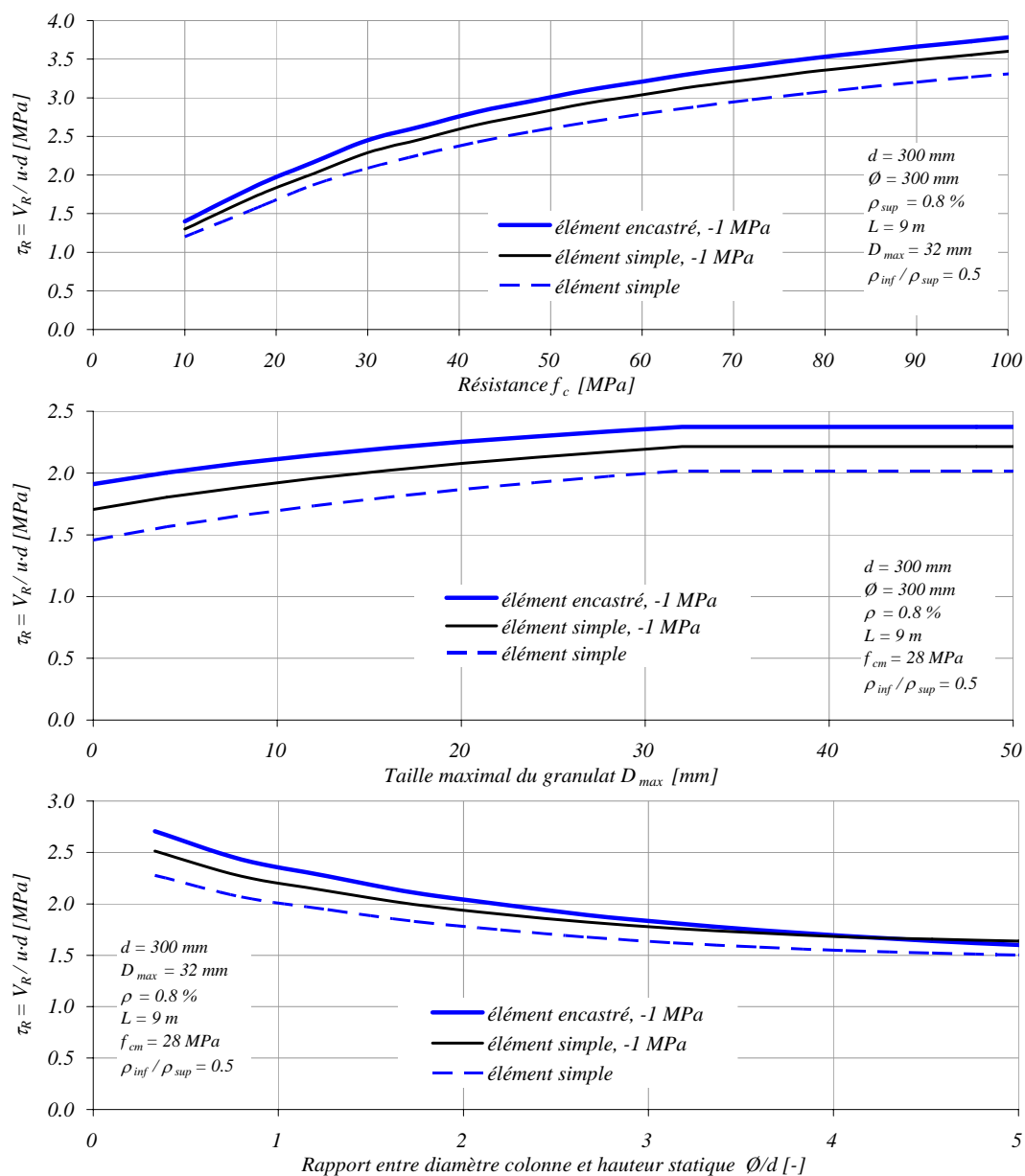


Figure 7.17: Variation des paramètres, plancher-dalles

A noter que l'augmentation sensible de résistance d'un élément encastré avec effort de confinement (simulation d'un plancher-dalle) par rapport à un élément simple est dû non seulement à l'effort de confinement agissant sur le bord mais aussi au système statique différent (pente de la dalle nulle à mi-portée). Le gain en résistance est très grand (plus de 100 %) dans les cas avec des taux d'armature faibles. Pour des taux d'armature ordinaires de l'ordre de $\rho_{sup} = 1.0$ % l'augmentation de résistance est de 15 % environ.

La réserve de capacité portante d'un plancher-dalle varie entre 10 et 20 % pour des cas ordinaires par rapport à un élément simple. Cette augmentation de résistance n'est pas prise en compte par les normes de dimensionnement.

7.3 Dalles précontraintes

La figure 7.18 montre deux applications des dalles précontraintes : les planchers-dalles utilisées dans les bâtiments et les ponts-dalles. Le poinçonnement est l'un des modes de rupture qui contrôlent le dimensionnement et la vérification de telles structures.

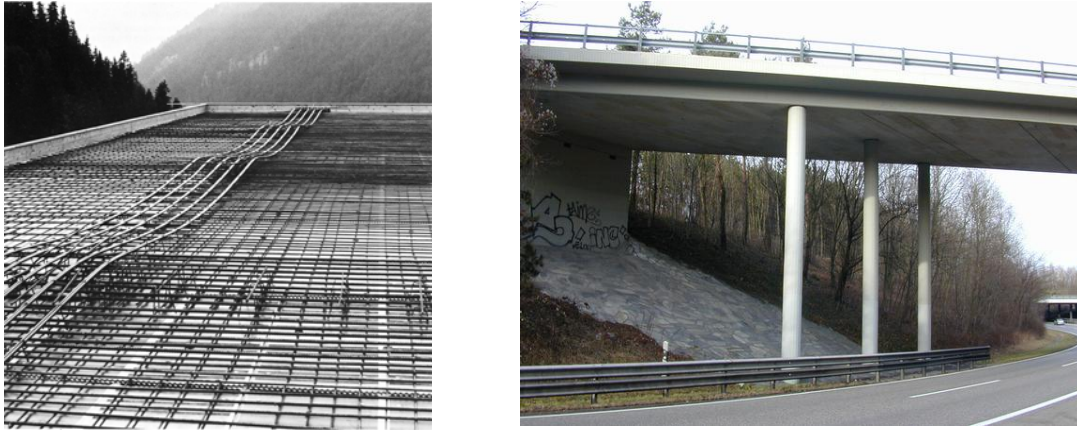


Figure 7.18: Dalle avec câbles de précontrainte en phase de construction et exemple de pont-dalle précontraint sur l'autoroute A1 près de Genève

Le sujet du poinçonnement des dalles précontraintes a fait l'objet de recherches récentes [Sundquist00, Hassanzadeh00, Guandalini02, Silva05].

Le premier effet de la précontrainte sur le poinçonnement est d'apporter un soulagement important de l'effort de poinçonnement au voisinage de la colonne grâce à la composante verticale du câble qui agit vers le haut et s'oppose directement à l'effort tranchant provenant du poids propre et des charges utiles (fig. 7.19).

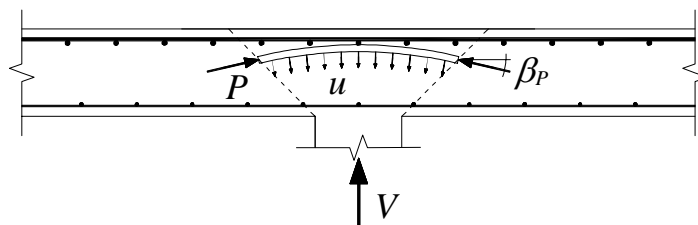


Figure 7.19: Soulagement de l'effort de poinçonnement au voisinage de la colonne

On admet comme zone d'influence la surface à l'intérieur du périmètre à $d/2$ du bord de la colonne. L'effort de déviation u est transmis directement dans la colonne, le soulagement vaut donc $2 \cdot P \cdot \sin(\beta_p)$ par câble. Pour le calcul de la force dans la colonne au moment du poinçonnement V_R , l'effort introduit par la précontrainte doit donc être ajouté à la résistance de calcul V_{calc} :

$$V_R = V_{calc} + \sum 2 \cdot P \cdot \sin \beta_p \quad (7.1)$$

La précontrainte a cependant un autre effet positif sur le phénomène du poinçonnement. L'introduction d'un effort normal dans la section a pour conséquence une diminution des déformations, correspondant à un changement d'inclinaison des fissures de poinçonnement, ce qui induit une seconde augmentation de la résistance au poinçonnement. Comme montré dans la section 2.6 dédié au critère de rupture, la résistance au poinçonnement dépend d'un certain nombre de paramètres, mais en grande partie de la rotation ψ de la dalle au voisinage de la colonne (fig 2.19). L'augmentation

Applications

de la rigidité induite par l'effort normal de la précontrainte a donc un effet très favorable sur le poinçonnement (fig. 7.20).

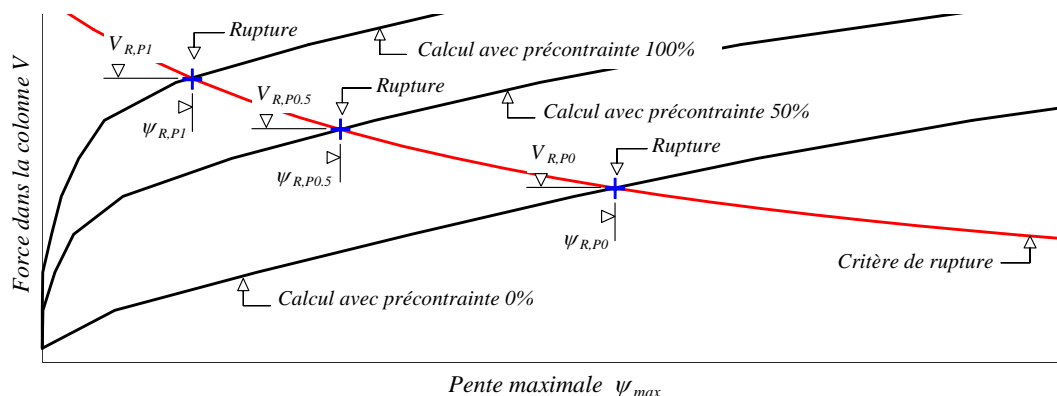


Figure 7.20: Diagramme force V - pente ψ_{max} de trois dalles avec même taux d'armature mais différents degrés de précontrainte (0%, 50%, 100%) et critère de rupture (éq. 2.2)

Comme le montre la fig. 7.20, l'augmentation de rigidité induite par l'effort normal de la précontrainte conduit à une augmentation de la résistance au poinçonnement. À noter que la résistance en flexion des trois dalles montrées à la fig. 7.20 est la même. L'effet de l'inclinaison du câble n'est pas inclus dans ce diagramme, mais peut également être pris en compte.

Critère de rupture

Pour la détermination de la résistance nominale au poinçonnement τ_R , le soulagement causé par la précontrainte (fig. 7.19) est déduit de la résistance ultime V_R mesurée pendant les essais considérés (fig. 7.21 et 7.22) :

$$V_{eff} = V_R - \sum 2 \cdot P \cdot \sin \beta_p \quad (7.2)$$

Les figures suivantes (fig. 7.21 et 7.22) montrent des résultats d'essai de poinçonnement de dalles précontraintes comparés avec le critère de rupture proposé.

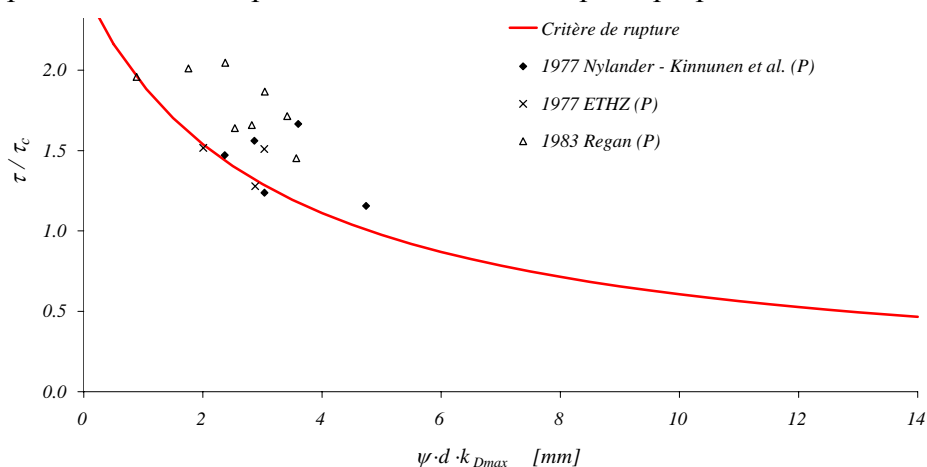


Figure 7.21: Critère de rupture comparé aux essais avec armature de précontrainte [Nylander77, Pralong77, Regan83]

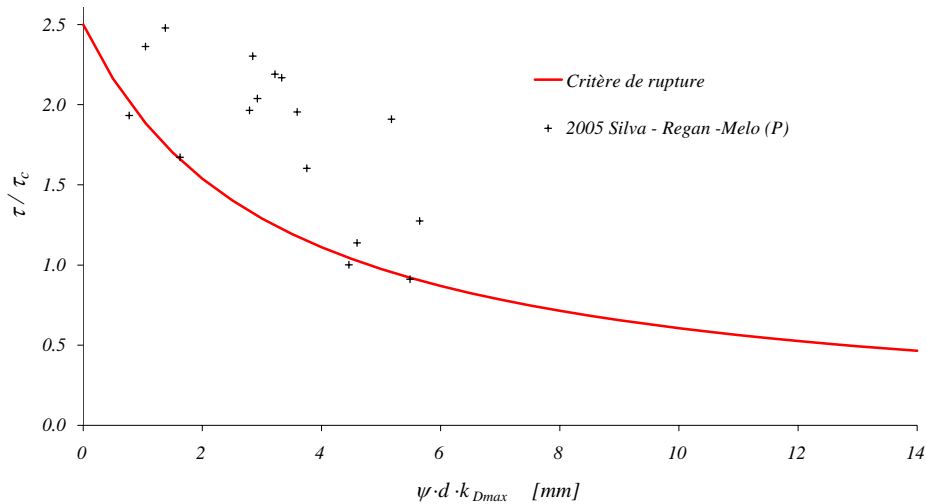


Figure 7.22: Critère de rupture comparé aux essais avec armature de précontrainte de Silva et al. [Silva05]

La figure 7.21 montre une bonne corrélation critère de rupture - essais. Les essais de Silva et al. (fig. 7.22) sont par contre plus dispersées. On admet que le critère de rupture proposé peut être aussi appliqué aux dalles précontraintes.

Démarche du calcul avec précontrainte

- Entrée des données de la précontrainte

nombre de câbles coupés par le périmètre	n
section du câble	A_p
hauteur statique	$d_p(r)$
limite d'écoulement	f_{py}
module d'élasticité	E_p
résistance ultime	f_{pu}
déformation ultime	ε_{pu}
pertes	P_{eff} / P_0

- Calcul des valeurs nécessaires pour établir les relations moment - courbure

Taux d'armature de précontrainte :

Dalle ronde :
$$\rho_p = \frac{A_p}{b \cdot d} = \frac{n \cdot A_p}{2 \cdot r_b \cdot \pi \cdot d} \quad (7.3)$$

Dalle carrée :
$$\rho_p = \frac{A_p}{b \cdot d} = \frac{n \cdot A_p}{4 \cdot B \cdot d} \quad (7.4)$$

Différence de déformation introduite dans le câble lors de la mise en tension à $\sigma_0 = 0.7 \cdot f_{pu}$:
$$\Delta \varepsilon_p = 0.7 \cdot f_{pu} / E_p$$

Pertes :
$$\Delta \varepsilon_{p,eff} = \Delta \varepsilon_{p,0} \cdot P_{eff} / P_0$$

Applications

- Calcul des relations moment - courbure $m - \kappa$ radiales et tangentielles avec précontrainte. Si la géométrie (par exemple l'excentricité des câbles) et/ou les caractéristiques des matériaux changent le long du rayon r il faudra déterminer plusieurs relations $m - \kappa$
- La suite de la démarche est la même que pour le cas sans précontrainte

Cas avec câbles disposés orthogonalement

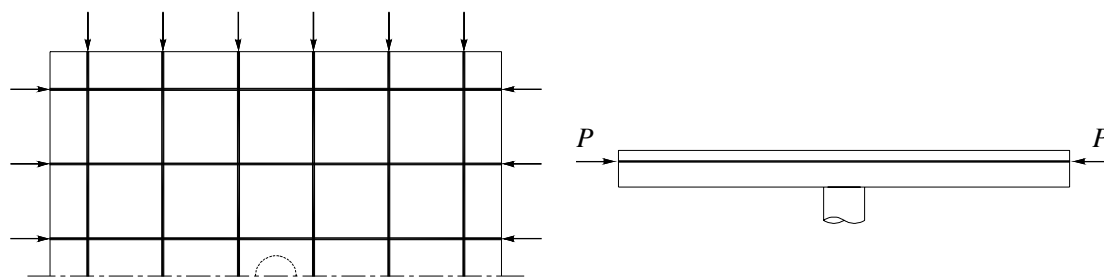


Figure 7.23: Disposition orthogonale et uniforme des câbles de précontrainte

La disposition des câbles de précontrainte selon la fig. 7.23 est identique à la disposition usuelle de barres d'armature passive. Le problème de l'orthogonalité des barres a été traité au chapitre 4. Les mêmes considérations restent valables pour le cas avec précontrainte. Pour tenir compte des différentes rigidités selon différentes directions on introduit le facteur de correction $\beta = EA / EA_{90} = 0.70$. Dans le calcul, au lieu de considérer le module d'élasticité effectif de l'acier de précontrainte E_p , on le réduit à une valeur fictive de $\beta \cdot E_p$.

Cas avec câbles concentrés le long des axes principaux

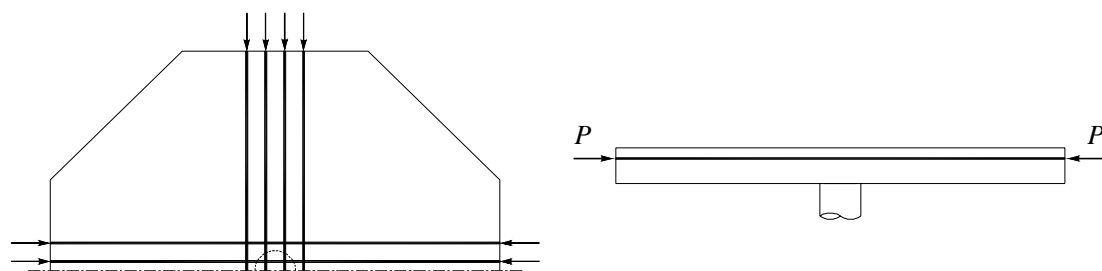


Figure 7.24: Disposition des câbles de précontrainte le long des axes

Dans la plupart des cas pratiques, les câbles de précontrainte sont disposés le long des bandes qui relient les colonnes d'un plancher-dalle, comme montré à la fig. 7.24.

Pour ce cas on considère le taux d'armature de précontrainte selon les équations 7.3 ou 7.4 et les relations moment - courbure radiales et tangentielles sont à calculer en tenant compte de l'effet de la précontrainte. Comme pour le cas précédent, on calcule avec la valeur fictive de $\beta \cdot E_p$.

Cas avec câbles concentrés le long d'un seul axe

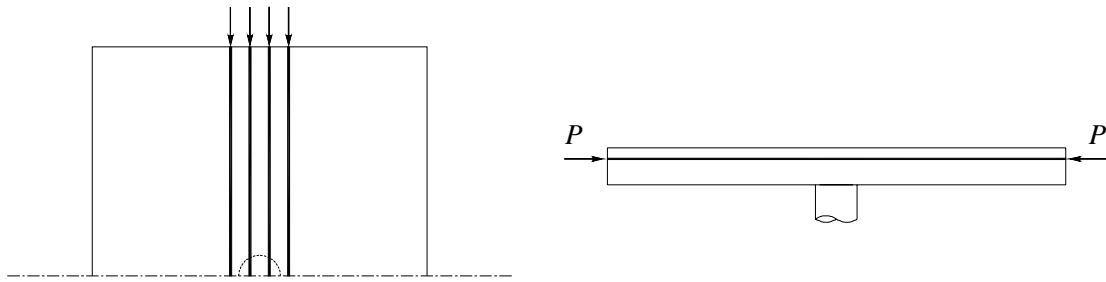


Figure 7.25: Disposition des câbles de précontrainte le long d'un seul axe

Dans le cas des ponts-dalles la précontrainte est disposée principalement le long de l'axe longitudinal du pont, concentrée dans la partie centrale où se trouvent les piles, et avec souvent uniquement de l'armature passive dans le sens transversal, comme montré à la fig. 7.25. Dans ces cas il y a une forte asymétrie entre l'axe longitudinal et transversal.

Pour tenir en compte de cette situation particulière et pouvoir déterminer la résistance au poinçonnement avec le modèle proposé, il faut considérer un secteur de dalle dans la direction de l'axe longitudinal (fig. 7.26). La direction radiale est donc celle de l'axe longitudinal avec les câbles de précontrainte et la direction tangentielle correspond à l'axe transversal.

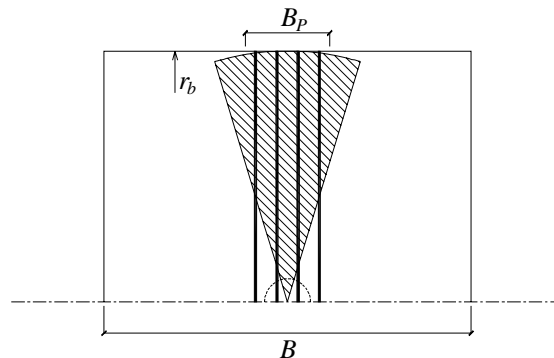


Figure 7.26: Secteur de dalle pour le calcul selon le modèle dans la direction de l'axe principal

Le taux d'armature de précontrainte ρ_p est à déterminer sur la largeur effective de la précontrainte B_p . La relation moment - courbure radiale est à calculer en tenant compte de l'effet de la précontrainte, par contre la direction tangentielle n'est pas influencée par les câbles de précontrainte. Le facteur de correction β qui tient en compte de la disposition orthogonale des barres d'armature dans le cas d'une dalle axisymétrique, est à prendre en compte avec une valeur de 1.0, donc sans réduction, vu que l'on ne considère le secteur de dalle que dans une seule direction.

Nylander, Kinnunen et al. [Nylander77] ont testé des dalles similaires à celle de la fig. 7.25. Les résultats des calculs selon le modèle proposé et la comparaison avec les valeurs expérimentales sont montrés aux paragraphes suivants.

Applications

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Pour comparer la résistance au poinçonnement expérimentale V_R avec la résistance de calcul V_{calc} , l'effort introduit directement dans la colonne par la précontrainte V_p est ajouté à la résistance de calcul V_{calc} :

$$V_p = \sum 2 \cdot P \cdot \sin \beta_p$$

Pralong - Brändli - Thürlimann [Pralong79]

Tableau 7.2: Essais effectués à l'ETHZ ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
P7	767	773	0.99	8.3	6.6	1.26
P8	687	722	0.95	11.6	9.7	1.20
P9	813	754	1.08	12.2	10.4	1.17
		moyenne	0.97		moyenne	1.23
		écart type	0.03		écart type	0.04

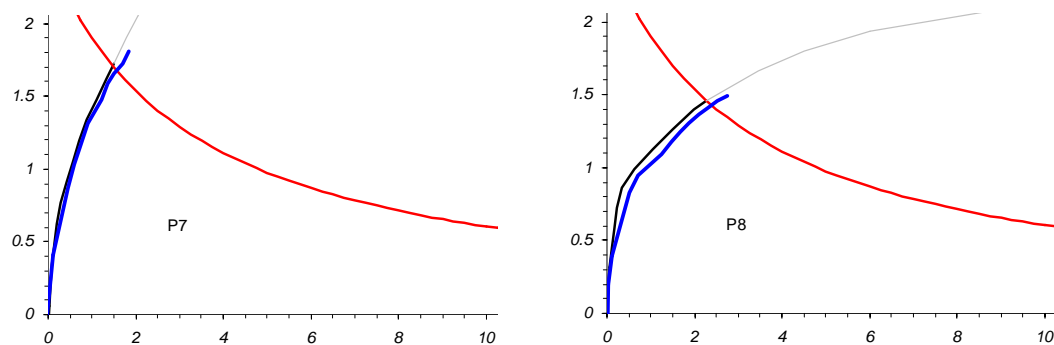


Figure 7.27: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$ [mm], ordonnée τ / τ_c

Silva - Regan - Melo [Silva05]

Tableau 7.3: Essais de Silva et al. ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
A1	380	326	1.17	10.0	2.8	3.56
A2	315	308	1.02	4.4	5.0	0.89
A3	353	311	1.13	6.4	3.1	2.05
A4	321	265	1.21	16.0	5.3	3.03
B1	583	487	1.20	16.7	5.7	2.93
B2	488	398	1.23	26.8	10.0	2.67
B3	520	436	1.19	18.6	6.0	3.08
B4	459	371	1.24	21.3	9.6	2.22
C1	720	568	1.27	28.5	9.0	3.18
C2	557	447	1.25	25.8	15.3	1.69
C3	637	531	1.20	22.0	8.9	2.48
C4	497	423	1.18	21.7	14.5	1.50
D1	497	409	1.22	13.9	6.8	2.03
D2	385	381	1.01	8.1	10.2	0.79
D3	395	367	1.08	13.6	9.5	1.43
D4	532	490	1.08	20.6	13.9	1.48
		moyenne	1.17		moyenne	2.19
		écart type	0.08		écart type	0.84

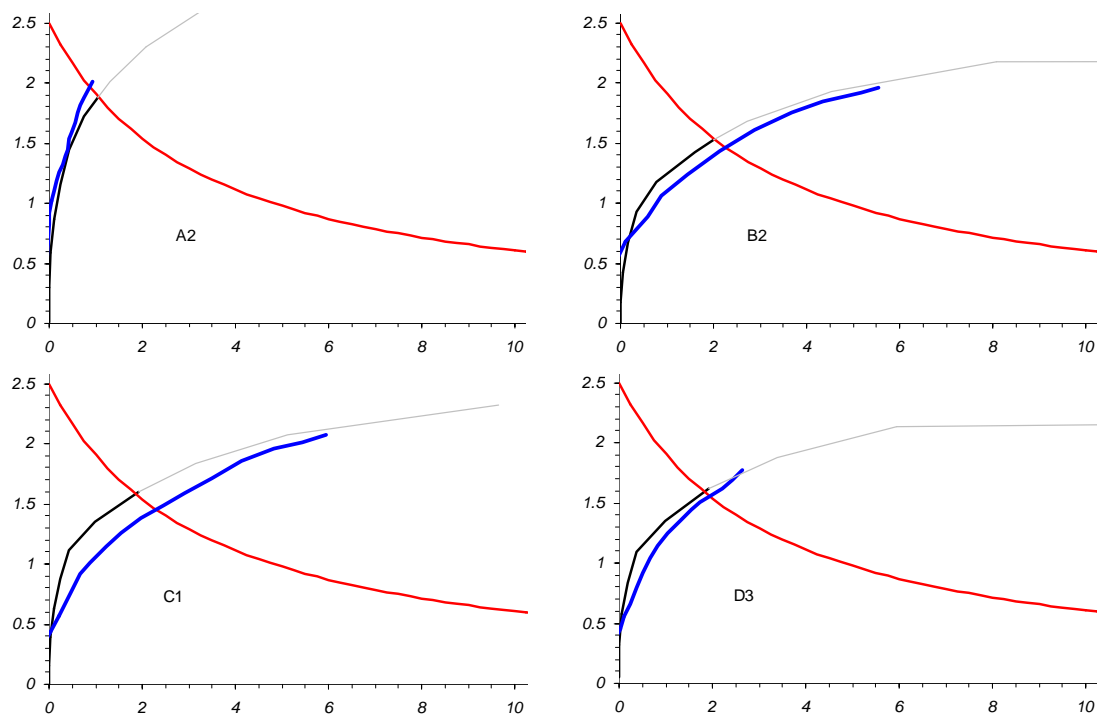


Figure 7.28: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

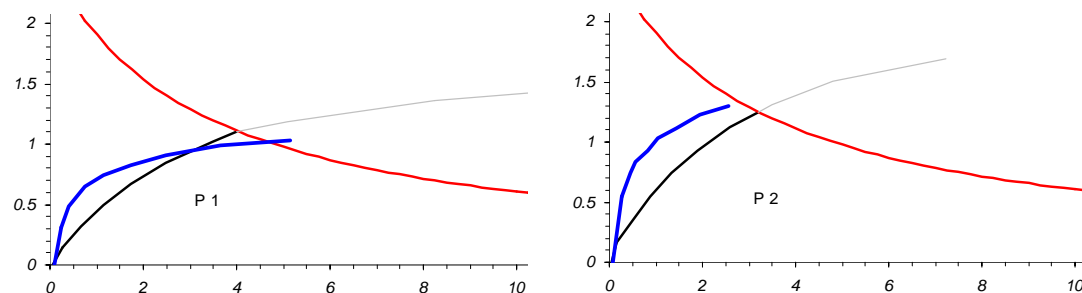
Comme déjà vu à la fig. 7.22, les essais de Silva et al. divergent par rapport au critère de rupture proposé. Le modèle de calcul charge - rotation proposé par contre montre une assez bonne corrélation avec les résultats d'essai.

Nylander - Kinnunen - Ingvarsson - Birke - Tolf [Nylander77]

Il s'agit d'essais avec des dalles rectangulaires précontraintes seulement dans la direction longitudinale.

Tableau 7.4: Essais de Nylander et al. ; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
P 1	706	771	0.92	23.3	19.1	1.22
P 2	795	796	1.00	11.7	14.6	0.80
P 3	922	835	1.10	18.6	14.3	1.30
P 6	657	719	0.91	14.9	16.4	0.91
		moyenne	0.98		moyenne	1.06
		écart type	0.09		écart type	0.24



Applications

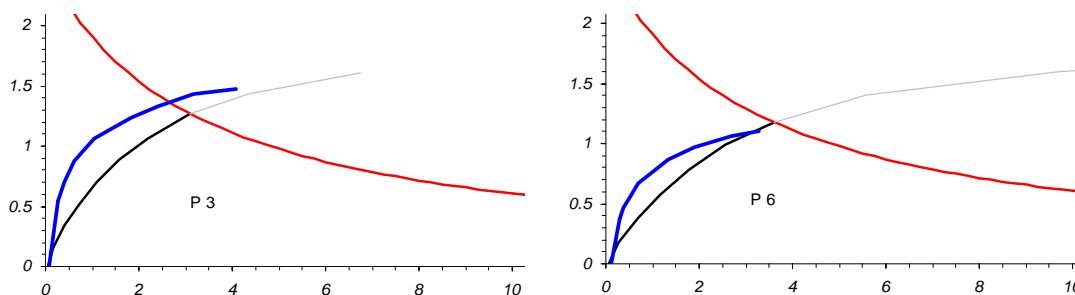


Figure 7.29: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Les différences entre les résultats d'essai et le modèle de calcul proposé sont assez importantes. Malgré cela il en résulte une assez bonne estimation de la charge de rupture par poinçonnement.

Variation des paramètres

Les mêmes caractéristiques des dalles utilisées lors de la variation des paramètres des planchers-dalles sont reprises pour l'analyse des dalles précontraintes (section 7.2, variation des paramètres). En plus, de la précontrainte avec les caractéristiques suivantes est ajoutée :

Taux d'armature de précontrainte	ρ_p	= 0.25%
Mise en tension du câble	$\Delta\varepsilon_p$	= $0.7 \cdot f_{pu} / E_p$
Hauteur statique constante (fig. 4.17)	d_p	= 90 mm
Contrainte dans le béton	$\sigma_{c,p}$	= -2.7 MPa
Type de précontrainte	avec	adhérence

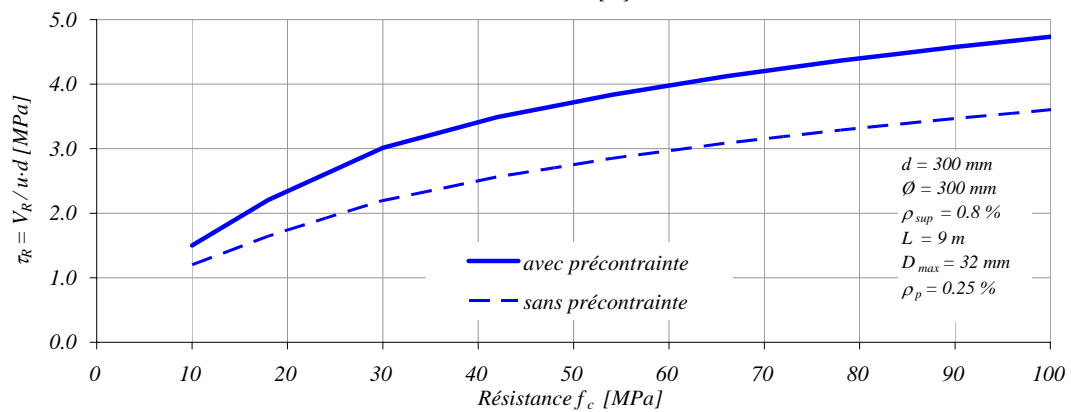
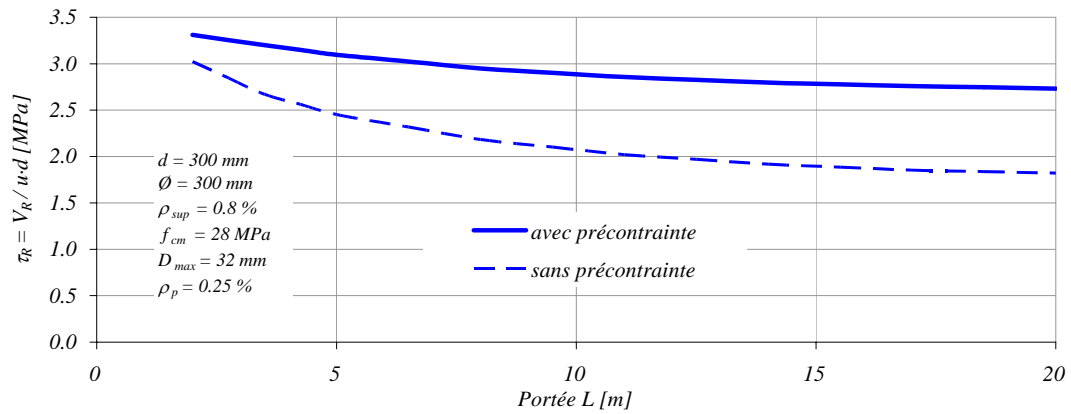
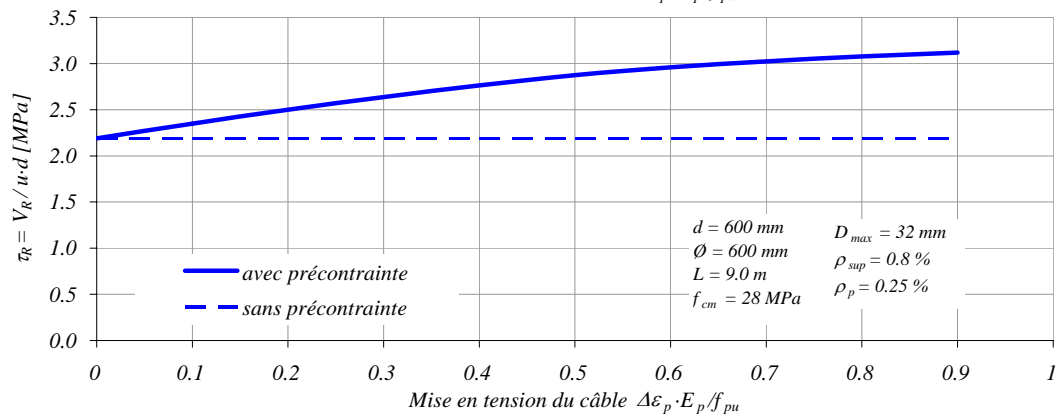
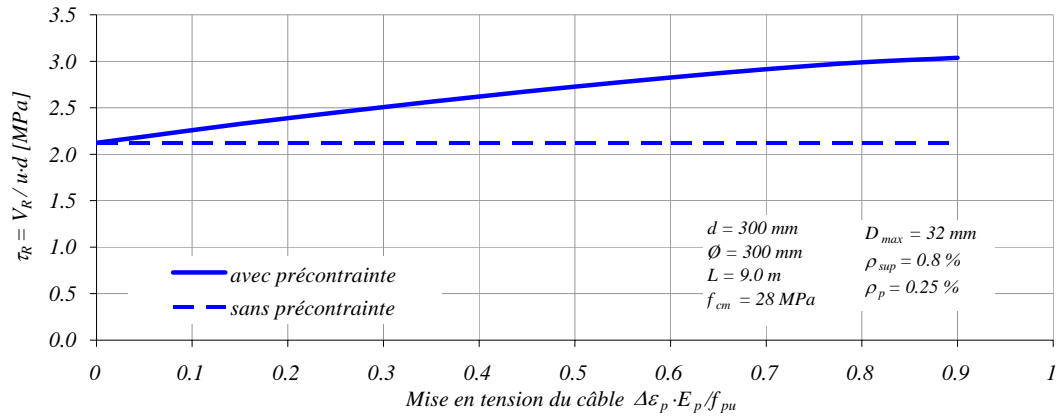
Les paramètres suivants ont été variés et les résultats des calculs sont montrés dans cinq diagrammes différents (fig. 7.30) :

Différence de déformation	$\Delta\varepsilon_p \cdot E_p / f_{pu}$	0 ÷ 0.9
Hauteur statique et diamètre de la colonne	d, \emptyset	doublés
Portée	L	2 ÷ 20 m
Résistance à la compression du béton	f_{cm}	10 ÷ 100 MPa
Taille maximale du granulat	D_{max}	0 ÷ 50 mm

Pour montrer la différence entre les résistances au poinçonnement des dalles précontraintes par rapport aux dalles non précontraintes, deux calculs différents ont été réalisés pour chaque diagramme :

- Calcul avec un élément simple sans précontrainte, $\rho_p = 0.25\%$ et $\Delta\varepsilon_p = 0$;
- Calcul avec un élément simple précontraint, $\rho_p = 0.25\%$ et $\Delta\varepsilon_p = 0.7 \cdot f_{pu} / E_p$

Les résultats sont montrés dans les diagrammes suivants.



Applications

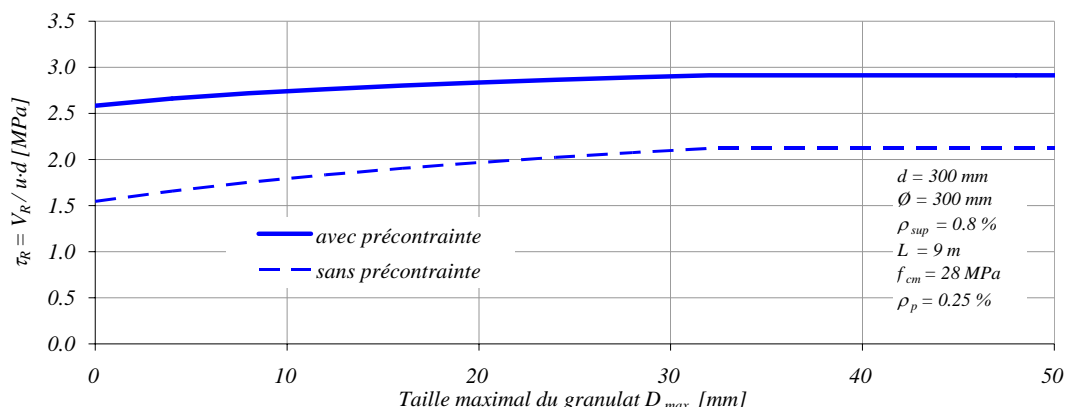


Figure 7.30: Variation des paramètres, dalles précontraintes

L'effet de l'inclinaison du câble de précontrainte n'est pas inclus dans les résultats présentés ici. Les deux premiers diagrammes de la fig. 7.30 montrent qu'une armature de précontrainte sans mise en tension n'augmente pas la résistance au poinçonnement. L'influence de l'effort normal dû à la précontrainte sur la résistance au poinçonnement est grande. Le gain en résistance est de l'ordre de 30 jusqu'à 40 %.

Avec deux diagrammes supplémentaires (fig. 7.31) la variation du taux de précontrainte, exprimée sous forme de contrainte dans le béton $\sigma_{c,p}$, est montrée.

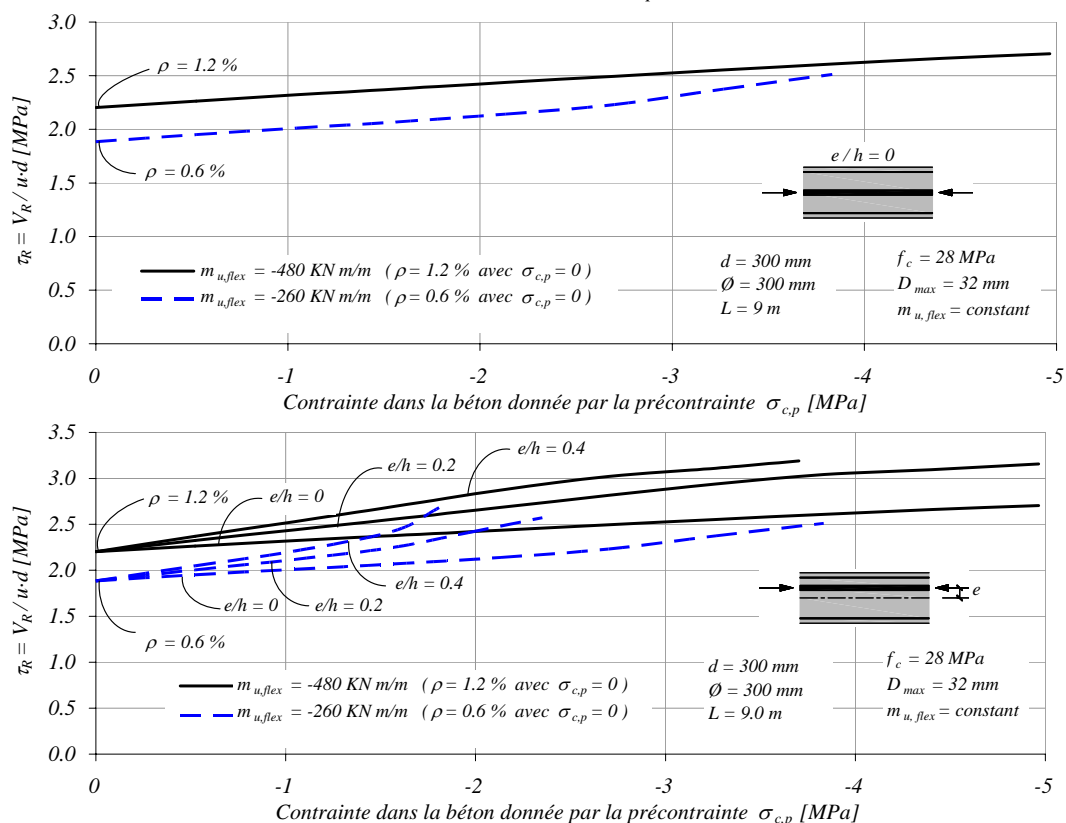


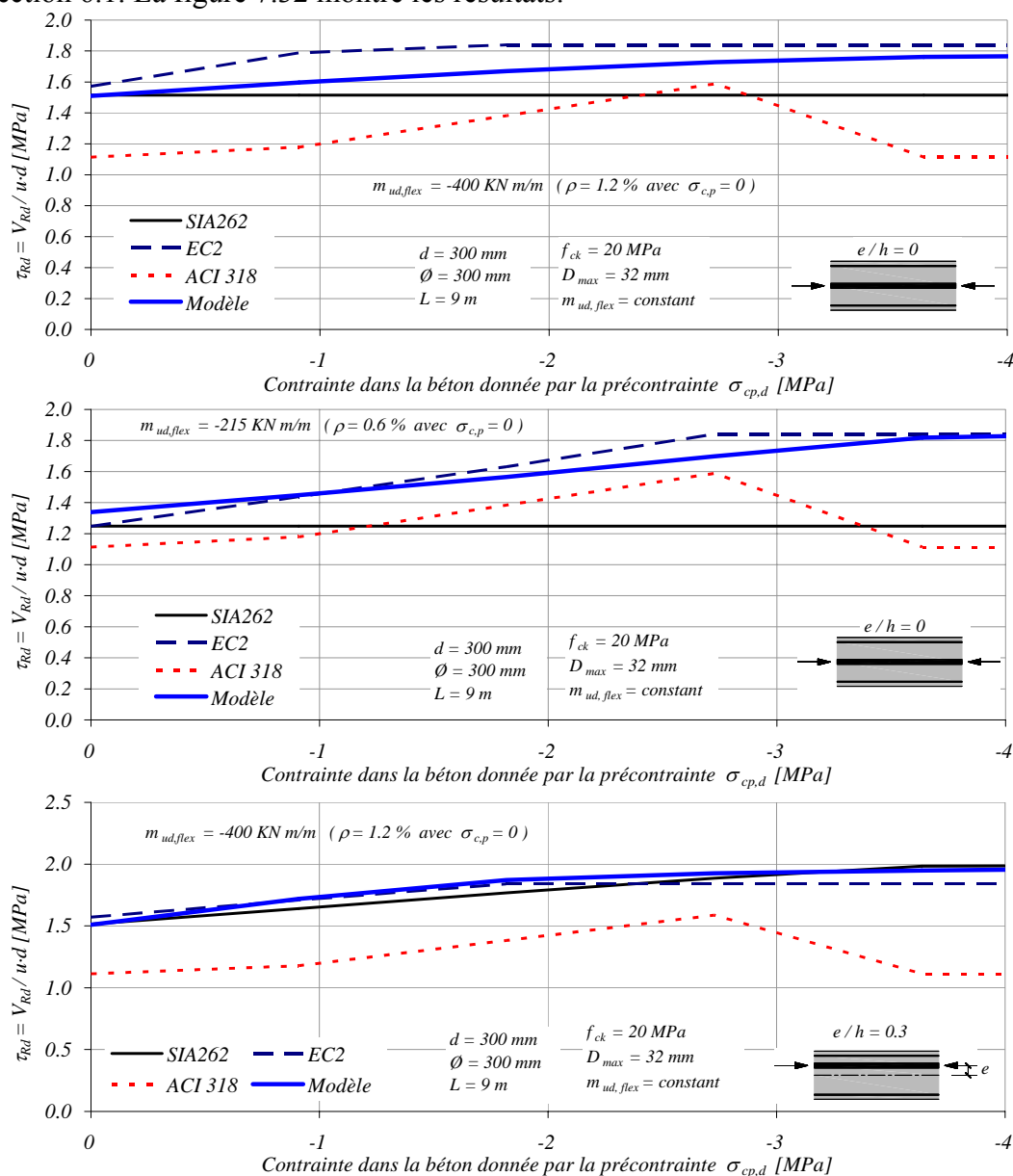
Figure 7.31: Variation du taux de précontrainte

Pour chaque courbe de la fig. 7.31 le taux d'armature passive a été varié de sorte que la résistance ultime à la flexion $m_{u,flex}$ reste constante. Le premier diagramme est calculé en tenant compte d'une précontrainte avec adhérence centrée. Les mêmes calculs avec précontrainte sans adhérence donnent pratiquement des résultats identiques car la

diminution de résistance à la flexion avec des câbles sans adhérence par rapport aux câbles avec adhérence est compensée par l'augmentation du taux d'armature passive nécessaire pour satisfaire la condition $m_{u,flex} = \text{constant}$. La courbe avec le moment résistant plus petit s'arrête avant $\sigma_{c,p} = -4$ MPa car le taux requis d'armature passive devient alors nul. Le deuxième diagramme montre l'influence de l'excentricité e du câble sur la résistance au poinçonnement.

Comparaison avec les normes

Les diagrammes de la fig. 7.31 ont également été calculés avec les normes décrites à la section 6.1. La figure 7.32 montre les résultats.



Applications

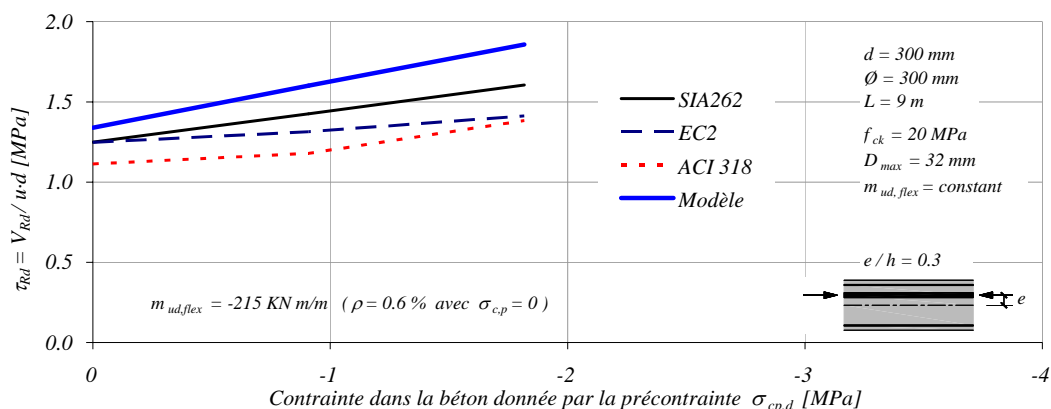


Figure 7.32: Comparaison avec les normes ; variation du taux de précontrainte

A noter que la norme suisse ne tient pas compte de l'effet favorable d'un effort normal de compression dans le béton sur le poinçonnement, donné par exemple par une précontrainte (ligne horizontale dans le cas d'une précontrainte centrée, fig. 7.32).

7.4 Radiums

Dans le cas d'un radier de fondation sous colonnes, l'ensemble se comporte comme un plancher-dalle inversé dont l'épaisseur et les charges sont susceptibles de varier. Souvent, pour éviter des problèmes de poinçonnement, l'ingénieur prévoit des surépaisseurs du radier au voisinage des colonnes (fig. 7.33 et 7.34).

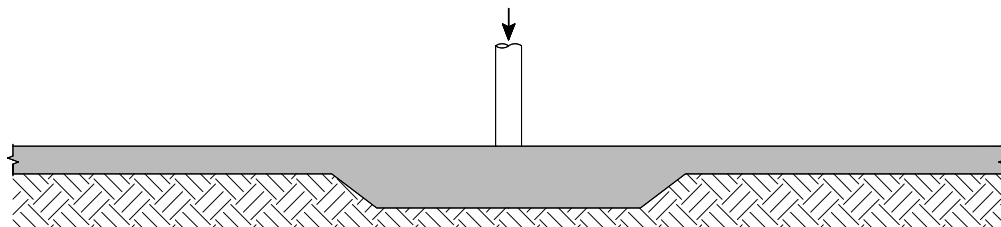


Figure 7.33: Radier de fondation sous colonne avec surépaisseur



Figure 7.34: Radier de fondation en phase de construction

Le radier de fondation est l'élément qui sert de support à l'ouvrage et à ses charges. Il fait partie d'un système intégral où il y a interdépendance entre sol, fondation et structure porteuse. La pression de contact entre sol et fondation dépend des caractéristiques géotechniques du sol de fondation et de la rigidité de la structure.

On peut exprimer la valeur de la réaction du sol q de la façon suivante :

$$q = \max(k \cdot w ; 0) - g + p \quad (7.5)$$

où k est le module de réaction du sol, w le tassement qui subit le radier, g le poids propre du radier et p une éventuelle pression hydrostatique sur la surface inférieure du radier. L'hypothèse d'une réaction du sol qui augmente linéairement avec le déplacement du radier a été faite. A cause des déplacements le radier peut se soulever et se détacher du sol. C'est pourquoi il faut limiter le produit $k \cdot w$ à des valeurs positives.

Le calcul non linéaire permet de déterminer la réaction du sol de fondation sur le radier. Il s'agit forcément d'un calcul itératif vu que la réaction du sol dépend de la flèche du radier.

La figure 7.35 montre les résultats d'un calcul pour un cas concret.

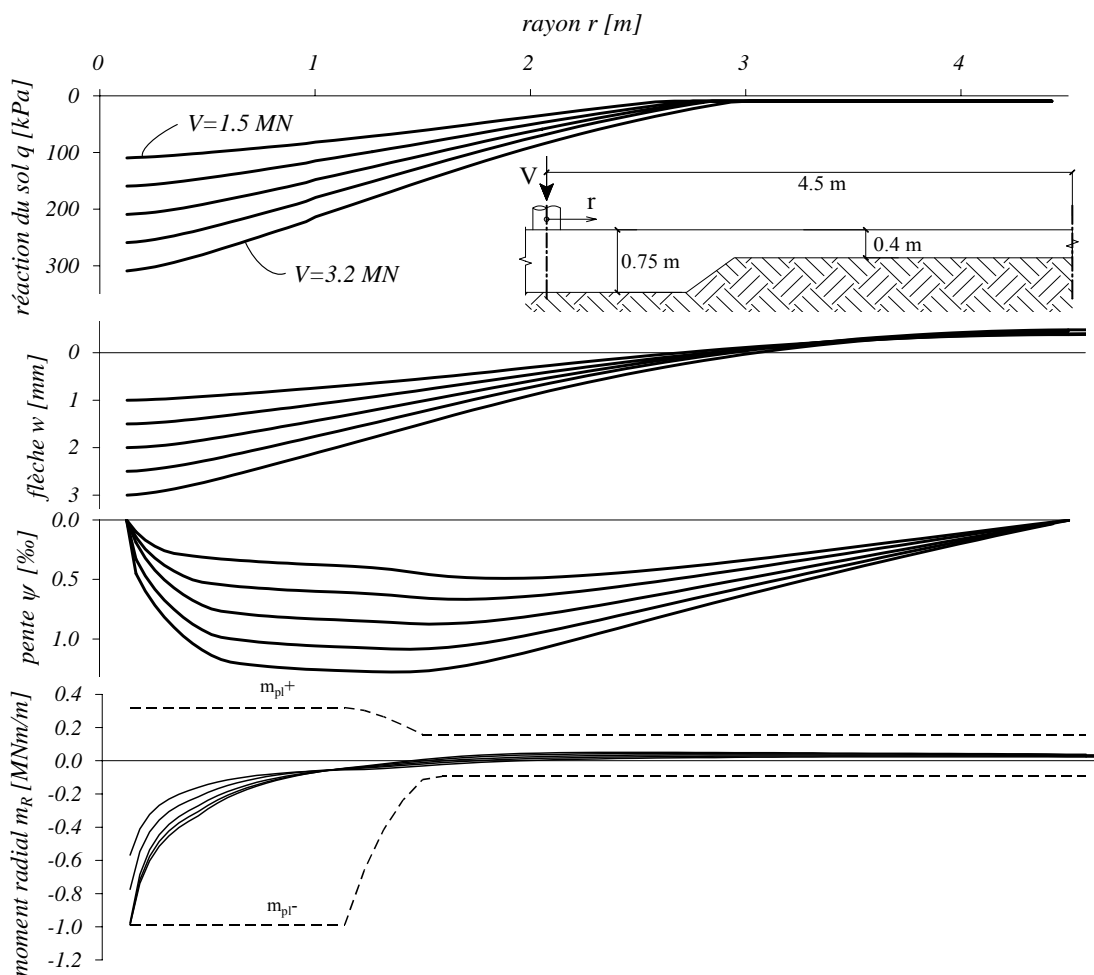


Figure 7.35: Réaction du sol q , tassement du radier w , rotation ψ et moment radial m_R en fonction de la distance de la colonne r pour différents efforts de la colonne V ; lignes traitillées : moments résistants

Applications

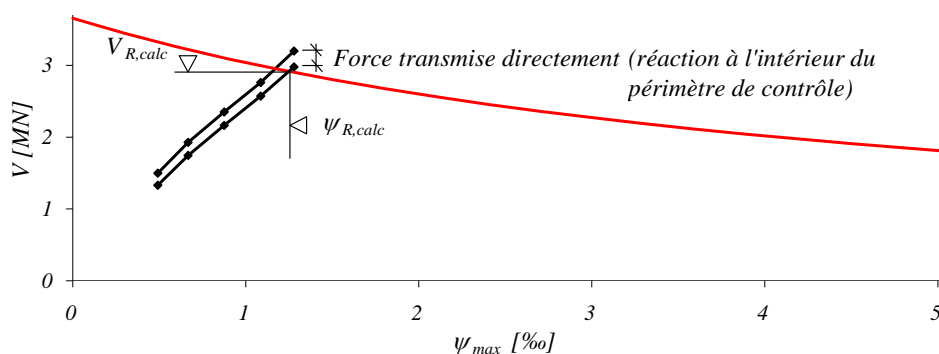


Figure 7.36: Diagrammes Force V- Rotation ψ selon modèle proposé ; courbes avec force totale et avec déduction des actions agissant à l'intérieur de la section de contrôle

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

L'étude du comportement des radiers a fait l'objet de plusieurs recherches [Richart48, Hognestad53, Moe61, Hallgren98, Timm03]. Peu de chercheurs ont fait des essais au poinçonnement avec des radiers où la réaction du sol a été simulée. F.E. Richart [Richart48] a testé dans les années quarante 132 dalles d'essai appuyées sur des ressorts de voiture (Fig.7.37).

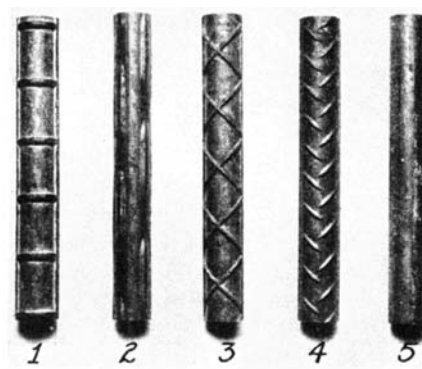
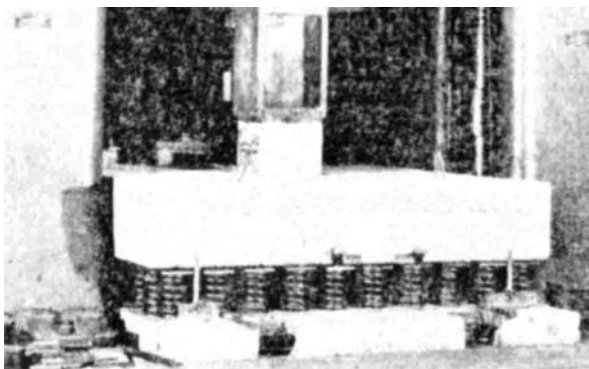


Fig. 2—Views of five types of reinforcing bars used. 1, Atlantic; 2, Franklin; 3, Jones and Laughlin; 4, Laclede, 5, Laclede plain

Figure 7.37: Essai de F.E Richart avec simulation du sol par des ressorts (à gauche) ; types de barres d'armature utilisés : 2 Franklin avec nervures longitudinales, 5 Laclede sans nervures (à droite)

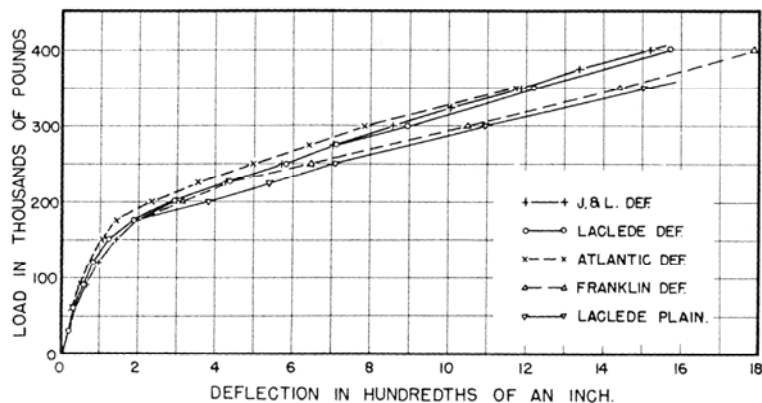


Fig. 16—Load-deflection curves for footings made with $\frac{5}{8}$ and $\frac{3}{4}$ -in. bars of five types

Figure 7.38: Diagramme force-déplacement de cinq radiers testés par F.E. Richart avec des barres d'armatures de type différent (Franklin Def. et Laclede Plain sans nervures)

Malheureusement aucune indication n'est donnée sur le module de réaction k des ressorts qui simulent le sol. Une comparaison des résultats d'essais avec le modèle de calcul proposé n'est donc pas possible.

7.5 Poinçonnement excentré

L'excentricité de la réaction de la colonne est produite par un moment de flexion qui vient s'ajouter à une réaction centrée. La surface de rupture se forme du côté de la colonne où l'excentricité est appliquée. Cette surface n'est plus nécessairement un cône tronqué, mais peut devenir asymétrique autour de la colonne suivant l'intensité du moment de flexion (Fig. 7.39). Par rapport à un cas de poinçonnement centré, l'effort tranchant est alors localement plus élevé ce qui induit nécessairement une réduction de la résistance au poinçonnement.

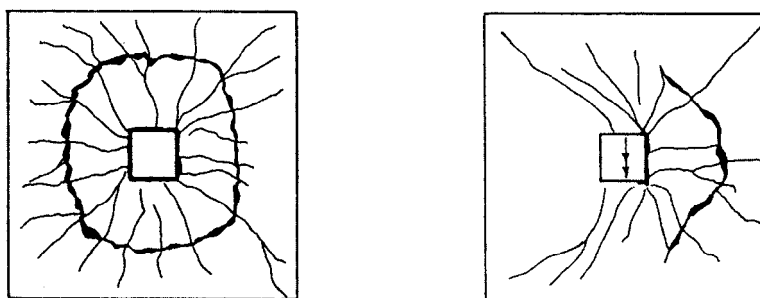


Figure 7.39: Etat de fissuration et fissures de poinçonnement à la rupture (vue en plan de la dalle). A gauche force verticale uniquement, à droite moment de flexion uniquement [Krüger99]

Seul une petite partie de chercheurs qui se sont occupés du poinçonnement ont aussi étudié le problème du poinçonnement excentré. Parmi eux, Elstner et Hognestad [Elstner56] ont publié en 1956 les premiers essais en laboratoire de poinçonnement excentré. En 1961 Moe [Moe61] a effectué entre autres 12 essais avec une excentricité de la force et a mis en évidence le rôle joué par le moment de flexion sur la résistance

Applications

ultime en donnant une formule empirique pour le poinçonnement excentré. En 50 ans, le nombre d'essais de poinçonnement excentré en laboratoire reste relativement faible.

Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] suggèrent une méthode simplifiée pour déterminer la résistance au poinçonnement des plancher-dalles dans lesquels les portées ne sont pas égales : la résistance est à calculer en tenant compte du quart de dalle qui amène la plus grande partie de l'effort tranchant vers la colonne. La figure 7.40 et l'équation 7.6 montrent la méthode.

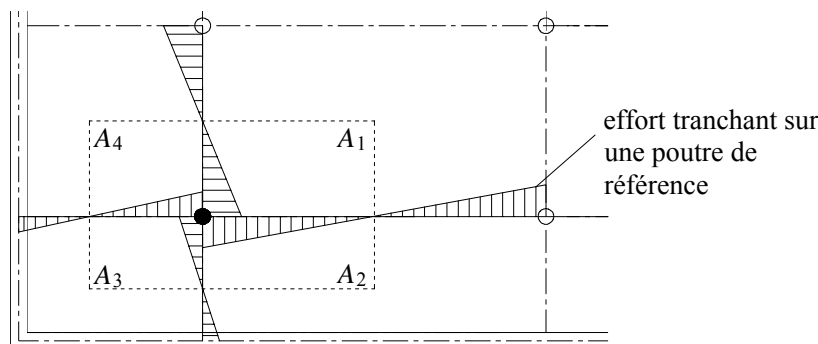


Figure 7.40: Méthode simplifiée pour la détermination de l'effet de portées différentes sur la résistance au poinçonnement selon Kinnunen et Nylander

Même si Kinnunen et Nylander n'ont pas donné une équation explicite, on peut traduire leur proposition de la manière suivante :

$$V_{R,exc} = \frac{\sum A_i}{4 \cdot A_{i,max}} \cdot V_{R,cen} \quad (7.6)$$

Le facteur de réduction de la résistance $k_E = V_{R,exc} / V_{R,cen}$ vaut donc $\sum A_i / (4 \cdot A_{i,max})$.

Moe [Moe61] propose une relation pour le facteur de réduction :

$$k_E = \frac{1}{1 + 3k \frac{e}{b}} \quad (7.7)$$

où $e = M / V$ est l'excentricité de la force, b la longueur d'un côté de la colonne et k est un coefficient donnant la part du moment de flexion qui est transmis en effort tranchant. La valeur k est déterminée expérimentalement par Moe : $k = 1/3$, c'est à dire que 33% du moment de flexion est transmis en effort tranchant dans la section critique.

Quarante ans après l'estimation de Moe, Nölting [Nölting01] analyse systématiquement les résultats d'essais disponibles et arrive à la conclusion suivante : la diminution de la résistance à l'effort tranchant à cause de l'excentricité de la charge dans la colonne vaut :

$$k_E \approx \frac{1}{1 + \frac{e}{\emptyset}} \quad (7.8)$$

où e est l'excentricité de la force et \emptyset est le diamètre équivalent de la colonne. Pratiquement la formulation empirique de Moe n'a plus changé.

La résistance au poinçonnement excentrique vaut donc : $V_{R,exc} = k_E \cdot V_{R,cen}$ (7.9)

7.6 Poinçonnement en cas d'incendie

En cas d'incendie sous un plancher-dalle (fig. 7.41), la dalle en béton armé subit un réchauffement non uniforme sur son épaisseur qui varie aussi en fonction du temps depuis le début de l'incendie.

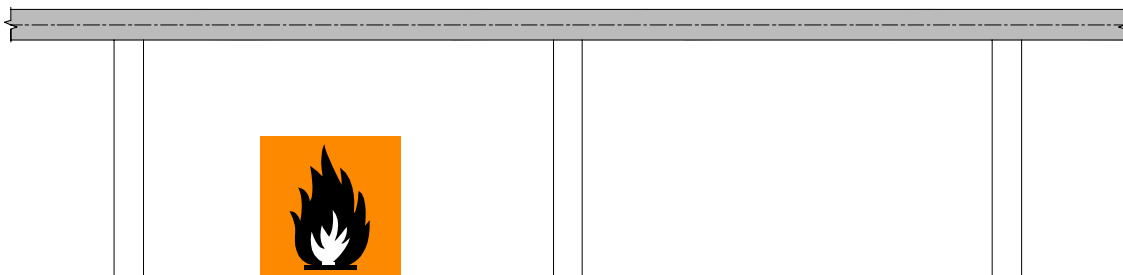


Figure 7.41: Situation d'incendie sous un plancher-dalle

La connaissance de la répartition thermique à l'intérieur de la dalle est déterminante pour pouvoir analyser le comportement d'une telle structure sous l'action du feu. La répartition de la température peut être déterminée à l'aide d'essai sous feu ou bien avec des logiciels de calcul. Les deux méthodes ont été appliquées d'une façon intensive dans le passé et calibrées l'une sur l'autre. En partant d'une action du feu en fonction du temps définie par la norme ISO 834 (fig. 7.42) on peut déterminer la répartition de la température sur l'épaisseur de la dalle (fig. 7.43) [Kordina97, Kordina99].

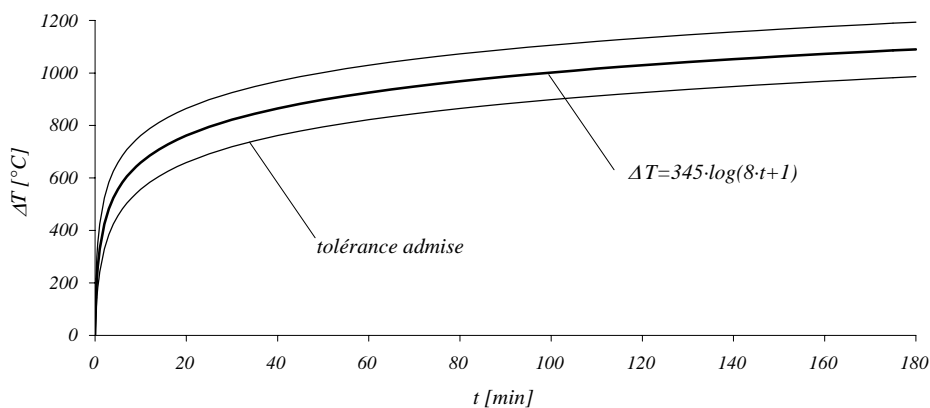


Figure 7.42: Evolution de la température selon ISO 834 (Standard Heating Conditions)

Applications

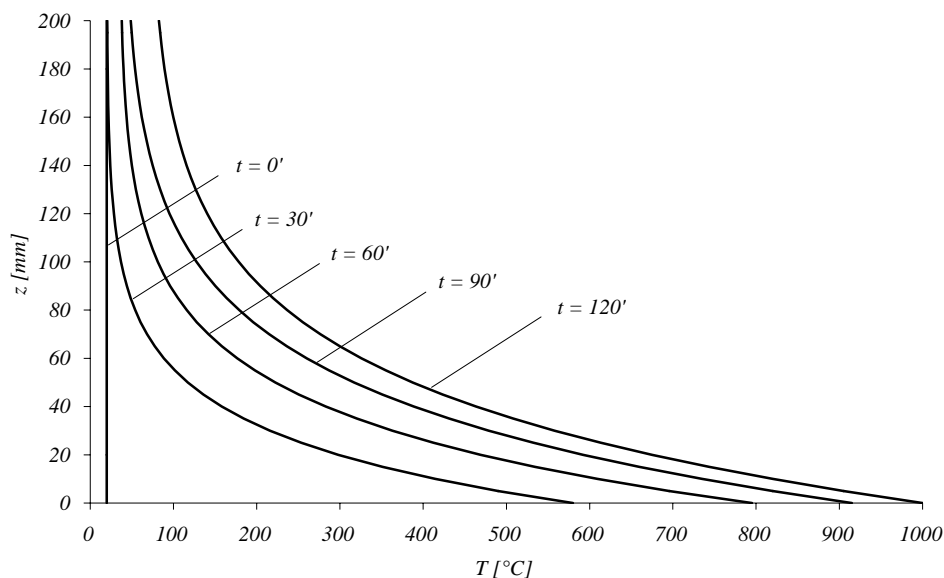


Figure 7.43: Température dans une dalle de 200 mm d'épaisseur chauffée depuis l'intrados après différents temps d'exposition au feu (ISO 834)

Les effets de l'incendie sur le poinçonnement sont brièvement décrits dans les points suivants. Les conséquences des effets thermiques sur le modèle sont ensuite discutées.

- 1) Avec l'augmentation de la température, on constate une diminution de la résistance du béton (fig. 7.44 et 7.45). Cette diminution influence le comportement flexionnel de la dalle et aussi le critère de rupture (équ. 7.14).
- 2) Suite à un incendie, la rigidité de la dalle diminue (fig. 7.50). Les flèches et les rotations causées par les charges augmentent par conséquent ce qui conduit selon le modèle proposé à une diminution de la résistance au poinçonnement.
- 3) La dilatation thermique cause un état d'autocontrainte dans la dalle qui peut conduire à une fissuration interne (fig. 7.48 et 7.49). Ces fissures peuvent influencer l'ouverture de la fissure critique et par conséquent diminuer la résistance au poinçonnement de la dalle.
- 4) Dans un élément de dalle simple (fig. 7.4) les dilatations thermiques non uniformes sur l'épaisseur de la dalle causent des flèches (fig. 7.51). Dans ce cas la dalle peut se déformer librement. Dans le cas d'un plancher-dalle par contre, des effets hyperstatiques sont engendrés (autocontraintes dans le système) qui selon le système statique peuvent avoir une influence importante sur la résistance au poinçonnement ou sur la réaction d'appui.

Adaptation du modèle

Les caractéristiques mécaniques du béton et de l'armature changent sensiblement avec l'augmentation de la température. Le comportement des bétons soumis à des hautes températures est bien décrit dans la littérature [Abrams71, Schneider86, Schneider88, Felicetti98, Kordina99, Nechnech00, Stabler00, Bicanic02, Nielsen02, Kodur03, Shi04, Ozbolt05, EC2 1992-1-2].

Pour considérer l'influence de la température sur le comportement de la structure, les caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier d'armature doivent être exprimées en fonction de la température (fig. 7.44 et 7.46).

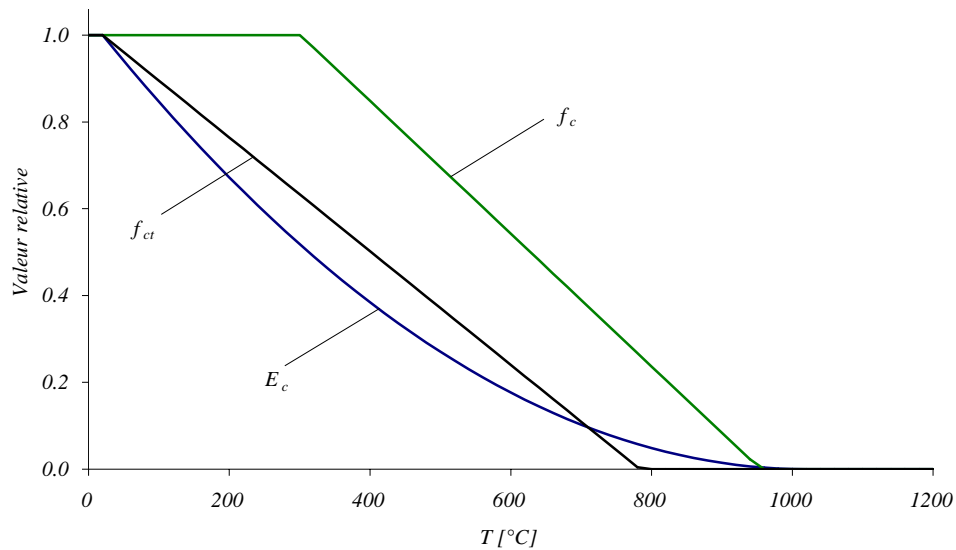


Figure 7.44: Caractéristiques mécaniques du béton en fonction de la température [Ozbolt05]

Les essais [Schneider86] montrent que le module élastique du béton E_c diminue avec l'augmentation de température. Selon [Stabler00] E_c peut être défini comme une fonction de la température :

$$E_c(T) = (1 - \max(\omega_{T,E_c})) \cdot E_0 \quad (7.10)$$

pour $0 \leq \theta \leq 10$ $\omega_{T,E_c} = 0.2 \cdot \theta - 0.01 \cdot \theta^2$

pour $\theta > 10$ $\omega_{T,E_c} = 1$

avec E_0 : module élastique du béton à la température $T_0 = 20^\circ\text{C}$ et $\theta = (T - T_0)/100^\circ\text{C}$: température relative. La valeur $\max(\omega_{T,E_c})$ correspond à la température maximale atteinte, en d'autres termes, le module du béton n'augmente pas si la température baisse.

Sur la base des essais [Abrams71, Schneider86, Bicanic02] on reconnaît que la résistance à la compression du béton f_c augmente légèrement jusqu'à 300°C . Par contre au dessus de cette température, la résistance diminue presque linéairement. Dans le calcul, l'hypothèse que la résistance reste intacte jusqu'à 300°C a été faite [Ozbolt05] :

$$f_c(T) = \max(\omega_{T,f_c}) \cdot f_{c,o} \quad (7.11)$$

pour $0 \leq \theta \leq 2.80$ $\omega_{T,f_c} = 1.0$

pour $\theta > 2.80$ $\omega_{T,f_c} = 1.43 - 0.153 \cdot \theta$

avec $f_{c,o}$: résistance à la compression du béton à la température $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

La résistance à la traction du béton f_{ct} diminue presque linéairement avec l'augmentation de température [Schneider86, Bicanic02]. Selon [Ozbolt05] la relation suivante est valable :

$$f_{ct}(T) = \max(\omega_{T,ft}) \cdot f_{ct,o} \quad (7.12)$$

$$\omega_{T,ft} = 1 - 0.131 \cdot \theta$$

Applications

avec $f_{ct,0}$: résistance à la traction du béton à la température $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

La figure 7.45 est une combinaison de deux diagrammes (fig. 7.43 et 7.44) et montre la perte de résistance en compression du béton sur la hauteur de la section en fonction du temps d'exposition au feu.

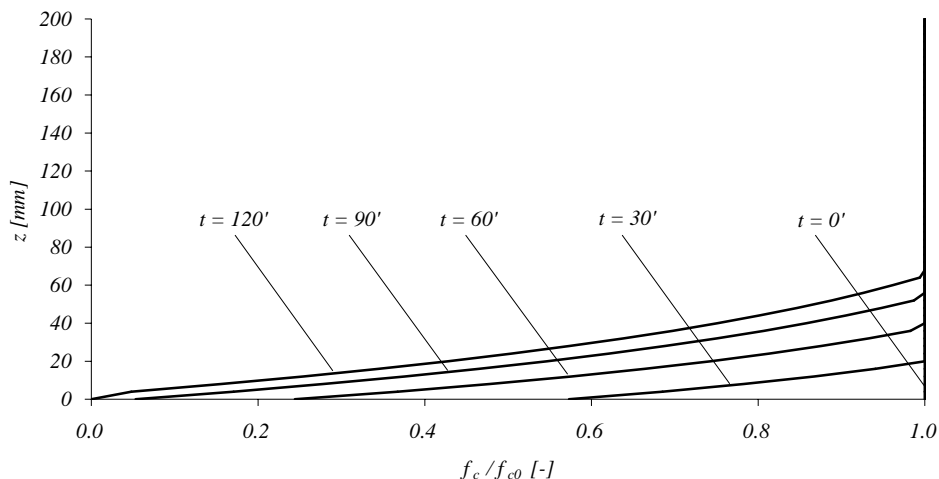


Figure 7.45: Variation de la résistance à la compression f_c sur la hauteur pour une dalle de 200 mm chauffée depuis l'intrados après différents temps d'exposition au feu

La diminution de résistance à la compression sur la hauteur de la dalle après différents temps d'exposition concerne une partie assez réduite de la section (fig. 7.45). Après une exposition au feu de 90 minutes, les premiers 56 mm d'une dalle de 200 mm d'épaisseur subissent une diminution de résistance. Mais seulement une couche de béton de 18 mm de hauteur a une résistance inférieure de 50% par rapport à la résistance initiale. Dans une dalle plus épaisse la hauteur de la zone endommagée par l'incendie reste à peu près constante de sorte que le rapport entre la zone où le béton est affaibli par l'incendie et l'épaisseur de la dalle diminue.

Les valeurs caractéristiques de la limite d'élasticité f_{sy} et du module d'élasticité E_s pour l'acier d'armature en fonction de la température peuvent être déterminées par exemple à l'aide de la norme [EC2 1992-1-2] (fig. 7.46).

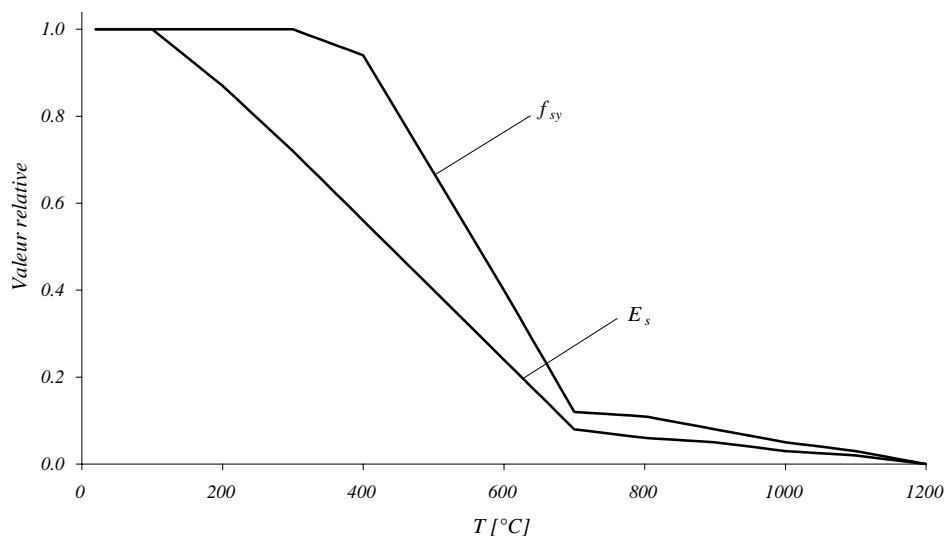


Figure 7.46: Caractéristiques mécaniques de l'acier en fonction de la température

A cause du réchauffement les matériaux béton et acier se dilatent thermiquement. Des essais [Schneider86] montrent que la dilatation thermique ε_T du béton dépend de la température d'une façon non linéaire. Le type de granulat utilisé exerce une grande influence sur la dilatation thermique. Beaucoup de chercheurs ont dérivé leurs propres expressions pour ε_T [Ozbolt05, Kodur03, Nielsen02]. La norme [EC2 1992-1-2] donne les expressions suivantes pour la dilatation thermique ε_T du béton :

$$\text{agrégats avec quartz : } \varepsilon_T = -1.8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6} \cdot T + 2.3 \cdot 10^{-11} \cdot T^3 \quad \text{pour } 20 \leq T \leq 700$$

$$\varepsilon_T = 14 \cdot 10^{-3} \quad \text{pour } 700 \leq T \leq 1200$$

$$\text{agrégats calcaires : } \varepsilon_T = -1.2 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-6} \cdot T + 1.4 \cdot 10^{-11} \cdot T^3 \quad \text{pour } 20 \leq T \leq 805$$

$$\varepsilon_T = 12 \cdot 10^{-3} \quad \text{pour } 805 \leq T \leq 1200$$

La figure 7.47 montre les deux courbes du béton en fonction de la température et aussi la courbe pour l'acier d'armature [EC2 1992-1-2].

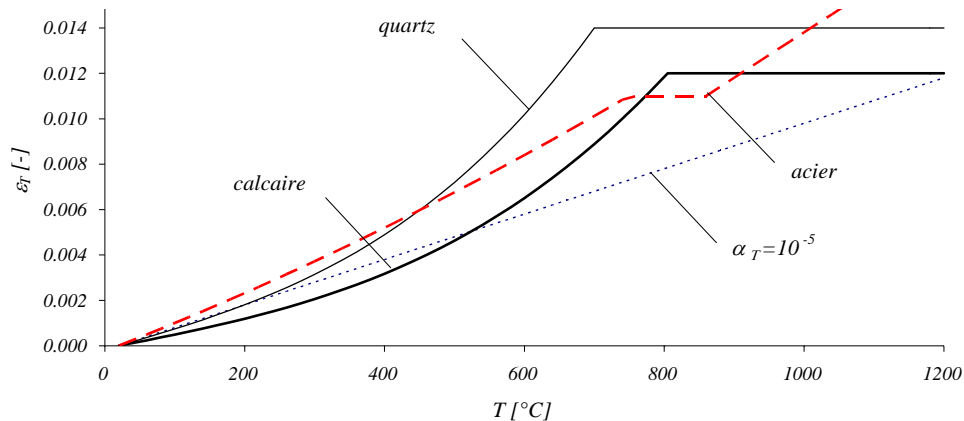


Figure 7.47: Dilatation thermique ε_T du béton et de l'acier d'armature en fonction de la température [EC2]

Jusqu'à une température d'environ 700-800°C la dilatation thermique du béton augmente avec l'augmentation de la température. Un réchauffement ultérieur n'a plus d'influence sur la dilatation thermique. On remarque que l'hypothèse d'un coefficient de dilatation thermique constant de $\alpha_T = 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ (droite pointillée de la fig. 7.47) est une approximation grossière pour ce qui concerne le béton.

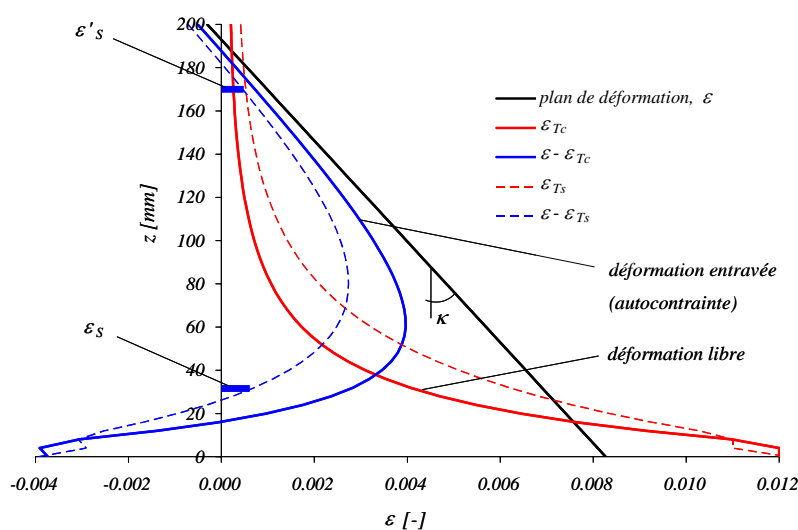


Figure 7.48: Dilatation thermique libre ε_T dans une dalle de 200 mm après un temps d'exposition au feu de 90', état de déformation $\varepsilon - \varepsilon_T$ pour le calcul de l'équilibre et courbure κ résultante de l'intégration (courbure qui donne un moment nul); acier : lignes traitillées

La dilatation thermique non uniforme sur l'épaisseur cause un état de autocontraintes et une courbure de la section (fig. 7.48). En admettant la loi de conservation des sections planes de Bernoulli, l'équilibre des contraintes dans la section doit être déterminé à l'aide de l'état de déformation $\varepsilon - \varepsilon_T$ en considérant les caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier qui changent en fonction des différentes températures présentes dans l'épaisseur de la dalle (fig. 7.43 et 7.44). Le calcul a été fait par intégration sur l'épaisseur h de la dalle.

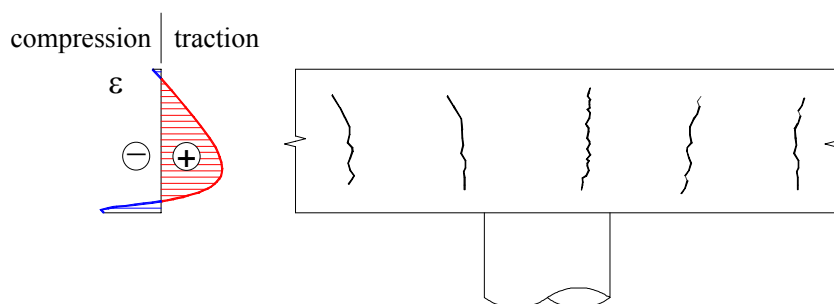


Figure 7.49: Fissures dans la dalle causées par la déformation entravée

La déformation entravée cause des fissures dans le béton situé dans la partie centrale de la dalle (fig. 7.49). Ces fissures peuvent influencer la propagation de la fissure critique de poinçonnement de sorte que la rupture peut se produire sous une charge plus petite. L'influence des fissures d'autocontrainte sur la rupture par poinçonnement a été négligée dans le modèle.

Le résultat des calculs de la loi moment - courbure pour une dalle de 200 mm d'épaisseur après différents temps d'exposition au feu est montré à la fig. 7.50. Les caractéristiques de la dalle utilisées pour les calculs sont résumées dans le tab. 7.5. Il s'agit de la dalle d'essai n.1 de la série d'essai décrite en [Kordina97].

Tableau 7.5: Paramètres de la dalle n.1 [Kordina97]

$\rho =$	0.56	%	$\rho' =$	0.56	%	$d =$	168	mm	$d' =$	32	mm
$f_{sy} =$	504	MPa	$f_c =$	46	MPa	$E_c =$	27.8	GPa	$f_{ct} =$	3.9	MPa

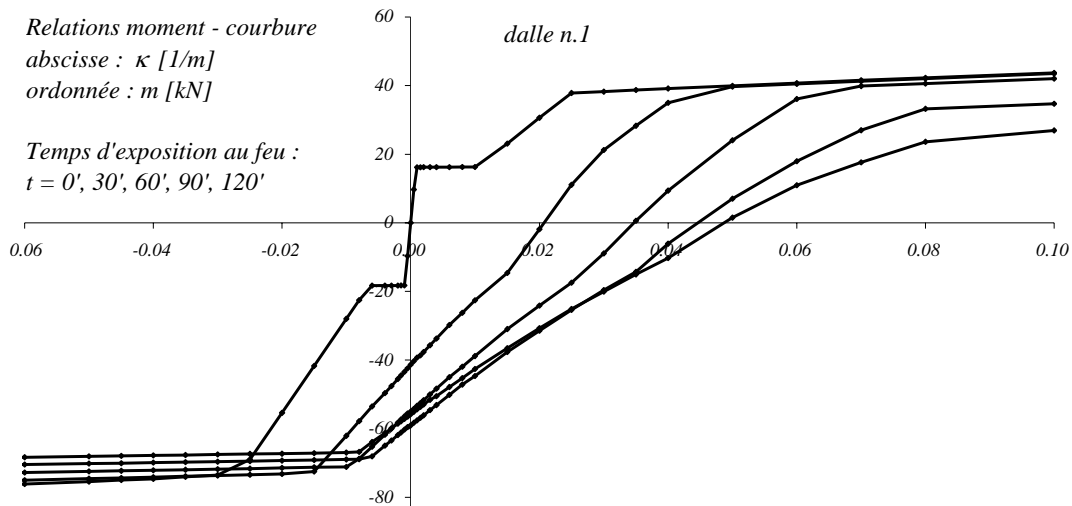


Figure 7.50: Relations moment-courbure d'une dalle de 200 mm chauffée depuis l'intrados après différents temps d'exposition au feu (agrégats calcaires)

A remarquer l'augmentation de la courbure κ pour $m = 0$ avec l'augmentation de l'exposition au feu, le déplacement des courbes vers la droite du diagramme et la perte de rigidité de la section. La résistance ultime de la section avec moment positif ne diminue notablement qu'après un temps d'exposition de 60 minutes. Ceci dépend du fait que l'armature tendue commence à perdre sa résistance d'une façon brusque à partir d'une température d'environ 400°C (fig. 7.46). Avec un temps d'exposition au feu de 60 minutes, la température de l'acier tendu qui se trouve à 32 mm du bord inférieur est à moins de 400°C (environ 370°C) (fig. 7.43), donc il vient de commencer de perdre un peu de sa résistance. Il faut remarquer que dans cette simulation l'éclatement du béton d'enrobage n'a pas été considéré.

L'augmentation non uniforme de la température sur l'épaisseur provoque une courbure de la dalle et une pente ψ dans le cas d'un élément simple avec les bords libres (fig. 7.51).

Applications

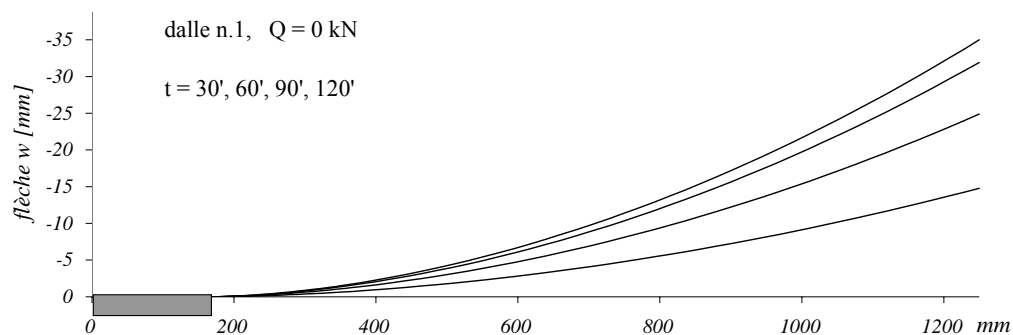


Figure 7.51: Calculs des flèches d'un élément de dalle simple chauffée depuis l'intrados après différents temps d'exposition au feu sans aucune force externe agissante, dalle n.1 [Kordina97]

Critère de rupture

Selon le critère de rupture proposé au chapitre 2, la résistance au poinçonnement est déterminée en fonction des déformations attendues dans la zone critique sous l'influence des charges. Il faut donc trouver un autre paramètre moins influencé par les déformations thermiques. Au lieu d'utiliser le produit $\psi \cdot d$ comme ouverture de la fissure critique, on utilisera le déplacement horizontal u'_R de la dalle au niveau de l'armature tendue :

$$u'_R = \int_r \varepsilon'_s dr \quad (7.13)$$

ε'_s étant la déformation des barres tendues après déduction de la déformation thermique ε_{Ts} (fig. 7.48).

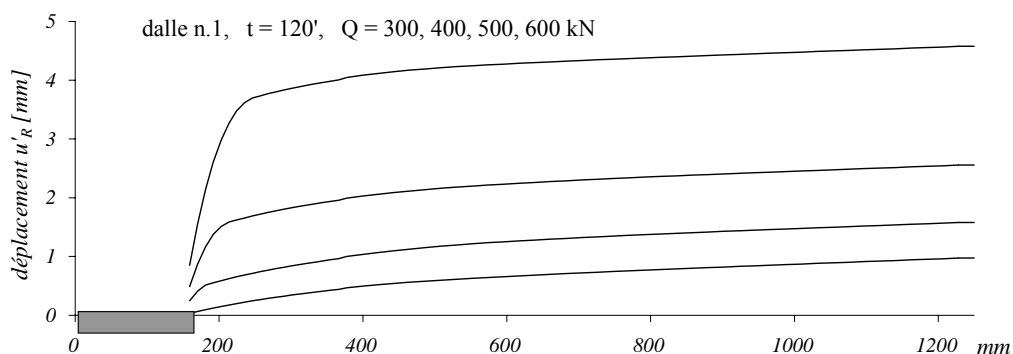


Figure 7.52: Calcul des déplacements u'_R d'une dalle chauffée depuis l'intrados après 120 minutes d'exposition au feu à différents niveaux de charge Q

La figure 7.52 montre l'augmentation du déplacement horizontal u'_R le long du rayon r . Pour des niveaux de charge importants la variation de u'_R se concentre près du bord de la colonne et reste plus ou moins constante à une certaine distance. Une bonne approximation pour l'ouverture de la fissure critique est la valeur atteinte par u'_R au bord de la dalle r_b .

La résistance nominale au poinçonnement τ_R peut alors être exprimé en fonction de u'_R :

$$\tau_R = \frac{V_R}{u \cdot d} = \frac{\tau_c}{0.4 + 0.125 \cdot u'_R \cdot k_{D_{\max}}} \quad (7.14)$$

Le critère de rupture (7.14) est défini d'une façon analogue au critère de rupture des dalles sans armature à l'effort tranchant (éq. 2.2). La contrainte limite de cisaillement τ_c dépend de la résistance du béton selon l'éq. 2.3. La figure 7.45 a montré que l'épaisseur de la zone de dalle endommagée par l'incendie est limitée à quelques centimètres depuis l'intrados. La fissure de poinçonnement se développe depuis l'extrados de la dalle et n'est pratiquement pas influencée par la diminution de la résistance du béton. C'est pourquoi dans le critère de rupture adapté au cas d'incendie (éq. 7.14), la contrainte limite de cisaillement τ_c peut être déterminée sur la base de la résistance à la compression du béton à la température ambiante $f_{c,o}$.

Avec le critère de rupture éq. 7.14 on peut établir un diagramme force - déplacement pour déterminer la résistance maximale au poinçonnement des dalles soumises à une action thermique (fig. 7.53).

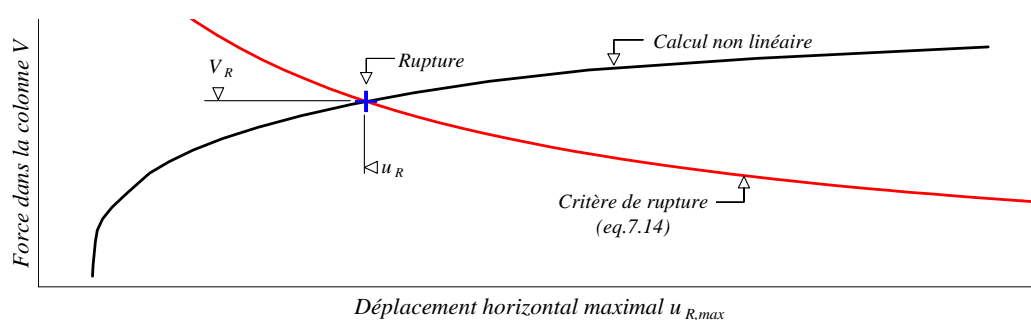


Figure 7.53: Diagramme force V - déplacement $u_{R,max}$ d'une dalle soumise à une action thermique et critère de rupture (7.14)

La rupture par poinçonnement se produit sous une combinaison de la force dans la colonne V et du déplacement horizontal $u_{R,max}$ à l'intersection du critère de rupture et du diagramme force - déplacement. La façon de déterminer la résistance au poinçonnement des dalles soumises à l'action du feu est très similaire au cas classique. L'analogie entre les figures 7.53 et 4.33 est évidente.

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Les résultats de la modélisation décrite sont comparés aux résultats de la série d'essai réalisée par Kordina [Kordina97] sur des éléments de dalle simples.

A cause de l'augmentation non uniforme de la température sur l'épaisseur, la dalle subit une courbure et des déplacements même sans l'action de charges externes (fig. 7.51 et 7.54).

Applications

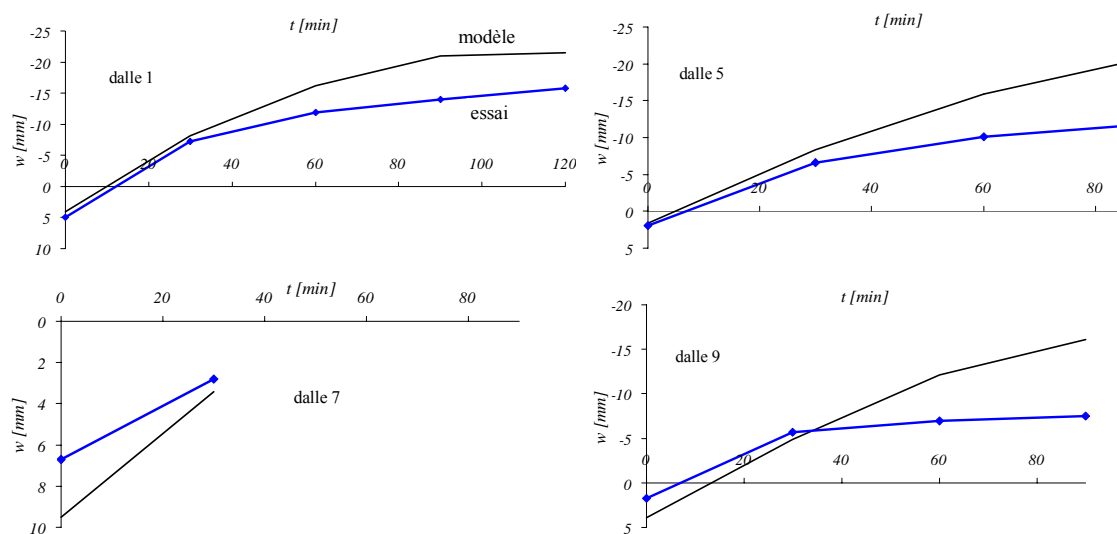


Figure 7.54: Comparaisons entre essais et calculs des déformées de dalles chauffées depuis l'intrados après différents temps d'exposition au feu sans aucune force externe agissante, essais de [Kordina97]

Le tableau 7.6 et les figures 7.55 à 7.58 montrent les résultats de la comparaison entre le modèle proposé et des essais sur des éléments de dalle simples testés sous l'action d'un incendie.

Tableau 7.6: Essais de Kordina ; résultats d'essai et comparaison [Kordina97]

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}
1	492	492	1.00
5	386	775	0.50
6	380	775	0.49
7	500	556	0.90
9	410	521	0.79
		moyenne	0.73
		écart type	0.23
		sans essais 5 et 6 :	
		moyenne	0.90
		écart type	0.11

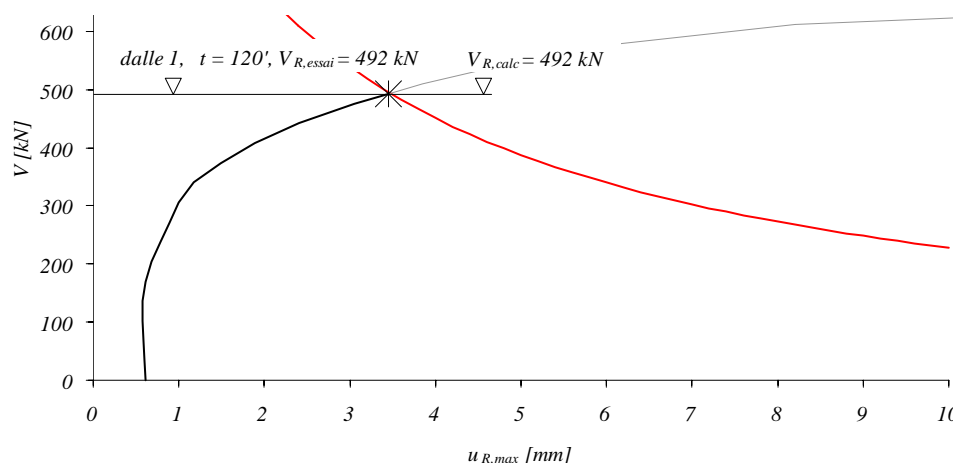


Figure 7.55: Dalle 1 : $V_{R,essai} = 492$ kN, $V_{R,calc} = 492$ kN

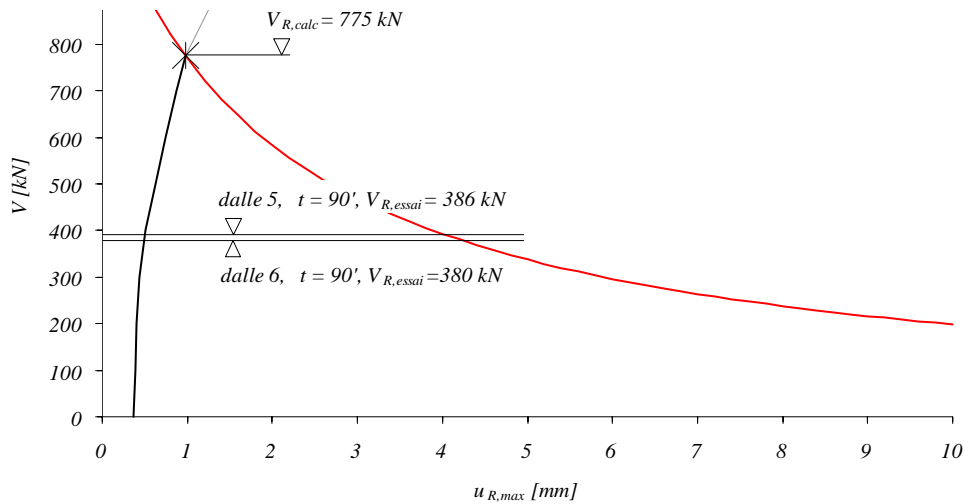


Figure 7.56: Dalle 5 : $V_{R,essai} = 386 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 775$; Dalle 6 : $V_{R,essai} = 380 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 775 \text{ kN}$

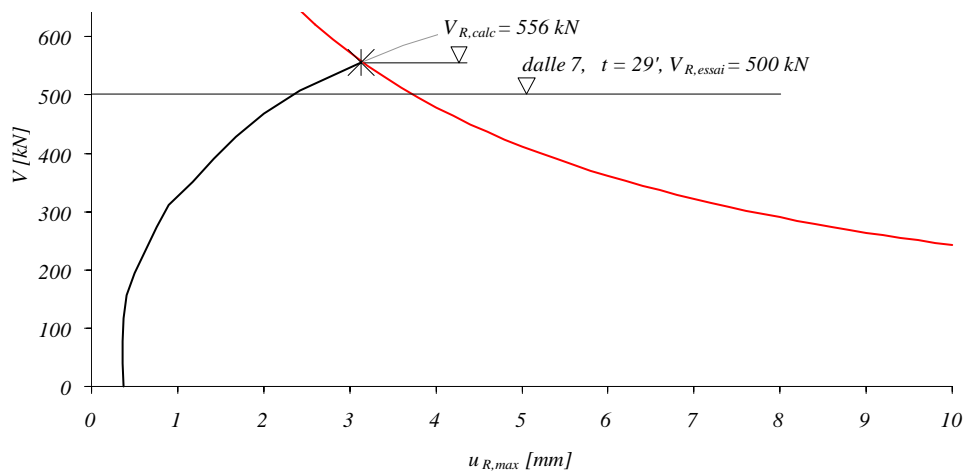


Figure 7.57: Dalle 7 : $V_{R,essai} = 500 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 556 \text{ kN}$

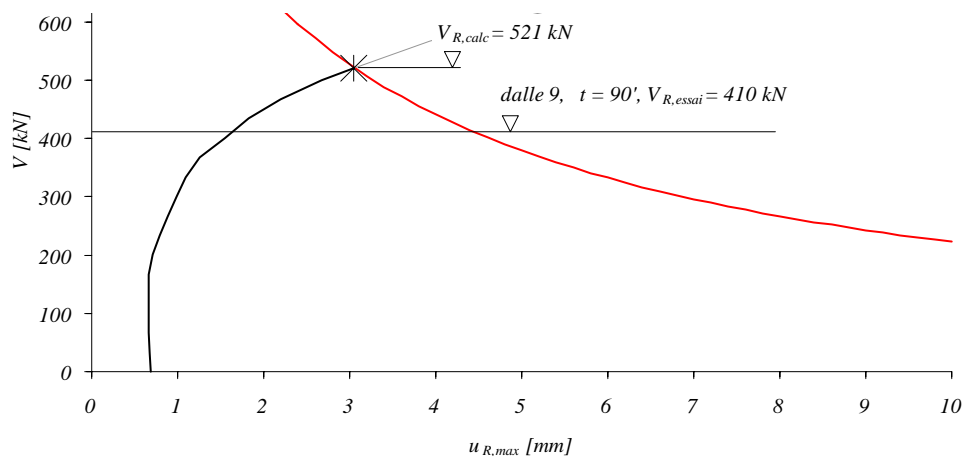


Figure 7.58: Dalle 9 : $V_{R,essai} = 410 \text{ kN}$, $V_{R,calc} = 521 \text{ kN}$

Sauf pour les essais des dalles 5 et 6 (fig. 7.56), les calculs montrent une bonne correspondance avec les essais (tab. 7.6). Les deux dalles 5 et 6, identiques, ont un taux d'armature de $\rho = 1.54\%$ sensiblement plus élevé que les autres ($\rho = 0.56\%$). Elles devraient donc résister à des charges plus grandes. Même l'auteur des essais, Prof. Dr Kordina, n'arrive pas à s'expliquer ces résultats d'essai [Kordina05].

Applications

Variation du temps d'exposition au feu

Les paramètres de la dalle n.1 de [Kordina97] ont été utilisés pour l'analyse suivante.

Epaisseur de la dalle	h	= 0.20 m
Hauteur statique	d	= 0.167 m
Diamètre de la colonne	\varnothing	= 0.318 m
Portées égales dans les deux directions	L	= 5.0 m
Résistance à la compression du béton	f_{cm}	= 46 MPa
Taille maximale du granulat	D_{max}	= 16 mm
Taux d'armature supérieur	ρ_{sup}	= 0.56%
Taux d'armature inférieur	ρ_{inf}	= $0.5 \cdot \rho_{sup}$

Le paramètre suivant a été varié et les résultats du calcul sont montrés à la fig. 7.59.

Temps d'exposition au feu	t	= 0÷120 minutes
---------------------------	-----	-----------------

Une évolution de la température selon ISO 834 (fig. 7.42) a été considérée. La température dans la dalle après différents temps d'exposition au feu considérée dans le calcul est montrée à la fig. 7.43.

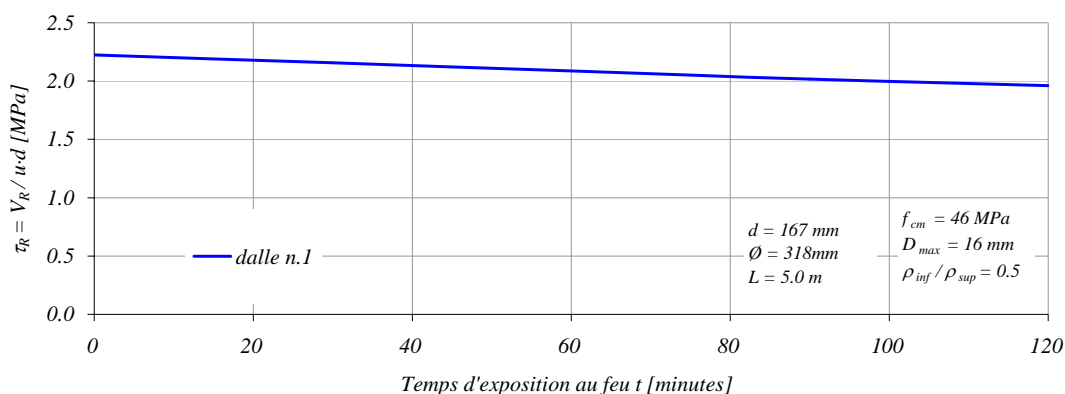


Figure 7.59: Résistance au poinçonnement en fonction du temps d'exposition au feu, dalle n.1 [Kordina97]

Après un temps d'exposition au feu de 120 minutes la résistance de la dalle au poinçonnement est 88% de celle avant incendie.

Incendie d'un plancher-dalle

En cas d'incendie d'un plancher-dalle (fig. 7.41), la partie de dalle influencée par le réchauffement n'a pas la possibilité de se déformer librement comme dans le cas d'éléments simples considérées auparavant. Des effets hyperstatiques qui influencent le comportement flexionnel et la résistance au poinçonnement de la dalle sont engendrés.

Si on considère un élément encastré au bord mais libre de se déplacer horizontalement et verticalement (fig. 7.60), la dilatation thermique provoquée par un incendie ne cause aucun déplacement vertical de la dalle mais engendre un moment négatif constant sur tout l'élément. La valeur de ce moment ΔM dépend aussi de la rigidité de la dalle et peut devenir importante et causer des fissures sur l'extrados de la dalle et aussi l'écoulement précoce de l'armature supérieure.

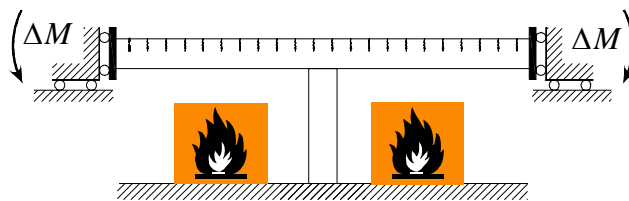


Figure 7.60: Moment négatif causé par l'incendie dans un élément de dalle encastré ; fissuration de l'extrados

Le moment ΔM influence les caractéristiques flexionnelles de l'élément de dalle de sorte que la résistance au poinçonnement diminue. La fig. 7.61 montre qualitativement l'influence de cet effet.

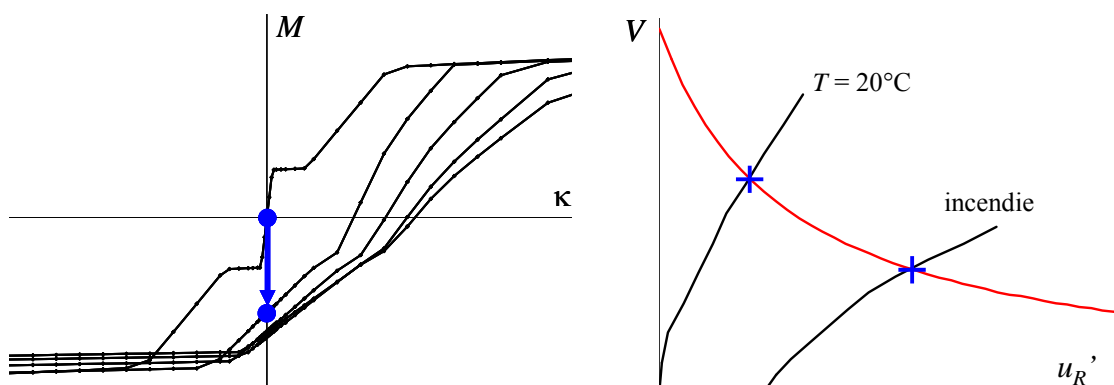


Figure 7.61: Relations moment-courbure après différents temps d'exposition au feu avec incrément du moment entravé (flèche vers le bas) ; Diagramme qualitatif force V-déplacement u_R' avec critère de rupture et résistance au poinçonnement d'une dalle soumise à une action thermique comparée à une dalle sans incendie

Dans le cas d'un élément de dalle appuyé verticalement sur le bord (simulation de l'effet des colonnes voisines d'un plancher-dalle), une force de réaction vers le bas au bord de l'élément est causée par l'effet de l'incendie (fig. 7.62). L'élément de dalle est empêché de se déplacer librement vers le haut (comme serait le cas d'un élément simple, fig. 7.51) par ses appuis au bord. Ces forces agissant au bord de l'élément produisent une augmentation de l'effort dans la colonne qui est fonction de la température $\Delta V(\Delta T)$.

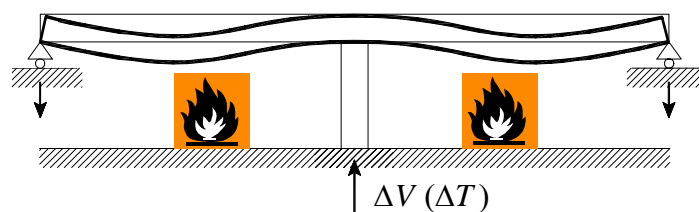


Figure 7.62: Déformée, forces de réaction au bord et augmentation de l'effort dans la colonne causées par l'incendie dans un élément de dalle appuyé

La sollicitation des colonnes d'un plancher-dalle influencées par l'action du feu augmente. Cette augmentation dépend des déplacements entravés par le réchauffement non uniforme sur l'épaisseur de la dalle. L'effort dans la colonne dépend donc aussi de la rigidité de la structure. La figure 7.63 montre qualitativement l'influence de l'augmentation de l'effort dans la colonne sur la résistance au poinçonnement.

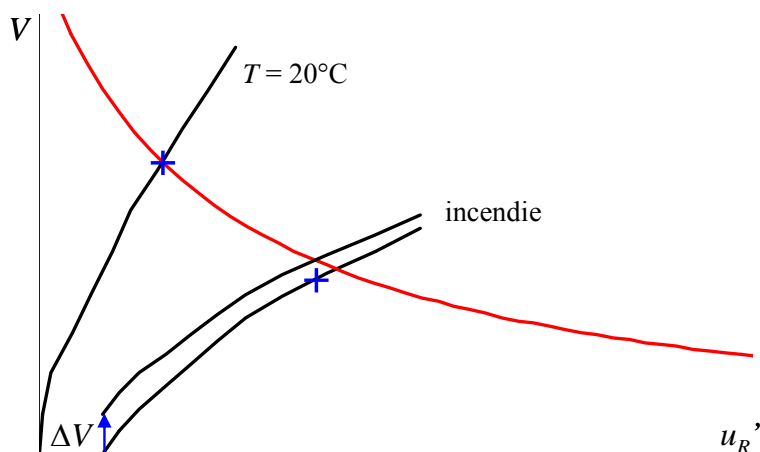


Figure 7.63: Diagramme qualitatif force V -déplacement u_R' avec critère de rupture et résistance au poinçonnement d'une dalle soumise à une action thermique comparée à une dalle sans incendie ; effet d'une augmentation de l'effort dans la colonne ΔV sur la résistance au poinçonnement

Les phénomènes liés aux planchers-dalles se superposent à la diminution de résistance au poinçonnement d'un élément de dalle simple provoquée par l'incendie (fig. 7.59) et peuvent devenir importants.

7.7 Armature disposée en anneaux

Plusieurs chercheurs ont essayé des dalles avec armature tangentielle [Kinnunen60, Pralong79, Bollinger85, Menétrey95] (fig. 7.64).

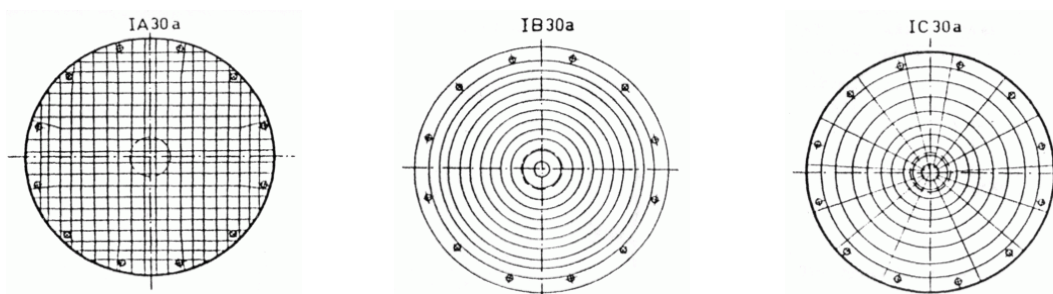


Figure 7.64: Série d'essai de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] avec différentes façons de disposer l'armature. Série A : armature orthogonale ; série B : seulement armature tangentielle disposée en anneau ; série C : comme B mais en plus avec armature radiale

Critère de rupture

Le modèle physique conçu par Kinnunen et Nylander [Kinnunen60] se base sur une disposition des barres d'armature axisymétrique et donc suivant les directions radiales et tangentielles (série C, fig. 7.64). Par contre dans la pratique, les dalles sont toujours

armées orthogonalement (série A). La disposition d'armatures en forme d'anneaux conduit à ce que la fissure d'effort tranchant se localise tôt lors de la mise en charge et s'ouvre de façon plus rapide que dans le cas avec armature orthogonale. Par conséquent, vu que le poinçonnement est fortement lié à l'ouverture de la fissure critique, la résistance est sensiblement plus faible. La figure 7.65 montre clairement cette diminution de résistance. Les essais de Kinnunen et Nylander avec armature orthogonale (série A) suivent très bien la courbe du critère de rupture, par contre les deux séries avec armature tangentielle en forme d'anneau (séries B et C) ne peuvent pas être décrites par le même critère de rupture.

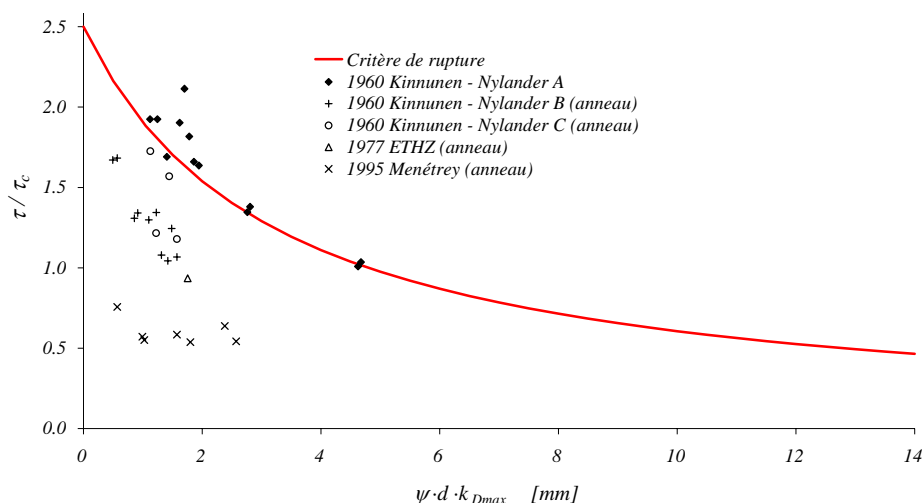


Figure 7.65: Critère de rupture comparé aux essais avec armature en forme d'anneaux (sauf la série A de Kinnunen - Nylander, avec armature orthogonale, fig. 7.64) [Kinnunen60, Pralong79, Menétrey95]

Les essais de Menétrey [Menétrey95] avec l'armature disposée en forme d'anneau ont une résistance au poinçonnement extrêmement faible. Ce phénomène est dû au fait que l'armature principale est constituée d'un seul anneau disposé au voisinage de l'axe de la colonne (fig. 7.66). Une seule fissure tangentielle s'ouvre et la diminution de résistance est ainsi amplifiée.

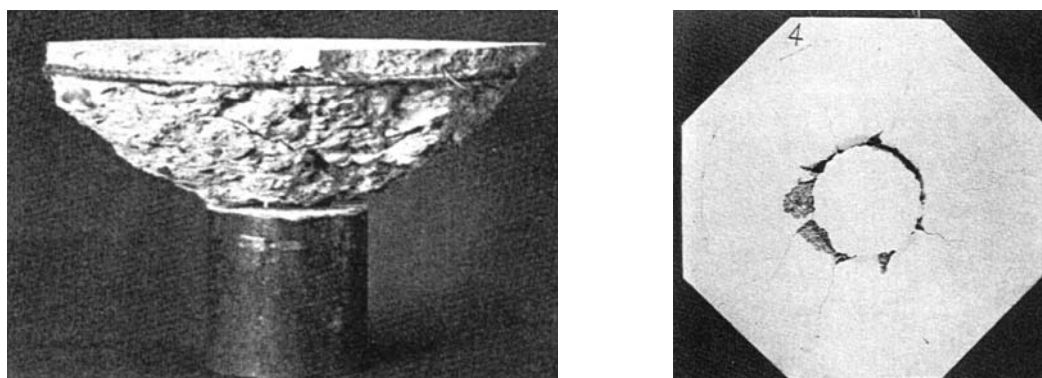


Figure 7.66: Essais de Menétrey [Menétrey95] : vue d'un cône de poinçonnement contourné par l'anneau ; fissures de la face tendue

La série d'essai de Bollinger [Bollinger85] est composée au total de 32 essais de poinçonnement. Toutes les dalles d'essais sauf deux (avec armatures d'effort tranchant) ont seulement des armatures disposées en forme d'anneau. Les différentes dalles

Applications

peuvent être classées en trois familles : avec anneaux disposés a) extérieurement (près du bord de la dalle d'essai), b) extérieurement et intérieurement et c) avec un seul anneau disposé vers l'intérieur. La figure 7.67 montre les trois familles de dalles.

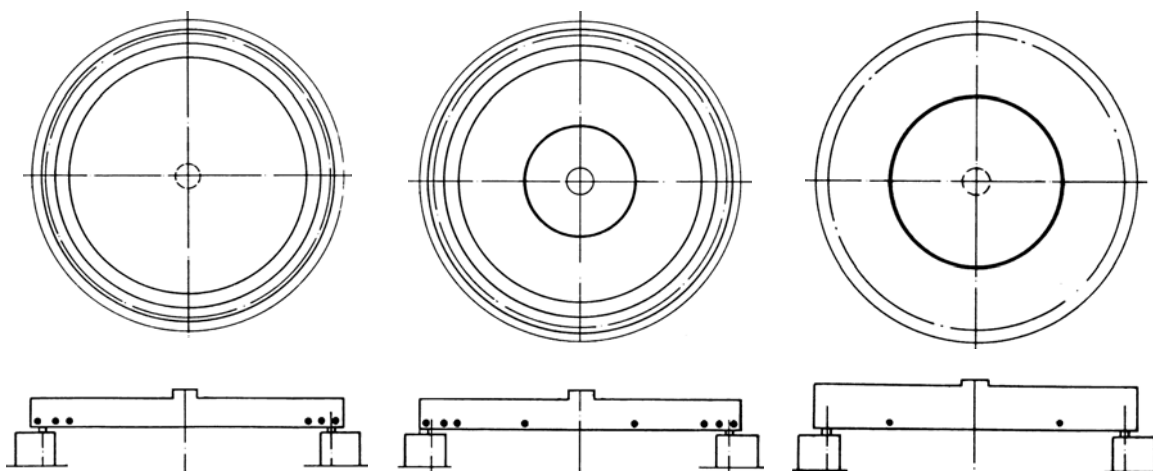


Figure 7.67: Série d'essai de Bollinger [Bollinger85] avec différentes façons de disposer l'armature. a) anneaux extérieurs, b) anneaux extérieurs et intérieurs et c) anneau unique à l'intérieur

La figure 7.68 montre les résultats d'essai des trois types de dalle comparés au critère de rupture. La série c) est très similaire aux essais de Menétrey, y compris les résultats avec des résistances au poinçonnement très faibles.

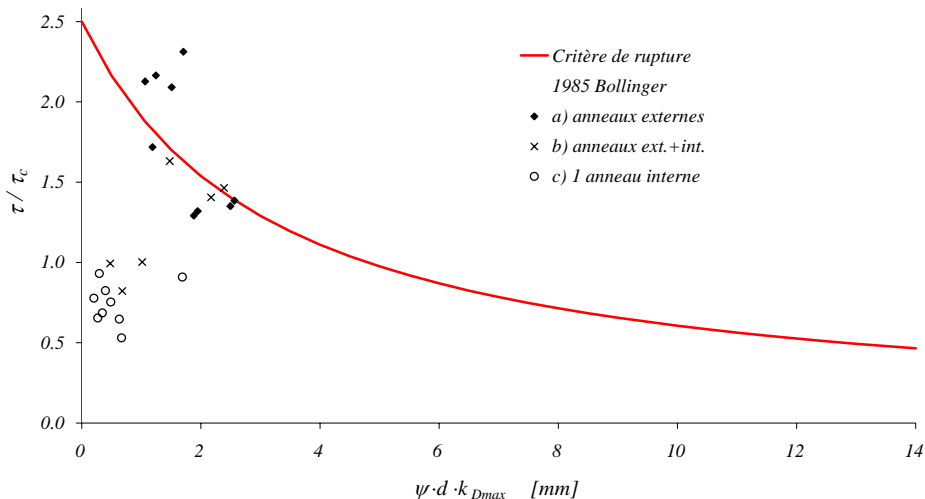


Figure 7.68: Critère de rupture comparé aux essais de Bollinger [Bollinger85]

La série a) par contre obtient des résistances plutôt élevées, dans certains cas même supérieures à la courbe du critère de rupture. Ceci est dû au fait que les anneaux externes n'induisent pas une fissuration dans la zone critique [Bollinger85, Muttoni91]. La série b) se situe entre les deux. Dans certains cas une fissure se forme dans la zone critique et le comportement est comme celui de la série c), dans d'autres cas le comportement est similaire à celui de la série a).

A cause des phénomènes particuliers liés aux dalles avec armature principale disposée en anneau, ces essais ne peuvent pas être analysés avec le critère de rupture proposé.

7.8 Armature concentrée sur appui

Les essais montrent que si les barres d'armature sont concentrées au voisinage de la colonne, la résistance au poinçonnement peut diminuer par rapport aux essais avec le même nombre de barres réparties régulièrement [Moe61, Regan86].

Moe a varié la disposition des barres dans la série d'essai S tout en gardant le même nombre de barres dans la dalle (fig. 7.69).

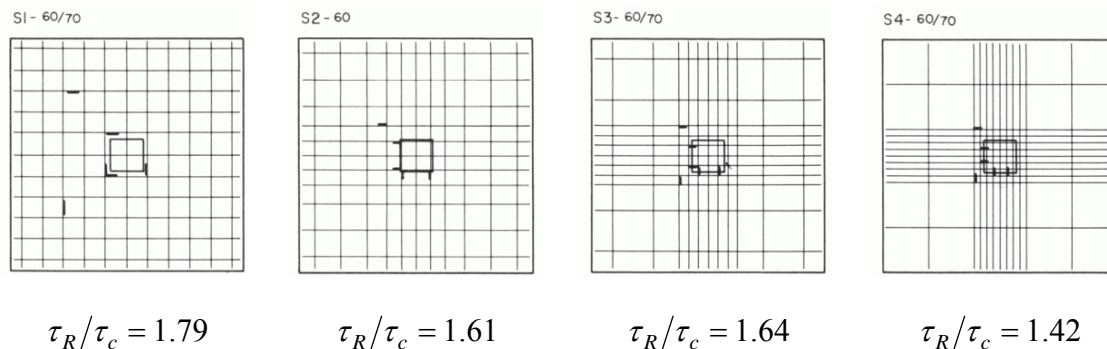


Figure 7.69: Disposition des barres d'armature des essais de la série S de Moe [Moe61] et valeur moyenne du rapport τ_R/τ_c

Critère de rupture

On remarque clairement à l'aide de la fig. 7.70 que les dalles avec l'armature concentrée (S3 et S4) sont moins résistantes bien qu'elles soient plus rigides que celles avec une armature plus répartie (S1 et S2). Si on compare les essais de Regan, les différences sont moins évidentes. On constate une diminution de ductilité pour les dalles avec armature concentrée (série B) mais pas une diminution de la résistance au poinçonnement.

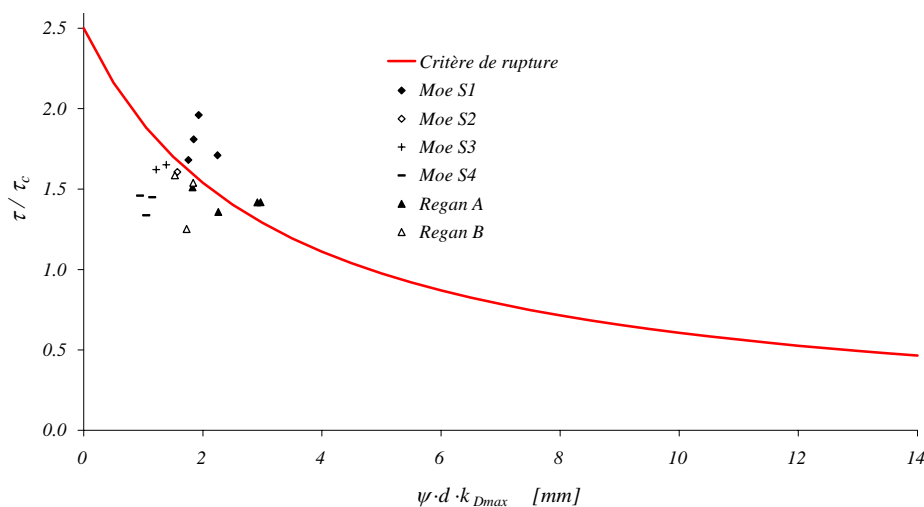


Figure 7.70: Critère de rupture comparé aux essais avec armature concentrée sur la colonne (Moe S1 et Regan A : armature uniformément répartie) [Moe61, Regan86]

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Tableau 7.7: Essais de Moe [Moe61] avec armature concentrée; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
S3-60	364	375	0.97	12.0	13.8	0.87
S3-70	392	395	0.99	13.7	14.0	0.98
S4-60	334	386	0.86	11.3	17.2	0.66
S4-70	374	418	0.89	10.3	18.8	0.55
S4-70A	311	344	0.90	9.3	15.3	0.61
		moyenne	0.93		moyenne	0.73
		écart type	0.05		écart type	0.18

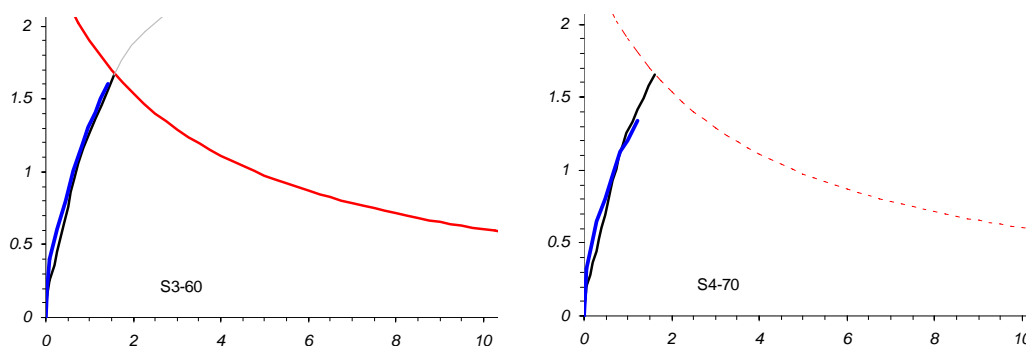


Figure 7.71: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

Les essais S4 ont une armature très concentrée sur l'appui. Le critère de rupture n'est pas applicable à ces essais. Le calcul du comportement charge - rotation montre par contre une bonne corrélation avec les résultats d'essai.

Les essais avec armature très concentrée dans des bandes sur colonne, comme par exemple la série d'essais S4 de Moe, ne peuvent donc pas être analysés avec le critère de rupture proposé (leur résistance serait surévaluée d'environ 10%). Leur comportement est plus similaire à celui des poutres (section 2.4).

7.9 Bétons avec granulats légers

Critère de rupture

Le critère de rupture proposé tient compte de la résistance du béton f_c et de la taille maximale du granulat D_{max} qui influence l'effet d'engrènement des lèvres de la fissure permettant de transmettre l'effort tranchant au travers de la fissure. Si les granulats sont peu résistants par rapport à la pâte de ciment durcie qui les entoure, alors la fissure critique de poinçonnement peut passer au travers des granulats. S'il n'y a que des granulats légers il faut introduire $D_{max} = 0$ dans l'expression pour la détermination du coefficient $k_{D_{max}}$ (éq. 2.4) ou bien D_{max} équivalent à la taille maximale du granulat résistent.

La figure 7.72 montre des séries d'essais avec granulats légers (LWA = *Light Weight Aggregate*) [Hognestad64, Osman00, Tomaszewicz93, Ramdane96]. Le diagramme montre également les essais des mêmes auteurs avec du béton normal à titre de comparaison.

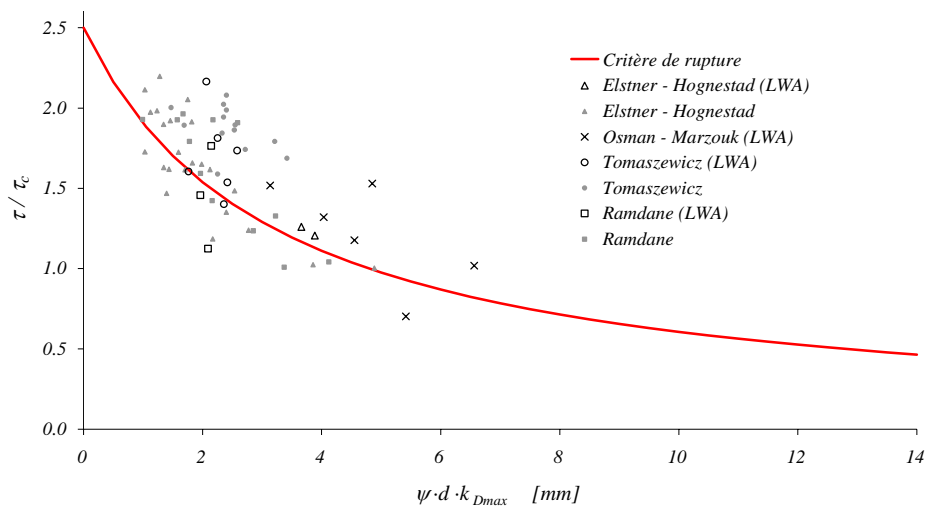


Figure 7.72: Critère de rupture comparé aux essais avec granulats légers (LWA) (en gris les essais des mêmes auteurs avec du béton normal) [Elstner56, Hognestad64, Osman00, Tomaszewicz93, Ramdane96]

On remarque une bonne corrélation entre le critère de rupture et les résultats des essais avec granulats légers. Le critère de rupture proposé peut donc être appliqué aussi à des bétons avec granulats légers à condition de considérer le facteur k_{Dmax} approprié.

Comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux

Tableau 7.8: Essais de Elstner et Hognestad avec béton léger; résultats d'essai et comparaison

Essai	V_R [kN]	V_{calc} [kN]	V_R / V_{calc}	ψ_R [‰]	ψ_{calc} [‰]	ψ_R / ψ_{calc}
H1 L3	311	286	1.09	14.2	14.6	0.97
H1 L4	311	278	1.12	13.3	14.2	0.93

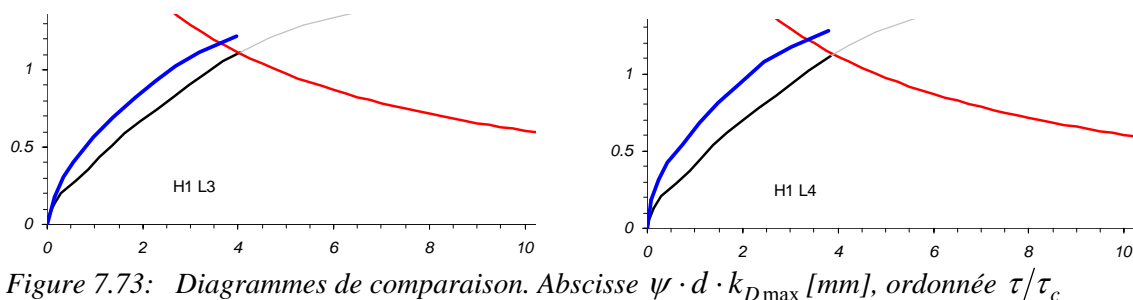


Figure 7.73: Diagrammes de comparaison. Abscisse $\psi \cdot d \cdot k_{Dmax}$ [mm], ordonnée τ/τ_c

La comparaison entre modèle proposé et résultats d'essais est bonne.

7.10 Éléments de dalle encastrés

Le problème du poinçonnement des dalles encastrées est important pour l'étude des planchers-dalles et des dalles de pont. Si le déplacement radial provoqué par la dilatance de la flexion est entravé, des efforts de compression sont introduits et la capacité portante augmente.

Critère de rupture

Des séries d'essai ont été faites en utilisant des poutres de bord en béton armé coulées d'une façon monolithique avec la dalle [Aoki71, Kuang92] (fig. 7.74) ou bien avec des profilés métalliques en forme de cadre carré fixés aux bords de la dalle [Taylor65].

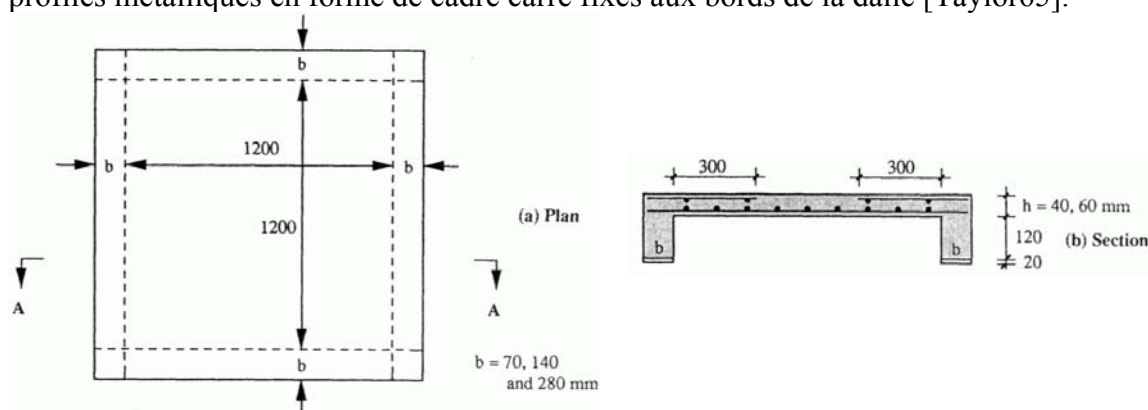


Figure 7.74: Dalles d'essai encastrées avec des poutres de bord [Kuang92]

La figure 7.75 montre les résultats de ces essais. La corrélation entre le critère de rupture et les résultats d'essais est bonne.

La rotation ψ est calculée avec l'éq. 2.5 sur la base des flèches w (dans ces cas w équivaut au déplacement vers le bas de la colonne). A la rupture par poinçonnement deux rotules plastiques sont admises au bord intérieur de la poutre. Par conséquent, la valeur B à introduire dans l'équation est la distance entre les deux bords internes des poutres (1200 mm pour l'exemple de la fig. 7.74).

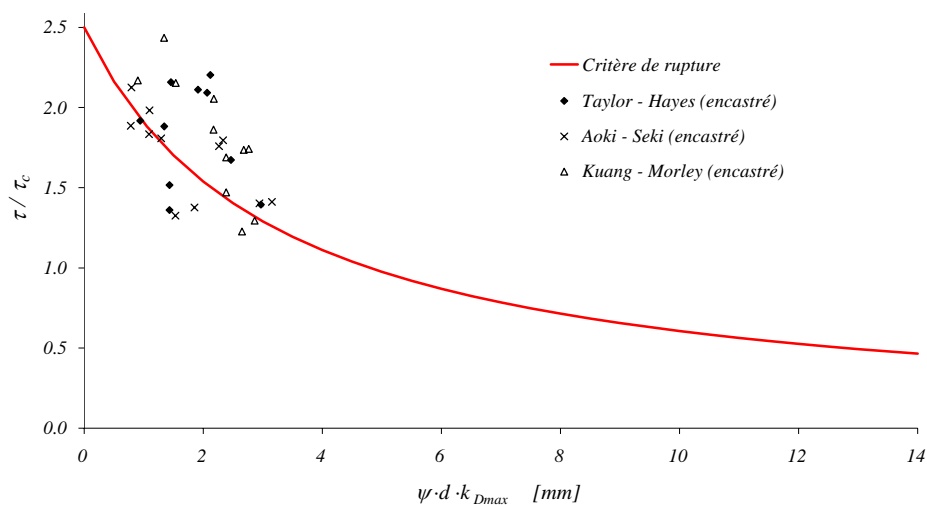


Figure 7.75: Critère de rupture comparé aux essais avec encastrement sur les bords [Taylor65, Aoki71, Kuang92]

7.11 Armatures collées en FRP

Différentes méthodes de renforcement ont été appliquées à des structures existantes. Au cours des dernières années l'utilisation de lamelles collées en matériaux composites fibreux (FRP : *Fiber Reinforced Polymers*) s'est développée. Cette méthode peut devenir intéressante surtout quand l'armature de flexion est faible.

Critère de rupture

Peu d'études expérimentales pour tester l'efficacité des lamelles pour augmenter la résistance au poinçonnement ont été réalisées jusqu'à présent. La figure 7.76 montre les résultats de trois séries d'essai avec des armatures collées en matériaux composites.

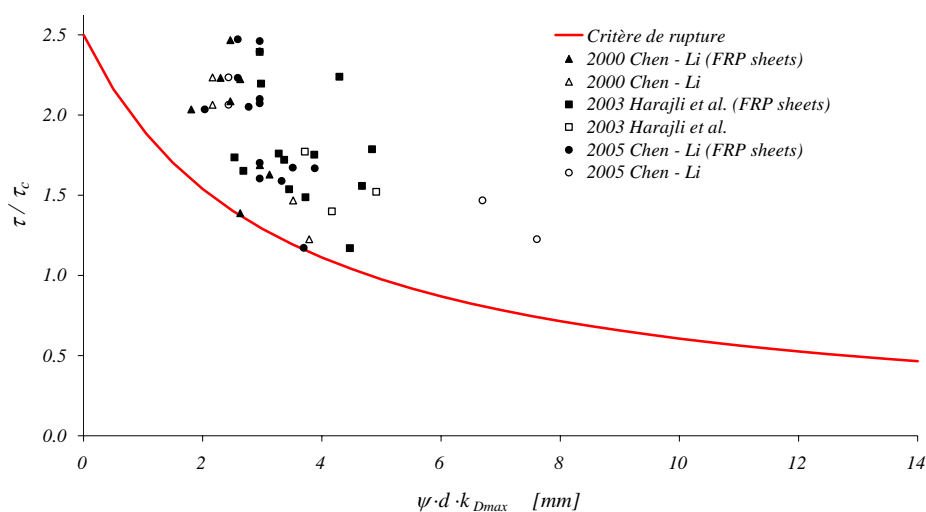


Figure 7.76: Critère de rupture comparé aux essais avec armature collée (FRP sheets) [Chen00, Harajli03, Chen05]

On remarque une augmentation de la résistance au poinçonnement par rapport aux dalles sans armature collée. Il faut remarquer que l'armature collée sur la face tendue augmente la hauteur effective de la dalle d . Pour tenir compte de cet effet favorable, dans la fig. 7.76 les essais avec armature collées ont été considérés avec une hauteur effective d_{eff} égale à la moyenne entre la hauteur effective de l'armature en acier d et l'épaisseur de la dalle h .

La tendance de ces résultats d'essai de donner une résistance supérieure par rapport au critère de rupture peut être expliquée avec une meilleure distribution des fissures grâce à l'armature collée. Il s'agit d'un matériau très résistant qui empêche en partie la formation d'une rotule plastique dans la dalle. Ce comportement explique les résistances élevées obtenues.

Modélisation

Dans la détermination de la courbe charge - rotation le comportement réel (module d'élasticité et limite de ductilité) du renforcement devra être considéré. En outre l'encrage du renforcement devra être vérifié.

7.12 Armatures en FRP

Le problème de la corrosion des barres d'armature dans le béton a mené à chercher des méthodes alternatives pour renforcer le béton. Un développement intéressant consiste à utiliser des barres d'armature en matériaux composites fibreux (FRP).

Critère de rupture

La figure 7.77 montre les résultats de deux séries d'essais avec l'utilisation de barres en FRP.

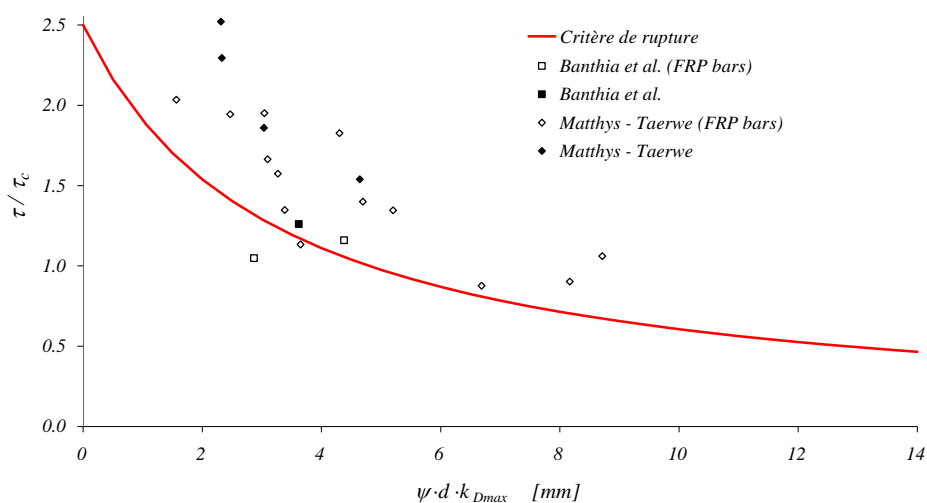


Figure 7.77: Critère de rupture comparé aux essais avec armatures en FRP [Banthia95, Matthys00]

La corrélation entre le critère de rupture et les essais avec armatures en FRP est assez bonne. Le critère de rupture proposé peut donc être appliqué aussi avec ce type de renforcement.

Modélisation

Dans ce cas aussi, pour la détermination de la relation charge - rotation le comportement réel du renforcement devra être considéré.

8 Conclusions

8.1 Synthèse

Les essais en laboratoire menés sur une série de 10 dalles en béton armé sans armature de poinçonnement et l'analyse des essais faits par d'autres chercheurs ont permis de valider et de vérifier les limites d'application du critère de rupture proposé par le directeur de thèse. Ce critère définit la résistance au poinçonnement en fonction principalement de la rotation de la dalle autour de la colonne. Plus la rotation de la dalle est grande, plus sa résistance au poinçonnement est petite. En d'autres termes, plus la dalle est rigide, plus elle va résister. Il s'agit donc au même temps d'un critère de ductilité lié au poinçonnement. Dans la plus part des cas la correspondance entre critère de rupture proposé et essais est bonne.

Bien que la rupture par poinçonnement se produise finalement par effort tranchant dans la zone fortement comprimée autour de la colonne, la déformée et la rotation de la dalle avant rupture dépendent essentiellement des caractéristiques flexionnelles de la dalle. Un modèle de calcul du comportement en flexion des dalles en béton armé et précontraint a été développé au cours de la thèse. Le modèle de calcul tient compte du comportement mécanique non linéaire du béton et des aciers d'armature et de précontrainte, du « tension stiffening » (contribution du béton à la reprise d'une partie de l'effort de traction entre les fissures) et de la disposition orthogonale des barres d'armature.

La combinaison du critère de rupture et du modèle de calcul du comportement des dalles permet de déterminer la charge de poinçonnement pour le cas d'une dalle symétrique, avec une répartition d'armature de flexion quelconque, précontrainte ou non. La comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux donne des bons résultats et indique que le modèle de calcul peut être appliqué pour déterminer la résistance au poinçonnement de dalles en béton armé et/ou précontraintes. Le modèle physique (calcul du comportement de la dalle combiné au critère de rupture) permet de déterminer la charge de poinçonnement pour les cas usuels avec une meilleure précision que les normes actuelles.

Le résultat le plus important du modèle est certainement la détermination de la capacité portante d'une dalle appuyée sur colonnes. En même temps, le modèle permet de déterminer entre autres la flèche, la pente, les courbures radiales et tangentielles, les moments de flexion radiaux et tangentiels de la dalle en fonction de la charge appliquée, du début du chargement jusqu'à la ruine par poinçonnement ou par flexion.

Bien que pas développé dans le cadre de cette thèse, le modèle proposé permettrait aussi de vérifier les fissures à l'état limite de service.

En outre, le modèle physique développé est capable de déterminer la charge de poinçonnement dans des conditions particulières :

- Il est possible de calculer l'augmentation de résistance au poinçonnement dans le cas d'une colonne intérieure d'un plancher-dalle par rapport à un élément simple en tenant compte de l'effet favorable du confinement du reste de la dalle. Les efforts de confinement réduisent les déformations et augmentent par conséquent la

résistance au poinçonnement. En même temps les efforts de compression provoqués par le confinement induisent à une augmentation de résistance locale à la flexion ;

- Les radiers de fondation font partie d'un système intégral où il y a interaction entre sol, fondation et structure porteuse. La pression de contact entre sol et fondation dépend des caractéristiques géotechniques du sol de fondation et de la rigidité de la structure. Le calcul non linéaire permet de déterminer la réaction du sol de fondation sur le radier. Le modèle permet ainsi de déterminer la résistance au poinçonnement de telles structures d'une façon précise ;
- En adaptant le critère de rupture et le calcul du comportement de la dalle, il est possible de considérer l'influence de la température en cas d'incendie sur la résistance au poinçonnement. Les caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier d'armature changent sensiblement avec l'augmentation de la température. Le calcul du comportement à la flexion a été adapté en fonction de la répartition thermique à l'intérieur de la dalle. Avec le modèle, il est ainsi possible de estimer la perte de résistance au poinçonnement causée par un incendie.

Le modèle proposé est très flexible et peut être adapté aux cas particuliers qui se posent dans la pratique de l'ingénieur. Il s'agit donc d'un instrument très utile lors de l'évaluation de la capacité portante de structures existantes ou de projets de renforcement. Il a aussi été utilisé avec succès dans le cadre d'expertises sur structures défectueuses au en cas d'accident.

8.2 Recherche future

Des aspects importants n'ont pas été traités dans le cadre de cette thèse. En particulier les points suivants nécessiteraient une recherche approfondie :

1. Développement d'un critère de rupture basé sur un modèle physique (le critère utilisé est d'origine semi empirique).
2. Modèle physique capable de prendre en compte des armatures à l'effort tranchant.
3. Étude générale d'un plancher-dalle et d'un pont-dalle sans admettre un comportement axisymétrique.
4. Modèle physique capable de tenir compte du poinçonnement excentré.
5. Poinçonnement dans le cas de colonnes de bord et d'angle.
6. Poinçonnement de dalles en béton fibré.
7. Poinçonnement dans le cas d'éléments de structure très rigides, validation ou amélioration du critère de rupture pour des rotations très petites.
8. Comportement post-critique et étude des solutions constructives aptes à éviter un collapse progressif.
9. Amélioration du modèle proposé pour considérer les effets différés (retrait et fluage) sur la relation charge - rotation.
10. Étude détaillée de la zone proche de la colonne pour améliorer la correspondance avec les essais (effet de l'effort tranchant sur le comportement à la flexion).

Références bibliographiques

Abrams M. S., *Compressive strength of concrete at temperatures to 1600 F*, ACI SP-25, Temperature and Concrete, Detroit, Etats-Unis, **1971**.

ACI 318-05, *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Etats-Unis, **2005**.

Aoki Y., Seki H., *Shearing Strength and Cracking in two-way Slabs subjected to concentrated Load*, ACI SP-30, pp. 103-126, mars, **1971**.

Bach C., Graf O., *Versuche mit allseitig aufliegenden, quadratischen und rechteckigen Eisenbetonplatten*, Deutscher Ausschuss für Eisenbeton, Stuttgart, Allemagne, **1915**.

Banthia N., Al-Asaly M., Ma S., *Behavior of Concrete Slabs Reinforced with Fiber-Reinforced Plastic Grid*, Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE, Vol.7, N.4, pp. 252-257, Canada, novembre, **1995**.

Bazant Z., Cao Z., *Size Effect in Punching Failure of Slabs*, ACI Structural Journal, Vol.84, N.1, pp. 44-53, Detroit, Etats-Unis, janvier - février, **1987**.

Bicanic N., Zhang B., *Residual Fracture Toughness of Normal- and High-Strength Gravel Concrete after Heating to 600°C*, ACI Materials Journal, V.99, N.3, Etats-Unis, **2002**.

Binici B., Bayrak O., *Punching Shear Strengthening of Reinforced Concrete Flat Plates Using Carbon Fiber Reinforced Polymers*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.129, N.9, pp. 1173-1182, Etats-Unis, septembre, **2003**.

Bollinger K., *Zu Tragverhalten und Bewehrung von rotationssymmetrisch beanspruchten Stahlbetonplatten*, Thèse de doctorat, Abteilung Bauwesen der Universität Dortmund, Dortmund, Allemagne, **1985**.

Broms C. E., *Punching of Flat Plates - A Question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect*, ACI Structural Journal, Vol.87, pp. 292-304, Etats-Unis, mai, **1990**.

Brotchie J. F., Holley M. H., *Membrane Action in Slabs*, ACI SP-30, Cracking, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slabs Systems, pp. 331-346, Etats-Unis, **1971**.

CEB, *Punching Shear in Reinforced Concrete*, CEB (Comité euro-international du béton), Thomas Telford Publishing, State of the Art Report, Bulletin d'information N°168, Lausanne, Suisse, janvier, **1985**.

Chen C.-C., Li C.-Y., *An Experimental Study on the Punching Shear Behaviour of RC Slabs Strengthened by GFRP*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Proceedings, Dedicated to Professor Sven Kinnunen, KTH Bulletin 57, pp. 415-422, Taiwan, **2000**.

Chen C.-C., Li C.-Y., *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Strengthened with Glass Fiber-Reinforced Polymer Laminates*, ACI Structural Journal, Vol.102, N.4, pp. 535-542, juillet, **2005**.

Cosenza E., Greco C., Manfredi G., *The Concept of Equivalent Steel*, Comité Euro-International du Béton (CEB), Bulletin d'Information N.218, pp. 163-183, Lausanne, **1993**.

Criswell M. E., *Static And Dynamic Response Of Reinforced Concrete Slab-Column Connections*, ACI, SP-42, pp. 721-746, Etats-Unis, **1974**.

Elstner R. C., Hognestad E., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*, ACI Materials Journal, Vol. 53-2, pp. 29-58, Detroit, Etats-Unis, juillet, **1956**.

Eurocode 2, *Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings*, EN 1992-1-1, Brussels, Belgique, avril, **2004**.

Eurocode 2, *Design of Concrete Structures. Part 1-2: Structural Fire Design*, ENV 1992-1-2, Brussels, Belgique, **1995**.

Felicetti R., Gambarova P., *Effects of high temperature on the residual compressive strength of high-strength siliceous concretes*, ACI Materials Journal, 5 (4), Italie, **1998**.

fib, *Punching of structural concrete slabs*, fib bulletin 12 (fédération internationale du béton), Lausanne, Suisse, avril, **2001**.

Fujii F., *Berechnung gerissener Stahlbetonplatten*, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8, pp. 189-193, Berlin, Allemagne, **1979**.

Gardner N.J., Shao X., *Punching Shear of Continuous Flat Reinforced Concrete Slabs*, ACI Structural Journal, N.93, pp. 218-228, Detroit, Etats-Unis, mars - avril, **1996**.

Georgopoulos T., *Durchstanzlast und Durchstanzwinkel über Innenstützen punktförmig gestützter Stahlbetonplatten und deren Sicherung gegen progressiven Kollaps*, Thèse de doctorat, München, Allemagne, **1986**.

Guandalini S., Burdet O., Muttoni A., *Punching of Prestressed Slabs - Application to Slab Bridges*, fib-CH, Swiss Contribution to the First fib Congress in Osaka, Zürich, Suisse, octobre, **2002**.

Hallgren M., *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*, Thèse de doctorat, KTH Stockholm, Suède, **1996**.

Hallgren M., Kinnunen S., Nylander B., *Punching Shear Tests On Column Footings*, Nordic concrete research, Stockholm, Suède, janvier, **1998**.

Harajli M. H., Soudki K. A., *Shear Strengthening of Interior Slab-Column Connections Using Carbon Fiber-Reinforced Polymer Sheets*, Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol.7, N.2, pp. 145-153, Etats-Unis, mai, **2003**.

Hassanzadeh G., Sundquist H., *Strengthening Of Bridge Slabs On Columns*, Nordic concrete research, Stockholm, Suède, juillet, **2000**.

Bibliographie

Hess U., Jensen B. C., Braestrup M. W., Nielsen M. P., Bach F., *Punching shear in reinforced concrete slabs*, Technical University of Denmark (DTU) Rapport, R-90, Copenhagen, Danemark, **1978**.

Hewitt B. E., Batchelor B., M. ASCE, *Punching shear strength of restrained slabs*, Proceedings of the ASCE Convention, V.101, ST9, pp. 1837-1853, septembre, **1975**.

Hognestad E., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Column Footings*, Journal of the American Concrete Institute, Vol.25, N.3, pp. 189-208, Detroit, Etats-Unis, novembre, **1953**.

Hognestad E., Elstner R. C., Hanson J. A., *Shear Strength of Reinforced Structural Lightweight Aggregate Concrete Slabs*, ACI Journal, Vol.61, pp. 643-655, Etats-Unis, juin, **1964**.

Holmgren B. J., *Punching Research History at KTH*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Dedicated to Prof. Sven Kinnunen, KTH Bulletin 57, pp. 1-12, Suède, **2000**.

ISO 834, *Fire-Resistance Tests - Elements of Building Construction - Part 1: General Requirements*, International Organisation for Standardization, **1995**.

Kinnunen S., *Punching of Concrete Slabs with two-way Reinforcement*, Transactions of the Royal Institute of Technology, N.198, Stockholm, Suède, **1963**.

Kinnunen S., Nylander H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*, Transactions of the Royal Institute of Technology, N.158, Stockholm, Suède, **1960**.

Kinnunen S., Nylander H., Tolf P., *Plattjocklekens inverkan pa betongplattors hallfasthet vid genomstansning. Försök med rektangulära plattor.*, Test Report KTH, N.137, pp. 73, Stockholm, Suède, **1980**.

Kodur V. K. R., Sultan M. A., *Effect of Temperature on Thermal Properties of High-Strength Concrete*, Journal of Materials in Civil Engineering, pp 101-107, mars - avril, **2003**.

Kordina K., *Über das Brandverhalten punktgestützter Stahlbetonplatten*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 479, Berlin, Allemagne, **1997**.

Kordina K., Meyer-Ottens C., *Beton Brandschutz Handbuch*, 2. Aufl., Düsseldorf, Allemagne, **1999**.

Kordina K., correspondance avec l'auteur au sujet de [Kordina97], **2005**.

Krueger G., *Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles*, EPFL, Thèse de doctorat N. 2064, Lausanne, Suisse, **1999**.

Kuang J. S., Morley C. T., *Punching shear behaviour of restrained reinforced concrete slabs*, ACI Structural Journal, Vol.89, pp. 13-19, Etats-Unis, janvier, **1992**.

Ladner M., *Einfluss der Massstabgrösse bei Durchstanzversuchen*, Material und Technik, Vol.2, pp. 60-68, **1973**.

Ladner M., Schaeidt W., Gut S., *Experimentelle Untersuchungen an Stahlbeton-Flachdecken*, EMPA, Bericht N.205, Suisse, **1977**.

Maillart R., *Eine schweizerische Ausführungsform der unterzugslosen Decke. Pilzdecke.*, Genève, Suisse, **1926**.

Manterola J., *Punzonamiento de placas sin armadura de esfuerzo cortante (mecanismos de redistribución de esfuerzos y rotura)*, Instituto "Eduardo Torroja" de la Construcción y del Cemento, pp. 71-97, **1966**.

Marti P., Pralong J., Thürlimann B., *Schubversuche an Stahlbeton-Platten*, Institut für Baustatik und Konstruktion, N.7305-2, Zurich, Suisse, septembre, **1977**.

Marti P., *Gleichgewichtslösungen für Flachdecken*, Schweizer Ingenieur und Architekt, Vol. 99, pp. 799-809, Suisse, **1981**.

Marzouk H. M., Hussein A., *Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs*, ACI Structural Journal, Vol.88, pp. 701-713, Detroit, Etats-Unis, N.6, **1991**.

Matthys S., Taerwe L., *Concrete Slabs Reinforced with FRP Grids. Part II: Punching Resistance*, Journal of Composites for Construction, ASCE, Vol.4, N.3, pp. 154-161, Belgique, août, **2000**.

Menétrey P., *Numerical analysis of punching failure in reinforced concrete structures*, Thèse de doctorat, EPFL, Lausanne, Suisse, **1994**.

Menétrey P., *Flexural and punching failure experiments in reinforced concrete slabs*, IBAP - DGC - EPFL, Rapport IBAP 92.03.6, mars, **1995**.

Moe J., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads*, PCA, Vol.D47, Illinois, Etats-Unis, avril, **1961**.

Muttoni A., *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*, Birkhäuser Verlag, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Basel, Suisse, **1990**.

Muttoni A., Schwartz J., *Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement*, IABSE Colloquium, Vol.62, pp. 703-708, Stuttgart, Allemagne, **1991**.

Muttoni A., Burdet O., *Conception et dimensionnement des éléments de structures, béton armé*, EPFL - IS-BETON, Polycopié cours 5ème semestre, Lausanne, Suisse, **2001**.

Muttoni A., *Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkarftbewehrung*, Beton - und Stahlbetonbau, Heft 2, pp. 74-84, février, **2003**.

Nechnech W., *Contribution à l'étude numérique du comportement du béton et des structures en béton armé soumises à des sollicitations thermiques et mécaniques couplées: Une approche thermo-élasto-plastique endommageable*, Institut national des sciences appliquées de Lyon, Lyon, France, **2000**.

Nielsen C. V., Pearce C. J., Bicanic N., *Theoretical model of high temperature effects on uniaxial concrete member under elastic restraint*, Magazine of Concrete Research, N.4, Royaume-Uni, août, **2002**.

Nielsen M. P., *Plasticity Approach to Punching Shear in Reinforced Concrete*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Dedicated to Professor Sven Kinnunen, KTH Bulletin 57, pp. 13-25, Danemark, **2000**.

Bibliographie

Nölting D., *Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton - Tragverhalten, Berechnung, Bemessung* -, Thèse de doctorat, Braunschweig, Allemagne, **1984**.

Nölting D., *Durchstanzbemessung bei ausmittiger Stützenlast*, Beton- und Stahlbetonbau, 96, Heft 8, pp. 548-551, Allemagne, août, **2001**.

Nylander H., Sundquist H., *Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med ospänd armering*, Test Report KTH, N.104, Stockholm, Suède, **1972**.

Nylander H., Kinnunen S., Ingvarsson H., *Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med spänd och ospänd armering*, Test Report KTH, N.123, Stockholm, Suède, **1977**.

Osman M., Marzouk H., Helmy S., *Behavior of High-Strength Lightweight Concrete Slabs under Punching Loads*, ACI Structural Journal, Vol.97, pp. 492-498, Etats-Unis, mai, **2000**.

Ozawa M., Uchida Y., Koyanagi W., *Study on the Process of Punching Shear Failure of Reinforced Concrete Slabs*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Dedicated to Professor Sven Kinnunen, KTH Bulletin 57, pp. 277-284, Japon, **2000**.

Ozbolt J., Kozar I., Eligehausen R., Periskic G., *Instationäres 3D Thermo-mechanisches Modell für Beton*, Beton- und Stahlbetonbau, 100 (2005), Heft 1, pp. 39-51, Allemagne, **2005**.

Pralong J., Brändli W., Thürlimann B., *Durchstanzersuche an Stahlbeton und Spannbetonplatten*, Birkhäuser Verlag, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, N.7305-3, Suisse, **1979**.

Pralong J., *Poinçonnement symétrique des planchers-dalles*, Birkhäuser Verlag, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, N.131, Suisse, **1982**.

Ramdane K.-E., *Punching Shear of High Performance Concrete Slabs*, Utilization of High-Strength / High Performance Concrete, Proceeding of the Fourth International Symposium, Vol.3, pp. 1015-1026, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France, mai, **1996**.

Regan P. E., *Behaviour of reinforced and prestressed concrete subjected to shear forces*, Proceeding of the institution of civil engineers, Vol.50, Supplement XVII, pp. 337-364, **1971**.

Regan P.E., *Punching Shear in Prestressed Concrete Slab Bridges*, Engineering Structures Research group, Polytechnic of Central London, London, Royaume-Uni, janvier, **1983**.

Regan P. E., *Symmetric Punching of Reinforced Concrete Slabs*, Magazine of Concrete Research, Vol.38, pp.115-128, Royaume-Uni, **1986**.

Richart F. E., *Reinforced Concrete Walls and Column Footings, part 1 and 2*, Journal of the American Concrete Institute, Vol.20, pp. 97-127 et 237-260, Detroit, Etats-Unis, **1948**.

Rodrigues R. V., Muttoni A., *Influence des déformations plastiques de l'armature de flexion sur la résistance à l'effort tranchant des poutres sans étriers. Rapport d'essai*, IS-BETON, Lausanne, **2004**.

Schaeidt W., Ladner M., Rösli A., *Berechnung von Flachdecken auf Durchstanzen*, EMPA, Zürich, Suisse, **1970**.

Schäfers U., *Konstruktion, Bemessung und Sicherheit gegen Durchstanzen von balkenlosen Stahlbetondecken im Bereich von Innenstützen*, Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 357, Berlin, Allemagne, **1984**.

Schlaich J., *Gewölbewirkung in durchlaufenden Stahlbetonplatten*, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11 und 12, pp. 250-256 et pp. 280-285, Stuttgart, Allemagne, **1964**.

Schneider U., *Properties of Materials at High Temperatures, Concrete, 2nd. Edition*, RILEM Technical Comitee 44-PHT, Kassel, Allemagne, **1986**.

Schneider U., *Concrete at High Temperatures - A General Review*, Fire Safety Journal, Kassel, Allemagne, **1988**.

Shehata I. A. E. M., *Theory of punching in reinforced concrete slabs*, Thèse de doctorat, Polytechnic of Central London, Royaume-Uni, **1985**.

Shi X., Tan T.-H., Tan K.-H., Guo Z., *Influence of Concrete Cover on Fire Resistance of Reinforced Concrete Flexural Members*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Etats-Unis, août, **2004**.

SIA 262, *Construction en béton*, Société Suisse des Ingénieurs et des Architectes, Norme suisse SN 505 262, Suisse, **2003**.

Silfwerbrand J., Hassanzadeh G., *International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs*, Royal Institute of Technology, Stockholm, Suède, **2000**.

Silva R. J., Regan P. E., Melo G. S., *Punching resistances of unbonded post-tensioned slabs by decompression methods*, fib, Fédération Internationale du Béton, Vol.6, N.1, pp. 9-21, Brasilia, Brazil, mars, **2005**.

Stabler J., *Computational modelling of thermomechanical damage and plasticity in concrete*, Thèse de doctorat, The University of Queensland, Australie, **2000**.

Sundquist H., *Punching of Bridge Slabs with a Special Reference to Non-symmetrical Moment Distribution, Non-eccentric Column Load and Scale Effect*, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, pp. 375-386, Stockholm, Suède, juin, **2000**.

Swamy R. N., Ali S. A. R., *Punching Shear Behavior of Reinforced Slab-Column Connections Made with Steel Fiber Concrete*, ACI Journal, Vol.79, pp. 392-406, Etats-Unis, septembre, **1982**.

Talbot A. N., *Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings*, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Bulletin 67, Etats-Unis, **1913**.

Taylor R., Hayes B., *Some tests on the effect of edge restraint on punching shear in reinforced concrete slabs*, Magazine of Concrete Research, Vol.17, N.50, pp. 39-44, **1965**.

Thorenfeldt E., Tomaszewics A., Jensen J. J., *Mechanical properties of high-strength concrete and application in design*, Proceeding on Utilisation of High Strength Concrete, Stavanger, Norvège, **1987**.

Bibliographie

Timm M., *Durchstanzen von Bodenplatten unter rotationssymmetrischer Belastung*, Fachbereich Bauingenieurwesen der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Braunschweig, Allemagne, **2003**.

Timoshenko S., Woinowsky-krieger S., *Theory of plates and shells*, McGraw-Hill International Editions, Singapore, **1959**.

Tolf P., *Plattjocklekens inverkan pa betongplattors halfasthet vid genomstansning. Försök med cikulära plattor.*, Royal Institute of Technology, Dep. of Structural Mechanics and Engineering, Bulletin 146, Stockholm, Suède, **1988**.

Tomaszewics A., *Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs*, High Strength Concrete. SP2 - Plates and Shells Report 2.3, SINTEF Structure and Concrete, Report N. STF70 A93082, Trondheim, **1993**.

Vecchio F. J., Collins M. P., *The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear*, ACI Journal, Vol.83, pp 219-231, Etats-Unis, mars - avril, **1986**.

Vecchio F. J., Tang K., *Membrane action in reinforced concrete slabs*, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.17, pp. 686-697, Toronto, Canada, **1990**.

Walraven J. C., *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock*, Journal of Structural Engineering, ASCE - American Society of Civil Engineering, N.11, pp. 2245-2270, Etats-Unis, **1981**.

Annexe A. Le modèle de Kinnunen et Nylander

Hypothèses

Le modèle de Kinnunen et Nylander [Kinnunen60,63] se base sur les hypothèses suivantes :

1. Il s'agit d'une colonne intérieure (non de bord ou d'angle).
2. La distribution des moments radiaux est axisymétrique par rapport à la colonne.
3. La dalle a un comportement linéaire - élastique, est infiniment grande et appuyée ponctuellement ; les appuis sont disposés selon une trame régulière dans les deux directions.
4. La théorie des dalles minces avec des flèches petites est valable.
5. Suite aux hypothèses 2 à 4, les moments radiaux disparaissent le long d'un cercle de diamètre $\varnothing = 0.44 \cdot L$ autour de la colonne.
6. La déformée de la partie de dalle avec diamètre $\varnothing = 0.44 \cdot L$ n'est pas influencée par le reste de la dalle qui l'entoure.

Algorithme

Le calcul de la résistance au poinçonnement V_u nécessite d'itérations. La démarche du calcul est montrée dans les pas qui suivent :

1. Choisir y : hauteur de la zone comprimée.
2. Calculer :
 - (a) σ_t : contrainte ultime à l'intérieur du voile (A.4)
 - (b) α : inclinaison du voile conique (A.3)
 - (c) V_u : résistance au poinçonnement (A.1)
3. Calculer :
 - (a) ψ : rotation de la dalle (A.7)
 - (b) r_y : rayon plastique (A.8)
 - (c) r_θ : position fissure de poinçonnement (A.9)
 - (d) V_u : résistance au poinçonnement (A.10)
4. Si les valeurs calculées de V_u au point 2 et 3 sont sensiblement différentes, il faut alors choisir une autre valeur de y et recommencer les calculs en partant du point 2.

Equations

L'équilibre des forces verticales permet d'exprimer la force ultime dans la colonne V_u d'une dalle sans armature à l'effort tranchant :

$$V_u = 1.1 \cdot \pi \cdot \frac{r_a \cdot y \cdot (1 + y/r_a)}{2 + 4 \cdot y/r_a} \cdot f(\alpha) \cdot \sigma_t \quad (\text{A.1})$$

où r_a est le rayon de la colonne, y est la distance depuis la face inférieure de la dalle jusqu'à la racine de la fissure de poinçonnement, $f(\alpha)$ est une fonction de l'inclinaison α du voile conique et σ_t est la contrainte dans le voile. Le facteur 1.1 de l'éq. A.1 est, selon K&N, introduit pour compenser l'effet de goujon (« dowel action ») de l'armature.

La fonction $f(\alpha)$ est définie comme suit :

$$f(\alpha) = \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot (1 - \tan \alpha) = \frac{\tan \alpha \cdot (1 - \tan \alpha)}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{A.2})$$

L'angle α peut être déterminé avec l'équation suivante qui dérive de l'équilibre des moments :

$$\left(K_y \cdot \tan \alpha - 1 \right) \cdot \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{2 \cdot 2.35} \cdot \left(1 + \frac{2y}{r_a} \right) \cdot \ln \left(\frac{r_b}{r_a + y} \right) \quad (\text{A.3})$$

où $K_y = \frac{r_b - r_a}{d - y/3}$ et $2r_b$ est le diamètre de la dalle avec moments radiaux négatifs au

dessus de la colonne. Pour ce qui concerne les dalles d'essais, $2r_b$ est le diamètre de la dalle, pour autant qu'elle n'est pas encadrée aux bords.

Sur la base des résultats d'essais, la contrainte dans le voile conique est approximée par :

$$\sigma_t = 2.35 \cdot \sigma_{cT, r=r_a+y} = 2.35 \cdot E_c \cdot \varepsilon_{cT, r=r_a+y} \quad (\text{A.4})$$

où $\sigma_{cT, r=r_a+y}$ et $\varepsilon_{cT, r=r_a+y}$ sont respectivement la contrainte et la déformation à la distance $r = r_a + y$ du centre de la colonne. E_c est le module d'élasticité du béton, calculé avec :

$$E_c = 10^4 \cdot \left(0.35 + 0.3 \cdot \frac{f_{c, cube}}{15} \right) \text{ [MPa]} \quad (\text{A.5})$$

où $f_{c, cube}$ est la résistance en compression [MPa] du béton mesurée sur cubes.

L'éq. A.5 donne des valeurs relativement petits du module d'élasticité du béton. Il s'agit en effet d'un module sécant jusqu'à la résistance du béton.

La déformation tangentielle limite à la rupture est :

$$\begin{aligned} \text{si } r_a/d \leq 1 & \quad \varepsilon_{cT, r=r_a+y} = 0.0035 \cdot (1 - 0.44 \cdot r_a/d) \\ \text{si } r_a/d > 1 & \quad \varepsilon_{cT, r=r_a+y} = 0.0019 \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Cette déformation limite constitue en effet le critère de rupture. Il a été calibré sur la base des essais.

L'angle de rotation ψ de la dalle à l'extérieur du cône de poinçonnement au moment de la rupture vaut :

$$\psi = \kappa_T \cdot r = \frac{\varepsilon_{cT}}{y} \cdot r = (1 + r_a/y) \cdot \varepsilon_{cT, r=r_a+y} \quad (\text{A.7})$$

Le rayon plastique r_y de la zone de dalle où l'armature a atteint la limite d'écoulement est :

$$r_y = \frac{E_s}{f_{sy}} \cdot \psi \cdot \left(1 - \frac{y}{d}\right) \cdot d \quad (\text{A.8})$$

où E_s et f_{sy} sont respectivement le module d'élasticité et la contrainte d'écoulement de l'acier.

Dans le plan des nappes d'armature supérieures, la distance r_0 depuis le centre de la colonne jusqu'à la fissure de poinçonnement vaut comme observé dans les essais :

$$r_0 = r_a + 1.8 \cdot d \quad (\text{A.9})$$

La force ultime V_u peut être déterminée par l'équation des moments par rapport au point Q_1 (fig. 2.6) :

$$\begin{aligned} \text{si } r_y \geq r_b \quad V_u &= 1.1 \cdot 4\pi \cdot \rho \cdot f_{sy} \cdot d \cdot r_b \cdot \frac{d - y/3}{2r_b - 2r_a} \\ \text{si } r_b \geq r_y \geq r_0 \quad V_u &= 1.1 \cdot 4\pi \cdot \rho \cdot f_{sy} \cdot d \cdot r_y \cdot \left[1 + \ln(r_b/r_y)\right] \cdot \frac{d - y/3}{2r_b - 2r_a} \\ \text{si } r_y \leq r_0 \quad V_u &= 1.1 \cdot 4\pi \cdot \rho \cdot f_{sy} \cdot d \cdot r_y \cdot \left[1 + \ln(r_b/r_0)\right] \cdot \frac{d - y/3}{2r_b - 2r_a} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

où ρ est le taux d'armature.

La distance y depuis la face inférieure de la dalle et la racine de la fissure de poinçonnement est déterminée par des itérations jusqu'à ce que la valeur de la force ultime V_u soit égale dans les équations A.1 et A.10. Le résultat des itérations permet de trouver la résistance V_u selon le modèle de K&N.

Il faut remarquer que les éq. A.10 dérivent implicitement la courbe charge - rotation. Il suffit de remplacer $\psi = f(r_y)$ obtenu de l'éq. A.8 pour exprimer la fonction $V_u = f(\psi)$. L'équation A.10 est aussi comparable avec l'éq. 6.13 de la norme SIA 262. Avec $V_u/8 = m_0$ et $\rho \cdot f_{sy} \cdot d \cdot (d - y/3) \cong m_R$ l'éq. A.10 peut être reformulée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{si } r_y \geq r_b \quad \frac{m_0}{m_R} &= 1.1 \cdot 2\pi \cdot \frac{r_b}{r_b - r_a} \\ \text{si } r_b \geq r_y \geq r_0 \quad \frac{m_0}{m_R} &= 1.1 \cdot 2\pi \cdot \frac{r_y}{r_b - r_a} \cdot \left(1 + \ln \frac{r_b}{r_y}\right) \\ \text{si } r_y \leq r_0 \quad \frac{m_0}{m_R} &= 1.1 \cdot 2\pi \cdot \frac{r_y}{r_b - r_a} \cdot \left(1 + \ln \frac{r_b}{r_0}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

La figure A.1 montre une comparaison entre l'éq. A.11 et l'éq. 6.13 de la norme SIA 262.

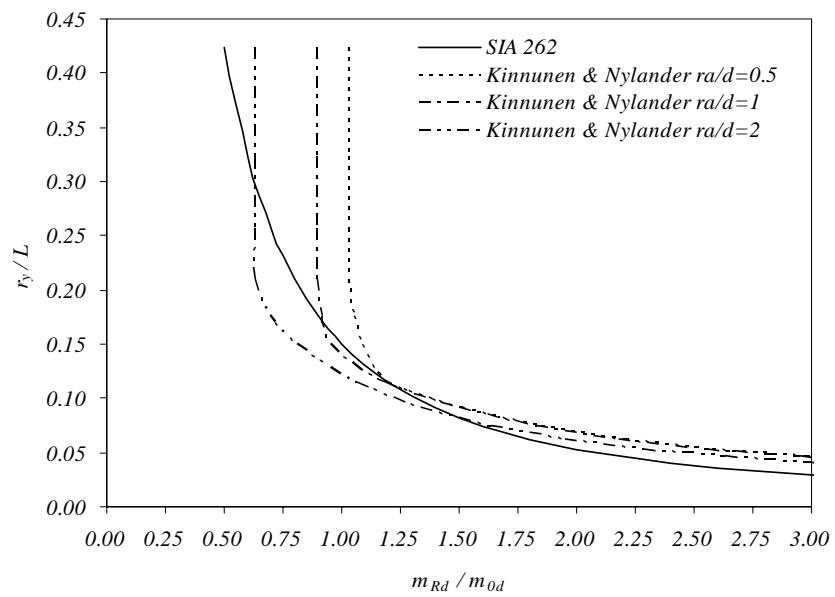


Figure A.1: Comparaison entre éq. A.11 et éq. 6.13 de la norme SIA 262

L'équation A.11 est trop prudente pour $r_y/L > 0.22$ car une redistribution des efforts au-delà de cette limite n'est pas considérée dans le modèle de K&N.

Annexe B. Critère de rupture, comparaison avec essais

Essais simples

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1956 Elstner - Hognestad													
	EH A1a	118	1756	254		14.1	25	10.9	14.5	302.5	1.98	1.65	
	EH A1b	118	1756	254		25.2	25	14.0	18.6	364.8	2.54	1.49	
	EH A1c	118	1756	254		29.0	25	13.2	17.6	355.9	2.40	1.35	
	EH A1d	118	1756	254		36.8	25	11.9	15.9	351.4	2.17	1.18	
	EH A1e	118	1756	254		20.3	25	11.7	15.6	355.9	2.12	1.62	
	EH A2a	114	1756	254		13.7	25	10.3	13.7	333.6	1.82	1.91	
	EH A2b	114	1756	254		19.5	25	8.3	11.0	400.3	1.46	1.92	
	EH A2c	114	1756	254		37.4	25	8.1	10.8	467.1	1.43	1.62	
	EH A7b	114	1756	254		27.9	25	9.9	13.2	511.5	1.75	2.05	
	EH A3a	114	1756	254		12.8	25	5.8	7.8	355.9	1.03	2.11	
	EH A3b	114	1756	254		22.6	25	7.0	9.3	444.8	1.23	1.98	
	EH A3c	114	1756	254		26.5	25	7.2	9.6	533.8	1.28	2.20	
	EH A3d	114	1756	254		34.5	25	6.4	8.5	547.1	1.12	1.97	
	EH A4	118	1756	356		26.1	25	14.2	20.3	400.3	2.77	1.24	
	EH A5	114	1756	356		27.8	25	9.7	13.8	533.8	1.83	1.66	
	EH A6	114	1756	356		25.0	25	7.1	10.2	498.2	1.35	1.63	
	EH A9	114	1756	254		29.9	25	5.8	7.8	444.8	1.03	1.73	armature peu concentrée
	EH A10	114	1756	356		29.7	25	7.4	10.5	489.3	1.39	1.47	armature peu concentrée
	EH A13	121	1756	356		26.2	25	?		235.8			w _R max?
	EH B1	114	1756	254		14.2	38	27.7	36.9	178.4	4.21	1.00	
	EH B2	114	1756	254		47.6	38	?		200.2			w _R max?
	EH B4	114	1756	254		47.7	38	21.8	29.1	333.6	3.33	1.02	
	EH B9	114	1756	254		43.9	38	9.7	12.9	504.9	1.47	1.62	
	EH B11	114	1756	254		13.5	38	7.6	10.1	329.2	1.16	1.90	
	EH B14	114	1756	254		50.5	38	9.0	12.0	578.3	1.37	1.73	
1960 Kinnunen - Nylander A													
	A15a-5				150	26.3	32		12.0	255.1	1.40	1.69	
	A15a-6	118			150	25.7	32		15.1	274.7	1.78	1.82	
	A15c-11	121			150	31.4	32		10.3	333.5	1.25	1.92	
	A15c-12	122			150	30.3	32		9.2	331.6	1.12	1.92	
	A30a-24	128			300	25.9	32		15.2	429.7	1.95	1.64	
	A30a-25	124			300	24.6	32		15.0	408.1	1.86	1.66	
	A30c-30	120			300	29.5	32		13.5	490.5	1.62	1.90	
	A30c-31	119			300	29.5	32		14.3	539.6	1.70	2.11	
	A30d-32	123			300	25.8	32		38.0	258.0	4.67	1.04	
	A30d-33	125			300	26.1	32		37.0	258.0	4.63	1.01	
	A30e-34	120			300	26.9	32		23.0	331.6	2.76	1.35	
	A30e-35	122			300	24.5	32		23.0	331.6	2.81	1.38	
1961 Moe													
	S1-60	114.3	1778.0	254		23.3	38.1	16.9	22.2	389.2	2.25	1.71	
	S2-60	114.3	1778.0	254		22.1	38.1	11.8	15.5	355.9	1.57	1.61	arm. peu concentrée
	S1-70	114.3	1778.0	254		24.5	38.1	13.2	17.3	392.3	1.76	1.68	
	S5-60	114.3	1778.0	203.2		22.2	38.1	14.4	18.2	342.5	1.85	1.81	
	S5-70	114.3	1778.0	203.2		23.0	38.1	15.0	19.0	378.1	1.93	1.96	
	R2	114.3	1778.0	152.4		26.5	9.525	10.9	13.4	311.4	2.89	1.82	
	H1	114.3	1778.0	254		26.1	38.1	17.8	23.3	371.4	2.37	1.54	
	M1A	114.3	1778.0	304.8		20.8	38.1	10.9	14.8	432.8	1.50	1.75	
1965 Taylor - Hayes													
	2S2	63.5	863.6	50.8		32.4	9.5	5.6	13.8	71.1	1.64	1.63	
	2S4	63.5	863.6	101.6		29.0	9.5	11.3	29.7	85.8	3.54	1.38	
	2S6	63.5	863.6	152.4		23.0	9.5	13.6	38.2	96.6	4.56	1.31	
	3S2	63.5	863.6	50.8		28.5	9.5	4.1	10.0	78.5	1.19	1.92	
	3S4	63.5	863.6	101.6		28.3	9.5	6.6	17.2	115.3	2.05	1.88	
	3S6	63.5	863.6	152.4		27.0	9.5	7.6	21.4	150.1	2.56	1.87	

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1966 Manterola													
	P1-S1	107	3000	100		25.6	16			215.8			
	P2-S1	107	3000	250		33.8	16			257.0			
	P3-S1	107	3000	450		29.7	16			301.2			
	P1-S2	107	3000	100		24.2	16	29.0	20.0	196.2	3.21	1.69	
	P2-S2	107	3000	250		33.0	16	48.0	34.9	282.5	5.60	1.15	
	P3-S2	107	3000	450		31.9	16	46.5	36.5	397.3	5.85	1.03	
	P1-S3	107	3000	100		39.7	16	22.0	15.2	184.4	2.44	1.24	
	P2-S3	107	3000	100		35.8	16	22.5	15.5	210.9	2.49	1.49	
	P3-S3	107	3000	100		39.2	16	49.0	33.8	164.8	5.42	1.11	
	P1-S4	107	3000	100		26.4	16			175.1			
	P2-S4	107	3000	250		31.3	16			245.9			
	P3-S4	107	3000	450		34.2	16			294.3			
1972 Nylander - Sundquist													
	B 1	95.5			120	25.1	32		9.8	180.5	0.94	1.86	dalles rectangulaires
	B 2	101			120	25.0	32		11.5	179.5	1.16	1.71	dalles rectangulaires
	C 1	201			240	23.5	32		6.6	648.4	1.33	1.60	dalles rectangulaires
	C 2	201			240	23.2	32		6.6	547.4	1.33	1.36	dalles rectangulaires
1973 Ladner - Schaeidt													
	P	240	2650		500	27.9	32	11.9	11.1	1661.8	2.66	1.88	
	M	109	1200		226	31.7	32	4.75	9.8	362.0	1.06	1.87	
	DA6	80	1056		100	30.0	16	5.9	12.3	169.2	1.48	2.28	
	DA7	80	1056		240	33.5	16	8.2	20.1	264.9	2.41	1.90	
	DA10	80	1056		200	32.0	16	9.7	22.7	274.0	2.72	2.29	
	DA11	80	1056		320	30.4	16	8.2	22.3	307.0	2.67	1.85	
1974 Criswell													
	S2075-1	120.7	2030	254		32.4	25	31.8	35.8	290.0	5.05	1.01	
	S2150-1	124.0	2030	254		29.6	25	15.2	17.2	462.6	2.49	1.63	
1977 ETHZ													
	P2	160	2600		300	35.4	16	17.9	15.6	627.8	3.74	1.52	
	P5	154	2600		300	27.1	16	13.5	11.7	626	2.71	1.82	
1978 Schäfers													
	P 0	113	1960		210	27.12	32	12.6	14.4	280	1.63	1.56	
	P 1	113	1960		324	21.8	32	12.9	15.8	320	1.78	1.47	champignon petit
	P 3	170	1960		210	21.3	32	13.9	15.9	480	2.70	1.71	
1982 Swamy - Ali													
	S1	110	1690	150		36	10	24.2	31.4	197.7	6.39	1.06	
1986 Regan													
	SS2	77		200		23.4	20		17.8	176	1.83	1.51	
	SS4	77		200		32.3	20		28.4	194	2.92	1.42	
	SS6	79		200		21.9	20		28.2	165	2.97	1.42	
	SS7	79	1830	200		30.4	20	17.5	21.5	186	2.26	1.36	
	III-1	95	1370		150	23.2	20	7.2	11.8	197	1.50	1.86	
	III-2	95	1370		150	9.5	20	5.2	8.5	123	1.08	1.82	
	III-3	95	1370		150	37.8	20	10.1	16.6	214	2.10	1.59	
	III-4	93	1370		150	11.9	20	3.8	6.2	154	0.77	2.09	
	III-5	93	1370		150	26.8	20	3.3	5.4	214	0.67	1.94	
	III-6	93	1370		150	42.6	20	5.6	9.2	248	1.14	1.78	
1988 Tolf													
	S1.1	100			125	30.1	16		9.4	216	1.41	1.86	
	S1.2	99			125	23.8	16		10.9	194	1.62	1.90	
	S1.3	98			125	26.0	16		26	145	3.82	1.38	
	S1.4	99			125	25.5	16		25	148	3.71	1.40	
	S2.1	200			250	19.4	32		8.8	603	1.76	1.61	
	S2.2	199			250	18.9	32		10.9	600	2.17	1.64	
	S2.3	200			250	19.3	32		18	489	3.60	1.31	
	S2.4	197			250	21.6	32		16	444	3.15	1.15	

Critère de rupture

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1991 Marzouk - Hussein													
	NS1	95	1500	150		42.0	20	14.6	21.6	320.0	2.74	1.93	
	HS1	95	1500	150		67.0	20	25.5	37.7	178.0	4.78	0.85	
	HS2	95	1500	150		70.0	20	17.6	26.0	249.0	3.30	1.16	
	HS7	95	1500	150		74.0	20	17.0	25.2	356.0	3.19	1.62	
	HS3	95	1500	150		69.0	20	13.1	19.4	356.0	2.46	1.67	
	HS4	90	1500	150		66.0	20	14.7	21.8	418.0	2.62	2.16	
	NS2	120	1500	150		30.0	20	13.1	19.4	396.0	3.10	2.06	
	HS5	120	1500	150		68.0	20	16.9	25.0	365.0	4.01	1.26	
	HS6	120	1500	150		70.0	20	14.9	22.1	489.0	3.53	1.66	
	HS8	120	1500	150		69.0	20	13.1	19.4	436.0	3.11	1.49	
	HS9	120	1500	150		74.0	20	10.8	16.0	543.0	2.56	1.79	
	HS10	120	1500	150		80.0	20	9.9	14.6	645.0	2.34	2.05	
	HS11	70	1500	150		70.0	20	27.0	40.0	196.0	3.73	1.36	
	HS12	70	1500	150		75.0	20	26.3	39.0	258.0	3.64	1.73	
	HS13	70	1500	150		68.0	20	16.2	23.9	267.0	2.23	1.88	
	HS14	95	1500	220		72.0	20	17.8	27.8	498.0	3.52	1.75	
	HS15	95	1500	300		71.0	20	20.8	34.7	560.0	4.39	1.56	
1993 Tomaszewicz													
	ND65-1-1	275	3000	200		64.3	16	8.6	6.1	2050	2.53	1.86	
	ND65-2-1	200	2600	150		70.2	16	9.6	7.8	1200	2.35	1.94	
	ND95-1-1	275	3000	200		83.7	16	10.9	7.8	2250	3.21	1.79	
	ND95-1-3	275	3000	200		89.9	16	7.9	5.6	2400	2.33	1.84	
	ND95-2-1	200	2600	150		88.2	16	9.2	7.5	1100	2.25	1.59	
	ND95-2-1D	200	2600	150		86.7	16	10.4	8.5	1300	2.55	1.89	
	ND95-2-3	200	2600	150		89.5	16	9.8	8.0	1450	2.40	2.08	
	ND95-2-3D	200	2600	150		80.3	16	6.9	5.6	1250	1.69	1.89	
	ND95-2-3D+	200	2600	150		98.0	16	9.8	8.0	1450	2.40	1.99	
	ND95-3-1	88	1500	100		85.1	16	7.8	11.1	330	1.47	2.00	
	ND115-1-1	275	3000	200		112.0	16	11.6	8.3	2450	3.42	1.69	
	ND115-2-1	200	2600	150		119.0	16	11.1	9.1	1400	2.72	1.74	
	ND115-2-3	200	2600	150		108.1	16	9.6	7.8	1550	2.35	2.02	
1996 Hallgren													
	HSC0	200			250	90.3	18		14.0	965.0	3.95	1.20	
	HSC1	200			250	91.3	18		13.0	1021.0	3.67	1.26	
	HSC2	194			250	85.7	18		11.0	889.0	3.01	1.18	
	HSC4	200			250	91.6	18		12.0	1041.0	3.39	1.28	
	HSC9	202			250	84.1	18		34.8	565.0	9.92	0.72	
1996 Ramdane													
	1	98			150	88.2	10		22.78	224	4.12	1.04	
	2	98			150	56.2	10		15.77	212	2.85	1.24	
	3	98			150	26.9	10		11.94	169	2.16	1.42	
	4	98			150	58.7	10		17.83	233	3.23	1.33	
	6	98			150	101.8	10		18.63	233	3.37	1.01	
	12	98			150	60.4	10		9.83	319	1.78	1.79	
	13	98			150	43.6	10		9.24	297	1.67	1.96	
	14	98			150	60.8	10		14.3	341	2.59	1.91	
	16	98			150	98.4	10		10.87	362	1.97	1.59	
	21	98			150	41.9	20		7.59	286	0.99	1.93	
	22	98			150	84.2	20		12.05	405	1.57	1.93	
	23	100			150	56.4	20		16.3	341	2.17	1.93	
	25	100			150	32.9	10			244			
	26	100			150	37.6	20			294			
	27	102			150	33.7	20			227			
1999 Krüger													
	POA	121	3000	300		34.6	16	25.0	18.5	423.0	3.36	1.25	
2000 Ozawa - Uchida - Koyanagi													
	SA1	31	500	60		48.6	5	14.0	63.6	20.0	4.51	0.91	
	SA2	31	500	60		46.7	5	12.0	54.5	40.0	3.86	1.87	
	SB1	38	500	60		51.3	5	9.0	40.9	45.0	3.53	1.55	
	SB2	38	500	60		41	5	5.5	25.0	54.0	2.15	2.08	
	SB3	38	500	60		51.3	5	6.0	27.3	65.0	2.35	2.24	
	SC1	58	500	60		46.7	5	4.5	20.5	85.0	2.70	1.71	
	SC2	58	500	60		48.6	5	3.0	13.6	112.0	1.80	2.20	
	LA1	60	1000	100		39	15	16.5	36.7	120.0	3.41	1.81	
	LA2-1	60	1000	100		39	15	7.5	16.7	170.0	1.55	2.57	
	LA2-2	60	1000	100		29.1	15	6.5	14.4	135.0	1.34	2.36	
	LB1	75	1000	100		29.1	15	8.0	17.8	180.0	2.06	2.33	
2000 Chen - Li													
	SR1-C1	70	840	150		16.9	20	13.0	37.7	103.9	3.52	1.47	
	SR1-C2	70	840	150		34.4	20	14.0	40.6	123.8	3.79	1.23	
	SR2-C1	70	840	150		16.9	20	8.0	23.2	146.1	2.16	2.06	
	SR2-C2	70	840	150		34.4	20	8.0	23.2	225.7	2.16	2.23	

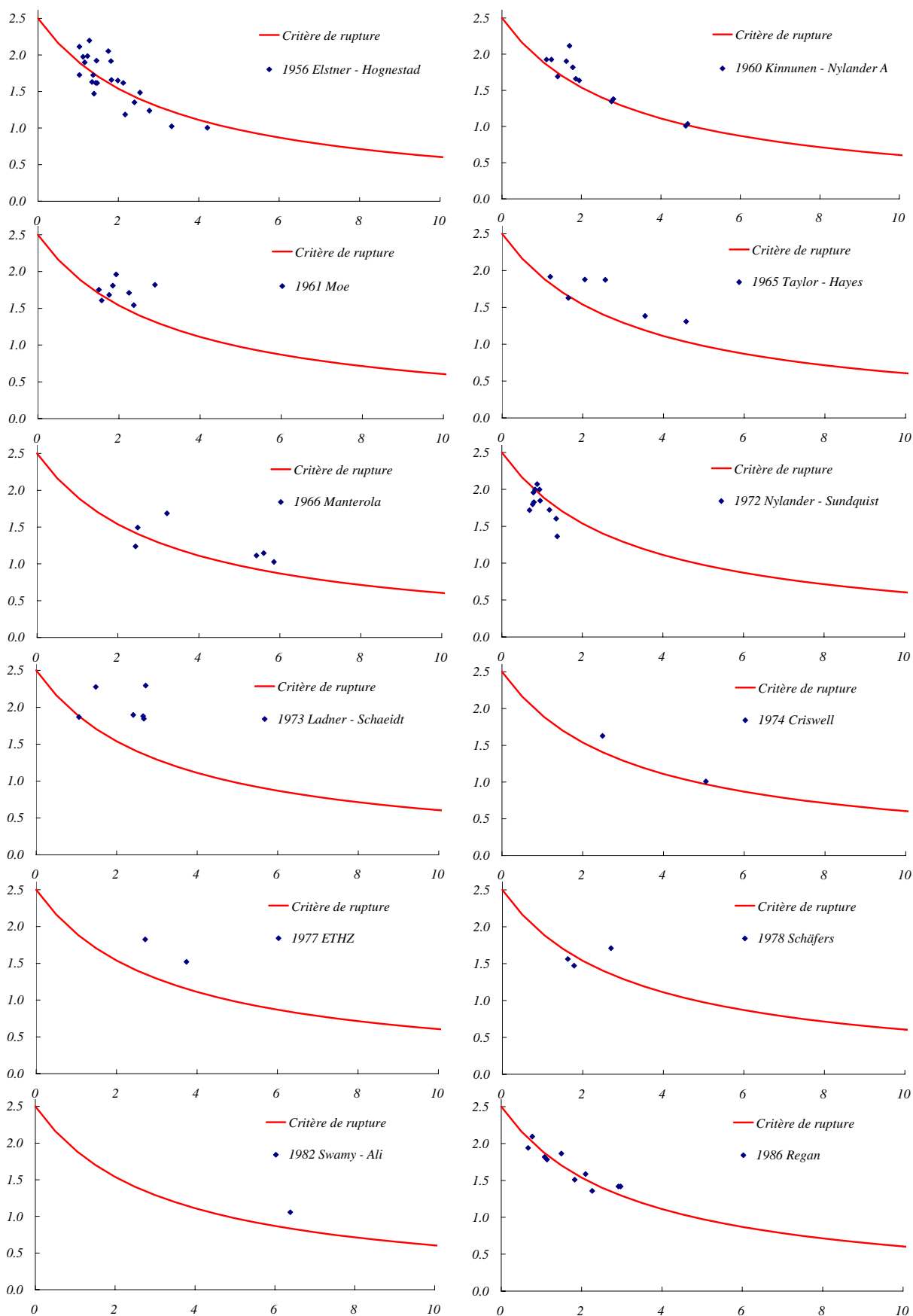
Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
2000 Matthys - Taerwe													
	R1	90	900		150	40.2	14	7.9	21.1	240.0	3.03	1.86	
	R1'	90	900		230	40.2	14	10.8	32.2	265.0	4.64	1.54	
	R2	88	900		150	42.1	14	6.2	16.5	294.0	2.33	2.29	
	R3	86	900		150	42.1	14	6.3	16.8	313.0	2.31	2.52	
2003 Harajli et al.													
	SA1	37	670	100		31.9	10	20.5	71.9	49.2	4.91	1.52	
	SA2	37	670	100		35.5	10	15.5	54.4	60.5	3.71	1.77	
	SB1	55	670	100		35.5	10	11.7	41.1	78.8	4.17	1.40	
	SB2	55	670	100		29.1	10	8.3	29.1	122.0	2.96	2.39	
2003 Binici - Bayrak													
	Control-1	114	1981	304		28.3	9.5	11.3	13.5	494	2.89	1.72	
	Control-2	114	1981	304		28.3	9.5	9.6	11.4	510	2.46	1.78	
2004 Guandalini - Muttoni													
	PG-1	210		260		27.6	16		8.0	1023.5	2.53	1.82	
	PG-2	210		260		28.5	16		34.3	445.4			armature effort tranchant
	PG-2b	210		260		40.5	16		31.6	438.7	9.95	0.64	
	PG-3	464		520		32.4	16		8.4	2153.4	5.86	0.77	
	PG-4	210		260		32.2	4		25.9	407.5	13.03	0.67	
	PG-5	210		260		29.3	16		26.8	550.0	8.44	0.95	
	PG-6	96		130		34.7	16		11.7	235.9	1.68	1.69	
	PG-7	100		130		34.7	16		22.3	242.5	3.35	1.65	
	PG-8	102		130		34.7	16		31.8	141.4	4.87	0.93	
	PG-9	102		130		34.7	16		42.1	118.0	6.44	0.78	
	PG-10	210		260		28.5	16		24.0	539.9	7.56	0.94	

Axes des diagrammes :

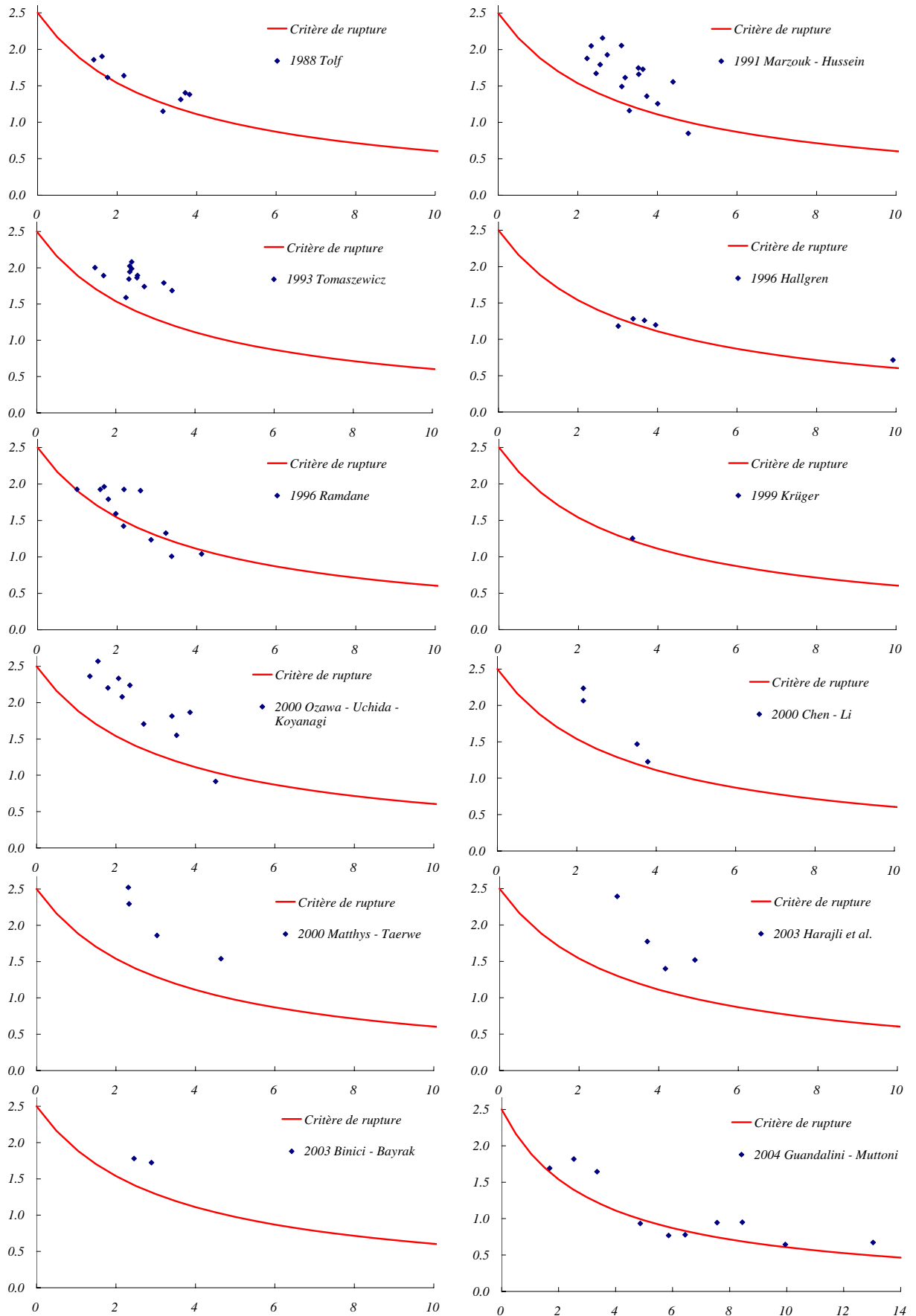
abscisses $\psi \cdot d \cdot k_{D_{max}}$ [mm]

ordonnées τ/τ_c

Critère de rupture



Annexe B



Critère de rupture

Essais particuliers

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1964 Elstner - Hognestad													
	H1-L3	114.3	1778.0	254		30.0	4	10.8	14.2	311.4	3.89	1.21	LWA
	H1-L4	114.3	1778.0	254		27.4	4	10.2	13.3	311.4	3.66	1.26	LWA
1960 Kinnunen - Nylander B													
	B5-1	132			50	28.7	32		4.3	204.0	0.57	1.68	anneau
	B5-2	127			50	28.6	32		3.9	189.3	0.50	1.67	anneau
	B15a-14	127			150	25.4	32		11.7	208.0	1.49	1.24	anneau
	B15a-15	130			150	25.9	32		10.1	188.4	1.31	1.08	anneau
	B15b-16	128			150	26.2	32		6.7	224.6	0.86	1.31	anneau
	B15b-17	127			150	26.2	32		7.2	227.6	0.91	1.34	anneau
	B30a-36	127			300	26.4	32		12.4	280.6	1.57	1.07	anneau
	B30a-37	128			300	26.3	32		11.1	276.6	1.42	1.04	anneau
	B30b-38	128			300	28.1	32		8.6	355.1	1.10	1.30	anneau
	B30b-39	128			300	26.2	32		9.6	355.1	1.23	1.34	anneau
1960 Kinnunen - Nylander C													
	C15a-18	125			150	26.6	32		9.8	203.1	1.23	1.22	anneau
	C15b-21	124			150	26.5	32		9.1	284.5	1.13	1.73	anneau
	C30a-41	125			300	25.9	32		12.6	300.2	1.58	1.18	anneau
	C30b-43	130			300	26.9	32		11.1	428.7	1.44	1.57	anneau
1961 Moe													
	S3-60	114.3	1778.0	254		22.6	38.1	9.1	12.0	363.6	1.22	1.62	armature concentrée
	S3-70	114.3	1778.0	254		25.4	38.1	10.4	13.7	392.3	1.39	1.65	armature concentrée
	S4-60	114.3	1778.0	254		23.8	38.1	8.6	11.3	333.6	1.15	1.45	arm. très concentrée
	S4-70	114.3	1778.0	254		35.2	38.1	7.9	10.3	373.7	1.05	1.34	arm. très concentrée
	S4-70A	114.3	1778.0	254		20.5	38.1	7.1	9.3	311.4	0.95	1.46	arm. très concentrée
1965 Taylor - Hayes													
	1R2a	76.2	863.6	50.8		36.7	9.5	4.1	10.0	83.4	1.43	1.36	sans armature, encastré
	1R2b	76.2	863.6	50.8		32.4	9.5	4.1	10.0	87.3	1.43	1.52	sans armature, encastré
	1R4	76.2	863.6	101.6		35.5	9.5	6.6	17.2	147.2	2.46	1.67	sans armature, encastré
	1R6	76.2	863.6	152.4		27.2	9.5	7.4	20.7	141.3	2.97	1.39	sans armature, encastré
	2R2	63.5	863.6	50.8		32.4	9.5	4.6	11.3	82.2	1.34	1.88	encastré
	2R4	63.5	863.6	101.6		29.0	9.5	6.8	17.7	136.8	2.12	2.20	encastré
	2R6	63.5	863.6	152.4		23.0	9.5	6.1	17.3	154.5	2.06	2.09	encastré
	3R2	63.5	863.6	50.8		28.5	9.5	3.2	7.9	78.5	0.94	1.92	encastré
	3R4	63.5	863.6	101.6		28.3	9.5	4.6	12.2	132.4	1.46	2.16	encastré
	3R6	63.5	863.6	152.4		27.0	9.5	5.7	16.0	169.2	1.91	2.11	encastré
1971 Aoki - Seki													
	XC-2	78	1400		190	35.7	10	5.43	9.0	212.9	1.29	1.81	encastré
	XC-3	71	1400		190	33.8	10	5.03	8.3	186.4	1.09	1.83	encastré
	XC-4	62	1400		190	24.5	10	4.19	6.9	155.0	0.79	2.13	encastré
	XC-5	73	1400		190	24.2	10	4.92	8.1	176.6	1.10	1.98	encastré
	XC-6	63	1400		190	23.8	10	4.06	6.7	138.3	0.78	1.89	encastré
	FC-1	75	1400		190	33.4	10	9.9	16.4	190.3	2.27	1.76	encastré
	FC-4	73	1600		190	23.0	10	15.4	21.8	121.6	2.94	1.40	encastré
	FC-5	70	1600		190	22.5	10	17.2	24.4	114.8	3.15	1.41	encastré
	FC-6	73	1600		190	22.5	10	12.2	17.3	154.0	2.33	1.80	encastré
	FC-7	70	1600		190	20.1	10	10.1	14.3	105.9	1.85	1.38	encastré
	FC-8	74	1600		190	29.4	10	7.9	11.2	132.4	1.53	1.33	encastré
1973 Ladner - Schaeidt (plancher-dalle)													
	D6	80	1056		100	35.0	16	4.0	8.4	212.47	1.00	2.64	plancher-dalle
	D7	80	1056		240	35.0	16	7.0	17.2	342.27	2.06	2.40	plancher-dalle
	D10	80	1056		200	35.0	16	6.8	15.9	327.93	1.91	2.62	plancher-dalle
	D11	80	1056		320	35.0	16	7.0	19.0	453.57	2.28	2.54	plancher-dalle
1977 ETHZ													
	P4	162	2600		300	30.8	16	8.3	7.2	366	1.75	0.93	anneau
1982 Swamy - Ali													
	S7	110	1690	150		36	10	27.6	35.9	221.7	7.28	1.18	armature concentrée

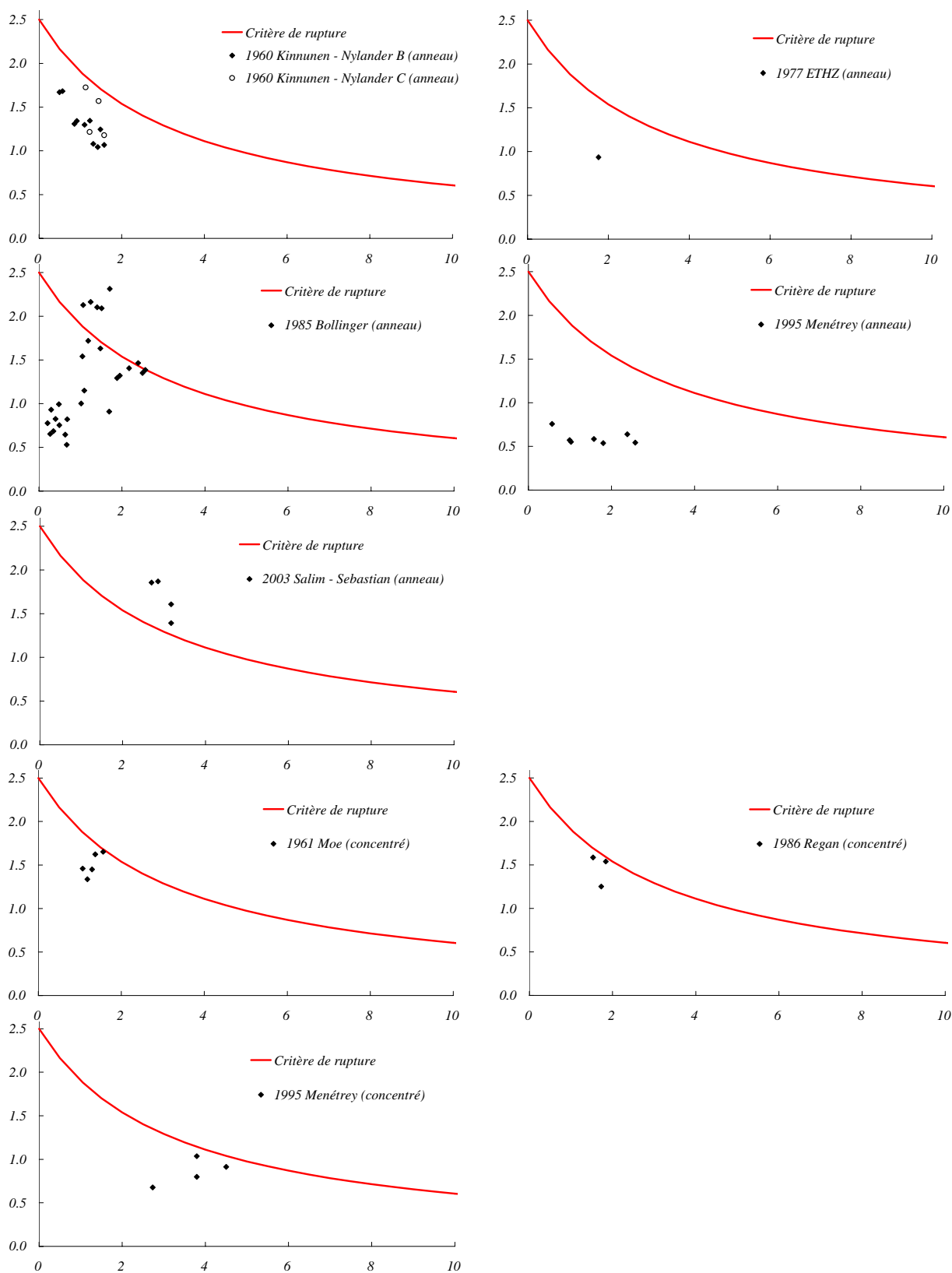
Annexe B

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ-d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1985 Bollinger													
	I	52			60	29.4	16		14.0	34.2	1.09	1.15	anneaux unif repartis
	II	52			60	29.4	16		18.0	62.5	1.40	2.10	anneaux no internes
	1	77			60	19.8	16		22.2	61.2	2.56	1.38	anneaux externes
	2	77			60	19.8	16		20.7	64.7	2.39	1.46	anneaux int+ext
	3	77			60	19.8	16		18.8	62.1	2.17	1.41	anneaux int+ext
	4	77			60	19.8	16		8.8	44.3	1.02	1.00	anneaux int+ext
	5	77			60	19.8	16		16.3	57.1	1.88	1.29	anneaux externes
	6	77			60	19.8	16		21.6	59.7	2.49	1.35	anneaux externes
	7	56			120	37.2	16		23.2	74.8	1.95	1.32	anneaux externes
	8	56			120	37.2	16		17.6	92.4	1.48	1.63	anneaux int+ext
	9a	56			120	29.5	16		14.9	56.7	1.25	1.12	anneaux externes
	10a	56			120	29.5	16		8.1	41.5	0.68	0.82	anneaux int+ext
	11	55			90	34.7	16		14.4	76.1	1.19	1.72	anneaux externes
	12	55			90	34.7	16		5.8	44	0.48	0.99	anneaux int+ext
	13	55			90	31.6	16		12.7	65.1			anneau, ouvertures
	14	55			90	31.6	16		13.0	73.9			anneau, ouvertures
	15	55			90	31.6	16		9.1	59.9			anneau, ouvertures
	16	55			90	31.6	16		12.9	89.9	1.06	2.13	anneaux externes
	17	55			90	31.6	16		20.7	97.7	1.71	2.31	anneaux externes
	18	55			90	31.6	16		20.5	38.4	1.69	0.91	1 anneau interne
	19	55			90	28.5	16		18.3	83.9	1.51	2.09	anneaux externes
	20	55			90	28.5	16		15.1	86.8	1.25	2.16	anneaux externes
	U1	86			90	34.2	16		5.2	44.2	0.67	0.53	1 anneau interne
	U2	86			60	34.2	16		2.7	47.4	0.35	0.69	1 anneau interne
	U3	86			60	34.2	16		2.1	45.2	0.27	0.65	1 anneau interne
	U4	86			60	34.2	16		1.6	53.8	0.21	0.78	1 anneau interne
	U5	86			60	28.5	16		4.9	40.8	0.63	0.65	1 anneau interne
	U6	86			60	28.5	16		3.8	47.6	0.49	0.75	1 anneau interne
	U7	86			60	28.5	16		3.1	52.1	0.40	0.82	1 anneau interne
	U8	86			60	28.5	16		2.3	58.8	0.30	0.93	1 anneau interne
	D1	86			150	29.5	16		31.1	233			anneau, armature tranch.
	D2	86		150		29.5	16		26.7	232			anneau, armature tranch.
1986 Regan													
	SS1	77		200		25.8	20		14.9	194	1.53	1.59	armature concentrée
	SS3	77		200		27.4	20		17.9	194	1.84	1.54	armature concentrée
	SS5	79		200		28.2	20		16.4	165	1.73	1.25	armature concentrée
1992 Kuang - Morley													
	S1-C03	49	1200	120		39.0	10	16	29.6	101	2.68	1.74	encastré
	S1-C10	49	1200	120		27.0	10	8	14.8	118	1.34	2.44	encastré
	S1-C16	49	1200	120		33.0	10	9	16.7	149	1.51	2.79	encastré
	S2-C03	31	1200	120		38.5	10	22.5	41.7	49	2.38	1.47	encastré
	S2-C10	31	1200	120		36.6	10	14.5	26.9	70	1.54	2.15	encastré
	S2-C16	31	1200	120		34.1	10	8.5	15.7	68	0.90	2.17	encastré
	S1-B10	49	1200	120		36.7	10	13	24.1	116	2.18	2.05	encastré
	S2-B03	31	1200	120		40.6	10	25	46.3	42	2.65	1.23	encastré
	S2-B10	31	1200	120		47.6	10	20.5	38.0	69	2.17	1.86	encastré
	S1-A10	49	1200	120		37.2	10	16.5	30.6	99	2.76	1.74	encastré
	S2-A03	31	1200	120		38.2	10	27	50.0	43	2.86	1.29	encastré
	S2-A10	31	1200	120		48.2	10	22.5	41.7	63	2.38	1.69	encastré
1993 Tomaszewicz													
	LWA75-1-1	275	3000	200		69.2	8	6.0	4.3	1600	2.36	1.40	LWA
	LWA75-2-1	200	2600	150		70.3	8	7.4	6.0	950	2.42	1.54	LWA
	LWA75-2-1D	200	2600	150		74.0	8	7.9	6.4	1100	2.58	1.74	LWA
	LWA75-2-3	200	2600	150		74.1	8	6.9	5.6	1150	2.25	1.81	LWA
	LWA75-2-3D	200	2600	150		74.4	8	5.4	4.4	1020	1.76	1.60	LWA
	LWA75-3-1	88	1500	100		68.5	8	8.2	11.7	320	2.06	2.17	LWA
1995 Banthia et al.													
	I	55	500		100	41.0	16	8.77	43.9	64.84	3.62	1.26	
	II	55	500		100	52.9	16	6.95	34.8	61.29	2.87	1.05	FRP bars
	IV	55	500		100	41.0	16	10.62	53.1	59.67	4.38	1.16	FRP bars
1995 Menétrey													
	1	105	1100		120	40.3	16	7.4	15.1	90.2	2.38	0.64	anneau
	2	105	1100		120	40.3	16	4.9	10.0	82.7	1.58	0.59	anneau
	3	105	1100		120	40.3	16	5.6	11.4	76.0	1.80	0.54	anneau
	4	105	1100		120	40.3	16	6.3	6.3	80.8	0.99	0.57	anneau
	5	105	1100		120	40.3	16	6.5	6.5	77.9	1.02	0.55	anneau
	6	105	1100		120	40.3	16	3.5	3.6	107.0	0.57	0.76	anneau
	8	105	1100		120	39.1	16	8.0	16.3	75.6	2.57	0.54	anneau
	9	105	1100		120	39.1	16	8.5	17.3	94.2	2.73	0.68	concentré
	10	105	1100		120	39.1	16	11.8	24.1	111.1	3.79	0.80	concentré
	11	105	1100		120	39.1	16	14.0	28.6	127.1	4.50	0.91	concentré
	12	105	1100		120	39.1	16	11.8	24.1	144.3	3.79	1.04	concentré

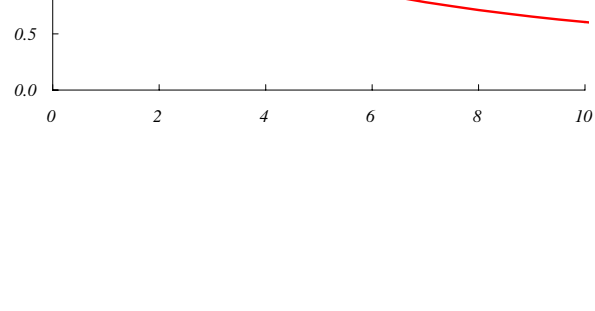
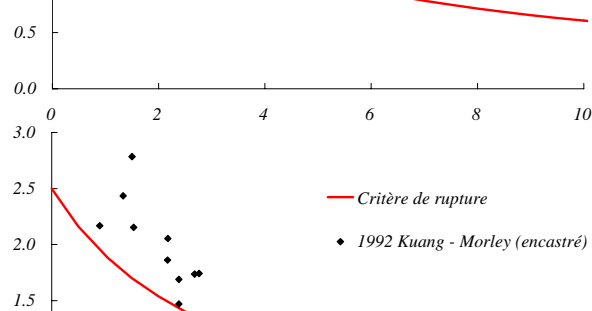
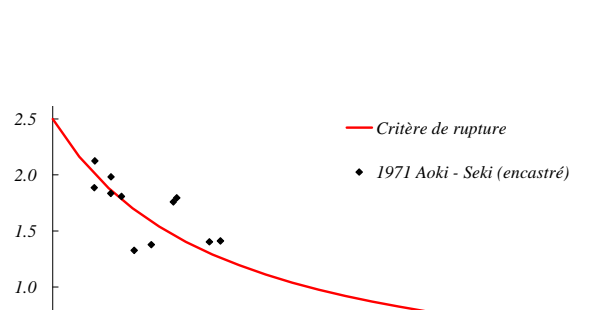
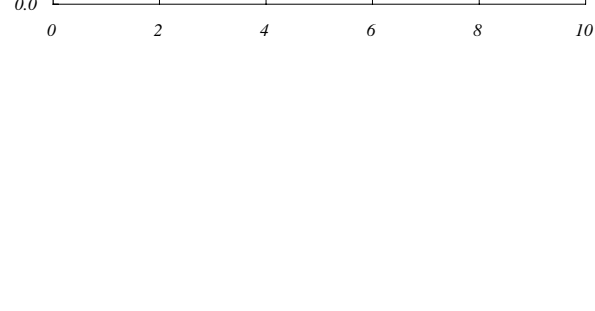
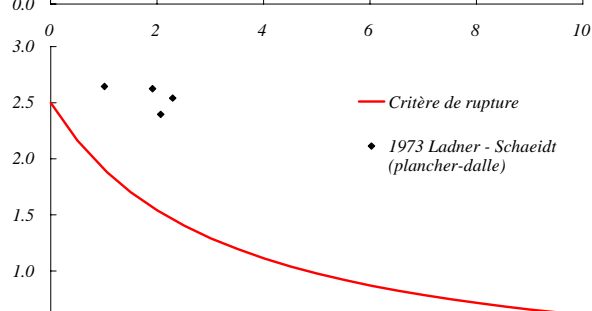
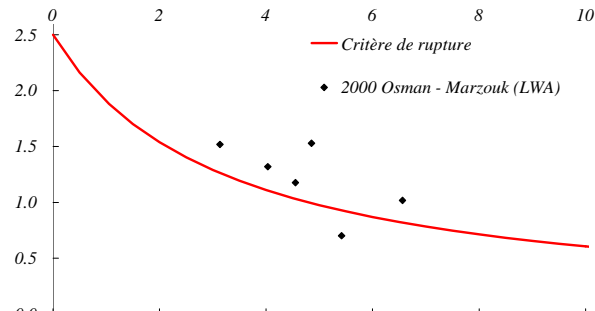
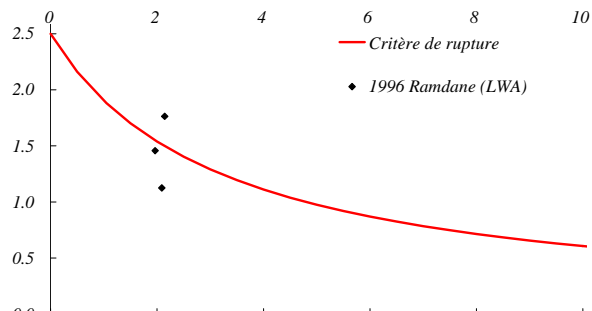
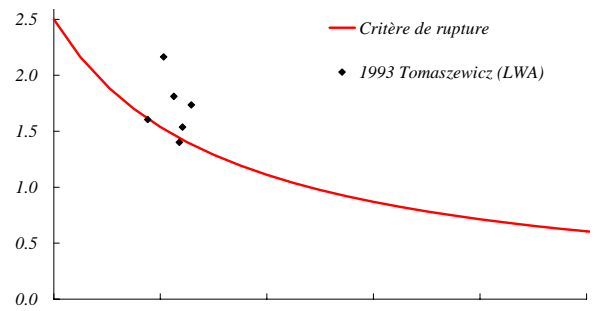
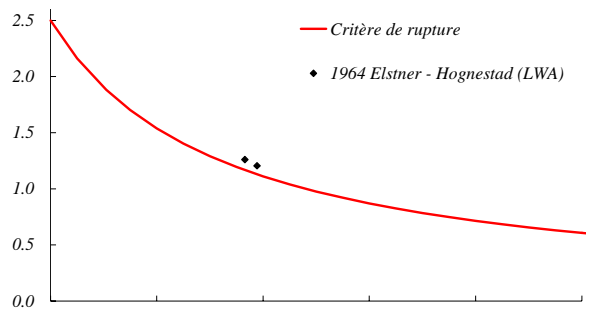
Critère de rupture

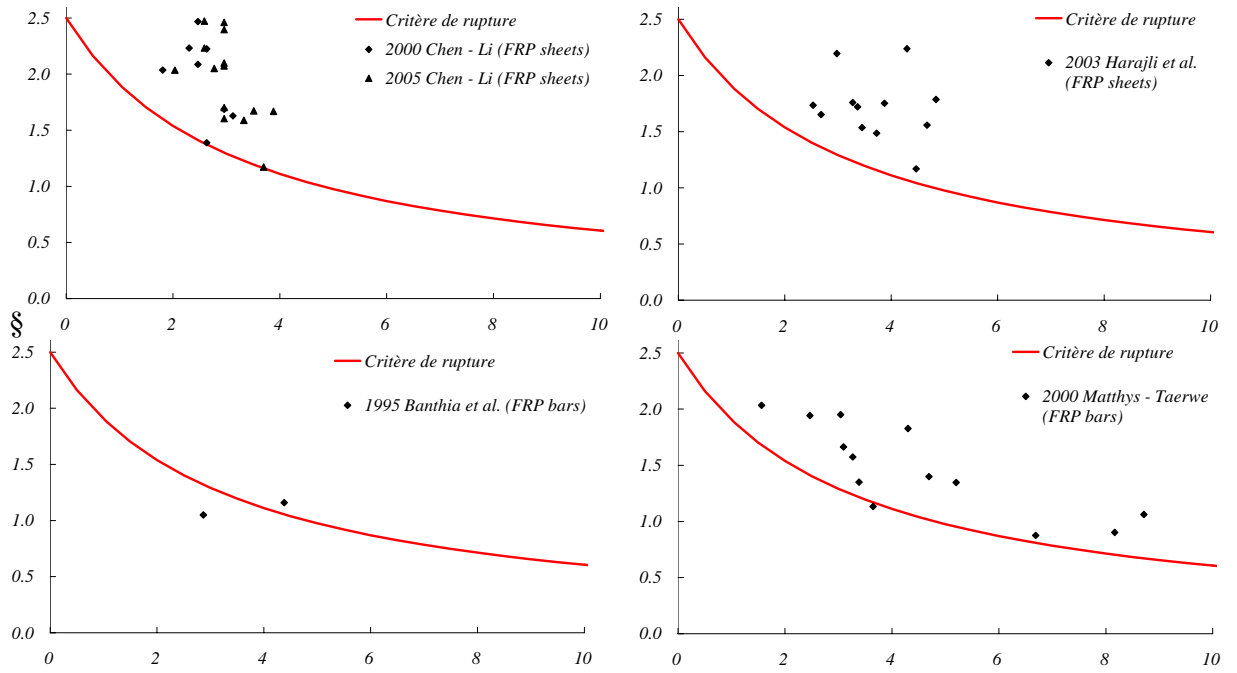
Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	observations
1996 Ramdane													
	5	98			150	54.4	4		8.89	190	2.09	1.12	LWA
	15	98			150	68.4	4		8.35	276	1.96	1.46	LWA
	24	98			150	44.6	4		9.12	270	2.15	1.76	LWA
2000 Osman - Marzouk													
	HSLW0.5	120	1830	250		76.1	19	26.0	32.9	303.7	5.42	0.70	LWA
	HSLW1.0	115	1830	250		73.4	19	22.8	28.9	473.5	4.55	1.18	LWA
	HSLW1.5	115	1830	250		75.5	19	20.2	25.6	538.5	4.03	1.32	LWA
	HSLW2.0	115	1830	250		74.0	19	15.7	19.9	613.4	3.13	1.52	LWA
	NSLW1.0	115	1830	250		36.2	19	24.3	30.8	432.1	4.85	1.53	LWA
	NSNW0.5	120	1830	250		37.8	19	31.5	39.9	310.2	6.56	1.02	LWA
2000 Chen - Li													
	SR1-C1-F1LT	85	840	150		16.9	20	9.5	27.5	148.0	3.12	1.63	FRP sheets
	SR1-C1-F2LT	85	840	150		16.9	20	8.0	23.2	202.1	2.63	2.22	FRP sheets
	SR1-C2-F1LT	85	840	150		34.4	20	8.0	23.2	180.0	2.63	1.39	FRP sheets
	SR1-C2-F2LT	85	840	150		34.4	20	9.0	26.1	218.8	2.96	1.69	FRP sheets
	SR2-C1-F1LT	85	840	150		16.9	20	7.5	21.7	189.6	2.46	2.09	FRP sheets
	SR2-C1-F2LT	85	840	150		16.9	20	7.5	21.7	224.2	2.46	2.47	FRP sheets
	SR2-C2-F1LT	85	840	150		34.4	20	5.5	15.9	263.9	1.81	2.04	FRP sheets
	SR2-C2-F2LT	85	840	150		34.4	20	7.0	20.3	289.4	2.30	2.23	FRP sheets
2000 Mathys - Taerwe													
	C1	96	900		150	36.5	14	12.7	33.9	181.0	5.20	1.35	FRP bars
	C1'	96	900		230	36.5	14	19.0	56.7	189.0	8.71	1.06	FRP bars
	C2	95	900		150	35.5	14	7.5	20.0	255.0	3.04	1.95	FRP bars
	C2'	95	900		230	35.5	14	7.2	21.5	273.0	3.27	1.57	FRP bars
	C3	126	900		150	33.6	14	8.0	21.3	347.0	4.30	1.83	FRP bars
	C3'	126	900		230	33.6	14	7.8	23.3	343.0	4.69	1.40	FRP bars
	CS	95	900		150	32.6	14	9.0	24.0	142.0	3.65	1.13	FRP bars
	CS'	95	900		230	32.6	14	18.0	53.7	150.0	8.17	0.90	FRP bars
	H1	95	900		150	116.0	14	16.5	44.0	207.0	6.69	0.88	FRP bars
	H2	89	900		150	35.2	14	6.5	17.3	231.0	2.47	1.94	FRP bars
	H2'	89	900		80	35.2	14	4.5	11.0	171.0	1.56	2.03	FRP bars
	H3	122	900		150	31.6	14	6.5	17.3	237.0	3.38	1.35	FRP bars
	H3'	122	900		80	31.6	14	6.5	15.9	217.0	3.09	1.66	FRP bars
2003 Salim - Sebastian													
	S1	113	1100	150		50.4	20	10.0	21.1	369.4	3.17	1.61	
	S2	113	1100	150		41.6	20	10.0	21.1	290.6	3.17	1.39	hoop reinforcement
	S3	113	1100	150		44.8	20	8.5	17.9	402.2	2.70	1.86	hoop reinforcement
	S4	113	1100	150		42.4	20	9.0	18.9	394.1	2.85	1.87	hoop reinforcement
2003 Harajli et al.													
	SA1F5	46	670	100		29.1	10	15.0	52.6	47.4	4.47	1.17	FRP sheets
	SA1F10	46	670	100		34.3	10	12.5	43.9	65.4	3.72	1.49	FRP sheets
	SA1F15	46	670	100		23.5	10	11.0	38.6	64.1	3.28	1.76	FRP sheets
	SA2F10	46	670	100		31.9	10	9.0	31.6	70.1	2.68	1.65	FRP sheets
	SA2F15	46	670	100		35.5	10	8.5	29.8	77.7	2.53	1.74	FRP sheets
	SA2F20	46	670	100		23.5	10	10.0	35.1	80.0	2.98	2.20	FRP sheets
	SB1F10	65	670	100		31.9	10	8.0	28.1	114.5	3.37	1.72	FRP sheets
	SB1F15	65	670	100		33.0	10	8.2	28.8	104.0	3.45	1.54	FRP sheets
	SBF10(2L)	65	670	100		34.3	10	11.1	38.9	107.5	4.67	1.56	FRP sheets
	SB2F15	65	670	100		29.1	10	10.2	35.8	142.3	4.29	2.24	FRP sheets
	SB2F20	65	670	100		33.0	10	9.2	32.3	118.6	3.87	1.75	FRP sheets
	SB2F15(2L)	65	670	100		34.3	10	11.5	40.4	123.3	4.84	1.79	FRP sheets
2005 Chen - Li (FRP sheets)													
	SR1-C1-F1a	85	840	150		16.9	16	10.5	30.4	151.6	3.88	1.67	FRP sheets
	SR1-C1-F1b	85	840	150		16.9	16	9.0	26.1	144.4	3.33	1.59	FRP sheets
	SR1-C1-F2a	85	840	150		16.9	16	8.0	23.2	217.8	2.96	2.40	FRP sheets
	SR1-C1-F2b	85	840	150		16.9	16	7.5	21.7	186.4	2.77	2.05	FRP sheets
	SR1-C2-F1a	85	840	150		34.4	16	10.0	29.0	151.9	3.70	1.17	FRP sheets
	SR1-C2-F1b	85	840	150		34.4	16	8.0	23.2	208.0	2.96	1.60	FRP sheets
	SR1-C2-F2a	85	840	150		34.4	16	9.5	27.5	216.8	3.51	1.67	FRP sheets
	SR1-C2-F2b	85	840	150		34.4	16	8.0	23.2	220.7	2.96	1.70	FRP sheets
	SR2-C1-F1a	85	840	150		16.9	16	8.0	23.2	188.4	2.96	2.07	FRP sheets
	SR2-C1-F1b	85	840	150		16.9	16	8.0	23.2	190.8	2.96	2.10	FRP sheets
	SR2-C1-F2a	85	840	150		16.9	16	8.0	23.2	223.7	2.96	2.46	FRP sheets
	SR2-C1-F2b	85	840	150		16.9	16	7.0	20.3	224.7	2.59	2.47	FRP sheets
	SR2-C2-F1	85	840	150		34.4	16	5.5	15.9	263.9	2.03	2.04	FRP sheets
	SR2-C2-F2	85	840	150		34.4	16	7.0	20.3	289.4	2.59	2.23	FRP sheets

Axes des diagrammes : abscisses $\psi \cdot d \cdot k_{Dmax}$ [mm], ordonnées τ/τ_c



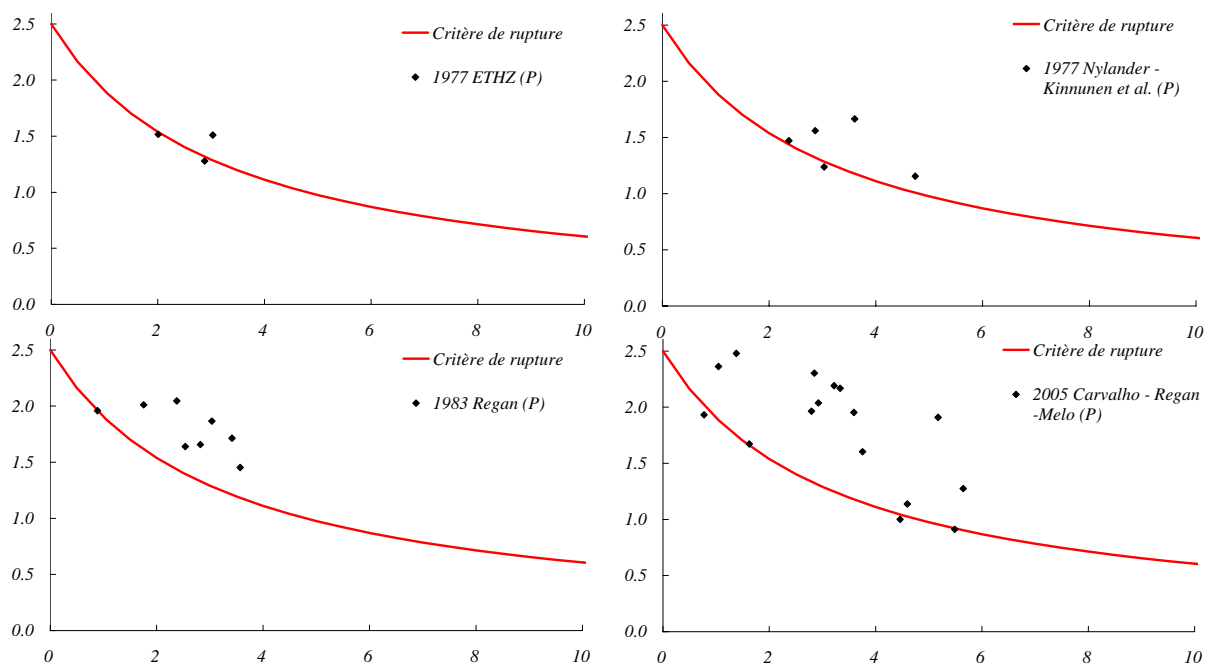
Critère de rupture





Essais avec précontrainte

Auteurs Année	Essai	d [mm]	B [mm]	b [mm]	Ø [mm]	f _c [MPa]	D _{max} [mm]	w _R [mm]	ψ _R [mrad]	V _R [kN]	n _p	A _p [mm ²]	f _{pR} [MPa]	α [°]	V _p [kN]	ψ·d·k _{Dmax} [mm]	τ _R /τ _c	
1977 ETHZ																		
	P7	162	2600		300	31.2	16	9.5	8.3	767.0	12	143.2	1229	2.3	170	2.01	1.52	P
	P8	166	2600		300	29.6	16	13.3	11.6	687.0	12	143.2	1306	2.3	180	2.88	1.28	P
	P9	166	2600		300	35.0	16	14.0	12.2	813.0	12	143.2	1173	2.3	162	3.03	1.51	P
1977 Nylander - Kinnunen et al.																		
	P 1	200	2350		240	35.1	32	25	23.7	709.3	2	454	1114	4.0	141	4.74	1.16	P
	P 2	200	2350		240	28.9	32	12.5	11.8	796.6	2	454	1114	4.0	141	2.37	1.47	P
	P 3	200	2350		240	31.9	32	19	18.0	921.2	2	454	1114	4.0	141	3.60	1.66	P
	P 4	200	1566		240	18.7	32	9.5	14.3	701.4	2	454	1114	4.0	141	2.87	1.56	P
	P 6	200	2350		240	25.5	32	16	15.2	659.2	2	454	1114	4.0	141	3.03	1.24	P
1983 Regan																		
	DT1	197		150		43.6	20		9.66	780	0				0	2.54	1.64	
	DT2	172		150		40.1	20		10.37	832	4	223	1121	2	70	2.38	2.05	P
	DT3	172		300		43.2	20		15.56	962	6	223	1121	2	105	3.57	1.45	P
	DT4	172		150		47.2	20		14.90	715	4	223	355	2	22	3.42	1.71	P
	DT5	172		150		46.6	20			910	4	223	1121	2	70			P
	DT6	170		150		43.0	20		7.76	832	4	223	1121	2	70	1.76	2.01	P
	DT8	172		150		45.6	20		12.31	676	4	112	551	2	17	2.82	1.66	P
	DT9	172		150		45.0	20		13.25	806	4	223	1121	2	70	3.04	1.87	P
	DT10	172		150		43.8	20		3.88	832	4	223	1121	2	70	0.89	1.96	P
	EL1	158		150		39.9	20			475	4	165	1090	2	50			P
	EL2	157		150		38.6	20			608	4	165	1090	2	50			P
	EL3	156		150		38.3	20			645	4	165	1090	2	50			P
	EL4	157		250		43.8	20			715	4	165	1090	2	50			P
	EL5	157		150		31.0	20			510	4	165	1090	2	50			P
2005 Carvalho - Regan - Melo																		
	A1	109	1200	100		37.8	9.5	3.7	6.7	380.0					10	1.38	2.48	P
	A2	113	1200	100		37.8	9.5	2.0	3.6	315.0					11	0.77	1.93	P
	A3	109	1200	100		37.8	9.5	2.8	5.1	352.7					0	1.04	2.36	P
	A4	104	1200	100		37.8	9.5	8.0	14.5	321.0					0	2.85	2.30	P
	B1	114	1200	200		40.1	9.5	7.5	15.0	582.5					33	3.22	2.19	P
	B2	110	1200	200		40.1	9.5	12.5	25.0	488.0					31	5.18	1.91	P
	B3	108	1200	200		40.1	9.5	8.2	16.4	519.8					13	3.33	2.17	P
	B4	106	1200	200		40.1	9.5	9.0	18.0	458.8					13	3.59	1.95	P
	C1	111	1200	300		41.6	9.5	6.3	14.0	720.0					42	2.93	2.04	P
	C2	105	1200	300		41.6	9.5	3.7	8.2	556.7					37	1.63	1.67	P
	C3	106	1200	300		41.6	9.5	6.3	14.0	636.6					19	2.79	1.96	P
	C4	102	1200	300		41.6	9.5	8.8	19.6	497.1					16	3.75	1.60	P
	D1	100	1200	400		44.1	9.5	12.0	30.0	497.1					11	5.65	1.27	P
	D2	106	1200	400		44.1	9.5	11.0	27.5	385.2					13	5.49	0.91	P
	D3	103	1200	400		44.1	9.5	9.2	23.0	395.2					0	4.46	1.00	P
	D4	111	1200	400		44.1	9.5	8.8	22.0	531.5					41	4.60	1.14	P



Axes des diagrammes :

abscisses $\psi \cdot d \cdot k_{D_{\max}}$ [mm]

ordonnées τ/τ_c

Annexe C. Données principales des essais considérés

Auteurs	Essai	r_a [mm]	r_b [mm]	h [mm]	r_Q [mm]	f_c [MPa]	ρ [%]	d [mm]	observations
Guandalini-Muttoni									
	PG-1	166	1611	250	1505	27.6	1.50%	210	
	PG-2b	166	1611	250	1505	40.5	0.25%	210	
	PG-3	331	3221	500	2846	32.4	0.33%	456	
	PG-4	166	1611	250	1505	32.2	0.25%	210	
	PG-5	166	1611	250	1505	29.3	0.33%	210	
	PG-6	83	750	125	752	34.7	1.46%	96	
	PG-7	83	750	125	752	34.7	0.75%	100	
	PG-8	83	750	125	752	34.7	0.28%	117	
	PG-9	83	750	125	752	34.7	0.22%	117	
	PG-10	166	1611	250	1505	28.5	0.33%	210	
Elstner-Hognestad									
	A1a	162	992	152	878	14.1	1.16%	118	
	A1b	162	992	152	878	25.2	1.16%	118	
	A1c	162	992	152	878	29.0	1.16%	118	
	A1d	162	992	152	878	36.8	1.16%	118	
	A1e	162	992	152	878	20.3	1.16%	118	
	A2a	162	992	152	878	13.7	2.47%	114	
	A2b	162	992	152	878	19.5	2.47%	114	
	A2c	162	992	152	878	37.4	2.47%	114	
	A7b	162	992	152	878	27.9	2.47%	114	
	A3a	162	992	152	878	12.8	3.70%	114	
	A3b	162	992	152	878	22.6	3.70%	114	
	A3c	162	992	152	878	26.5	3.70%	114	
	A3d	162	992	152	878	34.5	3.70%	114	
	A4	227	992	152	878	26.1	1.16%	118	
	A5	227	992	152	878	27.8	2.47%	114	
	A6	227	992	152	878	25.0	3.70%	114	
	A9	162	992	152	878	29.9	2.47%	114	armature peu concentrée
	A10	227	992	152	878	29.7	2.70%	114	armature peu concentrée
	A13	227	992	152	878	26.2	0.55%	121	
	B1	162	992	152	878	14.2	0.49%	114	
	B2	162	992	152	878	47.6	0.49%	114	
	B4	162	992	152	878	47.7	0.99%	114	
	B9	162	992	152	878	43.9	2.00%	114	
	B11	162	992	152	878	13.5	3.00%	114	
	B14	162	992	152	878	50.5	3.00%	114	
	H1 L3	162	992	152	878	30.0	1.15%	114	LWA
	H1 L4	162	992	152	878	27.4	1.15%	114	LWA
Kinnunen-Nylander									
	A15a-5	75	920	149	855	26.3	0.80%	117	
	A15a-6	75	920	151	855	25.7	0.79%	118	
	A15c-11	75	920	153	855	31.4	1.53%	121	
	A15c-12	75	920	154	855	30.3	1.54%	122	
	A30a-24	150	920	158	855	25.9	1.01%	128	
	A30a-25	150	920	154	856	24.6	1.04%	124	
	A30c-30	150	920	151	856	29.5	2.16%	120	
	A30c-31	150	920	151	855	29.5	2.18%	119	
	A30d-32	150	920	155	855	25.8	0.49%	123	
	A30d-33	150	920	156	855	26.1	0.48%	125	
Moe									
	S1-60	162	992	152	878	23.3	1.06%	114	
	S2-60	162	992	152	878	22.1	1.06%	114	arm. peu concentrée
	S1-70	162	992	152	878	24.5	1.06%	114	
	S5-60	129	992	152	878	22.2	1.06%	114	
	S5-70	129	992	152	878	23.0	1.06%	114	
	R2	97	992	152	878	26.5	1.39%	114	
	H1	162	992	152	878	26.1	1.15%	114	
	M1A	194	992	152	878	20.8	1.52%	114	
	S3-60	162	992	152	878	22.6	2.30%	114	armature concentrée
	S3-70	162	992	152	878	25.4	2.30%	114	armature concentrée

Auteurs	Essai	r_a [mm]	r_b [mm]	h [mm]	r_Q [mm]	f_c [MPa]	ρ [%]	d [mm]	observations
Hallgren									
	HSC0	125	1270	240	1200	90.3	0.80%	200	
	HSC1	125	1270	245	1200	91.3	0.80%	200	
	HSC2	125	1270	240	1200	85.7	0.82%	194	
	HSC4	125	1270	240	1200	91.6	1.19%	200	
	HSC9	125	1270	239	1200	84.1	0.33%	202	
ETHZ									
	P2	150	1375	180	1300	35.4	1.48%	143	
	P5	150	1375	180	1300	27.1	1.31%	154	
EMPA									
	FD6	50	1450	110	-	54.8	1.68%	80	plancher-dalle, colonne interne
	FD7	120	1450	110	-	54.8	1.68%	80	plancher-dalle, colonne interne
	FD10	100	1450	110	-	54.8	1.68%	80	plancher-dalle, colonne interne
	FD11	160	1450	110	-	54.8	1.68%	80	plancher-dalle, colonne interne

Essais avec précontrainte

Auteurs	Essai	r_a [mm]	r_b [mm]	h [mm]	r_Q [mm]	f_c [MPa]	ρ [%]	d [mm]	ρ_P [%]	observations
ETHZ										
	P7	150	1375	175	1300	31.2	1.35%	149	0.27%	précontrainte sans adhérence
	P8	150	1375	176	1300	29.6	0.32%	158	0.25%	précontrainte sans adhérence
	P9	150	1375	182	1300	35.0	0.31%	164	0.24%	précontrainte avec adhérence
Silva-Regan-Melo										
	A1	64	1066	125	848	37.8	0.62%	109	0.32%	précontrainte sans adhérence
	A2	64	1066	127	848	37.8	0.47%	113	0.21%	précontrainte sans adhérence
	A3	64	1066	128	848	37.8	0.62%	109	0.32%	précontrainte sans adhérence
	A4	64	1066	129	848	37.8	0.51%	104	0.23%	précontrainte sans adhérence
	B1	127	1077	124	848	40.1	0.60%	114	0.31%	précontrainte sans adhérence
	B2	127	1077	124	848	40.1	0.48%	110	0.21%	précontrainte sans adhérence
	B3	127	1077	124	848	40.1	0.62%	108	0.32%	précontrainte sans adhérence
	B4	127	1077	124	848	40.1	0.50%	106	0.22%	précontrainte sans adhérence
	C1	191	1088	126	848	41.6	0.61%	111	0.31%	précontrainte sans adhérence
	C2	191	1088	122	848	41.6	0.50%	105	0.22%	précontrainte sans adhérence
	C3	191	1088	124	848	41.6	0.64%	106	0.33%	précontrainte sans adhérence
	C4	191	1088	123	848	41.6	0.52%	102	0.23%	précontrainte sans adhérence
	D1	127	1077	124	848	44.1	0.68%	100	0.35%	précontrainte sans adhérence
	D2	127	1077	123	848	44.1	0.50%	106	0.22%	précontrainte sans adhérence
	D3	127	1077	125	848	44.1	0.51%	103	0.23%	précontrainte sans adhérence
	D4	191	1088	125	848	44.1	0.48%	111	0.21%	précontrainte sans adhérence
Nylander-Kinnunen-Ingvarsson-Birke-Tolf										
	P 1	120	1375	240	1175	35.1	0.00%	200	0.19%	P dans une seule direction
	P 2	120	1375	240	1175	28.9	0.00%	200	0.26%	P dans une seule direction
	P 3	120	1375	240	1175	31.9	0.00%	200	0.26%	P dans une seule direction
	P 6	120	1375	240	1175	25.5	0.00%	200	0.19%	P dans une seule direction

Guandalini Stefano
via Bosniga 7
6533 Lumino (TI)
+41 76 3858948

1^{er} août 1971
célibataire
nationalité suisse et italienne
StefanoGuandalini@yahoo.it



Expériences professionnelles

Assistant - Doctorant Laboratoire de construction en béton (IS-BETON) École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL)	6/01 – actuel
Sujet de thèse : Un modèle physique pour le poinçonnement symétrique des dalles en béton armé	
Directeur de thèse : Prof. Dr Aurelio Muttoni	
Assistant de structures, Prof. Dr Aurelio Muttoni Accademia di Architettura, Mendrisio, Tessin	10/97 – 5/01
Bureau d'Ingénieurs Lombardi SA, Minusio, Tessin (50%) Accademia di Architettura, Mendrisio, Tessin (50%)	8/96 – 9/97 8/96 – 9/97

Formation

Ingénieur en Génie Civil à l'École Polytechnique Fédérale de Zürich (ETHZ) • spécialisations: construction, géotechnique	10/90 – 1/96
Travail de diplôme à l'Institut de statique et construction (IBK), ETHZ Sujet de diplôme : projet d'un pont en béton armé (Sunnibergbrücke) Professeur du diplôme : Prof. Dr Peter Marti	9/95 - 1/96
Ecole de recrue et de sous-officier à Payerne (VD)	8/93 – 5/94
Maturité scientifique au Lycée de Bellinzona (Tessin)	9/86 – 6/90