

# Poinçonnement des planchers-dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées

THÈSE N° 4812 (2010)

PRÉSENTÉE LE 24 SEPTEMBRE 2010

À LA FACULTÉ ENVIRONNEMENT NATUREL, ARCHITECTURAL ET CONSTRUIT  
LABORATOIRE DE CONSTRUCTION EN BÉTON  
PROGRAMME DOCTORAL EN STRUCTURES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES

PAR

Roberto GUIDOTTI

acceptée sur proposition du jury:

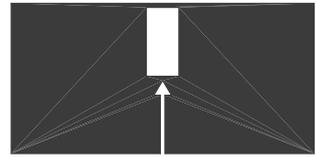
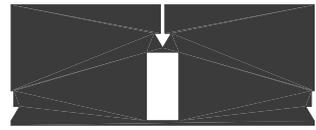
Prof. I. Smith, président du jury  
Prof. A. Muttoni, Dr M. Fernández Ruiz, directeurs de thèse  
Prof. E. Brühwiler, rapporteur  
Prof. T. Vogel, rapporteur  
Prof. J. C. Walraven, rapporteur



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Suisse  
2010







# Préface

La structure porteuse des bâtiments à moyenne et grande hauteur est souvent réalisée avec des planchers-dalles en béton armé soutenus par des colonnes en béton préfabriqué à haute résistance. De ce fait, les colonnes transmettent des charges importantes, qui peuvent dépasser largement la résistance à la compression uniaxiale du béton de la dalle. En outre, la transmission des efforts des colonnes est effectuée dans la région d'appui de la dalle, déjà fortement sollicitée à la flexion et à l'effort tranchant.

Le comportement mécanique et l'interaction entre les charges appliquées à la dalle et aux colonnes ont déjà été étudiés dans le passé par rapport à la résistance des colonnes coulées « in situ ». Cependant, pour des colonnes préfabriquées, des études sur l'influence des charges des colonnes sur la résistance au poinçonnement et à la flexion du plancher n'ont pas encore été effectuées. De ce fait, des détails constructifs souvent compliqués et impliquant des surcoûts importants sont aujourd'hui disposés dès que la charge transmise par les colonnes préfabriquées dépasse la résistance à la compression uniaxiale du béton.

Afin d'approfondir les connaissances actuelles dans ce domaine, M. Guidotti a développé une étude systématique et rigoureuse sur l'interaction entre les sollicitations provenant des colonnes d'un bâtiment et les charges appliquées au plancher. L'étude, basée sur la théorie de la plasticité et la théorie de la fissure critique, a permis d'établir un modèle consistant pour le dimensionnement de telles régions. Les résultats de ce modèle ont été validés avec une série importante d'essais effectués en laboratoire par M. Guidotti sur des éléments en vraie grandeur. Ceci a permis de confirmer les hypothèses admises et a montré comment certains phénomènes inconnus avant cette recherche permettent d'augmenter la résistance de ce type de joints au delà des limites actuellement admises.

Le travail de M. Guidotti a en outre ouvert la porte à des recherches futures dans d'autres problèmes tels que la résistance au poinçonnement des dalles précontraintes ou le traitement unifié des phénomènes d'effort tranchant et poinçonnement dans des planchers-dalles. Également, des nouvelles possibilités se sont ouvertes à des applications pratiques ainsi que des détails constructifs innovants pour des joints colonnes-dalle.

Lausanne, septembre 2010

Prof. Dr Aurelio Muttoni

Dr Miguel Fernández Ruiz



# Remerciements

Le travail présenté a été réalisé au Laboratoire de construction en béton de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne sous la direction du Prof. Aurelio Muttoni et du Dr Miguel Fernández Ruiz. Tout d'abord, c'est à eux que vont mes remerciements. En premier lieu pour la possibilité qu'ils m'ont offert de réaliser ce travail et pour toutes les discussions et les conseils donnés. La liberté qui m'a permis de donner une empreinte personnelle dans mon travail a été fortement appréciée.

Ensuite, je tiens à remercier le Prof. Ian Smith, président du jury, ainsi que tous les membres : Prof. Joost Walraven de Delft University of Technology, le Prof. Thomas Vogel de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zürich et le Prof. Eugen Brühwiler de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne.

Je tiens encore à remercier le Dr Olivier Burdet pour son soutien positif durant les trois ans passés dans le Laboratoire de construction en béton. Je suis en particulier reconnaissant pour son partage de sa grande expérience et de ses connaissances du monde académique et extérieur.

Lors de cette période j'ai eu le plaisir de rencontrer beaucoup de collègues dans mon laboratoire et dans d'autres. Ces rencontres ont abouti à des discussions très intéressantes sur des thèmes liés à la recherche. De plus, je garderai toujours le souvenir des merveilleux moments passés ensemble dans le temps libre. Pour n'oublier personne, personne n'est nommé, mais sachez que chacun a contribué à l'atmosphère optimale de mon travail et surtout aux sorties régénératrices.

L'énorme travail expérimental n'aurait pas pu être réalisé sans l'engagement du personnel du laboratoire. Je remercie en particulier Gilles Guignet qui m'a énormément aidé à optimiser et préparer tous les essais. Une reconnaissance particulière va également à Oriol Oller qui, dans le cadre de son travail de Master, a aidé à la réalisation des essais de la PG série II.

Un soutien important m'a été apporté par mes amis, en particulier Björn, Böcc, Tino, Teto, Fabio, Andi et Eu. Je suis très reconnaissant des moments passés en leur compagnie ainsi que de leur amitié.

Mam e pa, je vous remercie pour les valeurs et le plaisir dans le travail que vous m'avez enseigné ainsi que pour votre aide et votre soutien de tous les jours. Fabrizio et Ivan, les mêmes remerciements vous sont adressés. Finalement, Emilie je te remercie pour tes encouragements, ton soutien quotidien et pour ces belles années passées ensemble.



# Résumé

Dans les bâtiments, les planchers-dalles constituent une solution constructive très répandue du fait qu'ils sont économiquement avantageux pour des éléments qui doivent résister à des charges de moyenne intensité. Cet avantage provient de la simplicité et de la rapidité de réalisation de la construction. Dans les bâtiments à plusieurs étages, afin de conserver ces caractéristiques, les colonnes qui soutiennent les planchers-dalles sont interrompues sur l'épaisseur de chaque dalle. De ce fait, la dalle, au droit des colonnes, est sollicitée par une contrainte de compression transversale qui, dans les étages inférieurs, atteint de très grandes intensités. De plus, la région du joint colonnes-dalle est déjà fortement sollicitée par la transmission des charges appliquées sur la dalle, concentration des moments de flexion et de l'effort tranchant (poinçonnement) autour des colonnes. De ce fait, il existe une forte interaction entre les différents efforts. Avant ce travail, des chercheurs ont étudié seulement les effets de la flexion de la dalle sur la résistance à la compression des colonnes en béton armé. Toute autre interaction a toujours été négligée dans la conception et dans le dimensionnement de ce type de structures.

Les essais en laboratoire, conduits dans le cadre de cette recherche, ont démontré que la contrainte qui sollicite transversalement le béton de la dalle peut largement dépasser sa résistance à la compression simple. Ce résultat montre clairement qu'il n'est pas nécessaire de mettre en place des dispositifs spéciaux, souvent utilisés dans la pratique pour la transmission de la force entre les colonnes. De plus, les essais où cette résistance a été dépassée ont mis en évidence deux influences différentes de la force transmise entre les colonnes sur la résistance de la dalle. La première concerne la résistance à la flexion de la dalle qui est réduite par rapport au cas sans la force sur les colonnes. La deuxième interaction a été remarquée pour la résistance au poinçonnement qui, par contre, est augmentée par l'application de la force sur les colonnes et, dans ces cas, le comportement de la dalle présente une meilleure ductilité.

Les modèles existants pour le calcul du comportement de la dalle ne sont pas applicables dans le cas des joints avec la force sur les colonnes. De même, le critère de rupture au poinçonnement de la théorie de la fissure critique, qui dans le cadre de cette recherche a été validé de façon théorique, ne considère pas la force de compression. Dans cette thèse, un modèle numérique de comportement de la dalle qui considère la force transversale est proposé. La cinématique dérivée avec ce modèle est directement utilisable pour le calcul de la résistance au poinçonnement en la combinant avec le critère de rupture généralisé. Ce nouveau critère a été développé, en accord avec la théorie de la fissure critique, pour qu'il soit applicable à toutes les possibles sollicitations d'un joint colonnes-dalle. Des modèles plastiques pour le calcul de la résistance flexionnelle de la dalle ont aussi été proposés. Tous ces outils permettent de calculer l'enveloppe des résistances du joint sollicité sur la dalle et sur les colonnes. Cette enveloppe, qui considère les deux ruptures qui peuvent se développer au niveau de la dalle (formation du mécanisme de flexion ou rupture par poinçonnement), peut être représentée dans un diagramme d'interaction force sur la dalle-force sur les colonnes.

L'application des modèles précédents nécessite de longs temps de calcul et pour cette raison ne sont pas appropriés pour des applications pratiques. C'est pourquoi, des modèles et un critère de rupture au poinçonnement simplifiés ont été développés. Ces outils font partie d'une méthode pour le dimensionnement et la vérification des joints des planchers-dalles des bâtiments à plusieurs étages. De cette manière, le diagramme d'interaction peut être tracé de façon à le comparer avec l'historique de la mise en charge pour l'élément à analyser.

---

**Mots-clés :** plancher-dalle, joint colonnes-dalle, béton armé, béton autocompactant, théorie de la plasticité, théorie de la fissure critique, poinçonnement, applications pratiques

# Riassunto

Le solette piane rappresentano una soluzione molto diffusa per la realizzazione d'edifici in quanto sono economicamente vantaggiose per dei solai che sopportano dei carichi di media intensità. Questo vantaggio è dovuto alla loro semplicità e rapidità di realizzazione. Nell'intento di mantenere queste caratteristiche le colonne degli edifici a più piani sono interrotte sullo spessore della soletta. Ciò induce delle tensioni di compressione di forte intensità, sulla zona d'appoggio della soletta, necessarie per trasmettere lo sforzo normale delle colonne. Questa zona è inoltre già fortemente sollecitata dall'azione dei carichi applicati sulla soletta: concentrazione del momento di flessione e dello sforzo di taglio attorno alle colonne (punzonamento). Questo fa presagire l'esistenza di forti interazioni tra queste differenti sollecitazioni. Prima di questo studio, i ricercatori si sono interessati al solo effetto della flessione della soletta sulla resistenza alla compressione delle colonne in calcestruzzo armato. Nessun altro tipo d'interazione è mai stato considerato nella concezione e nel dimensionamento di questo tipo di strutture.

Le prove di laboratorio sui giunti colonne-soletta, condotte nell'ambito di questa ricerca, hanno dimostrato che l'intensità della tensione trasversale sul calcestruzzo della soletta può essere largamente superiore alla resistenza alla compressione semplice. Questo risultato mostra chiaramente che l'utilizzo di dispositivi speciali per la trasmissione della forza tra le colonne, spesso impiegati nella pratica, non è normalmente necessario. Le prove hanno evidenziato due fenomeni che s'instaurano nel caso la tensione trasversale superi la resistenza alla compressione semplice. Il primo è la riduzione della resistenza alla flessione della soletta rispetto a quella d'un giunto senza forza sulle colonne. L'altro fenomeno d'interazione riguarda la forza di rottura per punzonamento che, al contrario di quella di flessione, aumenta. Questo aumento di resistenza è inoltre accompagnato da un notevole miglioramento della duttilità della soletta.

I modelli esistenti non possono essere utilizzati per il calcolo del comportamento delle solette dei giunti con una forza applicata sulle colonne. Lo stesso vale per il criterio di rottura al punzonamento della teoria della fessura critica che, nell'ambito di questa ricerca, è convalidato seguendo un approccio teorico. Un criterio di rottura generalizzato, sempre in accordo con la teoria della fessura critica, ed un modello numerico, che considera la forza trasversale, per il comportamento della soletta sono proposti in questa tesi. Questi due strumenti permettono il calcolo della forza di rottura per punzonamento ed inoltre il criterio di rottura è applicabile a tutte le possibili sollecitazioni su di un giunto colonne-soletta. Dei modelli per il calcolo della forza di rottura per flessione della soletta, secondo la teoria della plasticità, sono pure stati sviluppati. Tutti questi strumenti permettono di trovare l'involuppo della resistenza di un giunto, sollecitato sulla soletta e sulle colonne, considerando tutti i possibili tipi di rottura (per formazione di un meccanismo di flessione o per punzonamento). L'involuppo può infine essere rappresentato su di un diagramma d'interazione forza sulla soletta-forza sulla colonna.

L'applicazione dei modelli detti in precedenza richiede dei tempi di calcolo lunghi e, di conseguenza, non sono applicabili per dei casi pratici. Alcuni modelli ed un criterio di rottura al punzonamento semplificati sono quindi stati sviluppati e sono integrati in un metodo di dimensionamento e verifica dei giunti di solette piane degli edifici a più piani. Applicando questo metodo, il diagramma d'interazione semplificato può essere tracciato ed infine la verifica è eseguita comparando tale diagramma alla curva della storia di carico per l'elemento strutturale analizzato.

---

**Parole chiave:** soletta piana, giunto colonne-soletta, calcestruzzo armato, calcestruzzo autocompattante, teoria della plasticità, teoria della fessura critica, punzonamento, applicazioni pratiche

# Summary

Flat slabs are commonly used in buildings due to their easiness of construction and economy. In order to keep these advantages, columns are usually not continuous through the slabs in multi-storey buildings. In these cases, the slabs are subjected to large compressive stresses at the support area of the columns, which can exceed the uniaxial compressive strength of the concrete of the slab. This critical zone is in addition subjected to large shear forces and bending moments due to the loads applied on the slab. This leads to a series of potential failure modes: crushing of the concrete of the slab between columns, flexural failures or punching shear failures. Most research has previously focused on the influence of bending of the slab on the column strength. However, no works have provided in-depth investigation of the strength of the slab when large column loads are applied.

In this research, an extensive experimental programme has shown that the stresses applied at the support area of the columns can be significantly larger than the uniaxial compressive strength of concrete. The test results have clearly shown that no special confinement or load transfer devices are required between columns for most cases (moderate column loads). In addition, two phenomena have been observed. The first one is a reduction on the flexural strength as column loads are applied. The second corresponds to a significant increase on the punching shear strength and deformation capacity with column loading.

Existing theoretical approaches for flat slab behaviour and strength are shown not to be directly applicable for slabs subjected to large column loading. In this research, the principles of two general theories (the theory of plasticity and the critical shear crack theory) are thus used to investigate such cases. The theory of plasticity allows calculating a plastic failure envelope accounting for bending and column loading, whereas the critical shear crack theory, which in this work as been further investigated theoretically, is used to derive a failure criterion accounting for punching shear failure in presence of column loading. The results for both theories are finally presented in terms of a single interaction diagram between column loading and slab loading (bending and shear of the slab).

The theoretical approaches require however the help of rather refined numerical tools for estimating the strength of a flat slab. In order to use the theoretical approaches for design, a simplified approach has been developed, allowing to calculate the strength as well as the deformation capacity of flat slabs. This tools were implemented in a design method for slab-column joints in multi-storey building. This design approach allows to derive simplified interaction diagrams that can be compared with the loading history of the structural element analysed.

---

**Keywords:** flat slab, slab-column joint, reinforced concrete, self compacting concrete, confined concrete, theory of plasticity, critical shear crack theory, punching, practical applications

# Table des matières

Préface	i
Remerciements	iii
Résumé, Riassunto, Summary	v
Notations	xv
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Description du problème . . . . .	2
1.2 Buts de la thèse et domaine d'étude . . . . .	4
1.3 Méthodologie et démarche . . . . .	5
1.4 Contributions théoriques personnelles . . . . .	6
<b>2 Etat des connaissances</b>	<b>9</b>
2.1 Modèles théoriques existants pour le poinçonnement . . . . .	9
2.1.1 Modèle de Kinnunen et Nylander et évolution de l'école suédoise . . .	9
2.1.2 Bases et applications de la théorie de la fissure critique . . . . .	12
2.2 Modèles empiriques pour le poinçonnement . . . . .	19
2.2.1 Modèle européen : normes EC et DIN . . . . .	19
2.2.2 Modèle américain : norme ACI . . . . .	21
2.3 Campagnes expérimentales sur les joints colonnes-dalle . . . . .	21
2.3.1 Joints colonnes-dalle avec force appliquée seulement sur les colonnes .	22
2.3.2 Joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes . . . . .	25
2.3.3 Discussion des résultats des essais sur les joints colonnes-dalle . . . . .	27
2.4 Approches empiriques de la résistance à l'écrasement des joints colonnes-dalle	28
2.4.1 Bianchini et al. 1960 . . . . .	29
2.4.2 Gamble et Klinar 1991 . . . . .	29
2.4.3 Ospina et Alexander 1998 . . . . .	29

---

2.4.4	Shah et al. 2004 . . . . .	30
2.4.5	Commentaire des modèles de résistance à l'écrasement . . . . .	31
2.5	Modèles d'engrènement des granulats . . . . .	32
2.6	Comportement du béton confiné . . . . .	34
2.7	Solutions constructives pour des joints colonnes-dalle utilisées dans la pratique	35
2.7.1	Méthodes d'augmentation de la résistance à la compression du béton de la dalle . . . . .	35
2.7.2	Adjonction de pièces de renforcement contre l'écrasement des joints colonnes-dalle . . . . .	39
2.7.3	Méthodes de prolongement de la colonne à travers la dalle . . . . .	40
2.7.4	Solution analysée dans cette recherche . . . . .	41
<b>3</b>	<b>Essais effectués dans le cadre de cette thèse</b>	<b>43</b>
3.1	Essais de joints colonnes-dalle . . . . .	43
3.1.1	Joints colonnes-dalle avec force appliquée seulement sur les colonnes .	44
3.1.2	Influence de l'effort des colonnes sur la résistance au poinçonnement .	47
3.1.3	Influence de la taille maximale des granulats et du type de béton . . .	54
3.2	Effet de l'interface plaques d'appuis - béton sur la résistance à la compression mesurée sur cubes . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Modélisation du comportement d'un élément de dalle</b>	<b>61</b>
4.1	Modèle de confinement compatible . . . . .	61
4.1.1	Comportement du béton uniformément confiné . . . . .	62
4.1.2	Comportement de l'anneau de confinement . . . . .	71
4.1.3	Conditions de compatibilité . . . . .	75
4.1.4	Comportement du cylindre non uniformément confiné . . . . .	77
4.2	Effet de la flexion de la dalle sur la résistance à l'écrasement des joints colonnes-dalle . . . . .	86
4.2.1	Partie plastique du diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne . . . . .	87
4.2.2	Approche complet . . . . .	93
4.2.3	Approche simplifiée . . . . .	95
4.3	Modèle physique pour le comportement d'un joint colonnes-dalle chargé sur les colonnes et sur la dalle . . . . .	96
4.3.1	Equations différentielles de la coque . . . . .	97
4.3.2	Comportement d'une section en béton armé . . . . .	99
4.3.3	Algorithme numérique de résolution . . . . .	104
4.4	Élément de dalle orthogonale . . . . .	108
4.4.1	Transformation pour modèle de confinement compatible . . . . .	108

4.4.2	Transformation pour modèle de comportement flexionnel de la dalle . . . . .	110
4.4.3	Correction de la rigidité pour dalles armées par des nappes orthogonales	112
<b>5</b>	<b>Théorie de la fissure critique et critère de rupture par poinçonnement</b>	<b>115</b>
5.1	Etude et validation de la théorie de la fissure critique . . . . .	115
5.1.1	Transmission de l'effort tranchant sur les éléments fissurés . . . . .	116
5.1.2	Géométrie et cinématique de la fissure critique . . . . .	116
5.1.3	Analyse de la résistance à la traction résiduelle . . . . .	122
5.1.4	Analyse de l'engrènement des granulats . . . . .	124
5.1.5	Flexion de la zone comprimée et effet goujon des armatures tendues . . . . .	134
5.1.6	Dérivation du critère de rupture au poinçonnement . . . . .	134
5.2	Généralisation du critère de rupture . . . . .	139
5.2.1	Déformation de référence . . . . .	140
5.2.2	Dérivation de la généralisation du critère de rupture . . . . .	142
5.2.3	Comparaison avec le critère de rupture à l'effort tranchant . . . . .	143
5.3	Critère de rupture au poinçonnement simplifié pour joints avec colonnes forte- ment sollicitées . . . . .	147
5.3.1	Comportement d'un anneau fissuré . . . . .	148
5.4	Diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne . . . . .	151
<b>6</b>	<b>Propositions pour le dimensionnement et validations expérimentales</b>	<b>153</b>
6.1	Méthodes simplifiées pour la vérification des joints colonnes-dalle . . . . .	153
6.1.1	Résistance plastique des joints colonnes-dalle . . . . .	153
6.1.2	Résistance au poinçonnement des joints colonnes-dalle . . . . .	157
6.1.3	Prise en compte du frottement entre les plaques métalliques et le béton	160
6.1.4	Application aux planchers-dalles . . . . .	163
6.2	Validation expérimentale des modèles théoriques . . . . .	166
6.2.1	Modèle de confinement compatible et résistance plastique des joints colonnes-dalle chargés seulement sur les colonnes . . . . .	166
6.2.2	Comportement et résistance des joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes . . . . .	167
6.2.3	Diagrammes d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne . . . . .	175
<b>7</b>	<b>Conclusions et travaux futurs</b>	<b>179</b>
7.1	Conclusions . . . . .	179
7.2	Travaux futurs . . . . .	180

---

<b>Bibliographie</b>	<b>183</b>
----------------------	------------

<b>Annexes</b>	<b>191</b>
----------------	------------

**A Essais utilisés pour cette recherche**

**B Rapport d'essai : PG série I**

**C Rapport d'essai : PG série II**

**D Rapport d'essai : PG série III**

**E Rapport d'essai : PG série IV**

# Notations

## Lettres latines majuscules

$A$	aire	$L_0$	longueur du porte-à-faux
$B$	longueur de l'élément de dalle	$M$	moment de flexion
$C$	constante	$N$	effort normal ; force transmise entre les colonnes
$D$	diamètre du granulat sur la coupe de référence	$N_c$	force sur la colonne supérieure correspondant à une contrainte sur le béton de la dalle égale à sa résistance à la compression simple
$D_g$	diamètre du granulat	$N_{cR}, N_{sR}$	partie de la force transmise entre les colonnes à travers le béton de la dalle, respectivement à travers les armatures
$E$	module d'élasticité	$R$	rayon du cylindre plastique
$F$	force	$V$	effort tranchant ; réaction verticale de la colonne inférieure due aux forces appliquées sur la dalle
$G_F$	énergie de fissuration		
$I_1, I_2$ et $I_3$	invariantes du tenseur des contraintes		
$J_1, J_2$ et $J_3$	invariantes du tenseur des contraintes déviatoriques		
$K$	rigidité		
$L$	portée		

## Lettres latines minuscules

$a$	constante, aire par unité de longueur, portée de cisaillement de la poutre	$\ell$	longueur
$b$	largeur, distance, hauteur de confinement variable	$m$	moment de flexion par unité de longueur
$c$	dimension de la colonne carrée, cohésion, hauteur de l'axe neutre dans la phase élastique	$n$	nombre, effort axial par unité de longueur, rapport entre $E_s$ et $E_c$
$d$	hauteur statique moyenne de l'armature de flexion	$r$	rayon
$d_g$	diamètre maximal des granulats	$r_0$	distance entre le centre de la dalle et la fissure de poinçonnement au niveau des armatures de flexion
$e$	enfouissement du granulat	$s$	coordonnée curviligne
$f_c$	résistance à la compression simple du béton	$s_{cr}$	distance entre deux fissures
$f_{ct}$	résistance à la traction du béton	$t$	hauteur de la zone plastique
$f_s$	limite d'écoulement de l'armature	$u$	périmètre de contrôle, déplacement horizontal ou radial, ouverture de la fissure
$h$	hauteur, épaisseur	$v$	effort tranchant par unité de longueur, déplacement horizontal ou tangentiel
$k$	constante, facteur d'échelle, coefficient d'augmentation de résistance du béton confiné	$w$	déplacement vertical

$x$	coordonnée horizontale, hauteur de la zone de béton comprimé
$y$	coordonnée horizontale ; distance

$z$  coordonnée verticale

## Lettres grecques

$\alpha$	facteur, coordonnée angulaire, ligne caractéristique
$\beta$	facteur, facteur de correction pour nappes d'armature orthogonales, ligne caractéristique
$\gamma$	facteur, facteur partiel de sécurité, angle de translation de la fissure
$\gamma_A, \gamma_B$	facteurs de correction géométriques
$\Delta$	variation
$\delta$	déplacement, translation de la fissure, dilatance de la dalle
$\delta_c$	rapport entre la déformation élastique du béton confiné et celle du béton non confiné prises au niveau des pics, angle de frottement de l'interface
$\varepsilon$	déformation axiale
$\eta$	facteur de réduction de la résistance à la compression du béton
$\theta$	angle du point des contraintes sur le plan déviatorique

$\vartheta$	coordonnée angulaire
$\vartheta_{cr}$	rotation sur une fissure
$\Lambda$	coordonnée statique
$\lambda$	facteur
$\mu$	coefficient de frottement
$\nu$	coefficient de Poisson
$\rho$	taux géométrique d'armature de flexion
$\rho_w$	taux géométrique d'armature d'effort tranchant
$\sigma$	contrainte normale
$\tau$	contrainte tangentielle
$\varphi$	angle de frottement interne
$\chi$	courbure
$\psi$	rotation de la dalle, rotation des lignes caractéristiques
$\omega$	taux mécanique d'armature de flexion

## Indices

0	valeur initiale ou de référence, sur la section autour de la colonne
1	valeur plus petite, valeur finale, correspondant au plateau élastique de formation des fissures, non fissuré
1, 2, 3	en directions principales
2	valeur plus grande, fissuré
$a$	de l'acier, de l'anneau de confinement
$at$	du frottement
$c$	du béton, de la colonne, de l'effort de confinement

$calc$	résultat calculé
$cc$	du béton confiné
$cr$	de fissuration
$cube$	mesuré sur cube
$d$	valeur de calcul
$e$	élastique
$eff$	effectif
$f$	de rupture par poinçonnement
$flex$	de formation du mécanisme de flexion sans effort sur les colonnes
$g$	de l'engrènement des granulats
$i$	intérieur, inférieur, au $i^{\text{ième}}$ pas, imposé

<i>j</i>	au j <sup>ième</sup> pas	<i>RPP</i>	d'après un comportement rigide-parfaitement plastique
<i>iso</i>	hydrostatique	<i>s</i>	de la dalle, de l'armature
<i>k</i>	valeur caractéristique	<i>sup</i>	valeur supérieure
<i>lat</i>	de confinement	<i>T</i>	du tirant idéalisé
<i>lim</i>	valeur limite	<i>t</i>	tangentiel, traction
<i>lin</i>	linéaire	<i>TS</i>	du tension stiffening
<i>m</i>	valeur moyenne	<i>test</i>	résultat de l'essai
<i>max</i>	valeur maximale	<i>w</i>	de la déformation verticale
<i>min</i>	valeur minimale	<i>x</i>	le long de l'axe <i>x</i>
<i>p</i>	de pic	<i>y</i>	d'écoulement, le long de l'axe <i>y</i>
<i>pl</i>	plastique	<i>z</i>	le long de l'axe <i>z</i>
<i>q</i>	de la force appliquée sur la dalle	$\varepsilon$	de déformation
<i>R</i>	de rupture		
<i>r</i>	radial		
<i>ref</i>	valeur de référence		

### Autres

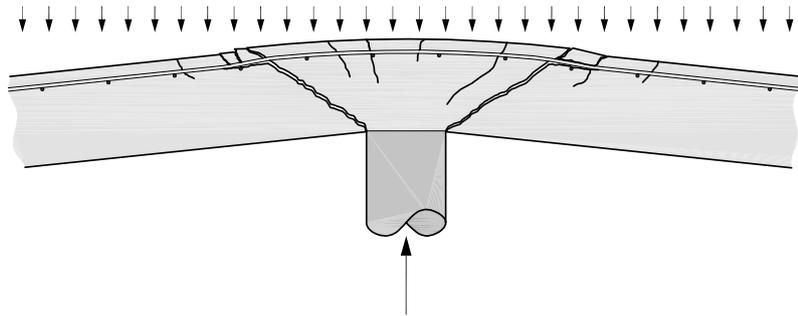
$\emptyset$	diamètre	'	de l'armature de flexion inférieure (comprimée)
+	du moment positif	~	valeur effective (corrigée)
-	du moment négatif		



# 1 Introduction

Le poinçonnement est normalement le critère déterminant pour le choix de l'épaisseur des planchers-dalles. Il est caractérisé, comme montré à la figure 1.1, par la pénétration de la colonne à travers la dalle et l'expulsion d'un cône de béton. Ce mode de rupture est un thème complexe influencé par plusieurs phénomènes. Bien que les chercheurs l'étudient de façon intensive depuis les années '50, certains aspects restent encore mal connus. Dans cette thèse, un approfondissement de l'état de connaissance est poursuivi par rapport aux sujets suivants :

- l'influence de l'effort normal transmis entre les colonnes à travers le plancher sur la résistance au poinçonnement et à la flexion ;
- l'influence de la taille maximal des granulats et du type de béton (béton ordinaire vibré et béton autocompactant) sur la résistance au poinçonnement ;
- l'effet des efforts de compressions radiaux dans la zone d'appuis sur la résistance au poinçonnement et ;
- influence du comportement mécanique non-linéaire du béton (avec considération de l'effet du confinement).



**Fig. 1.1:** Rupture par poinçonnement d'une planche-dalle en béton armé

Ce travail s'inscrit dans les différentes recherches qui sont actuellement en cours au Laboratoire de construction en béton (IBETON) de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) et donne suite aux précédentes [Gua06, Vaz07, Mut08a, Fer09].

Le travail principal porte sur la résistance des planchers-dalles dans les bâtiments à plusieurs étages en considérant l'effet de l'effort normal transmis par les colonnes. Cet effet a été jusqu'à présent complètement négligé dans les normes et dans les recommandations pour le dimensionnement, en imposant qu'aucune influence sur la résistance au poinçonnement est susceptible d'exister, par contre certaines études montrent une possible réduction de la résistance à l'effort normal des joints due aux effets des forces appliquées sur la dalle. Pour étudier cette interaction les cas limites ont dû aussi être analysés, ce qui a permis de proposer des modèles pour ces situations. Plus précisément la situation des joints colonnes-dalle chargés exclusivement à l'effort normal est aussi étudiée dans les détails. De même, la résistance au poinçonnement simple des dalles, déjà étudiée par Guandalini [Gua06], est analysée pour des cas spéciaux.

Il est important d'introduire depuis le début la nomenclature qui, avec la figure 1.2 représentant les éléments décrits, permettra une lecture plus aisée.

**Dalle** – est un élément de structure capable de transmettre des forces perpendiculaires à la surface ainsi que parallèles à son plan. Sous l'action des forces externes des sollicitations flexionnelles ainsi que membranaires peuvent naître.

**Plancher-dalle** – est un système constructif pour des bâtiments composés d'une dalle soutenue par plusieurs colonnes et éventuellement par des murs.

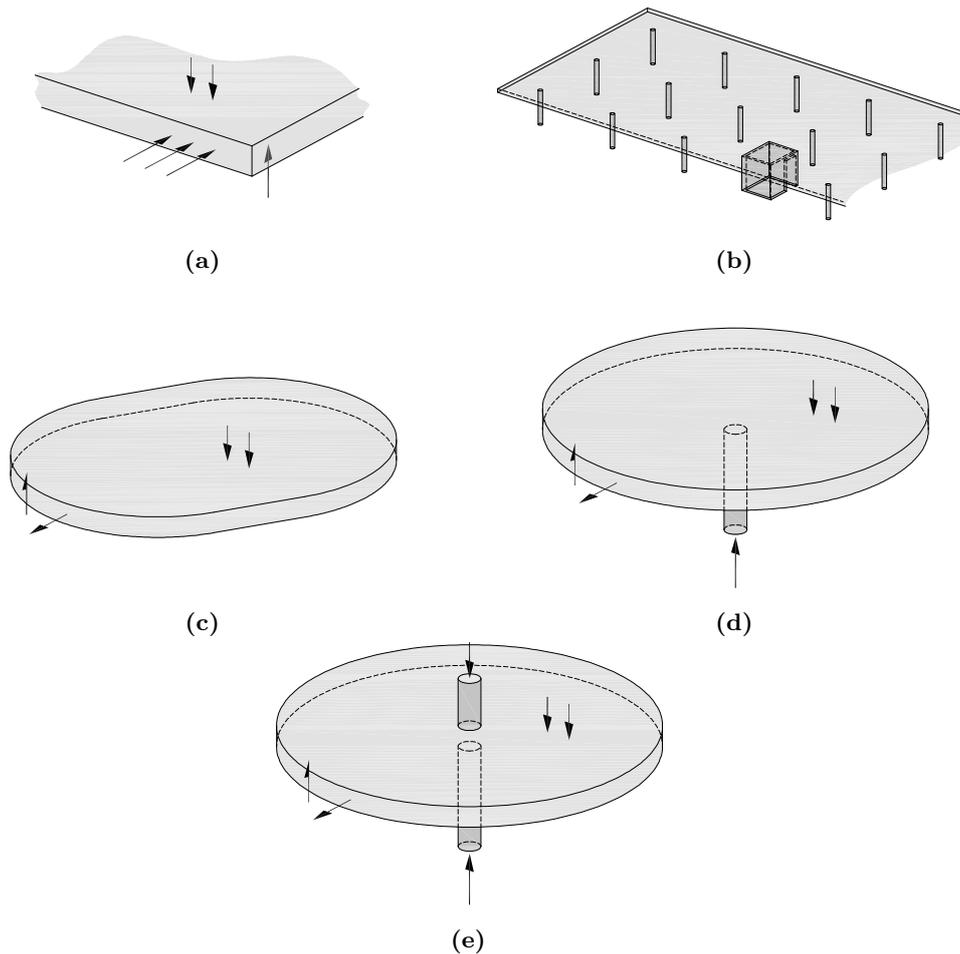
**Élément de dalle** – une partie de plancher-dalle identifié selon un critère fixé. Dans la suite, sauf indications contraires, un élément de dalle se réfère à une portion de plancher-dalle autour d'une colonne centrale dont le bord représente la ligne des moments radiaux nuls sur le système d'origine.

**Joint colonne-dalle** – est un élément de dalle soutenu par une colonne inférieure. Les forces externes au système sont appliquées exclusivement sur la surface de la dalle.

**Joint colonnes-dalle** – est un élément de dalle avec une colonne inférieure et une colonne supérieure. Les forces externes au système peuvent être appliquées sur la dalle et sur la colonne supérieure.

## 1.1 Description du problème

Dans la construction des bâtiments à plusieurs étages, comme celui montré en figure 1.3, les dalles en béton armé sont souvent soutenues par des colonnes en béton à haute résistance et fortement armées transmettant des efforts très importants. Ceci est fondamentalement motivé par la volonté de réduire la surface occupée par les colonnes, laquelle peut s'avérer particulièrement importante dans les étages inférieurs des bâtiments hauts. De plus, pour des raisons constructives, les colonnes sont souvent interrompues au droit des dalles. De ce fait, la partie de dalle entre les colonnes est fortement sollicitée par l'effort normal dans les colonnes ( $N$ ) et la contrainte verticale dans la dalle peut facilement dépasser la résistance à la compression simple du béton. En outre, les forces appliquées sur le plancher ( $V$ ) introduisent des efforts de flexion et des efforts tranchants qui, autour de la surface d'appui, se concentrent de manière importante. Ces efforts tranchants peuvent déclencher des ruptures par poinçonnement autour de la région d'appui et sont souvent déterminants pour le dimensionnement du plancher. Le phénomène du poinçonnement est fortement influencé par l'intensité des sollicitations flexionnelles qui accompagnent l'effort tranchant [Mut91, Mut08a] ainsi que par l'effort normal [Gui10c]. Par conséquent, dans la région d'appui des colonnes, une interaction se développe entre les trois efforts très intenses (effort normal vertical  $N$  dans la colonne, effort tranchant  $V$  et moment de flexion  $M$  dans la dalle).

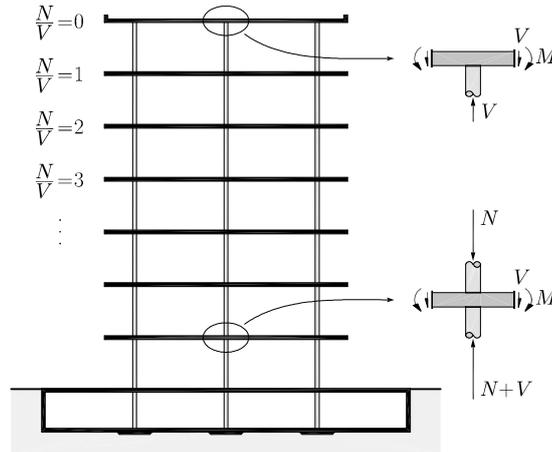


**Fig. 1.2:** Éléments définis par la nomenclature donnée : (a) dalle ; (b) plancher-dalle ; (c) élément de dalle isolé sur la ligne de moments radiaux nuls ; (d) joint colonne-dalle et ; (e) joint colonnes-dalle

L'interaction entre l'effort tranchant et le moment de flexion est depuis longtemps connue et étudiée [Els56, Moe61, Kin60, Mut91, Mut03, Mut08a], et sera traitée dans la section 2.1. Par rapport à l'interaction entre les forces appliquées sur la dalle et celle transmise entre les colonnes d'un joint colonnes-dalle, Ospina et Alexander [Osp97] ont conduit des essais et ils ont remarqué que la résistance à l'effort normal est affaiblie par la flexion de la dalle. Malgré ce fait, il n'existe pas encore un modèle qui permet de quantifier cette influence de façon précise. Plusieurs détails constructifs ont été développés, afin d'augmenter la résistance de la dalle à l'effort normal des colonnes, et à présent sont appliqués dans la pratique. A la section 2.7 les solutions les plus répandues sont décrites en détail et une solution alternative, simple à réaliser et structurellement efficace, est proposée.

En 1998 Ospina et Alexander [Osp98] ont avancé l'hypothèse que, pour les joints colonnes-dalle, un risque structural majeur est présenté par un événement de charge extrême sur la dalle combiné à une charge de service sur la colonne. Entre autre ils ajoutent que des travaux futurs devraient examiner des joints sous cette combinaison de charge. Mais ceci n'a pas été fait jusqu'à présent et dans le dimensionnement des structures. L'influence de l'effort normal sur la résistance au poinçonnement, comme celle sur la résistance à la flexion de la dalle, a donc toujours été négligée.

En résumant, il est nécessaire de distinguer entre les trois différentes ruptures suivantes qui sont susceptibles d'apparaître au niveau de la dalle (voir figure 1.4) : formation d'un



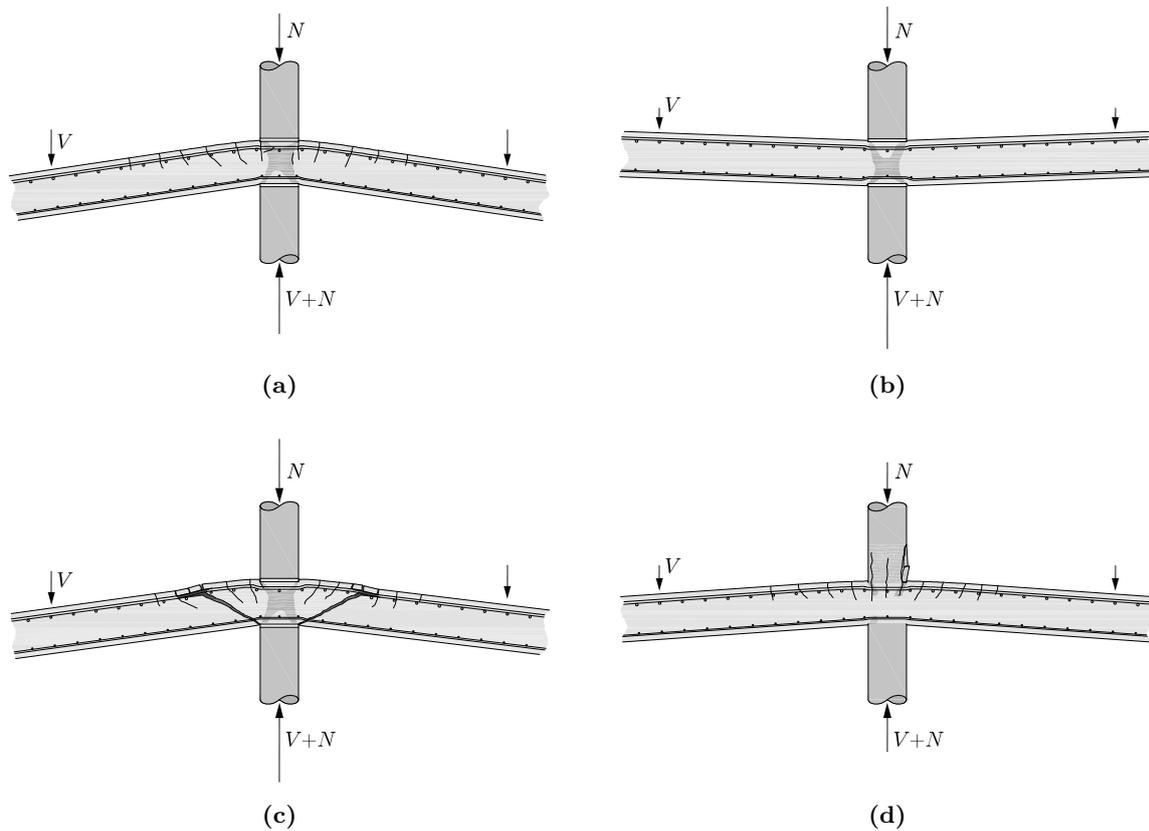
**Fig. 1.3:** Exemple de bâtiment à plusieurs étages avec type de sollicitation des joints colonnes-dalle à différents étages

mécanisme de flexion (figure 1.4(a)); rupture par écrasement du béton entre les colonnes (figure 1.4(b)) et rupture par poinçonnement (figure 1.4(c)). En outre, la résistance à la compression de la base de la colonne est réduite par la déformation latérale imposée par la flexion de la dalle et une rupture locale à la base de la colonne est susceptible de se manifester (figure 1.4(d)). Entre ces différents efforts il existe une forte interaction et elle doit être considérée dans les modèles de calcul des différentes résistances. Dans la suite de l'étude il sera démontré que, si une force est appliquée sur la dalle, la rupture par écrasement du béton entre les colonnes est toujours accompagnée par la formation d'un mécanisme de flexion de la dalle. Deux cas seront distingués : écrasement du béton entre les colonnes et mécanisme avec écoulement des armatures supérieures (figure 1.4(a)) ou écrasement du béton entre les colonnes et mécanisme avec écoulement des deux nappes d'armature (figure 1.4(b)).

## 1.2 Buts de la thèse et domaine d'étude

Le but principal de la thèse est celui d'investiguer sur l'interaction entre les forces appliquées sur la dalle  $V$  et celle provenant de la colonne  $N$ . Pour ce faire, il est important de traiter toutes les ruptures possibles dites préalablement. Ce travail vise l'étude d'un joint colonnes-dalle sollicité comme indiqué en figure 1.5(a). Les outils développés permettent enfin de simuler le comportement d'un plancher-dalle entier décomposé en éléments simples. Pour un joint colonnes-dalle isolé, le résultat final doit être donc représentable sous la forme d'un diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur les colonnes  $V-N$ . L'effet de la flexion, que dans la réalité est donné par la distance d'application de la charge  $V$  sur la dalle, est représenté, dans le diagramme d'interaction, par la position de la courbe. La figure 1.5(b) montre l'allure d'un tel diagramme et les types de rupture qui gouvernent chaque tronçon de la courbe.

Plusieurs chercheurs [Osp98, Sha05] ont constaté que la flexion de la dalle peut réduire la résistance à la compression de la colonne, en autres termes une interaction entre ces deux efforts existe. La cause de ce phénomène est la déformation transversale imposée, par la flexion de la dalle, au béton de la colonne. Ceci provoque des fissures verticales au pied de la colonne qui réduisent localement la résistance du béton en causant la rupture prématurée de cet élément [Rob68]. Ce problème peut être réduit en introduisant une plaque métallique dans l'interface entre les deux éléments, des plaques minces sont normalement suffisantes. En effet elles agissent comme interface rigide et en réduisant le frottement. Une autre possible solution



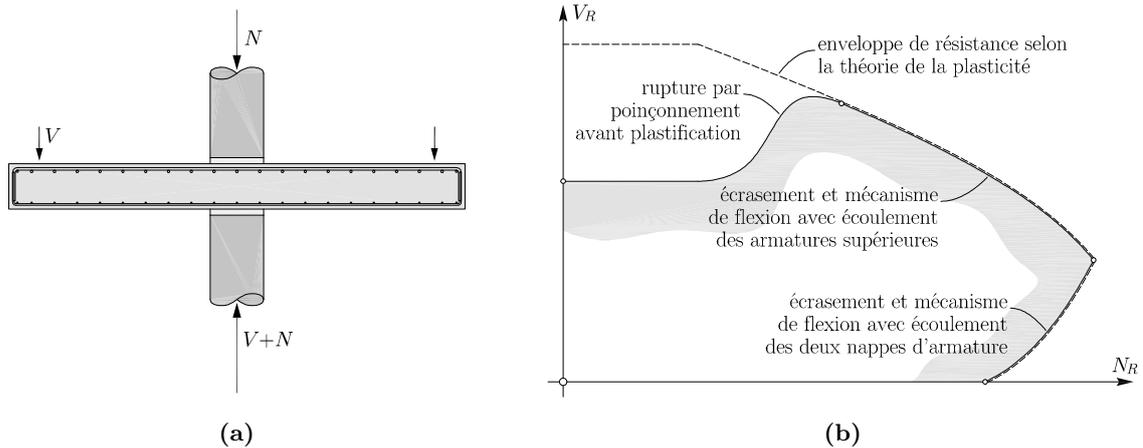
**Fig. 1.4:** Types de rupture possibles pour un joint colonnes-dalle chargé sur la dalle et sur les colonnes : **(a)** écrasement du béton entre les colonnes et mécanisme de flexion avec écoulement des armatures supérieures ; **(b)** écrasement du béton entre les colonnes et mécanisme de flexion avec écoulement des deux nappes d'armature ; **(c)** rupture par poinçonnement de la dalle et ; **(d)** rupture locale à la base de la colonne affaiblie par la déformation transversale imposée par la flexion de la dalle

est celle de disposer assez d'étriers aux extrémités des colonnes [Min10] de façon à garantir une contrainte de confinement, sur la partie interne de la section, qui rend le comportement du béton moins susceptible aux déformations imposées.

### 1.3 Méthodologie et démarche

Une partie de la recherche a été consacrée au travail expérimental avec trois types d'essais. Des essais de joints colonnes-dalle chargés par des forces sur la colonne en premier ; ensuite l'interaction entre la force appliquée à la dalle et celle transmise par les colonnes a été investiguée. De plus, l'influence du type de béton (béton ordinaire vibré et béton autocompactant) et de la taille maximale des granulats a été essayée sur des joints colonne-dalle chargés exclusivement par des forces appliquées sur la dalle.

Le comportement et les résultats des essais de cette thèse ainsi que ceux de la littérature ont servi à la compréhension des différents phénomènes qui règlent le comportement de ces types d'éléments. Sur la base de ceci des modèles physiques capables de reproduire le comportement, de façon à pouvoir calculer les forces de rupture, ont été développés. Pour des applications pratiques, ces modèles sont trop laborieux et donc des méthodes simplifiées ont aussi été



**Fig. 1.5:** Joint colonnes-dalle avec plaques métalliques sollicité par des forces appliquées sur la dalle  $V$  et sur la colonne supérieure  $N$  : (a) géométrie et forces appliquées et ; (b) diagramme d'interaction  $V$ - $N$  avec les différents types de ruptures possibles

proposées. Enfin, les modèles et les méthodes simplifiées ont été validés sur la base des essais expérimentaux.

Le document présent est structuré de façon similaire. Dans le chapitre 2 les travaux théoriques et expérimentaux existants pour les différents domaines traités sont décrits. Les différents essais effectués lors de cette thèse sont décrits au chapitre 3. Ici les principaux résultats sont expliqués de façon à introduire les bases nécessaires aux développements théoriques décrits dans les chapitres suivants. Le chapitre 4 présente les modèles physiques pour le comportement des joints colonnes-dalle sollicités par des forces appliquées à la dalle et aux colonnes. Le critère de rupture par poinçonnement développé pour ce type d'éléments est décrit au chapitre 5. Par contre le chapitre 6 présente des modèles simplifiés pour l'analyse des joints colonnes-dalle dans des cas pratiques. Enfin la comparaison des résultats des différents modèles avec ceux des essais sont présentées dans la deuxième partie du même chapitre.

## 1.4 Contributions théoriques personnelles

Une liste exhaustive des contributions théoriques apportées par cette thèse est donnée par la suite :

- proposition d'un modèle de confinement compatible pour l'analyse des joints colonnes-dalle sollicités seulement sur les colonnes ;
- extension de la loi constitutive du béton à la compression simple proposée par Fernández Ruiz et al. [Fer07] au cas du béton confiné ;
- loi simplifiée du comportement de l'anneau en béton armé soumis à une pression interne ;
- solution plastique d'un cylindre haut, considérant le critère de plasticité Mohr-Coulomb, confiné par une contrainte variable sur la hauteur ;
- introduction du comportement mécanique non linéaire du béton et des effets membranaires dans le modèle numérique pour le calcul du comportement des éléments de dalle proposé par Guandalini [Gua06] nécessaire pour le comportement des joints colonnes-dalles avec forces appliquées sur la dalle et sur les colonnes ;
- adaptation du modèle d'engrènement des granulats proposé par Walraven [Wal80] à la cinématique de rupture par poinçonnement de la dalle ;
- validation et dérivation théorique du critère de rupture au poinçonnement de la théorie de

- la fissure critique [Mut08a] ;
- proposition d’une formulation généralisée du critère de rupture au poinçonnement en accord avec la théorie de la fissure critique [Mut91, Mut08b] ;
- méthode de dérivation du diagramme d’interaction  $V$ - $N$  pour les joints colonnes-dalle (partie plastique et rupture par poinçonnement) ;
- modèles simplifiés de vérification des joints colonnes-dalle applicables aux cas pratiques (rupture par écrasement, formation d’un mécanisme de flexion et rupture par poinçonnement des dalles sans armature d’effort tranchant).



## 2 Etat des connaissances

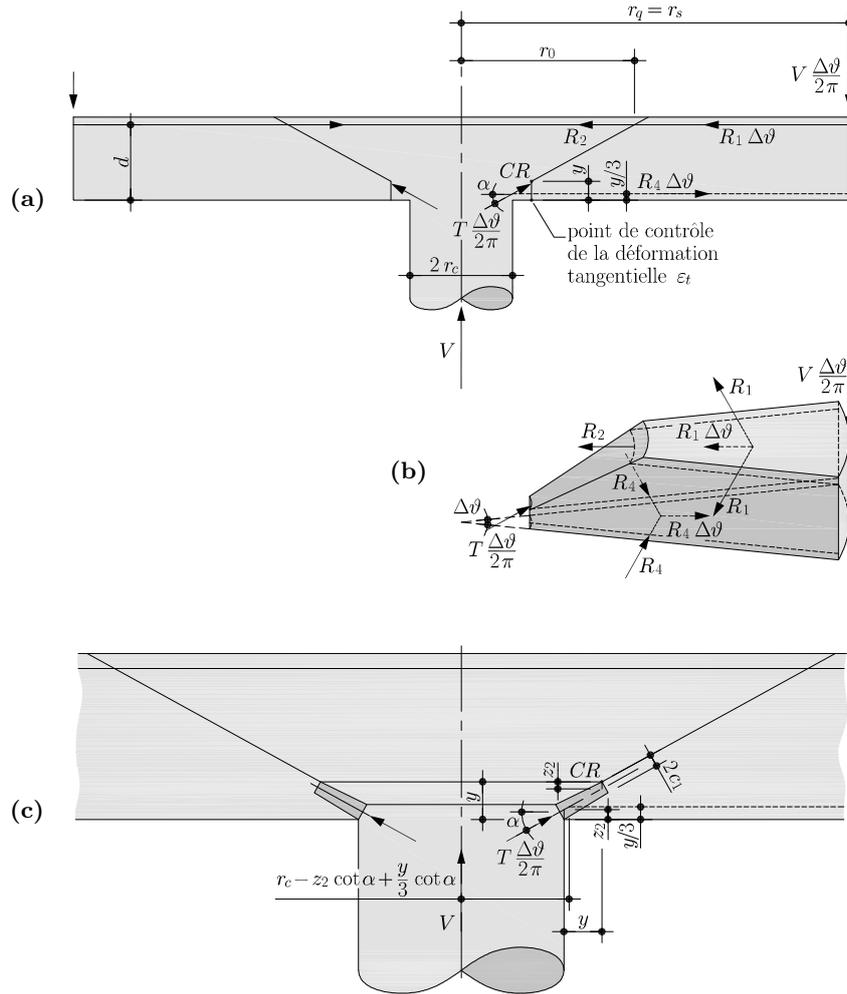
La présente recherche vise à établir les connaissances nécessaires à l'étude générale des joints colonnes-dalle chargées sur les colonnes et sur la dalle. Ceci signifie que des différents mécanismes résistants peuvent être mobilisés selon la géométrie, les propriétés ainsi que l'intensité des forces appliquées. Ce chapitre est consacré à la description des travaux expérimentaux et théoriques précédents qui ont servi durant les différentes phases de cette recherche et qui ont conduit aux résultats décrits dans les chapitres qui suivent. Ils sont traités : des travaux sur le poinçonnement des joints colonne-dalle, ceux sur la résistance à l'écrasement des joints colonnes-dalle sans plaques métalliques et des campagnes expérimentales sur le comportement du béton en état triaxial de compression.

### 2.1 Modèles théoriques existants pour le poinçonnement

Depuis les années '50 les chercheurs étudient, de façon intense, la résistance au poinçonnement des planchers-dalles en béton armé. Plusieurs séries d'essais ont été conduites, une partie de celles ci est décrite par Guandalini [Gua06] et donc, dans ce document, ne sont que résumées à l'annexe A. Par contre ici, deux modèles théoriques de la résistance au poinçonnement sont décrits de façon exhaustive.

#### 2.1.1 Modèle de Kinnunen et Nylander et évolution de l'école suédoise

En 1960, Kinnunen et Nylander [Kin60] ont proposé un modèle physique pour l'étude du comportement d'un élément de dalle sur une colonne. Encore aujourd'hui ce modèle est très utile pour comprendre le comportement d'un tel élément vis à vis de la rupture par poinçonnement et constitue la base de certains approches théoriques. Un modèle physique permettant la dérivation du comportement de la dalle ainsi qu'un critère de rupture sont utilisés pour le calcul de la charge de rupture par poinçonnement. Le comportement de la dalle est exprimé par une loi qui relie la charge  $V$  à la rotation de la dalle  $\psi$  en considérant un comportement élastique linéaire - parfaitement plastique pour les aciers d'armature et élastique linéaire pour le béton. Le critère de rupture est exprimé en limitant la déformation tangentielle du béton de la dalle sur la face comprimée à une distance  $y$  du bord de la colonne comme montré à la figure 2.1(a). Ce critère peut facilement être transformé, selon les mêmes hypothèses utilisées pour la dérivation du comportement de la dalle, en une limitation de la rotation de la dalle  $\psi_R$ . La rupture est donc calculée en partant de cette rotation limite. Néanmoins, il est nécessaire de passer par une procédure itérative afin de trouver la valeur de la hauteur de la zone de béton comprimée  $y$ , montrée à la figure 2.1, au moment de la rupture. Malgré sa simplicité la corrélation de ce modèle avec les résultats d'essais est assez bonne.



**Fig. 2.1:** Modèle mécanique utilisé par Kinnunen et Nylander [Kin60] : (a) géométrie et forces sur la section de l'élément de dalle; (b) équilibre d'un segment de dalle et; (c) détail de la coque conique d'appui du segment de dalle

Le modèle de comportement (courbe charge-rotation de la dalle  $V-\psi$ ) est dérivé par l'équilibre du segment circulaire de dalle montré à la figure 2.1(b). Ce segment est délimité vers la colonne par la fissure de poinçonnement dont la racine se trouve au centre de rotation  $CR$ , et elle s'étend avec une inclinaison choisie pour arriver à l'armature supérieure à une distance  $r_0 = r_c + 1.8 d$ . De plus, des coupes verticales relient la racine et le sommet de la fissure aux faces de la dalle. Pendant le chargement de la dalle le segment subit une rotation rigide autour du centre préalablement indiqué en s'appuyant sur la coque conique indiquée à la figure 2.1(c). Cette coque se trouve dans un état de contrainte triaxial et donc sa résistance à la compression est accrue. La cinématique a été choisie sur la base des observations faites par Kinnunen et Nylander pendant leur série d'essais et elle permet de calculer les efforts suivants qui équilibrent le segment de dalle :

$R_1$  effort des armatures supérieures coupées le long de la section radiale;

$R_2$  effort des armatures supérieures coupées par la fissure de poinçonnement  $r = r_0$ ;

$R_4$  effort du béton comprimé à l'extrados et;

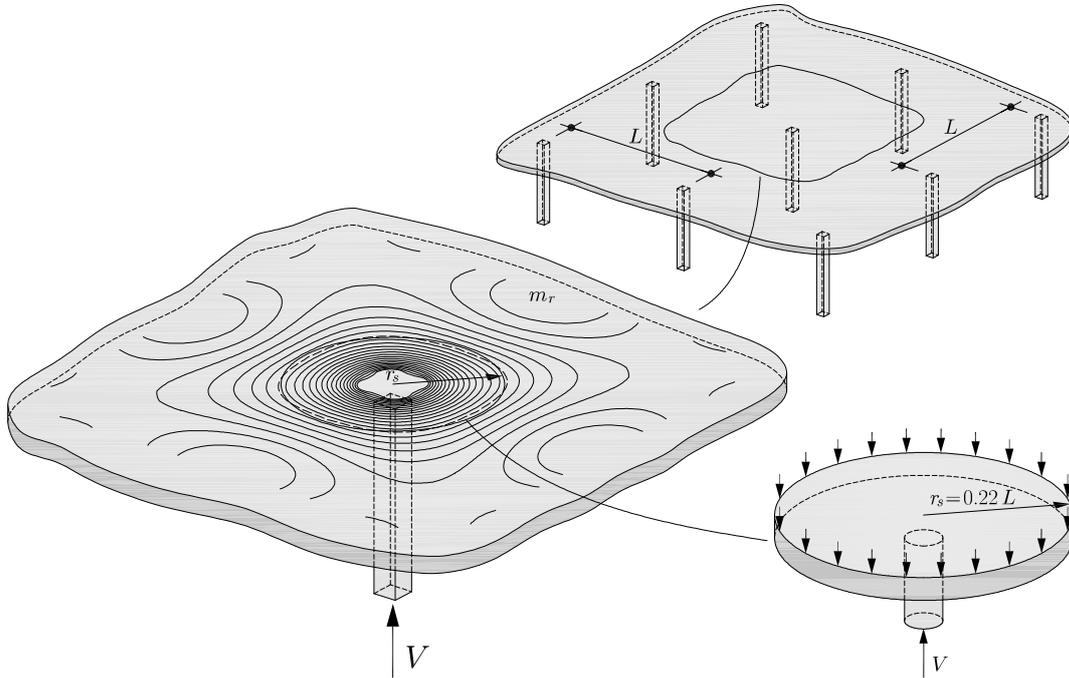
$T$  réaction de la coque conique sur le segment circulaire, inclinée d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal.

Le critère de rupture proposé par Kinnunen et Nylander a été dérivé, de façon empirique, sur la base des résultats de la série d'essais et il est formulé, en rotation limite, ci de suite :

$$\psi_R = \begin{cases} 0.0035 \left(1 - 0.44 \frac{r_c}{d}\right) \left(1 + \frac{r_c}{y}\right) & \text{si } \frac{r_c}{d} \leq 1; \\ 0.0019 \left(1 + \frac{r_c}{y}\right) & \text{si } \frac{r_c}{d} > 1; \end{cases} \quad (2.1)$$

où le facteur  $1 - 0.44 r_c/d$  considère l'effet d'élanement.

Kinnunen et Nylander proposent une méthode pour la modélisation des planchers-dalles avec plusieurs champs carrés. Avec les hypothèses d'axisymétrie des moments autour de la colonne et de comportement élastique linéaire il est possible de limiter l'étude à un élément de dalle avec le bord libre de rayon  $r_s = 0.22 L$  où  $L$  est la distance entre colonnes du plancher-dalle. En effet, ce rayon correspond à la distance moyenne entre le centre de la colonne et la ligne de moments radiaux nuls dans le plancher-dalle, avec comportement élastique linéaire non fissuré, comme montré à la figure 2.2.



**Fig. 2.2:** Moments radiaux  $m_r$  dans un plancher-dalle avec champs carrés de portée  $L$  (équimoment traitillé  $m_r = 0$ ) et élément de dalle équivalent isolé

Plusieurs modifications du modèle original ont été apportées par d'autres chercheurs afin de considérer différentes situations comme par exemple la présence d'armature de poinçonnement [And63, Bro05], pour des dalles précontraintes, pour des bétons à haute résistance [Hal96, Gom91] ou dans le cas d'armature non symétrique [She85]. Certains chercheurs ont proposé des modifications de la déformation tangentielle limite qui définit le critère de rupture en apportant différentes validations théoriques basées sur la mécanique de la rupture [Bro90, Hal96, Bro05]. Les outils de la mécanique de la rupture ont permis d'introduire de façon consistante et au niveau du critère de rupture l'effet d'échelle.

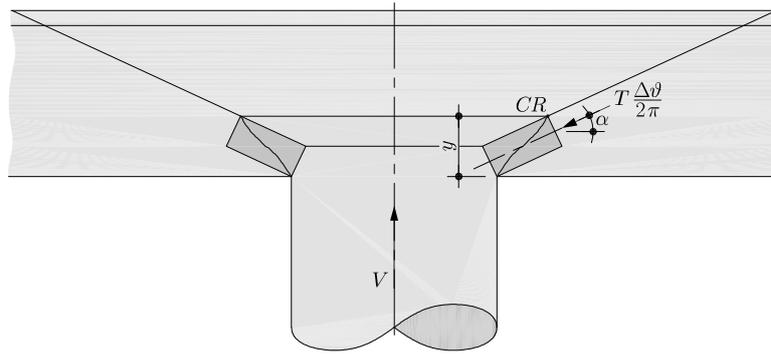
De plus, Broms [Bro90, Bro05] introduit un mécanisme de poinçonnement supplémentaire contrôlé par la rupture à la compression de la coque conique sur laquelle s'appuie tout l'effort

de poinçonnement. La coque comprimée considérée par Broms, montrée à la figure 2.3, diffère légèrement par rapport à celle considérée par Kinnunen et Nylander en termes de géométrie et d'état de contraintes (biaxial au lieu que triaxial). Le nouveau critère limite la contrainte de compression à une valeur fonction du rapport entre le rayon de la colonne  $r_c$  et la hauteur de la zone comprimée  $y$  donnée de suite :

$$\sigma_{c,R} = f_c \left[ 0.6 + 0.9 \left( 1 - 0.007 \frac{u}{y} \right)^2 \right] \leq 1.2 f_c \quad (2.2)$$

où la limitation de  $1.2 f_c$  est introduite en raison du fait que cette contrainte ne peut pas dépasser la résistance du béton en état biaxial de compression. Le rapport  $u/y$  est calculé selon :

$$\frac{u}{y} = \pi \left( \frac{2 r_c}{y} + \frac{1}{\tan 2 \alpha} + \frac{1}{2 \tan \alpha} \right) \quad (2.3)$$



**Fig. 2.3:** Détail de la coque conique d'appui selon Broms [Bro05]

La valeur de l'inclinaison de la bielle, dans le cas des planchers-dalles sans armature de poinçonnement, est prise sur la base de celles mesurées lors des essais et elle vaut  $\alpha = 25^\circ$ . Pour ce type d'éléments constructifs, ce mécanisme devient déterminant seulement dans le cas où la dimension de la colonne  $r_c$  est petite par rapport à la hauteur statique des armatures de la dalle  $d$  ou bien pour des planchers constitués de béton à faible résistance. Par contre ce critère est souvent déterminant pour le poinçonnement des radiers de fondation ou bien dans le cas des dalles avec armature de poinçonnement. Pour ce dernier cas l'inclinaison proposée de la coque est de  $\alpha = 45^\circ$  [Bro05].

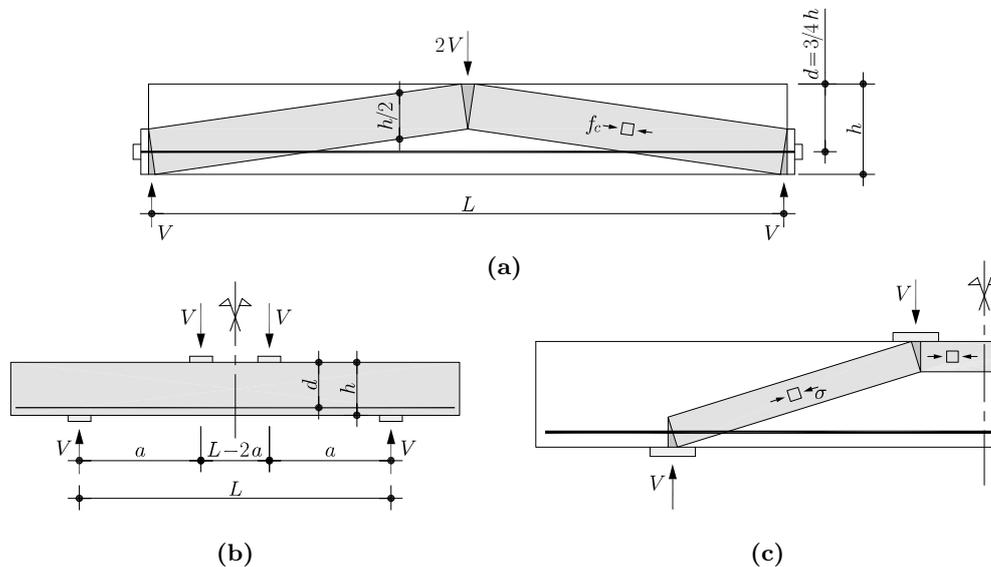
## 2.1.2 Bases et applications de la théorie de la fissure critique

Dans cette section la théorie de la fissure critique (Critical Shear Crack Theory – CSCT), introduite par Muttoni et Schwartz en 1991 [Mut91], est présentée en partant des bases théoriques dérivées des observations expérimentales. Ceci est fait en analysant le comportement d'une poutre en béton armé sans étriers soumise à un effort tranchant. Après avoir donné le critère de rupture pour les poutres, l'application de la théorie au cas du poinçonnement des planchers-dalles sera traitée.

### Poutres sans étriers

La théorie de la fissure critique se base sur des observations expérimentales du comportement et de la rupture de poutres en béton armé sans armature d'effort tranchant comme montré

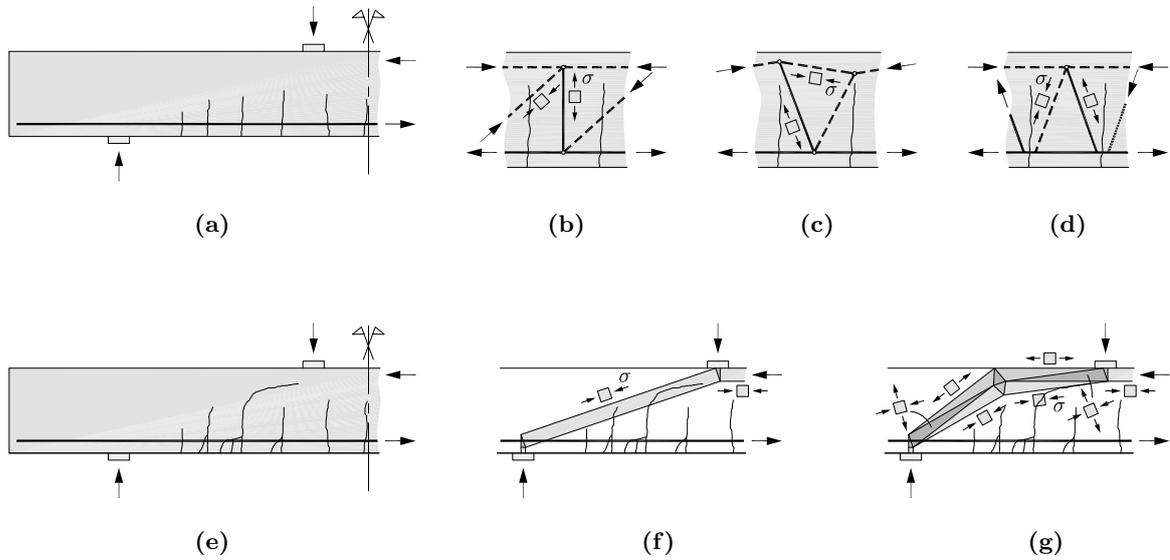
à la figure 2.4(b). Lors de ces essais, il a été remarqué que la rupture par effort tranchant survient pour des forces largement inférieures à la force de ruine calculée sur la base de la théorie de la plasticité selon le champ de contraintes montré à la figure 2.4(c). Ce champ est une modification de celui développé par Drucker [Dru61] pour une poutre soumise à une force concentrée placée à mi-portée montré à la figure 2.4(a). Les mesures expérimentales ont aussi montré que l'écart entre la résistance mesurée et celle plastique calculée dépend fortement de l'état de fissuration de la poutre dans la zone de la bielle inclinée. Ceci est expliqué par le comportement d'une telle poutre qui peut être décrit par les phases suivantes :



**Fig. 2.4:** Poutre en béton armé sans armature d'effort tranchant : **(a)** champs de contraintes rigide-plastique pour une poutre soumise à une force concentrée à mi-portée selon Drucker [Dru61] ; **(b)** géométrie des essais de laboratoire et ; **(c)** champ de contraintes en accord avec la théorie de la plasticité

- Pour des charges faibles la poutre se trouve dans un état non fissurée et la transmission des charges peut être décrite par la théorie de l'élasticité.
- Ensuite, des fissures presque verticales se forment en commençant par le centre de la poutre à cause des efforts de tractions enduits par la flexion, sur la partie inférieure. Dans cette nouvelle situation, les mécanismes qui permettent la transmission de l'effort tranchant en direction des appuis sont (figures 2.5(b), (c) et (d)) : l'action en porte-à-faux, l'engrènement des granulats et l'effet goujon. Ces mécanismes se développent en même temps et ils provoquent des contraintes de traction sur toute la hauteur de la poutre.
- Le successif incrément de force augmente les efforts de traction décrits préalablement jusqu'à propager les fissures de flexion en direction diagonale (fissure critique) et de plus des nouvelles fissures, horizontales, peuvent s'ouvrir en correspondance de l'armature tendue (figure 2.5(e)). Par conséquent, la capacité des trois mécanismes de résistance à l'effort tranchant dans un élément fissuré est diminuée (engrènement des granulats) voir annulée (action en porte-à-faux et effet goujon).
- Néanmoins, la rupture de la poutre ne se manifeste pas encore. En effet, des mécanismes d'appuis direct peuvent encore s'instaurer comme il est montré aux figures 2.5(f) et (g). Comme il a été anticipé, la présence de la fissure critique diminue la résistance de la bielle et donc une partie de la force est déviée au delà de la fissure avec une zone conséquente tendue à l'extrados de la bielle comprimée. La force maximale que ces deux mécanismes peuvent supporter est donc inférieure à celle transmise par la bielle inclinée du mécanisme de flexion (figure 2.4(c)), ce qui explique le fait que la force de plastification ne peut pas être atteinte.

Afin qu'un effort puisse traverser la fissure il est nécessaire de mobiliser l'engrènement des granulats qui encore une fois joue un rôle déterminant lors de la transmission de l'effort tranchant.



**Fig. 2.5:** Développement des fissures et mécanismes de transmission des forces dans une poutre fissurée avant et après la formation de la fissure critique : (a) fissuration initiale de flexion; (b) action en porte-à-faux; (c) engrènement des granulats; (d) effet goujon; (e) fissuration à la rupture; (f) appui direct et; (g) appui direct avec bielle déviée

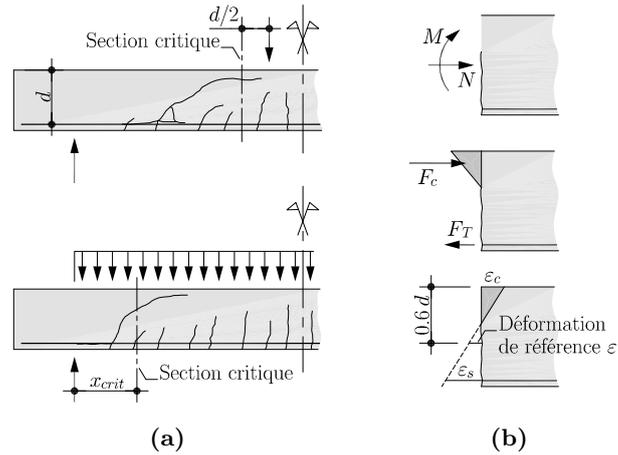
La résistance à l'effort tranchant est donc contrôlée par trois paramètres qui sont : la racine carrée de la résistance à la compression du béton  $\sqrt{f_c}$  (en accord avec les travaux de Moody et al. [Moo54]), l'ouverture de la fissure critique  $u$  et la rugosité de cette fissure. Dans le cas des bétons de résistance ordinaire ( $f_c \leq 60$  MPa), avec granulats suffisamment résistants, la rugosité de la fissure est contrôlée par la taille maximale des granulats  $d_g$  qui restent attachés sur les lèvres de la fissure sans se casser [Wal80]. Sur la base de ces considérations, la résistance (critère de rupture) selon la théorie de la fissure critique est définie de la façon suivante :

$$\frac{V_R}{b d} = \sqrt{f_c} f(u, d_g) \quad (2.4)$$

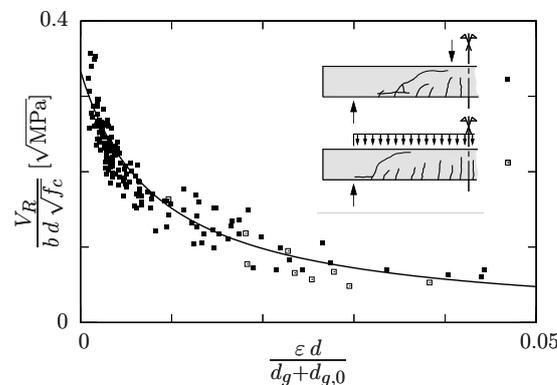
Muttoni [Mut03] propose de calculer l'ouverture comme étant proportionnelle au produit entre la déformation longitudinale de référence  $\varepsilon$  et la hauteur statique  $d$  et ainsi considérer l'effet de taille. Le point de référence, où la déformation est calculée, se trouve à une hauteur de  $0.6 d$  depuis le bord comprimé de la poutre et, dans le cas des poutres soumises à des forces concentrées, à une distance de  $0.5 d$  du point d'introduction de la force comme montré à la figure 2.6. La déformation est calculée en considérant le seul effet de la flexion et un comportement de la poutre élastique linéaire fissuré avec l'hypothèse des sections planes de Navier-Bernoulli. Enfin, le critère de rupture est formulé de la façon suivante :

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_c}} = \frac{1/3}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{d_g + d_{g,0}}} \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (2.5)$$

où  $d_{g,0}$  est la taille du granulat de référence fixée à 16 mm. La dérivation de ce critère a été faite par ajustement des mesures expérimentales comme il est montré à la figure 2.7 où il est possible de remarquer une très bonne corrélation.



**Fig. 2.6:** Définition de la section critique et de la déformation de référence selon la théorie de la fissure critique : (a) section critique selon le type de chargement et ; (b) calcul de la déformation de référence  $\varepsilon$  à partir des efforts considérés  $M$  et  $N$



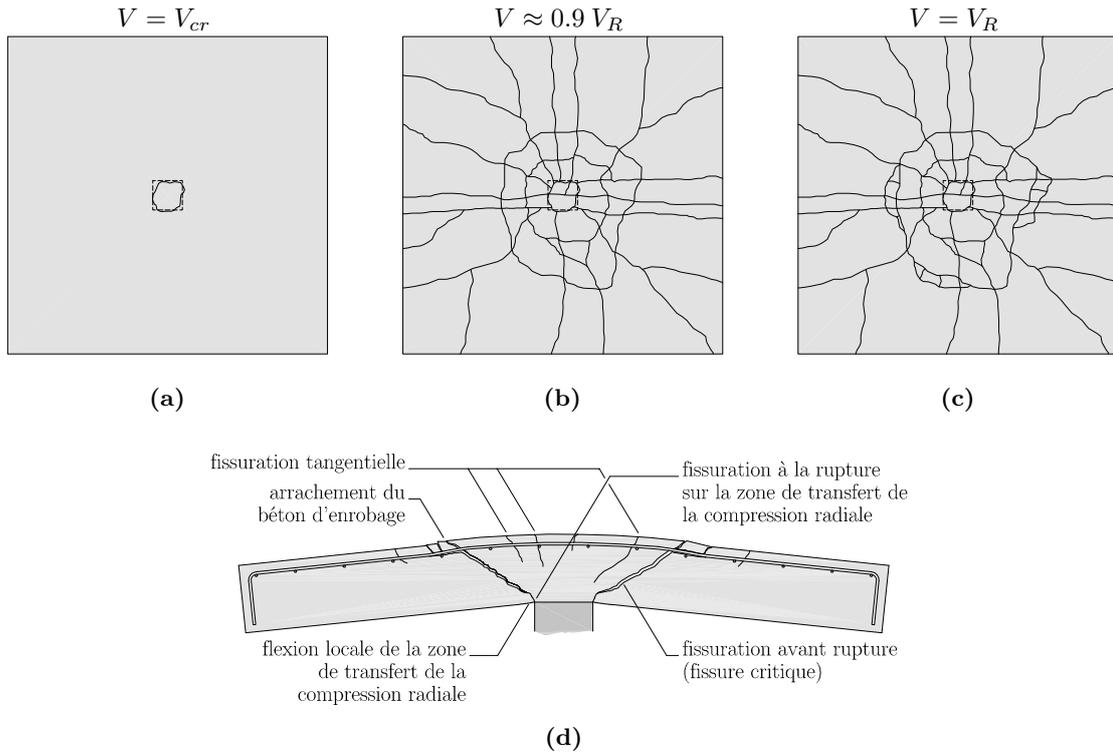
**Fig. 2.7:** Comparaison du critère de rupture à l'effort tranchant des poutres sans étriers avec les essais

## Dalles sans armatures transversales

A la différence des poutres, le suivi de l'évolution de la fissuration dans une dalle est difficile du fait que les fissures se trouvent à l'intérieur de la dalle et que seulement celles de flexion sont visibles sur la surface supérieure de la dalle lors de l'essai. Donc la fissure critique n'est visible qu'après la rupture par poinçonnement, une fois que la dalle a été coupée, et se présente comme celle montrée à la figure 2.8(d). Ceci augmente les difficultés rencontrées lors de l'étude du problème du poinçonnement. Néanmoins, les mesures expérimentales permettent d'affirmer qu'un comportement très similaire à celui décrit préalablement pour les poutres se développe aussi dans le poinçonnement des dalles.

Les différentes phases qui caractérisent le comportement d'un élément de dalle lors du chargement sont décrites de suite :

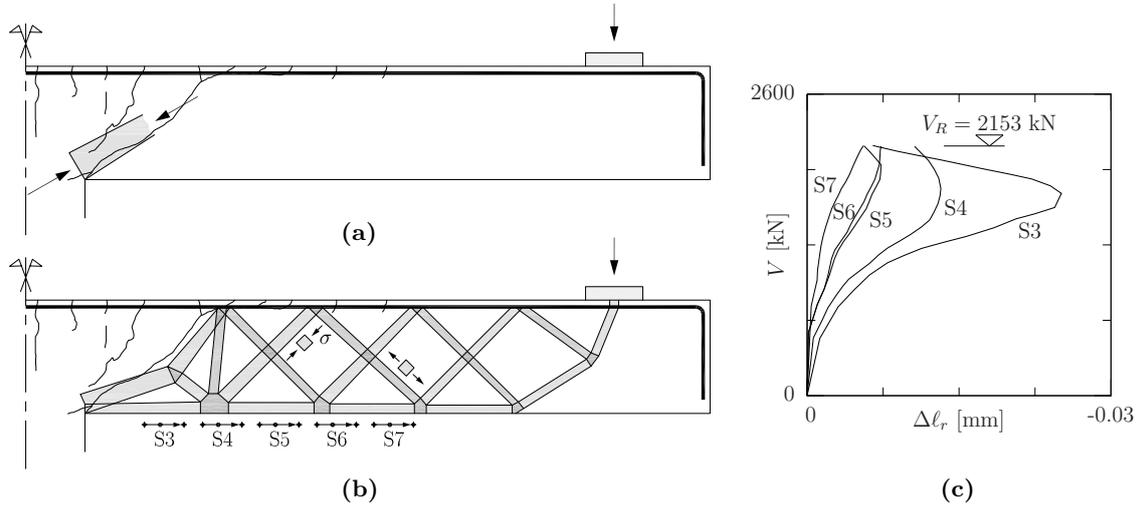
- En premier le comportement de l'élément de dalle est élastique non fissuré jusqu'au moment de la formation de la première fissure. cette fissure, tangentielle, apparaît à l'extrados quasiment sur la projection du périmètre de la colonne comme montré à la figure 2.8(a).
- La fissure tangentielle induit une redistribution des efforts entre la direction radiale et la



**Fig. 2.8:** Fissuration d'un élément de dalle : (a), (b) et (c) évolution de la fissuration visible sur la surface supérieure de la dalle lors du chargement [Gua06] et ; (d) fissuration sur la coupe au moment de la rupture [Gua09]

tangentielle. Ceci porte, avec l'augmentation de la charge, à la formation d'une série de fissures radiales qui s'étendent jusqu'au bord de l'élément de dalle (figure 2.8(b)). Pendant cette phase, et jusqu'à la rupture, les parties de dalle délimitées par les fissures tournent comme des corps rigides au tour du bord de la colonne et donc les moments radiaux restent faibles.

- Ensuite, d'autres fissures tangentielles se forment à l'extérieur de la première. Ces fissures se développent dans l'épaisseur de la dalle en direction du bord de la colonne. Une de ces fissures devient critique du fait qu'elle traverse la bielle comprimée qui appuie la force verticale sur la colonne comme montré à la figure 2.9(a) et, comme pour les poutres, la compression est en partie déviée afin de soulager la transmission de l'effort à travers la fissure [Mut91] (figure 2.9(b)). Ce nouveau mécanisme de transmission de l'effort tranchant impose une diminution de la compression radiale sur la face inférieure dans la région de la colonne. Plusieurs chercheurs ont remarqué une diminution de la déformation radiale, mesurée sur la surface du béton au droit de la colonne, à partir d'une force  $V$  appliquée d'environ 80-90% de la force de poinçonnement (figure 2.9(c)). Ces mesures s'expliquent avec la flexion locale de la zone comprimée à l'intrados selon la cinématique à la rupture de la dalle montrée à la figure 2.8(d).
- La rupture (figure 2.8(c)), qui survient brutalement, est caractérisée par l'extraction du cône délimité par la fissure critique. C'est seulement à ce moment que la zone de transfert de la compression radiale sur l'intrados est traversée par la fissure de poinçonnement comme à la figure 2.8(d). Sur le haut de l'élément de dalle, le cône est traversé par la nappe d'armature qui est entraînée lors de la rupture. Ceci oblige l'arrachement du béton d'enrobage sur une certaine distance fonction de la quantité ainsi que du diamètre des barres d'armature. La zone d'enrobage détachée du reste de la dalle délimite la partie de cône visible sur la surface de la dalle qui donc apparaît plus étendu qu'il ne l'est en réalité.



**Fig. 2.9:** Mécanismes de transmission de la force après la formation de la fissure critique selon Muttoni [Mut08a] sur la dalle d'essais PG3 [Gua06] : **(a)** bielle comprimée à travers la fissure critique ; **(b)** modèle avec bielle déviée et ; **(c)** évolution de la déformation radiale sur la face inférieure de la dalle mesurée en fonction de la force appliquée

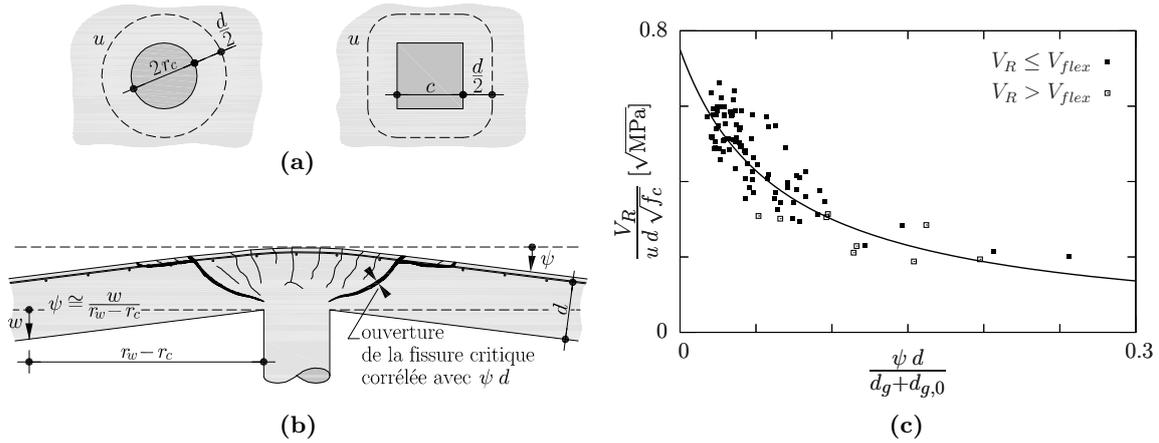
Le comportement décrit indique clairement que la fissuration causée par la flexion de la dalle joue un rôle important sur la résistance au poinçonnement et une partie de la force, au moment de la rupture, est transmise par des mécanismes d'engrènement des granulats. Comme pour les poutres la théorie de la fissure critique (2.4) définit une section de contrôle  $u$ , qui remplace  $b$ , ainsi que l'ouverture de la fissure  $w$ . Pour le poinçonnement, la section de contrôle est définie par un périmètre placé à une distance de  $d/2$  du bord de la colonne comme montré à la figure 2.10(a). Par contre, l'ouverture de la fissure est, dans ce cas, calculée comme étant proportionnelle au produit  $\psi d$  où  $\psi$  est la rotation de la dalle à l'extérieur du cône de poinçonnement (voir figure 2.10(b)). Le critère de rupture par poinçonnement est donc formulé comme de suite :

$$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_g + d_{g,0}}} \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (2.6)$$

La figure 2.10(c) compare ce critère de rupture avec les résultats d'essais de plusieurs campagnes expérimentales où une bonne corrélation peut être observée. La rotation utilisée pour la représentation des points de cette figure est, au contraire de la déformation utilisée pour les points expérimentaux des poutres montrés à la figure 2.7, celle mesurée lors des essais. Pour une bonne partie des essais, des mesures directes de la pente ne sont pas disponibles ; dans ces cas, la pente a été calculée par la mesure de la flèche de la dalle en supposant une pente constante de l'intrados, à partir du bord de la colonne (voir figure 2.10(b)).

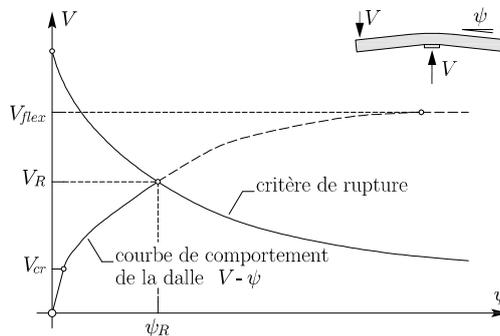
La proportionnalité de l'ouverture de la fissure critique dans les dalles n'est pas corrélée avec la déformation calculée dans un point de contrôle comme pour les poutres. En effet, dans le cas du poinçonnement, la zone d'appuis présente des plastifications locales à la flexion avec des fortes répartitions des moments en direction tangentielle. Ceci implique que la zone plastique est en état de déformation imposé par compatibilité et de ce fait l'ouverture de la fissure critique a été exprimée de façon différente que pour les poutres.

Pour calculer la force de poinçonnement d'une dalle il est nécessaire de connaître son comportement qui doit être comparé avec le critère de rupture comme il est montré à la figure 2.11.



**Fig. 2.10:** Critère de rupture au poinçonnement selon la théorie de la fissure critique [Mut03, Gua06, Mut08a] : (a) définition du périmètre de contrôle pour une colonne ronde et une carrée ; (b) corrélation entre l'ouverture de la fissure critique et la rotation de la dalle (à droite mesurée et à gauche extrapolée par la mesure de la flèche) et ; (c) corrélation entre le critère de rupture et les résultats de 99 essais de poinçonnement

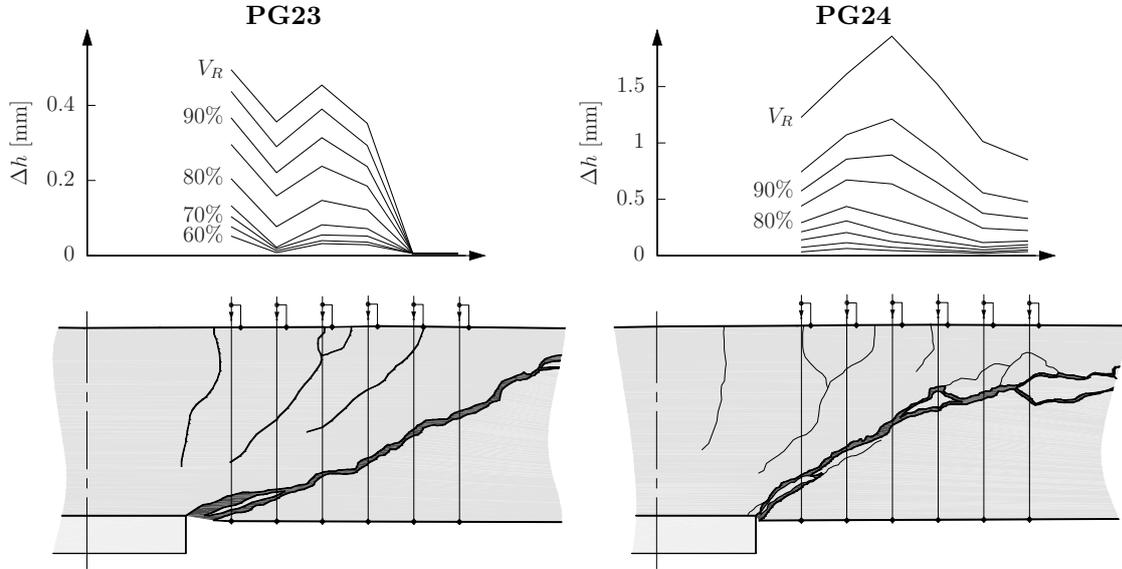
Ce comportement doit considérer la non-linéarité des sections en béton armé fléchies. Une possible approche est celui d'une analyse avec la méthode des éléments finis non linéaires [Vaz07]. Plusieurs chercheurs ont proposé des approches analytiques ou numériques applicables à des cas simples. Pour un élément de dalle axisymétrique (ou symétriques en appliquant préalablement des transformations géométriques) une intégration numérique a été appliquée par Guandalini [Gua06]. En introduisant une hypothèse supplémentaire, qui dit que les courbures radiales sont concentrées dans une zone autour de la colonne de rayon  $r = r_0$ , une loi analytique du comportement peut être intégrée [Mut08a].



**Fig. 2.11:** Procédure pour le calcul de la force de rupture au poinçonnement d'une dalle

Des mesures directes de l'ouverture de la fissure lors des essais sont impossibles et seulement des mesures indirectes peuvent être effectuées. Entre autre, la mesure du changement d'épaisseur de la dalle au droit de la colonne donne des indications sur le développement de la fissure critique. La figure 2.12 montre ces mesures effectuées sur deux essais [Gui10c] ainsi que la position des instruments de mesure par rapport aux fissures relevées sur la coupe. Il est déjà possible de voir que la mesure est la somme des ouvertures de plusieurs fissures. Malgré cette complication, ce type de mesure indique que pour des forces inférieures à environ 60%  $V_R$ , l'augmentation d'épaisseur reste négligeable. Ceci peut-être expliqué par le fait que la fissure

d'effort tranchant se développe à ce niveau de force, cette conclusion est en accord avec les observations de Kinnunen et Nylander [Kin60]. Ensuite, comme le montre la courbe de la figure 2.12 concernant la dalle PG24, cette fissure s'ouvre beaucoup plus rapidement à partir d'une force d'environ 80%  $V_R$ .



**Fig. 2.12:** Résultats des mesures de changement d'épaisseur pour les dalles PG23 et PG24 [Gui10c] (courbes pour  $V$  entre 60 et 100% de  $V_R$  chaque 5%)

## 2.2 Modèles empiriques pour le poinçonnement

Plusieurs normes proposent des modèles empiriques pour l'estimation de la résistance au poinçonnement. Ces modèles permettent de calculer la résistance nominale  $v_R$  sur la base de plusieurs paramètres comme : la résistance à la compression simple du béton  $f_c$ , le taux d'armature  $\rho$  et la hauteur statique moyenne de la nappe d'armature supérieure  $d$ . Cette résistance est ensuite comparée à un effort de cisaillement nominal  $v_d$  calculé de la façon suivante :

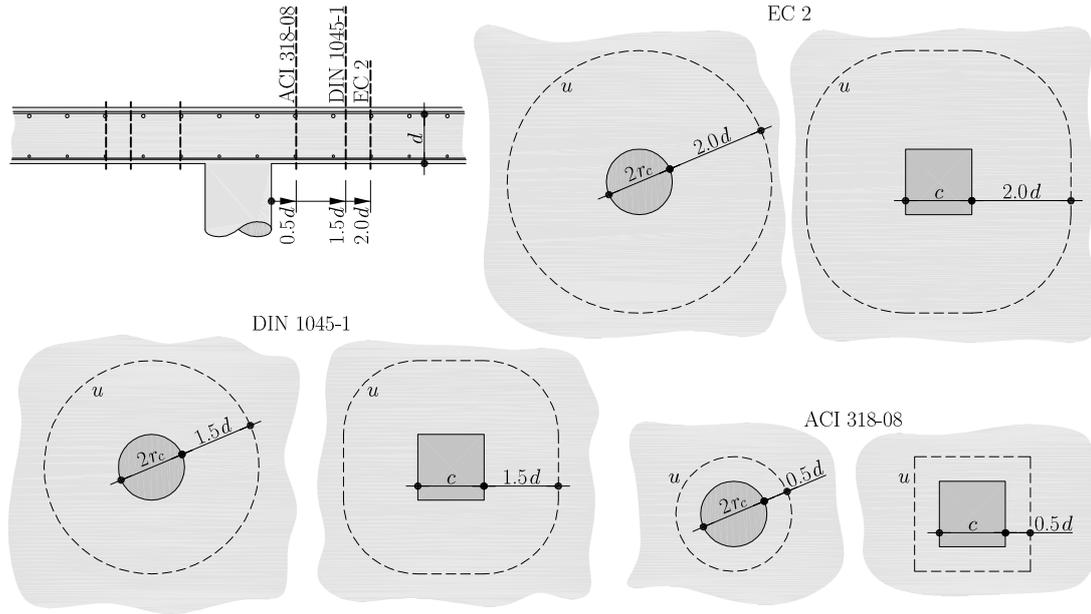
$$v_d = \frac{V_d}{u} \quad (2.7)$$

où le périmètre de contrôle  $u$  est défini, comme montré à la figure 2.13, de façon différente pour chaque norme. La norme ACI [ACI318] utilise le même périmètre que la théorie de la fissure critique et donc à  $d/2$  du bord de la colonne, par contre pour la norme EC [EC2] il est placé à  $2.0 d$  et pour la norme allemande DIN [DIN1045-1] à  $1.5 d$ .

### 2.2.1 Modèle européen : normes EC et DIN

Selon la norme EC [EC2], la vérification au poinçonnement est faite de la façon suivante :

$$v_{Rd,c} = \frac{0.18}{\gamma_c} k (100 \rho f_{ck})^{1/3} d + 0.10 \sigma_{cp} d \geq 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2} d + 0.10 \sigma_{cp} d \quad (2.8)$$



**Fig. 2.13:** Définition du périmètre de la section de contrôle selon les différentes normes

où :

$f_{ck}$  valeur caractéristique de la résistance à la compression du béton en MPa ;

$\gamma_c = 1.5$  coefficient partiel de résistance pour le béton ;

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0$  avec  $d$  en mm ;

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0.02$  taux d'armature avec adhérence ;

$\sigma_{cp}$  contrainte de compression normale à la section de contrôle en MPa.

L'équation précédente ainsi que la (2.7) sont des formules de dimensionnement et de ce fait contiennent des facteurs partiels de résistance  $\gamma_c$  et de charge (occultés en  $V_d$ ). Lors des comparaisons avec les résultats expérimentaux le facteur  $\gamma_c$  n'est pas à considérer ( $\gamma_c = 1.0$ ) et la résistance du béton est prise à sa valeur moyenne  $f_c$ .

Une comparaison de ce modèle avec les conclusions des essais au poinçonnement, décrites à la section 2.1.2, montre que certains paramètres, qui semblent avoir une influence sur la résistance sont négligés. En effet, le rayon de la dalle  $r_s$  (effet d'élançement), qui est lié à la portée d'un plancher-dalle réel  $L$ , ainsi que le diamètre maximal des granulats  $d_g$  n'interviennent pas dans le modèle. Par contre, l'effet de taille lié à la hauteur statique  $d$  est considéré par le facteur  $k$ .

La norme DIN [DIN1045-1] propose un modèle de résistance au poinçonnement similaire. La seule différence est représentée par le choix du périmètre de contrôle qui, comme est indiqué dans la figure 2.13, est placé plus proche à la colonne. Ceci implique des nouvelles valeurs pour les constantes du modèle et, enfin, la formulation est la suivante :

$$v_{Rd,c} = \frac{0.21}{\gamma_c} \eta_1 k (100 \rho f_{ck})^{1/3} d + 0.12 \sigma_{cd} d \quad (2.9)$$

où :

$f_{ck}$  valeur caractéristique de la résistance à la compression du béton en MPa ;

$\gamma_c = 1.5$  coefficient partiel de résistance pour le béton ;

$\eta_1 = 1.0$  pour les bétons normaux ;

$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0$  avec  $d$  en mm ;

$\rho = \sqrt{\rho_x \rho_y} \leq 0.02$  taux d'armature avec adhérence ;

$\sigma_{cd}$  contrainte de compression normale à la section de contrôle en MPa.

### 2.2.2 Modèle américain : norme ACI

L'approche proposée par la norme ACI [ACI318] est encore plus simple que celle des normes traitées préalablement. La résistance au poinçonnement est calculée de la façon suivante :

$$v_{Rd,c} = 0.083 \phi \text{ Min} \left( \begin{array}{c} \left( 2 + \frac{4}{\beta} \right) \\ \left( \frac{\alpha_s d}{u} + 2 \right) \\ 4 \end{array} \right) \lambda \sqrt{f_{ck}} d \quad (2.10)$$

où :

$f_{ck}$  résistance à la compression simple caractéristique du béton en MPa ;

$\phi = 0.75$  facteur de réduction de la résistance au poinçonnement ;

$\lambda = 1.0$  pour les bétons normaux ;

$\beta = 1.0$  pour les colonnes carrées ;

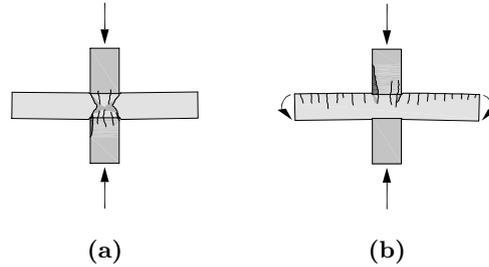
$\alpha_s = 40$  pour les colonnes intérieures.

Il est déjà possible de voir que ce modèle néglige beaucoup de paramètres. En effet, le taux d'armature  $\rho$ , le rayon de la dalle  $r_s$ , l'effet de taille lié à la hauteur statique  $d$  ainsi que le diamètre maximal des granulats  $d_g$  ne sont pas considérés par le modèle.

## 2.3 Campagnes expérimentales sur les joints colonnes-dalle

La littérature scientifique reporte plusieurs séries d'essais traitant des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes comme montré à la figure 2.14(a), mais aucune d'entre elles s'attarde sur la résistance au poinçonnement de ces éléments. Pour étudier l'effet de la présence de la dalle en béton de qualité inférieure à celui des colonnes, dans certaines séries traitants des joints colonnes-dalle, l'élément est testé simplement à l'effort normal qui provient des

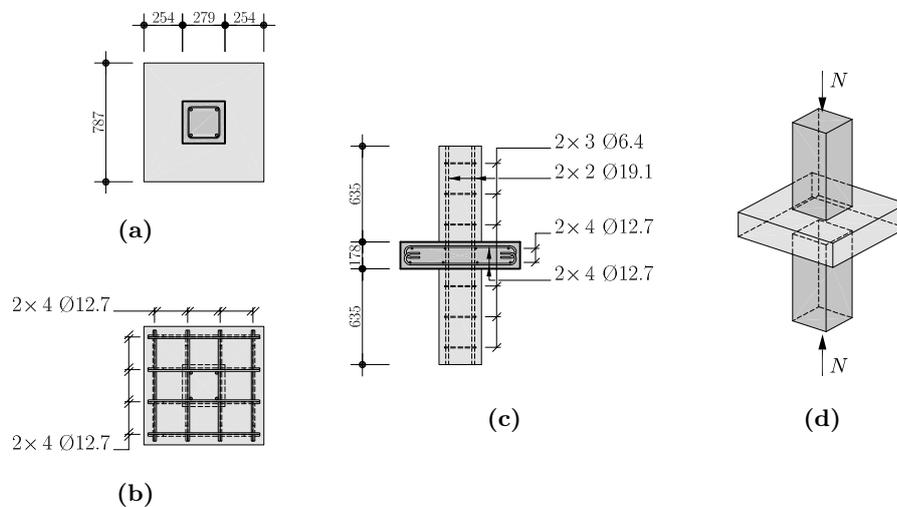
colonnes  $N$ . D'autres séries étudient l'effet des forces appliquées sur la dalle, qui introduisent des moments de flexion sur la dalle dans la région des colonnes, sur la résistance à l'effort normal, voir figure 2.14(b). Dans la suite de la section, le comportement de ces éléments soumis aux différents efforts est analysé en éclaircissant les effets des diverses interactions.



**Fig. 2.14:** Principe des essais de la littérature sur des joints colonnes-dalle : (a) joint chargé exclusivement sur les colonnes et ; (b) force axiale sur les colonnes avec interaction d'un moment de flexion sur la dalle

### 2.3.1 Joints colonnes-dalle avec force appliquée seulement sur les colonnes

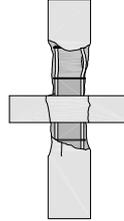
La première campagne expérimentale sur des joints colonnes-dalle a été conduite par Bianchini et al. [Bia60]. Des joints colonnes-dalle intérieurs, de bord et d'angle ont été testés seulement à l'effort normal. Ici, seulement les 11 joints intérieurs, montrés à la figure 2.15 et décrits dans le tableau 2.1, seront analysés. Les paramètres variés dans la série étaient la résistance à la compression du béton de la dalle  $f_{c,s}$  (valeurs nominales 20.7, 17.2 et 13.8 MPa) et le rapport entre la résistance du béton des colonnes et celui de la dalle  $f_{c,c}/f_{c,s}$  (3.0, 2.0 et 1.5). Aucune variation du taux d'armature de la dalle n'a été étudiée ( $\rho = \rho' = 0.42\%$ ); ce qui limite la représentativité pour les cas réels de cette campagne expérimentale comme indiqué dans la suite.



**Fig. 2.15:** Essais de la série Bianchini et al. [Bia60] : (a) plan de la colonne; (b) plan de la dalle; (c) section et ; (d) principe de l'essai

Quatre phases de fissuration ont été relevées lors des essais. Pendant la première phase, des fissures apparaissent sur le bord libre des dalles au droit des barres d'armature ; dans la phase

suivante ces fissures se propagent, toujours en suivant les barres d'armature, en direction des colonnes. Une fissure qui contourne la colonne se forme dans la troisième phase et en phase finale des fissures apparaissent sur la face latérale des colonnes en proximité de la dalle. Toutes les ruptures finales se sont produites dans le béton d'une des colonnes affaibli par les fissures provenant de la déformation imposée par la dalle. Les fissures formées pendant la quatrième phase affaiblissent le béton d'enrobage qui éclate avant d'avoir atteint sa résistance à la compression. La figure 2.16 montre un joint colonnes-dalle après essais, où il est possible de voir la zone d'éclatement de l'enrobage avec les armatures longitudinales de la colonne qui, laissées libres, peuvent flamber.



**Fig. 2.16:** Joint colonnes-dalle qui a développé une rupture dans le béton de la colonne

Bianchini et al. ont discerné deux types de ruptures : une première qui se développe dans le béton de la dalle « joint failure » et une deuxième qui se manifeste dans le béton de la colonne « column failure ». La rupture du joint est caractérisée par l'écrasement du béton de la dalle suivi par le détachement de l'enrobage de la colonne. Par contre, l'autre rupture survient au niveau de la colonne sans avoir des grandes déformations dans la zone du joint. Dans ce dernier cas la résistance du joint  $\sigma_{cR}$  est comparable à celle du béton de la colonne  $f_{c,s}$ . Sur la base des observations expérimentales, la limite entre une rupture et l'autre a été fixée à une valeur de  $f_{c,c}/f_{c,s} = 1.5$ .

Essai :	$f_{c,s}$ [MPa]	$f_{c,c}$ [MPa]	$f_{c,c}/f_{c,s}$	$f_{s,c}$ [MPa]	$N_R$ [kN]	$\sigma_{cR}/f_{c,s}$
S90I3.0	17.1	51.0	2.98	323	3114	2.09
S75I3.0	22.2	51.3	2.31	295	3287	1.73
S75I3.0	15.9	43.2	2.72	305	2891	2.09
S60I3.0	14.3	45.3	3.16	301	3069	2.47
S60I2.0	23.6	45.6	1.93	313	3114	1.52
S50I2.0	21.3	40.6	1.91	310	2580	1.36
S50I2.0	15.2	34.4	2.26	299	2447	1.80
S40I2.0	17.0	25.9	1.53	311	1922	1.20
S45I1.5	19.8	34.3	1.73	307	2669	1.52
S37I1.5	15.2	22.5	1.49	305	2002	1.42
S30I1.5	13.4	25.6	1.91	298	1979	1.59

**Tab. 2.1:** Données des essais des joints colonnes-dalle intérieurs conduits par Bianchini et al. (la résistance du béton des colonnes  $f_{c,c}$  montrée est la plus petite entre celle de la colonne inférieure et de la supérieure)

Malgré les observations sur les types de rupture montrant clairement que la présence de la dalle peut réduire la résistance de la colonne, il est intéressant de noter que le béton de la dalle peut par contre résister à des contraintes qui dépassent sa résistance à la compression simple, dans cette série jusqu'à  $2.47 f_{c,s}$ . Ce résultat avec le dessin des fissures indiquent clairement qu'au niveau de la dalle, des contraintes radiales de compression se développent à cause du

gonflement de la partie de béton entre les colonnes. Ces contraintes radiales sont équilibrées de part et d'autre par les barres d'armature de la dalle qui sont tendues.

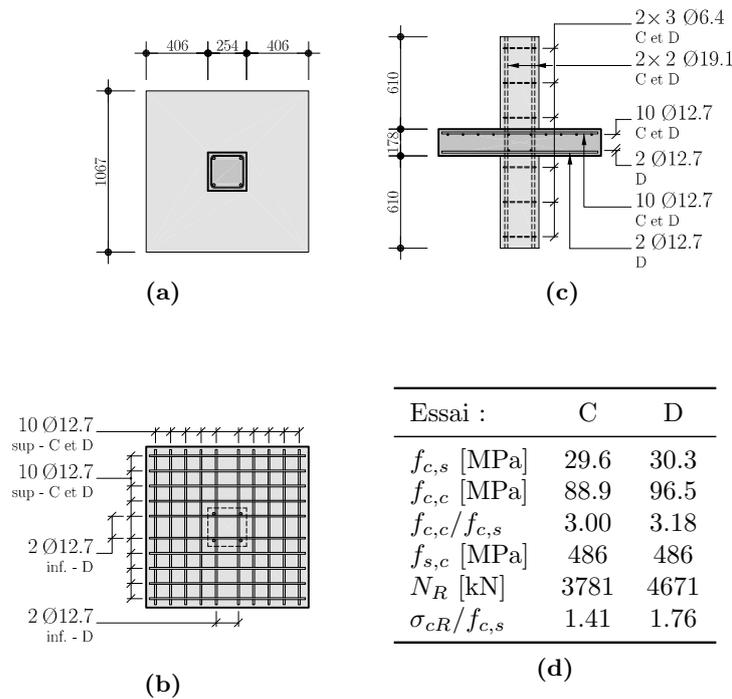
La résistance à l'écrasement du joint est calculée par (2.11) où deux contributions différentes sont additionnées : d'une coté il y a la force transmise à travers le béton au moment de la rupture  $N_{cR}$  et de l'autre celle transmise par l'armature qui traverse la colonne  $N_{sR}$ .

$$N_R = N_{cR} + N_{sR} = \sigma_{cR} (A_c - A_{s,c}) + f_{s,c} A_{s,c} \quad (2.11)$$

Éventuellement la deuxième contribution peut aussi considérer toutes les pièces métalliques qui relient les deux colonnes. Sur la base de cette formule, la contrainte de compression transversale sur le béton de la dalle  $\sigma_{cR}$ , utilisée dans la comparaison des essais, est calculée de la façon suivante :

$$\sigma_{cR} = \frac{N_R - f_{s,c} A_{s,c}}{A_c - A_{s,c}} \quad (2.12)$$

où  $N_R$  est la force de rupture appliquée à la colonne,  $f_{s,c}$  la limite d'écoulement des armatures de la colonne,  $A_{s,c}$  la surface d'armature dans les colonnes et  $A_c$  la surface de la colonne.



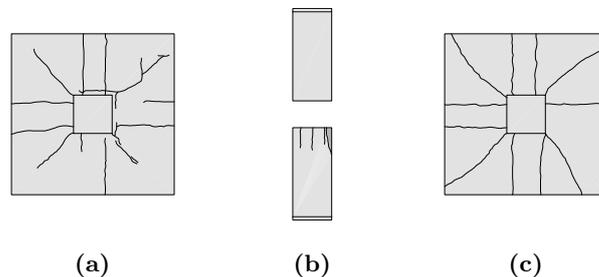
**Fig. 2.17:** Essais de la série Gamble et Klinar [Gam91] : (a) plan de la colonne ; (b) plan de la dalle ; (c) section et ; (d) données principales des essais

En 1991 Gamble et Klinar [Gam91] conduisent des nouveaux essais sur des joints colonnes-dalle intérieures et de bord avec le but principal de valider les conclusions et les principes de vérification proposés par Bianchini et al. en 1960 sur des joints pourvus de colonnes plus résistantes. En effet, les résistances des bétons utilisées au début des années '60 étaient de  $f_c = 50$  MPa et 30 ans plus tard la résistance des bétons utilisés pouvaient dépasser les 120 MPa. Pour faire cette étude, 6 joints intérieurs avec des colonnes de résistance  $f_{c,c} \cong 85$  MPa et des dalles de résistance inférieure (le rapport  $f_{c,c}/f_{c,s}$  varie entre 2.0 et 5.0) ont été testées. Le comportement observé est le même que celui relevé dans l'étude précédente.

Les deux essais de la série de Gamble et al. [Gam91], décrits à la figure 2.17, montrent clairement l'influence des armatures de la dalle sur la résistance du joint. En effet, les deux

joints (C et D) sont de dimension égale, construits avec des matériaux similaires mais armés différemment. Si le joint C présente seulement la nappe d'armature supérieure, ce n'est pas le cas pour le D, dans lequel deux barres par direction ont été placées en nappe inférieure. La résistance moindre du joint non armé en nappe inférieure au droit de la colonne est évidente, et s'avère 78% moins résistant par rapport au joint avec deux nappes d'armature. Cette différence est largement inférieure aux rapports de résistance des bétons des deux dalles (98%) et des colonnes (92%). Ceci ne peut être expliqué que par l'effet des armatures comme évoqué auparavant. De même, cette armature influence aussi la diminution de résistance du béton des colonnes induite par la déformation imposée. En effet, le béton de la colonne est endommagé par la propagation des fissures de la dalle et il a été démontré que la résistance effective à la compression du béton diminue avec l'ouverture des fissures qui le traversent [Vec86]. D'autre part, l'ouverture d'une fissure est contrôlée par le taux d'armature et, dans ce cas celui de la dalle. Donc, ce paramètre influence la résistance effective à la compression de la colonne.

La figure 2.18 montre le relevé des fissures de l'essai D où l'importance de l'armature de la dalle est encore une fois visible. En effet, la colonne supérieure ne présente aucune fissure. Par contre celle inférieure, en contact avec le coté de la dalle moins armée, est très endommagée. En tête de la colonne inférieure il est possible de reconnaître la zone de rupture avec l'éclatement du béton d'enrobage.

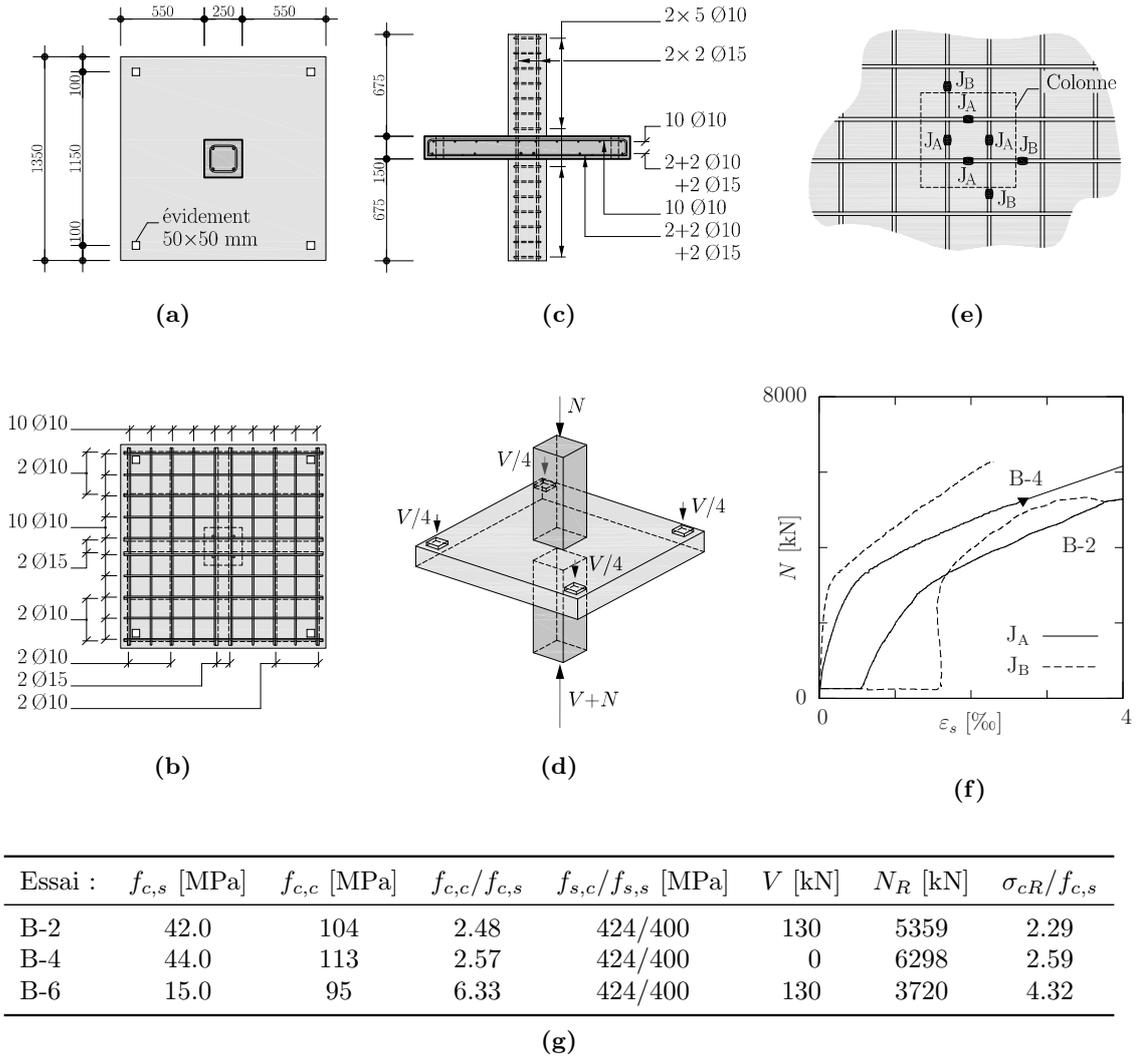


**Fig. 2.18:** Relevé des fissures en surface de l'essai D de la série Gamble et Klinar [Gam91] : (a) surface supérieure de la dalle ; (b) surface de la colonne et ; (c) surface inférieure de la dalle

### 2.3.2 Joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes

Ospina et Alexander [Osp97, Osp98] ont essayé plusieurs joints colonnes-dalle soumis simultanément à des forces appliquées sur la dalle et sur les colonnes. Le but principal de cette série est l'investigation de l'effet des forces appliquées sur la dalle sur la résistance à la compression du joint. De plus, l'influence du rapport entre l'épaisseur de la dalle  $h$  et la dimension de la colonne  $c$ , négligé lors des deux séries précédentes, a été étudié et une certaine influence a été observée. Ici, seulement 3 essais sont discutés, ces joints présentent les mêmes dimensions, la même armature et des colonnes de résistance à la compression similaire. Par contre, ils diffèrent par le type de chargement : l'essai B-4 n'est chargé que sur les colonnes ; au contraire les essais B-2 et B-6 sont aussi chargés sur la dalle ( $V = 130$  kN maintenu constant tout le long des essais). De même la résistance du béton de la dalle des joints B-2 et B-4 est majeure par rapport à celle du B-6. La figure 2.19 donne plus d'informations sur ces essais.

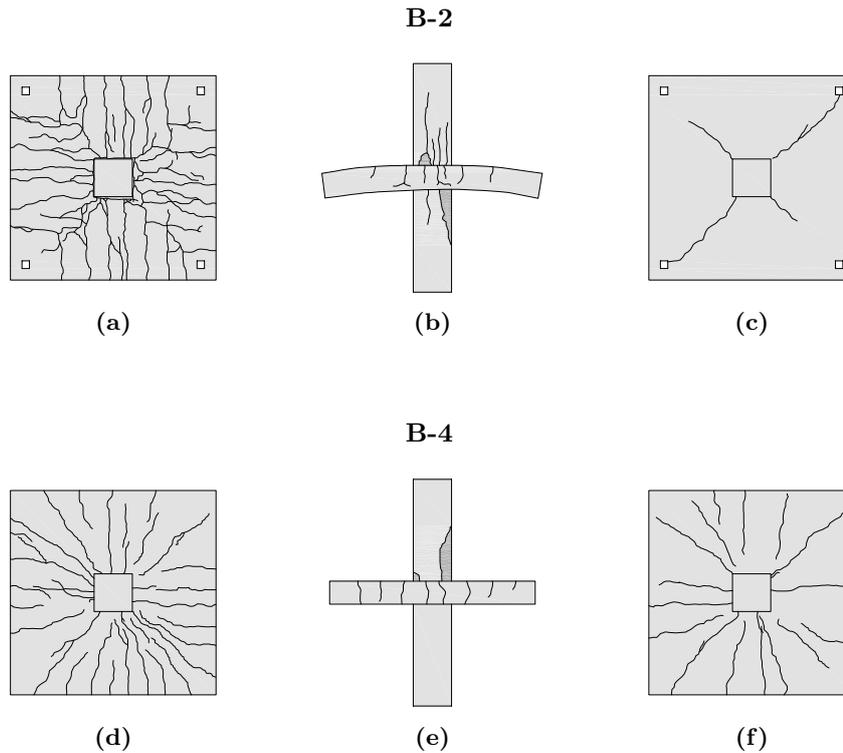
Le premier effet de la force appliquée sur la dalle est la réduction sensible de la résistance effective à la compression du joint. En outre, les fissures se forment pour des charges inférieures, d'abord au bord de la colonne pour ensuite se propager en direction des bords libres des dalles. En effet, ces fissures sont engendrées surtout par la flexion et seulement ensuite elles sont ouvertes par le gonflement de la partie de dalle soumise à la contrainte verticale. Une autre différence, par rapport au cas sans force sur la dalle, est que les fissures ne traversent



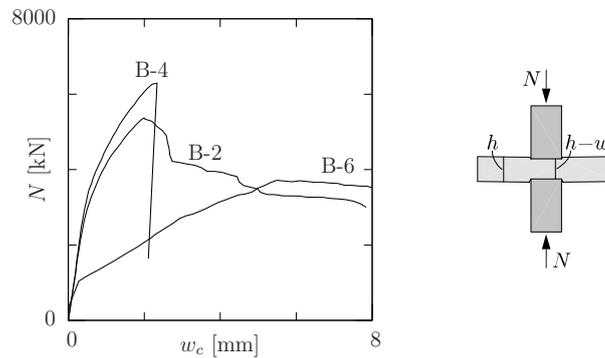
**Fig. 2.19:** Essais de la série Ospina et Alexander [Osp97] : (a) plan de la colonne; (b) plan de la dalle; (c) section; (d) principe de l'essai; (e) positions des jauges de déformation collées aux armatures supérieures de la dalle; (f) courbes charge-déformation des armatures mesurées avec les jauges ( $N-\varepsilon_s$ ; ▼ : les jauges ont été perdues, la suite de la courbe est une estimation) et; (g) données principales des essais

plus l'épaisseur de la dalle mais elles sont visibles quasi exclusivement sur la surface tendue. Sur la face comprimée de la dalle, après rupture, seulement quatre fissures diagonales se sont ouvertes. La figure 2.20 montre le relevé des fissures après rupture en surface de deux joints.

La figure 2.21 montre les courbes charge appliquée sur la colonne supérieure-changement d'épaisseur de la dalle  $N-w_c$  des joints de la série Ospina et Alexander où il est possible de distinguer les deux types de ruptures qui avaient déjà été mises en évidence par Bianchini et al. [Bia60]. Une première rupture qui se localise au niveau du béton de la colonne et une autre où c'est le béton au niveau de la dalle qui s'écrase. Dans tous les cas des fissures verticales se forment jusqu'au début de la rupture sur la surface de la colonne supérieure; dans le premier cas, ces fissures affaiblissent le béton de la colonne qui finalement éclate en donnant lieu à une rupture fragile, comme c'est le cas pour le joint B-4. Par contre, si la rupture est au niveau de la dalle, comme dans le cas des joints B-2 et B-6, un comportement adoucissant a été constaté.



**Fig. 2.20:** Relevé des fissures en surface des essais B-2 et B-4 de la série Ospina et Alexander [Osp97] : (a) surface supérieure de la dalle B-2; (b) surface de la colonne B-2; (c) surface inférieure de la dalle B-2; (d) surface supérieure de la dalle B-4; (e) surface de la colonne B-4 et ; (f) surface inférieure de la dalle B-4



**Fig. 2.21:** Courbes charge appliquée à la colonne supérieure-changement d'épaisseur  $N-w_c$  des joints colonnes-dalle de la série Ospina et Alexander [Osp97]

### 2.3.3 Discussion des résultats des essais sur les joints colonnes-dalle

Les chercheurs qui ont étudié les joints colonnes-dalle ont défini deux types de rupture selon la zone intéressée par le phénomène. Toutefois, à la vue des connaissances actuelles, il est probable que les deux types de ruptures débutent au niveau de la dalle. En effet, comme confirmé par les mesures de différentes jauges collées sur les armatures (voir figure 2.19(f)),

les barres se trouvent à l'état plastique et ne sont plus en mesure de garantir un confinement supplémentaire. A partir de ce moment, le béton de la dalle entre les deux colonnes se dilate sous charge constante et de façon incontrôlée. Ceci engendre, par compatibilité cinématique, la fissuration du béton des colonnes qui, selon le niveau de charge et à cause de la fissuration, pourrait ne plus supporter la charge. Ce mécanisme de rupture explique aussi le caractère fragile dans les cas où l'éclatement du béton de la colonne a été observé.

Une confirmation de l'applicabilité de la théorie de la plasticité, en considérant le béton entre les deux colonnes comme étant confiné par le reste de la dalle, pour l'étude de la résistance à la compression des joints colonnes-dalle est donnée par la différence de résistance entre l'essai B-2 et le B-6. En effet, le seul paramètre qui varie entre les deux essais est la résistance à la compression du béton de la dalle. Cette différence a réduit de 1639 kN (31%) la résistance mesurée lors des essais qui, en termes de contraintes sur le béton de la dalle, signifie une sollicitation mineure du joint B-6 de 26.5 MPa. Selon la théorie de la plasticité, la résistance du béton confiné est calculée comme la résistance à la compression simple augmentée en fonction de la contrainte latérale. Comme il sera montré par la suite, la contrainte latérale est contrôlée par l'armature de la dalle qui est la même dans les cas analysés et donc cette contrainte résulte aussi être la même pour les deux joints. Il en suit que la différence de résistance des joints avec la même armature est égale à la différence de résistance à la compression simple des bétons. Dans le cas des joint B-2 et B-6 cette différence vaut 27.0 MPa ( $\approx 26.5$  MPa) et donc le résultat est en accord avec la théorie de la plasticité.

## 2.4 Approches empiriques de la résistance à l'écrasement des joints colonnes-dalle

Depuis le début de l'utilisation des bétons à moyenne résistance pour la confection des colonnes des bâtiments hauts, pendant les années '50, les ingénieurs ont eu besoin d'outils nécessaires à la vérification des joints colonnes-dalle vis à vis de l'écrasement. Ceci a poussé les chercheurs à proposer des modèles simples qui pouvaient être introduits directement dans les normatives. Etant donnée la complexité de l'état de contraintes, des modèles empiriques basés sur les résultats des essais ont été proposés. Ces modèles sont des droites calées sur les résultats des essais expérimentaux à disposition. Les différents modèles se différencient seulement au niveau des constantes proposées et des paramètres considérés.

Ces modèles permettent de calculer une résistance effective du joint  $f_{c,eff}$  qui est une réduction de la résistance du béton des colonnes  $f_{c,c}$  causée par la présence de la dalle. Il faut considérer que ces modèles ont été dérivés en considérant que la plastification des armatures est atteinte en phase adoucissante du béton. Ceci implique que la contrainte à l'écrasement calculée selon (2.12) équivaut à  $\sigma_{c,R} = \alpha f_{c,eff}$ , où le facteur  $\alpha = 0.85$ , proposé par Bianchini et al. [Bia60] et repris par les normes [ACI318, CSA-A23.3] ainsi que par d'autres chercheurs [Gam91, McH00b], considère le comportement non parfaitement plastique du béton.

Dans la suite ces modèles sont brièvement expliqués et commentés. Par souci d'uniformité, les modèles sont donnés en terme de  $\sigma_{c,R}$ , calculé comme expliqué préalablement, malgré que les formulations originales sont données en  $f_{c,eff}$ . La comparaison des modèles avec certains résultats d'essais est aussi traitée. Enfin, une discussion des différents modèles ainsi que de leur applicabilité au problème étudié est faite.

### 2.4.1 Bianchini et al. 1960

Il a déjà été expliqué que Bianchini et al. [Bia60] ont constaté que si le rapport  $f_{c,c}/f_{c,s}$  est inférieur à 1.5, la rupture du joint se développe dans la colonne quand la contrainte est approximativement égale à la résistance à la compression simple du béton de la colonne. Par contre, une réduction de résistance a été remarquée quand ce rapport augment au delà de cette limite. Sur la base de ces considérations, la formule suivante, valable exclusivement pour des joints colonnes-dalle intérieurs, a été proposée (voir figure 2.22) :

$$\sigma_{c,R} = \begin{cases} 0.85 f_{c,c} & \text{si } f_{c,c}/f_{c,s} \leq 1.5, \\ 0.64 f_{c,c} + 0.32 f_{c,s} & \text{si } 1.5 < f_{c,c}/f_{c,s} < 3.0. \end{cases} \quad (2.13)$$

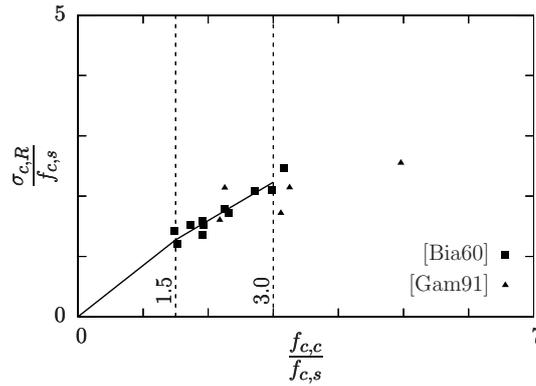


Fig. 2.22: Comparaison du modèle proposé par Bianchini et al. [Bia60] avec les résultats des essais

Ce modèle a été repris, avec certaines modifications, par la norme ACI 318 [ACI318]. Les modifications apportées sont : une première conservatrice en mettant la limite entre les deux ruptures à 1.4 au lieu de 1.5 et la deuxième, à priori non conservatrice, consiste dans la suppression de la limite supérieure d'applicabilité du modèle.

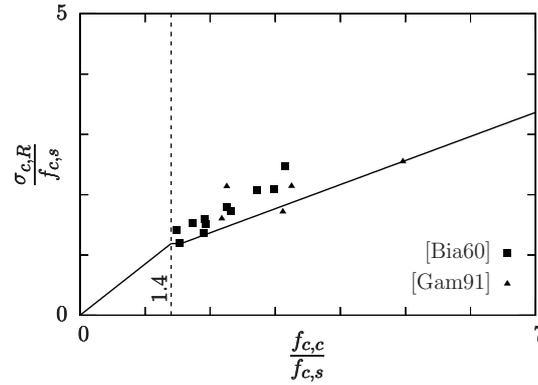
### 2.4.2 Gamble et Klinar 1991

Gamble et Klinar [Gam91] ont proposé un modèle afin de couvrir les cas non considérés par Bianchini et al. ( $f_{c,c}/f_{c,s} \geq 3.0$ ). En effet, des nouveaux essais ont montré qu'au delà de cette limite la formule introduite dans la norme ACI 318 porte à surestimer la résistance des joints. Ce nouveau modèle est exprimé de la façon suivante (voir figure 2.23) :

$$\sigma_{c,R} = \begin{cases} 0.85 f_{c,c} & \text{si } f_{c,c}/f_{c,s} \leq 1.4, \\ 0.40 f_{c,c} + 0.57 f_{c,s} \geq 1.19 f_{c,s} & \text{si } f_{c,c}/f_{c,s} > 1.4. \end{cases} \quad (2.14)$$

### 2.4.3 Ospina et Alexander 1998

Ces chercheurs ont proposé un modèle qui, à la différence des précédents, considère le rapport entre la hauteur de la dalle  $h$  et la dimension de la colonne  $c$ . En effet, leur série d'essais a montré que ce paramètre influence la résistance des joints. Plus la dalle est mince par rapport à la colonne, plus la résistance du joint augmente. Le modèle proposé par Ospina et

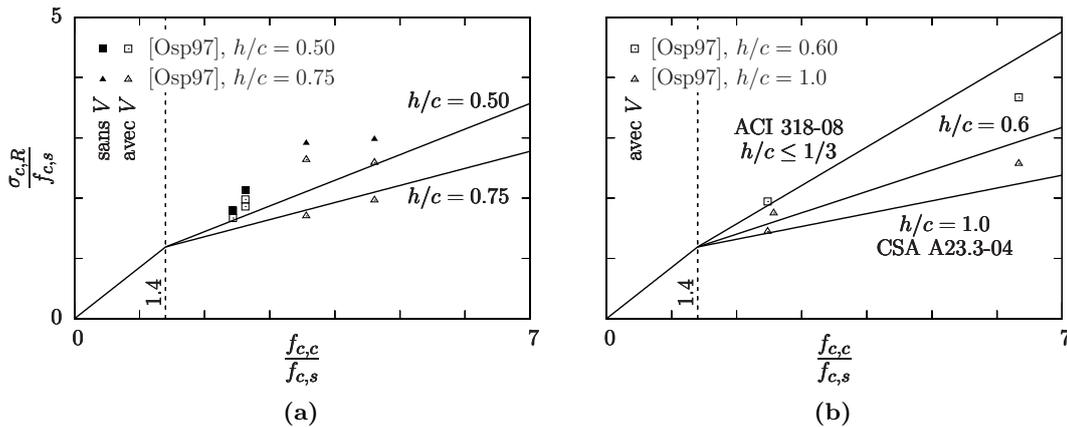


**Fig. 2.23:** Comparaison du modèle proposé par Gamble et Klinar [Gam91] avec les résultats des essais

Alexander [Osp98] est formulé de la façon suivante :

$$\sigma_{c,R} = \begin{cases} 0.85 f_{c,c} & \text{si } f_{c,c}/f_{c,s} \leq 1.4, \\ \left(\frac{0.21}{h/c}\right) f_{c,c} + \left(1.19 - \frac{0.30}{h/c}\right) f_{c,s} & \text{si } f_{c,c}/f_{c,s} > 1.4. \end{cases} \quad (2.15)$$

où le rapport géométrique  $h/c$  ne doit pas être inférieur à  $1/3$ . En utilisant cette valeur, la formule est égale à celle de la norme ACI [ACI318]. Par contre, cette formulation avec  $h/c = 1.0$  a été introduite dans la norme CSA [CSA-A23.3] (voir figure 2.24).



**Fig. 2.24:** Comparaison du modèle proposé par Ospina et al. [Osp98] avec les résultats des essais : (a) effet de la force appliquée sur la dalle  $V$  et ; (b) effet du rapport géométrique  $h/c$

Ce modèle a été proposé afin de considérer l'effet négatif de la force appliquée directement sur la dalle  $V$  mis en évidence par les résultats des essais. Pour cette raison la formule a été dérivée en considérant exclusivement les essais d'interaction entre la force sur la colonne et celle appliquée à la dalle.

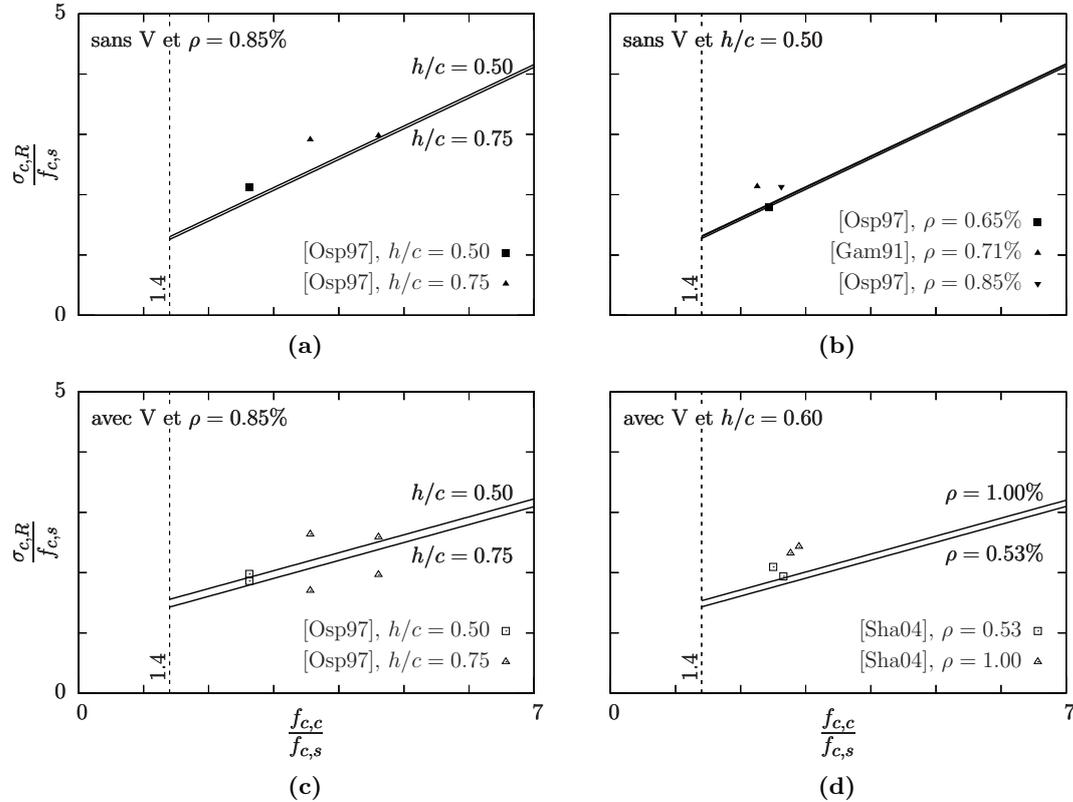
#### 2.4.4 Shah et al. 2004

Shah et al. [Sha04, Sha05] proposent un modèle empirique basée sur les résultats de plusieurs séries d'essais qui considère, en plus du modèle précédent, le taux d'armature de la dalle  $\rho$ . Ce paramètre influence seulement la partie liée à la résistance du béton de la dalle. En effet,

c'est une façon primitive de considérer la contrainte de confinement exercée par les armatures de la dalle, déjà discutée à la section 2.3. La formule est la suivante (voir figure 2.25) :

$$\sigma_{c,R} = \begin{cases} 0.30 f_{c,c} + 0.43 \lambda \left( \frac{100 \rho + 2.72}{h/c + 2.50} \right) f_{c,s} & \text{si } V = 0, \\ 0.51 f_{c,c} + 0.46 \lambda \left( \frac{100 \rho + 3.50}{h/c + 1.47} \right) f_{c,s} & \text{si } V > 0. \end{cases} \quad (2.16)$$

où le facteur  $\lambda = 1.385$ , pour les colonnes intérieures, a été calé sur la base des différents essais.



**Fig. 2.25:** Comparaison du modèle proposé par Shah et al. [Sha04] avec les résultats des essais : (a) effet du rapport géométrique  $h/c$  pour des joints chargés exclusivement sur les colonnes ( $V = 0$ ) ; (b) effet du taux d'armature de la dalle  $\rho$  pour des joints chargés exclusivement sur les colonnes ( $V = 0$ ) ; (c) effet du rapport géométrique  $h/c$  pour des joints chargés sur les colonnes et sur la dalle ( $V > 0$ ) ; (d) effet du taux d'armature de la dalle  $\rho$  pour des joints chargés sur les colonnes et sur la dalle ( $V > 0$ )

## 2.4.5 Commentaire des modèles de résistance à l'écrasement

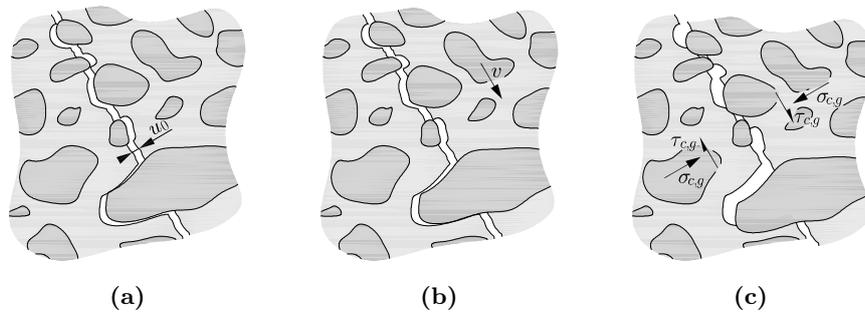
La comparaison des modèles avec les résultats d'essais (voir figure de 2.22 à 2.25) montre une certaine dispersion des résultats pour les séries d'essais qui n'ont pas été utilisés lors de la calibration du modèle. Ceci démontre clairement que certains paramètres qui jouent un rôle important sur la résistance des joints ont été omis.

Ces modèles estiment la réduction de la résistance du béton de la colonne  $f_{c,c}$  à cause de la présence de la dalle. Cette réduction est due au fait que les deux parties constituées par

des bétons de qualité différente sont en contact direct et donc des déformations transversales sont imposées aux extrémités des colonnes. Ces déformations ont deux origines différentes : d'une côté le gonflement du béton de la dalle soumis à la force  $N$  qui s'écrase pour des charges assez faibles ; et d'autre part l'effet de la flexion introduite par la présence éventuelle de la force appliquée sur la dalle  $V$ . Dans le cas où les colonnes présentent des plaques métalliques qui séparent le béton de la dalle de celui des colonnes, cette réduction n'est pas à considérer. En effet, la rigidité des plaques ainsi que le glissement sur les interfaces béton-acier réduisent fortement la dilatation des extrémités des colonnes. Donc, les modèles de résistance à l'écrasement discutés dans cette section ne sont pas applicables quand un tel détail est utilisé.

## 2.5 Modèles d'engrènement des granulats

La surface d'une fissure n'est jamais lisse mais présente toujours une rugosité formée par les granulats qui dépassent le plan de fissure comme indiqué à la figure 2.26(a). Donc, si un déplacement parallèle à la fissure se produit, les deux surfaces entrent en contact sur certaines zones (figure 2.26(b)). Ces contacts permettent la transmission d'une certaine force qui plastifie la surface de la fissure en modifiant la géométrie. Ce changement, montré à la figure 2.26(c), augmente l'aire de contact ainsi que la capacité de transmission de force d'une côté à l'autre de la fissure. Cette capacité de transmission de l'effort est appelée « engrènement des granulats » (aggregate interlok).

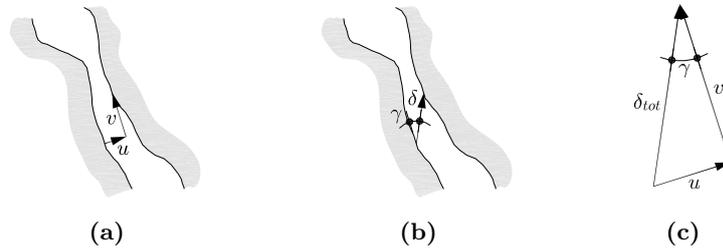


**Fig. 2.26:** Action d'engrènement des granulats : (a) ouverture initiale de la fissure ; (b) glissement le long de la fissure nécessaire pour rétablir le contact et ; (c) glissement supplémentaire engendrant des contraintes normales et de cisaillement

L'entité de la surface de contact entre les deux lèvres de la fissure est fonction de sa rugosité. De plus, la rugosité est donnée par les granulats et par conséquent la taille, la distribution granulométrique ainsi que la forme influencent fortement la force transmise par l'engrènement des granulats. Leur résistance peut aussi jouer un rôle en raison du fait que les granulats peu résistants sont traversés par la fissure donnant lieu à une fissure moins rugueuse. Étant donné que ce mécanisme est à la base de la transmission de l'effort tranchant dans les éléments en béton sans armatures transversales et fissurés, tous ces paramètres influencent aussi la résistance des dalles au poinçonnement. Dans le critère de rupture (2.6) ils sont considérées seulement par la taille maximale du granulat  $d_g$ . Ceci implique que les autres sont soit négligés soit fonction de la taille maximale. En effet, pour des bétons ordinaires les courbes granulométriques sont assez constantes et de plus les zones de contact sont faites sur les fractions granulométriques les plus grandes. Par contre, pour d'autres types de bétons, comme par exemple les bétons autocompactants, la courbe granulométrique est assez différente et donc cette façon de procéder est à vérifier.

Comme il a été décrit à la section 2.1.2, un rôle important dans la transmission de l'effort tranchant dans les éléments en béton après fissuration est fourni par l'engrènement des granulats. Ce mécanisme résistant avait déjà été observé et décrit par Fenwick et Paulay [Fen68]. Parmi les modèles d'engrènement des granulats, celui qui est le plus général et complet a été proposé par Walraven [Wal80, Wal81a] et il est brièvement décrit dans la suite. Pour plus de renseignement sur le développement et la formulation de ce modèle le lecteur est renvoyé à la section 5.1.4 où le modèle est repris comme base pour l'étendre à une nouvelle cinématique. Le modèle de Walraven permet de calculer les contraintes normales  $\sigma$  ainsi que tangentielles  $\tau$  développées le long d'une fissure avec une ouverture  $u_0$  lors du déplacement  $v$  produit parallèlement au plan de la fissure comme montré à la figure 2.27(a). Cette cinématique considère donc une ouverture de la fissure qui reste constante tout le long de la translation ( $u = u_0$ ). Le modèle est composé par deux parties distinctes :

- en premier une analyse statistique permet de dériver la structure des lèvres de la fissure et ;
- dans un deuxième temps, les surfaces de contact entre les deux lèvres de la fissure sont quantifiées, ce qui permet de calculer les contraintes par équilibre des réactions plastiques qui se développent sur ces zones de contact entre la pâte de ciment et les granulats.

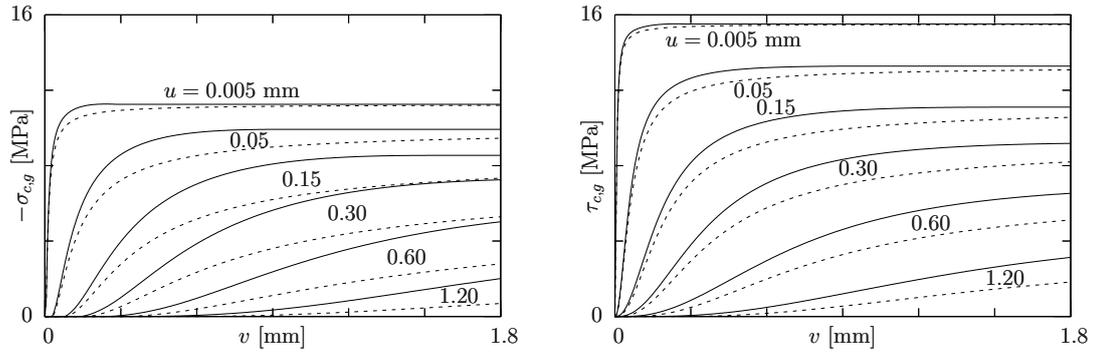


**Fig. 2.27:** Cheminement parcouru pour avoir un déplacements de la fissure donné : **(a)** modèle de Walraven ; **(b)** modèle de Ulaga et ; **(c)** comparaison entre les deux modèles

Les résultats du modèle donnent des bonnes approximations des courbes expérimentales surtout pour des essais de push-off. Ceci est dû au fait que dans ce type d'essais l'ouverture de la fissure reste presque constante et donc cette cinématique est très proche de celle considérée par le modèle. Par contre, la cinématique des lèvres de la fissure suivie dans d'autres phénomènes, comme par exemple la transmission de l'effort tranchant dans une dalle ou une poutre en présence de flexion, est bien différente. Afin de reproduire au mieux ces autres situations, la cinématique considérée par Walraven est à adapter. Ces changements se manifestent, au niveau du modèle, seulement sur la deuxième partie en modifiant la surface de contact.

Déjà Ulaga [Ula03] a proposé une cinématique différente de celle de Walraven. Il considère une fissure qui au début est fermée  $u_0 = 0$  et ensuite s'ouvre par une translation  $\delta_{tot}$  qui forme un angle  $\gamma$  avec le plan moyen de la fissure comme est montré à la figure 2.27(b). Cette proposition a été appliquée afin de calculer la résistance de la couche de béton de surface dans la zone d'ancrage des lamelles d'armature collées.

A la figure 2.28, une comparaison entre le modèle de Walraven et celui de Ulaga est donnée ( $f_c = 30$  MPa,  $d_g = 16$  mm,  $\mu = 0.4$  et  $p_k = 0.75$ ). La cinématique proposée par Ulaga a été ramenée à celle de Walraven, en termes de déplacements  $u$  et  $v$ , de la façon montrée à la figure 2.27(c). La comparaison montre clairement l'influence de la cinématique considérée sur le comportement mécanique de la fissure. De plus, les courbes finissent sur un plateau plastique qui est donné par le comportement de la pâte de ciment qui a été admis rigide-parfaitement plastique.

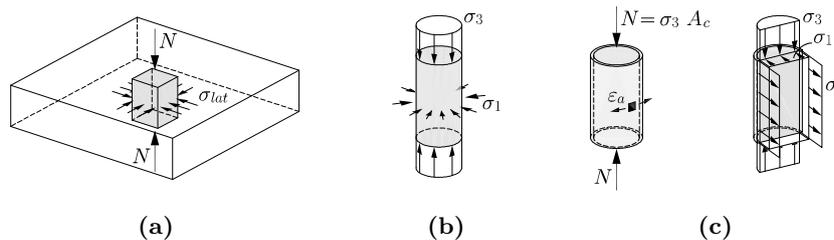


**Fig. 2.28:** Comparaison des contraintes engendrées par l'engrènement des granulats selon la cinématique considérée : ligne continue Walraven [Wal80, Wal81a] et ; ligne traitillée Ulağa [Ula03, Ula07]

## 2.6 Comportement du béton confiné

Les résultats de quelques séries d'essais en cellule triaxiale sur des bétons de faible et moyenne résistance sont décrits dans cette section. Ces résultats seront utilisés dans la suite comme base pour la formulation d'un modèle de comportement du béton confiné.

Le béton qui se trouve entre les colonnes d'un joint colonnes-dalle sollicité par une force  $N$  appliquée sur les colonnes se trouve dans un état de contrainte triaxial comme il est montré à la figure 2.29(a). En effet, il est sollicité par des contraintes normales en direction transversale à la dalle, engendrées par  $N$ , ainsi que par des contraintes latérales. Ces dernières dérivent du fait que le béton est contraint par le reste de la dalle qui l'entoure.



**Fig. 2.29:** Principes des essais sur du béton confiné : (a) confinement garanti par la déformation imposée à la dalle qui entoure la zone de compression transversale ; (b) essais en cellule triaxiale où la contrainte de confinement est contrôlée par la pression d'huile dans la chambre et ; (c) confinement garanti par un chemise en acier

Plusieurs campagnes expérimentales sur le comportement du béton en état triaxial de compression ont été conduites à partir de la fin des années '20. Deux méthodes différentes [Red09] ont été employées pour ces études : soit des essais en cellule triaxiale (confinement actif), voir figure 2.29(b), soit des essais sur du béton confiné dans des éléments en acier (confinement passif), voir figure 2.29(c). La première méthode présente l'avantage de pouvoir contrôler directement la contrainte latérale, à travers une pression d'huile. Par contre, pour l'autre procédure la contrainte latérale est engendrée par le gonflement latéral du béton qui impose un déplacement à l'élément métallique. De ce fait, cette contrainte varie sur la première partie de l'essai, avant d'atteindre la plastification de la chemise, et est calculée à partir des déformations mesurées sur l'élément métallique à l'aide de jauges comme montré à la figure 2.29(c).

Le tableau 2.2 et les figures 2.30 et 2.31 montrent les résultats d'un certain nombre d'essais effectués en cellule triaxiale. La résistance à la compression simple du béton  $f_c$  pour ces essais est modérée ( $f_c$  inférieurs à environ 70 MPa) et la contrainte latérale appliquée ne dépasse pas la résistance à la compression simple. La figure 2.32 indique le comportement, montré par les courbes expérimentales, pour le béton non confiné et pour celui confiné. La contrainte de confinement a essentiellement les effets suivants sur le comportement mécanique du béton :

- la résistance à la compression du béton confiné  $f_{cc}$  augmente par rapport à la résistance à la compression simple  $f_c$  ;
- le comportement du béton devient plus ductile et ;
- la rigidité initiale,  $E_{cc}$ , augmente.

L'augmentation de la rigidité est remarquable autant que la contrainte latérale reste inférieure à une certaine valeur. Dépassée cette valeur le béton est endommagé et donc le module d'élasticité  $E_c$  peut être inférieur à la valeur du béton non confiné [Ric28, Sfe02].

## 2.7 Solutions constructives pour des joints colonnes-dalle utilisées dans la pratique

Depuis le début de l'utilisation des planchers-dalles à la fin des années '30, des dispositifs aptes à garantir la résistance au poinçonnement nécessaire ont été utilisés. Dans la suite, avec l'introduction des bétons à moyenne résistance utilisés dans les colonnes, le problème de l'écrasement transversal de la dalle sous la force des colonnes s'est présenté. Des nouvelles solutions constructives ont été développées afin d'augmenter la résistance des joints colonnes-dalle vis à vis de cette rupture.

En général, deux solutions différentes sont utilisées afin d'augmenter la résistance à l'écrasement [Gui10a] :

- soit en augmentant localement la résistance à la compression du béton de la dalle, donc en influençant le premier terme dans (2.11) ;
- soit en introduisant des pièces métalliques qui relient les deux colonnes et donc en augmentant le deuxième terme dans (2.11) ou en ajoutant un troisième terme (correspondant à une résistance supplémentaire due à l'emploi de pièces additionnelles non métalliques).

Avec le souci de simplicité de réalisation de la jonction, certaines solutions sont simplement des évolutions des systèmes déjà employés pour le renforcement au poinçonnement. Dans la suite, les principales méthodes sont brièvement décrites en rappelant les avantages ainsi que les désavantages propres à chaque méthode.

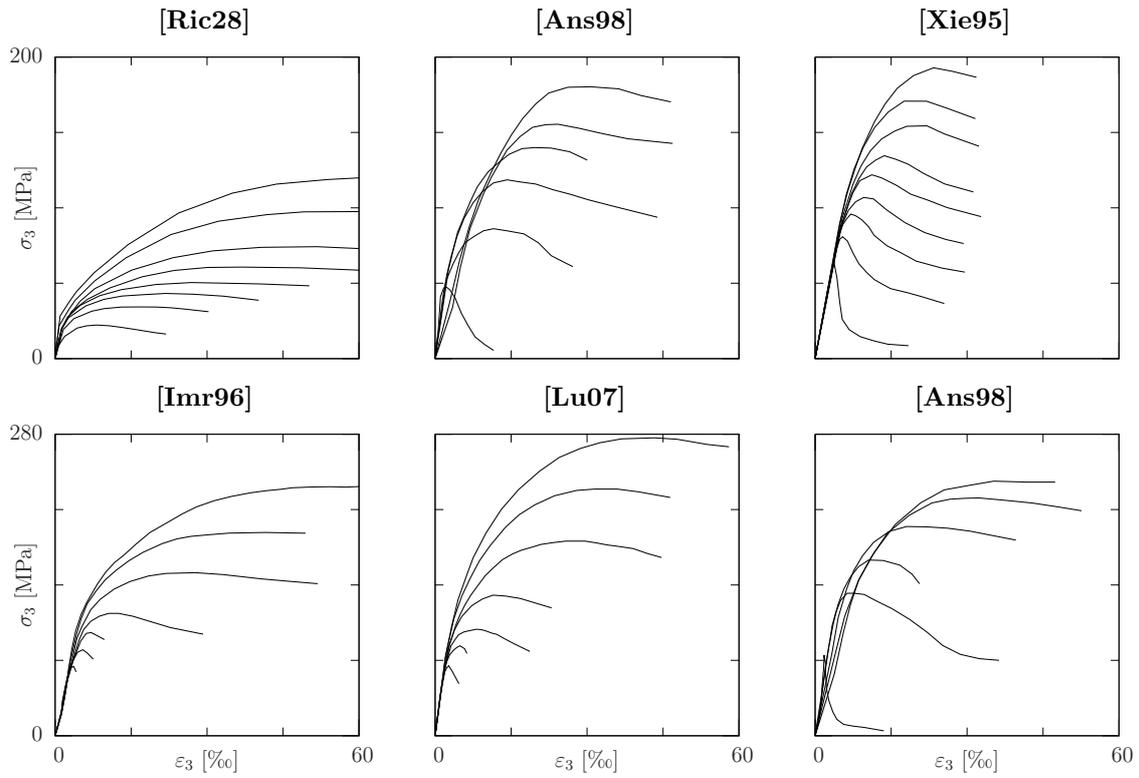
### 2.7.1 Méthodes d'augmentation de la résistance à la compression du béton de la dalle

La solution la plus directe est celle montrée à la figure 2.33(a) où le béton de la dalle, au tour des colonnes, est remplacé par du béton de meilleure qualité. Normalement un béton avec la même résistance à la compression que celui utilisé pour les colonnes est employé. De ce fait, la résistance au poinçonnement, qui dépend entre autre de la résistance du béton, est aussi augmentée.

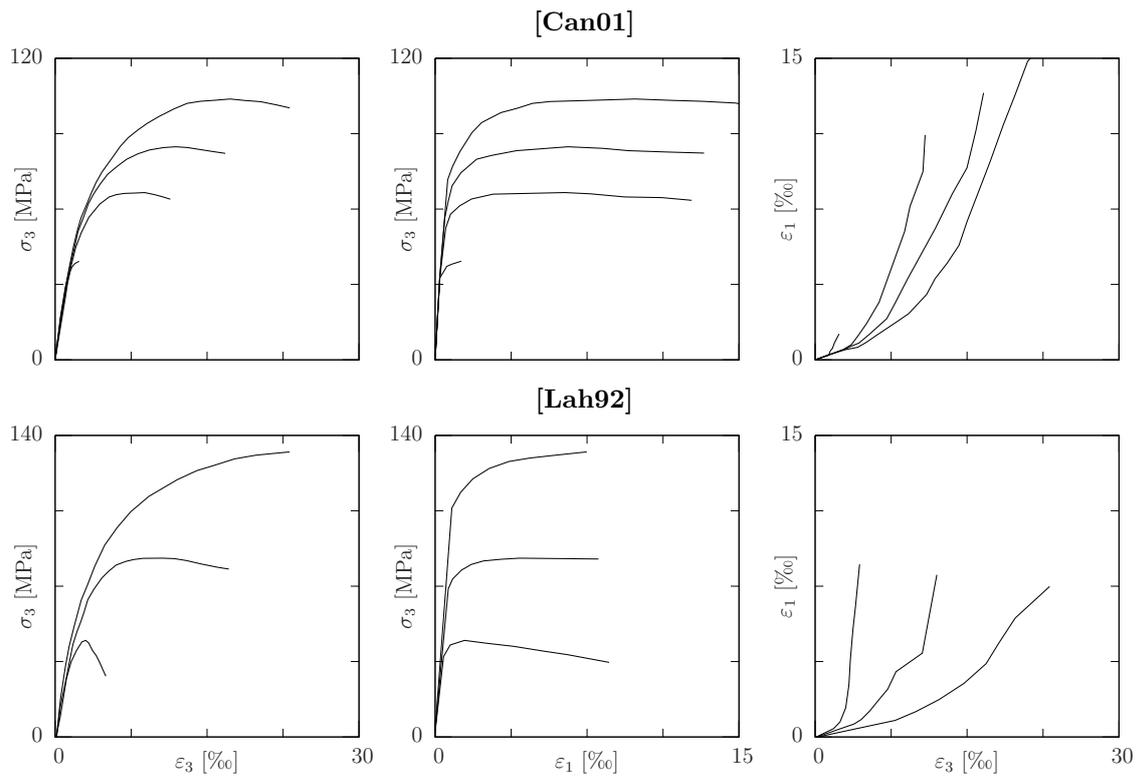
Les normes ACI et CSA donnent des règles constructives afin d'avoir des bons résultats. Plus précisément, la norme ACI indique que la zone en béton plus résistant doit dépasser, sur la face supérieure, au minimum de 61 cm depuis le bord de la colonne. Cette dimension doit être augmentée dans le cas où la zone critique pour le poinçonnement se trouve plus loin, par exemple dans des planchers-dalles avec armature au poinçonnement. De plus, des recom-

Référence :	$f_c$ [MPa]	$E_c$ [GPa]	$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_1/f_c$	$f_{cc}$ [MPa]	$\varepsilon_{3,p}$ [‰]
[Ric28]	17.0	12.0	0.0	0.0	17.0	3.2
			1.2	0.07	22.3	9.0
			3.8	0.22	34.3	16.0
			5.4	0.32	43.2	21.9
			7.5	0.44	50.5	26.9
			10.4	0.61	60.2	40.0
			14.4	0.85	74.3	52.0
[Can01]	40.0	25.0	0.0	0.0	40.0	2.4
			4.0	0.10	66.5	7.8
			8.0	0.20	84.8	11.9
			12.0	0.30	104.0	18.8
[Lah92]	44.0	25.0	0.0	0.0	44.0	3.0
			7.6	0.17	83.2	8.6
			22.0	0.50	132.0	30.0
[Ans98]	47.2	36.5	0.0	0.0	47.2	2.0
			8.3	0.18	86.2	14.0
			16.6	0.35	117.0	16.7
			24.9	0.53	140.0	21.5
			33.2	0.70	155.0	21.7
			41.4	0.88	180.0	28.4
[Xie95]	62.0	20.0	0.0	0.0	62.0	3.9
			2.3	0.04	80.9	5.4
			5.3	0.09	95.3	7.4
			8.3	0.13	107.0	9.6
			11.3	0.18	122.0	11.5
			14.3	0.23	135.0	13.7
			20.3	0.33	154.0	18.1
			23.3	0.38	171.0	22.0
			29.3	0.47	193.0	23.4
[Imr96]	64.7	32.9	0.0	0.0	64.7	3.0
			3.2	0.05	79.3	4.5
			6.4	0.10	95.1	6.1
			12.8	0.20	114.0	10.9
			25.6	0.40	152.0	24.2
			38.4	0.59	189.0	45.0
			51.2	0.79	230.0	50.0
[Lu07]	65.0	40.0	0.0	0.0	65.0	2.5
			3.5	0.05	84.9	4.9
			7.0	0.11	99.0	7.8
			14.0	0.22	131.0	12.4
			28.0	0.43	180.0	29.0
			42.0	0.65	229.0	35.1
			56.0	0.86	276.0	43.0
[Ans98]	71.1	40.7	0.0	0.0	71.1	2.0
			13.8	0.19	132.0	7.7
			27.6	0.39	163.0	13.4
			41.4	0.58	194.0	21.1
			55.2	0.78	221.0	30.3
			69.0	0.97	236.0	39.5

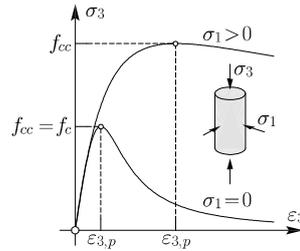
**Tab. 2.2:** Paramètres et résultats principaux des essais en cellule triaxiale sur béton utilisés pour le développement du modèle du béton confiné



**Fig. 2.30:** Comportement axial du béton mesuré sur des essais en cellule triaxiale

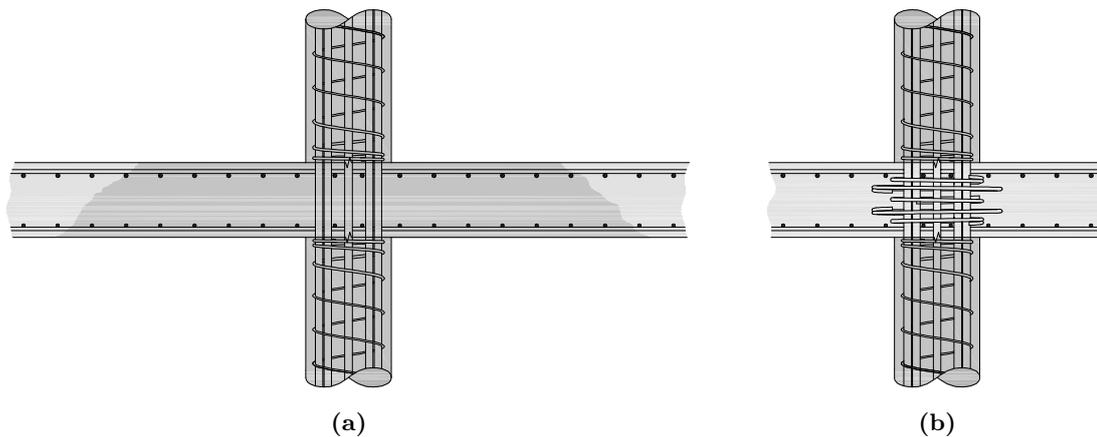


**Fig. 2.31:** Comportement axial et latéral du béton mesuré sur des essais en cellule triaxiale



**Fig. 2.32:** Courbe contrainte-déformation axiales  $\sigma_3$ - $\varepsilon_3$

mandations sur la bonne transition entre les deux matériaux sont données. Eventuellement des adjuvants retardateurs de prise peuvent être utilisés afin de garantir qu'au moment de la mise en œuvre du béton de résistance plus faible l'autre n'ait pas encore commencé la prise. La norme CSA indique par contre que le remplacement doit dépasser de 50 cm le bord de la colonne, toujours mesuré sur la surface supérieure.



**Fig. 2.33:** Possibilité d'augmentation de la résistance à la compression du béton de la dalle : (a) en remplaçant le béton de la dalle par un de meilleure qualité et ; (b) en ajoutant de l'armature de frettage concentrée

Le grand désavantage de cette solution se trouve dans la complication au niveau de la logistique du chantier où il faut soit produire soit fournir les deux types de bétons au même temps. Donc, des mesures qui empêchent des fautes dans la mise en place doivent être prises. De plus, les deux matériaux doivent être mis en place sans trop de décalage d'où l'avantage des adjuvants. Tout ça ne fait que compliquer et ralentir un système constructif choisi pour sa simplicité et sa vitesse d'exécution avec le résultat final d'augmenter les coûts de construction.

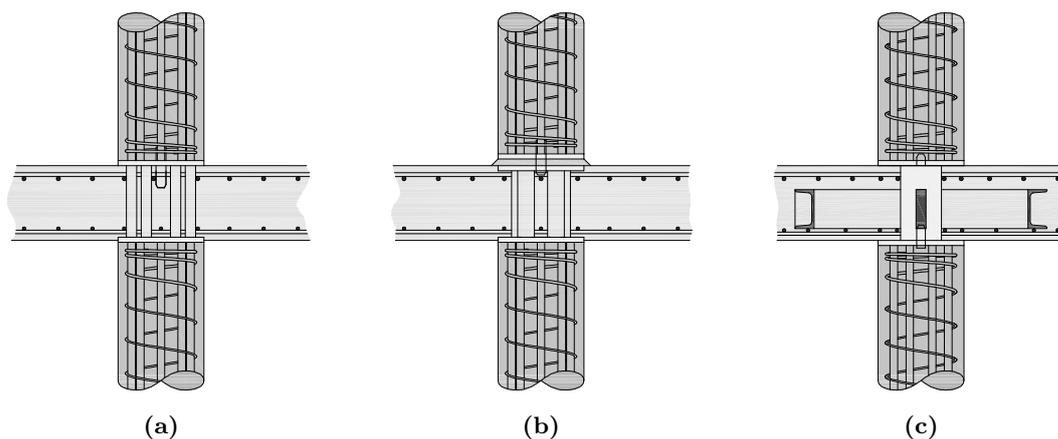
En disposant une armature de frettage il est possible d'augmenter, entre autre, la résistance du béton de la dalle sans devoir le remplacer. En effet, en appliquant une contrainte de confinement au béton, sa résistance à la compression augmente au delà de  $f_c$ , voir sections 2.6. L'armature de frettage est généralement constituée par des anneaux disposés dans l'épaisseur de la dalle comme montré à la figure 2.33(b).

La quantité d'armature de frettage à disposer est directement liée à l'augmentation de résistance nécessaire. Ceci porte, dans certaines situations, à devoir placer des grandes quantités d'armature. Dans ces cas, il est possible de prévoir plusieurs cercles concentriques. En tous cas, les armatures doivent être disposées assez proches de la colonne afin de ne pas affaiblir la zone sollicitée par l'effort tranchant. Cette solution présente l'avantage de ne pas devoir travailler avec deux bétons et de ne prendre aucune mesure spéciale au niveau des colonnes.

Par contre, les armatures de frettage se trouvent dans une zone déjà assez armée (moment négatif sur colonne) et où, vue la concentration des efforts de cisaillement, la qualité du béton doit être irréprochable.

## 2.7.2 Adjonction de pièces de renforcement contre l'écrasement des joints colonnes-dalle

Le principe, exploité par ce type de solution, est de soulager le béton de la dalle des contraintes transversales en ajoutant des pièces qui se chargent de la transmission de la force  $N$  entre les deux colonnes comme montré à la figure 2.34. Principalement des pièces métalliques comme des goujons, des prismes ou des plaques sont soudées sur les plaques métalliques de tête de la colonne inférieure. Ensuite, après avoir coulé la dalle, la colonne supérieure qui est aussi munie d'une plaque métallique en pied est posée sur les pièces de renforcement.



**Fig. 2.34:** Augmentation de la résistance à l'écrasement d'un joint colonnes-dalle par adjonction de pièces : **(a)** avec goujons métalliques; **(b)** avec pièces d'acier et plaques d'assise à l'extrados et; **(c)** solution combinée avec une tête métallique de poinçonnement

Les plaques métalliques aux extrémités des colonnes sont nécessaires pour répartir la force sur le béton de la colonne et donc empêcher des ruptures locales. De ce fait, cette solution se prête aux colonnes préfabriquées qui disposent généralement des plaques d'extrémité. L'application de cette solution aux colonnes préfabriquées a l'avantage d'accélérer la construction en faisant une bonne partie des travaux en usine.

Il est néanmoins possible d'appliquer cette méthode aux colonnes coulées sur place en disposant des armatures supplémentaires qui relient la colonne inférieure à la supérieure. Cette solution est peu répandue du fait que les barres supplémentaires, normalement de grand diamètre, nécessitent des longueurs d'ancrage importantes. Donc la quantité d'armature à mettre en place est largement supérieure de celle réellement utile.

La figure 2.34(c) montre la combinaison entre une tête métallique de poinçonnement et une pièce de transmission de l'effort entre les deux colonnes. La simplicité de cette solution consiste dans le fait que les éléments de la tête peuvent être prolongés sur toute l'épaisseur de la dalle afin de relier les deux colonnes.

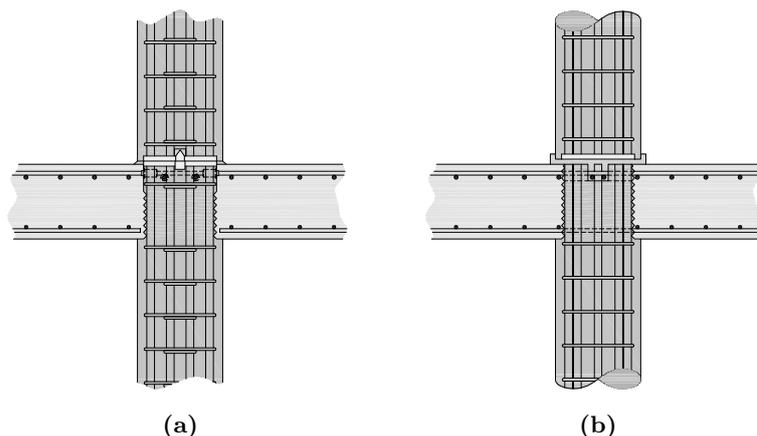
Le grand désavantage de la méthode en question est similaire à celui du frettage par des cercles où les éléments ajoutés se trouvent dans une zone déjà fortement armée. Tous ces éléments gênent d'autant plus les travaux de mise en place du béton avec le risque d'avoir des défauts dans une zone très sollicitée. Un autre désavantage est donné par la précision avec

laquelle les pièces doivent être fabriquées et mises en place. En effet, dans beaucoup de cas, la colonne supérieure repose directement sur les éléments métalliques et donc il est impossible de corriger des éventuelles imprécisions qui s'accroissent à l'avancement de la construction. C'est pour corriger ces erreurs que parfois une plaque d'assise est prévue à l'extrados de la dalle ; ensuite sur celle-ci la colonne supérieure est appuyée avec une couche de mortier à haute résistance comme montré à la figure 2.34(b).

D'autres systèmes qui utilisent le même principe ont été brevetés [Wal02, Wei03, Rin04, Kol05, Rin07] ; certains utilisent des pièces métalliques, d'autres des éléments en béton à très haute résistance et d'autres encore prolongent la colonne jusqu'à l'extrados de la dalle. Dans la section suivante un intérêt particulier est donné à ce dernier type de solution.

### 2.7.3 Méthodes de prolongement de la colonne à travers la dalle

Ce système développé pour des éléments préfabriqués, montré à la figure 2.35(a) dans sa forme originale [Müh03, Wal02], propose de prolonger la colonne inférieure jusqu'à l'extrados de la dalle. La surface latérale de la colonne, sur la partie qui traverse la dalle, est travaillée de façon à garantir la transmission de l'effort tranchant entre la dalle et la colonne. Des coupleurs sont prévus pour avoir la continuité des barres de l'armature supérieure qui traversent la colonne. En tête de la colonne inférieure une plaque métallique est directement soudée aux armatures longitudinales de la colonne. Cette plaque fait œuvre d'assise pour la colonne supérieure elle-même munie d'une plaque en pied. Dans cette plaque un percement central, qui reçoit un goujon vissé en tête de la colonne inférieure, est prévu. Ceci permettant de faciliter le centrage pendant la mise en place de la colonne supérieure et il garantit une résistance minimale aux forces horizontales.



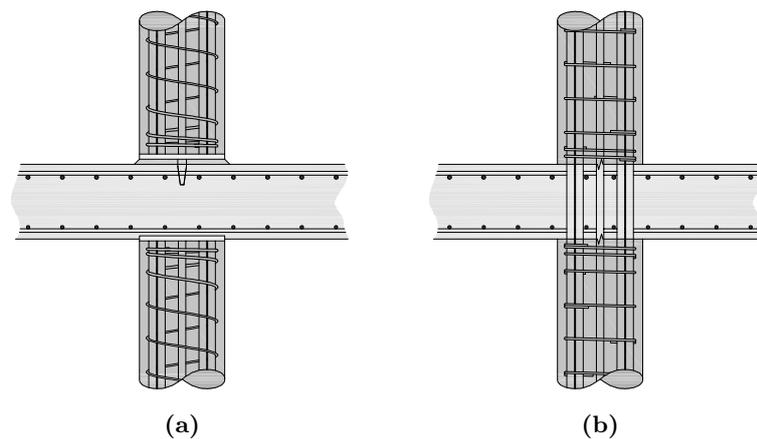
**Fig. 2.35:** Prolongation de la colonne inférieure jusqu'à l'extrados de la dalle : (a) avec armatures couplées [Müh03] et ; (b) avec évidement pour le passage de l'armature [Rin08]

Dans les années, ce détail a fait l'objet de plusieurs séries d'essais et des évolutions ont été apportées. Dans la version la plus récente [Rin08, Rin09, Rin07] montrée à la figure 2.35(b), la plaque métallique de tête a été supprimée et une couche de mortier à haute résistance garantit le contact entre la colonne inférieure et la supérieure. Ceci permet de corriger, lors de la mise en œuvre, les erreurs de préfabrication des colonnes. En effet, dans la version originale, les plaques de tête et au pied devaient être parfaitement parallèles et à la bonne distance. Une autre amélioration a été faite au niveau des armatures de flexion supérieures de la dalle. La tête de la colonne de la nouvelle version présente des rainures centrales pour le passage de ces armatures ceci épargne l'utilisation des coupleurs mécaniques. Ensuite, ces rainures sont

remplies par le mortier de mise en place lors de la pose de la colonne supérieure. En revanche, les armatures inférieures de la dalle sont interrompues au droit de la colonne.

### 2.7.4 Solution analysée dans cette recherche

Toutes les solutions constructives décrites dans cette section nécessitent l'introduction d'éléments supplémentaires qui compliquent la construction. De ce fait, les temps de réalisation ainsi que les coûts de construction augmentent. Comme il a été démontré par des essais, il est possible d'augmenter fortement la résistance de la dalle à l'écrasement en empêchant le gonflement de la partie de dalle qui se trouve entre les deux colonnes. De ce fait il suffit d'augmenter l'armature de flexion supérieure qui est disposée dans la zone de moment négatif autour des supports. C'est cette armature supplémentaire qui exerce une contrainte de confinement passive sur la zone de béton entre les deux colonnes. Il en résulte donc la solution montrée à la figure 2.36(a).



**Fig. 2.36:** Solution proposée pour les joints colonnes-dalle fortement sollicités à la compression : **(a)** avec plaques métalliques aux extrémités des colonnes et ; **(b)** avec frettage concentré aux extrémités des colonnes

Les séries d'essais de Bianchini et al. [Bia60] ainsi que les séries suivantes (voir section 2.3) ont montré que les extrémités des colonnes sont affaiblies par la déformation tangentielle de la dalle. Ce risque est conjuré, dans la solution proposée, par la disposition de plaques métalliques qui séparent le béton de la dalle de celui des colonnes. Ces plaques sont normalement déjà présentes sur les colonnes préfabriquées et n'induisent donc pas de coûts supplémentaires.

Une autre possibilité de renforcement de l'extrémité de la colonne est celle de disposer des étriers concentrés en tête et en pied des colonnes comme montré à la figure 2.36(b). En effet ces étriers introduisent un bon confinement de façon à permettre un comportement plastique du béton et de ce fait il n'est pas influencé par la déformation imposée. Malheureusement, peu d'étriers ont été utilisés dans les colonnes des essais sur les joints colonnes-dalle décrits à la section 2.3 et surtout aucune éprouvette présente une concentration aux extrémités et donc il est, pour l'instant, impossible de démontrer l'efficacité de ce détail. Malgré ce fait, les outils et modèles étudiés dans ce travail permettent de démontrer l'effet bénéfique d'une contrainte de confinement sur la résistance des éléments en béton soumis à des allongements imposés. De plus, des recherches récentes ont montré l'efficacité de tels étriers dans des joints colonnes-dalle avec armatures interrompues [Min10].

Le principe de confiner le béton par les armatures est, en définitive, le même que celui employé par la solution montrée à la figure 2.33(b). Par contre, la solution proposée ici, qui sera

analysée dans la suite de ce travail, comporte même une augmentation de la résistance au poinçonnement qui est fonction de la force appliquée à la colonne transmise à travers le béton de la dalle  $N_c$  [Gui10a]. Cet avantage a été utilisé afin de développer des dispositifs qui permettent une augmentation de la résistance au poinçonnement pour des colonnes faiblement et moyennement chargées [Gui09].

## 3 Essais effectués dans le cadre de cette thèse

Afin de compléter les données dérivées des essais de la littérature et pour comprendre le comportement mécanique des joints colonnes-dalle sous les différents types de sollicitations, différentes séries d'essais ont été effectuées. Ce chapitre décrit et discute ces séries d'essais. Les résultats principaux seront discutés et interprétés avec le but de fixer les bases nécessaires à la compréhension des modèles décrits dans les chapitres suivants. Différents types d'essais sont traités : certains éléments sont soumis seulement à des forces axiales directement appliquées aux colonnes ; d'autres dalles d'essais n'ont été sollicitées que par des forces appliquées à la dalle et enfin certains joints ont fait objet d'essais d'interaction entre les deux types de chargement.

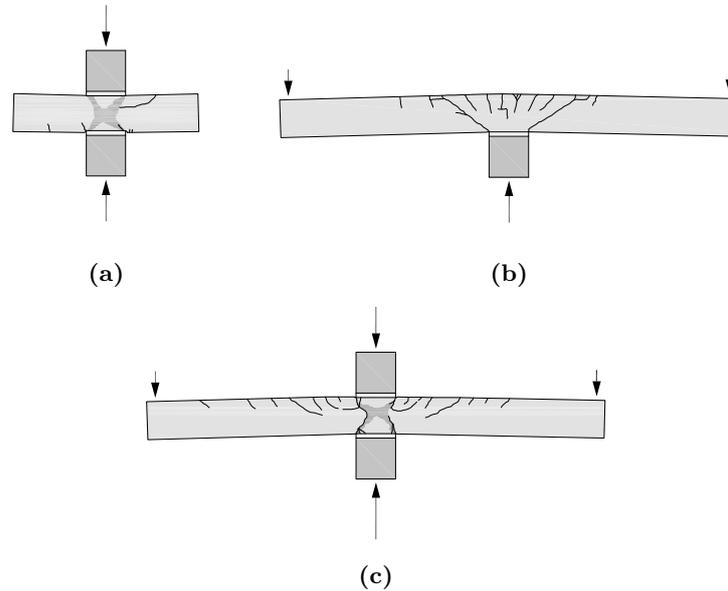
De plus, une série d'essais à la compression sur cubes est présentée afin de quantifier l'effet du frottement entre les plaques d'appuis et le béton de la dalle. Dans ces essais, la surface de contact entre l'acier des plaques et le béton a été traitée de différentes manières de façon à modifier le frottement. Les résistances à la compression relevées sont comparées avec la résistance à la compression simple mesurée sur cylindres.

### 3.1 Essais de joints colonnes-dalle

Comme expliqué à la section 1.2, tous les chercheurs qui ont testé des dalles au poinçonnement ont négligé l'interaction avec l'effort normal  $N$ . Pour étudier cette interaction, montrée à la figure 3.1(c), des essais (série PG I et série PG III) ont été réalisés, voir annexes B et D.

Dans les séries d'essais de la littérature sur joints sollicités exclusivement par les colonnes décrites à la section 2.3.1 l'effet des taux d'armature de la dalle  $\rho$  et  $\rho'$  n'a jamais été traité. Par contre, les observations basées sur les résultats expérimentaux laissent présager que l'importance de ce paramètre n'est pas négligeable. Afin de confirmer l'influence de ces paramètres sur le comportement des joints sollicités exclusivement par les colonnes (figure 3.1(c)), des essais (série PG I et série PG IV) ont été effectués, voir annexes B et E. Ces essais ont aussi permis d'investiguer l'influence des conditions de l'interface entre les plaques métalliques et le béton de la dalle.

Il a été expliqué que la taille maximale des granulats ainsi que la quantité des granulats des fractions granulométriques les plus grandes ont une importance primordiale sur la force qui peut être transmise le long d'une fissure par l'engrènement des granulats. De plus, la transmission de l'effort tranchant dans les dalles sans étriers est contrôlée par ce mécanisme résistant et par conséquent la résistance au poinçonnement doit être fonction de ces paramètres. Afin de clarifier ceci, des essais de poinçonnement simple sur des joints colonne-dalle ont été effectués (figure (b)). Les dalles de ces échantillons (série PG II) ont été fabriquées avec des bétons de tailles maximales des granulats différentes, voir annexe C. De plus deux



**Fig. 3.1:** Principe des essais de joints avec plaques métalliques des séries PG : (a) joint colonnes-dalle chargé exclusivement sur les colonnes ; (b) joint colonne-dalle chargé exclusivement sur la dalle et ; (c) joint colonnes-dalle avec interaction entre la force appliquée sur la dalle et celle sur les colonnes

types de bétons ont été testées : des dalles en béton ordinaire vibrés et des dalles réalisées avec du béton autocompactant. Les résultats ont été utiles pour établir une justification théorique du critère de rupture selon la théorie de la fissure critique.

Dans la suite les résultats des essais sont analysés en mettant en évidence les expériences qui sont à la base des modèles physiques des chapitres 4 et 5. Les annexes de B à E reportent les rapports d'essais où plus d'informations sur les différentes campagnes expérimentales sont présentés. Le tableau 3.1 résume les types d'essais effectués lors des différentes séries PG conduites dans le cadre de cette thèse.

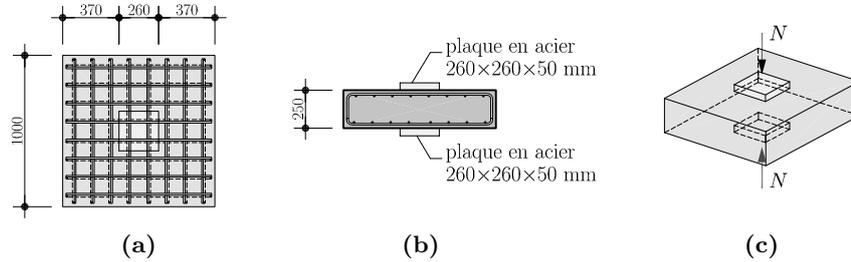
Série :	Annexe	Type d'essai :		
		$N$	$V$	$V + N$
PG I	B	2×	1×	2×
PG II	C	-	10×	-
PG III	D	-	-	4×
PG IV	E	4×	-	-

**Tab. 3.1:** Types d'essais qui composent les différentes séries PG :  $N$  joint colonnes-dalle chargé exclusivement sur les colonnes ;  $V$  joint colonne-dalle chargé exclusivement sur la dalle et ;  $V + N$  joint colonnes-dalle avec interaction entre la force appliquée sur la dalle et celle sur les colonnes

### 3.1.1 Joints colonnes-dalle avec force appliquée seulement sur les colonnes

Cette section traite les 6 essais, présentés au tableau 3.2, sur des joints colonnes-dalle simplement sollicités à l'effort normal  $N$  sur les colonnes. La dimension des dalles est de 1.00 m de

côté et 0.25 m d'épaisseur. Les colonnes sont représentées par deux plaques en acier de 0.26 m de côté et 0.05 m d'épaisseur, la figure 3.2 montre les joints et les dimensions ainsi que le type de chargement lors de l'essai. Les paramètres qui ont été variés sont les taux d'armature  $\rho$  et  $\rho'$ . La résistance à la compression simple du béton  $f_c$  ainsi que la limite d'écoulement des armatures  $f_s$  varient légèrement entre une série et l'autre. Aucune armature transversale, ni de poinçonnement, ni de transmission de l'effort vertical des colonnes n'était présente dans les dalles.



**Fig. 3.2:** Géométrie des joints colonnes-dalle chargés que sur les colonnes des séries PG : (a) plan ; (b) section et ; (c) principe de l'essai

Il est important de noter que dans la série PG I, les plaques d'appuis étaient en contact direct avec le béton de la dalle. Par contre, dans les séries suivantes une couche fine de plâtre et une feuille en plastique ont été juxtaposées entre les plaques d'appuis et la dalle en béton. L'effet de cette modification de l'interface se manifeste au niveau du frottement qui, dans le deuxième cas, est pratiquement annulé. Dans la suite de cette section comme dans la section 6.1.3 ce thème sera développé et validé.

Essai :	Série	$\rho$ [%]	$\rho'$ [%]	$d$ [mm]	$d'$ [mm]	$f_s$ [MPa]	$f'_s$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$E_c$ [GPa]
PG14	I	0.748	0.168	210*	38	531 <sup>†</sup>	531 <sup>†</sup>	30.9	33.0
PG17	I	0.337	0.215	210*	38	504*	531 <sup>†</sup>	30.2	32.7
PG31	IV	0.271	0.271	203	40	500 <sup>†</sup>	500 <sup>†</sup>	50.7	33.7
PG32	IV	0.347	0.270	204	40	500 <sup>†</sup>	500 <sup>†</sup>	51.2	33.7
PG33	IV	0.804	0.275	200	35	510*	500 <sup>†</sup>	51.6	33.7
PG34	IV	1.571	0.275	200	35	551*	500 <sup>†</sup>	51.6	33.7

**Tab. 3.2:** Paramètre principaux des joints colonnes-dalle chargés seulement sur les colonnes des séries PG : \* mesure prise avant le bétonnage ; \* acier à dureté naturelle et ; † acier écroui à froid

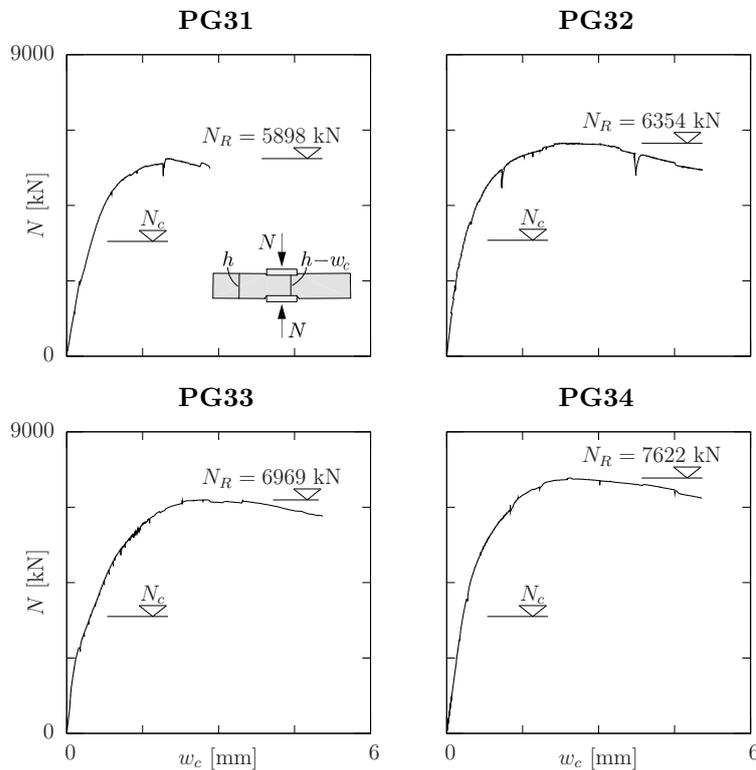
## Comportement des joints et résistance

Les premières observations de ces essais sont que la charge ultime  $N_R$  mesurée est largement supérieure à la résistance à la compression simple du béton ( $N_c = f_c A_c$ ). Ceci est mis en évidence par le rapport  $\sigma_{cR}/f_c > 1.0$  donné dans le tableau 3.3. De plus, le comportement observé est relativement ductile. Ceci est vrai aussi pour de très faibles taux d'armature, inférieurs à l'armature minimale. Les courbes  $N-w_c$  mesurées lors des essais de la série IV, montrées à la figure 3.3, indiquent clairement l'effet du confinement exercé par les armatures de la dalle sur le béton entre les plaques. Le tableau 3.3 résume la force maximale atteinte lors des différents essais  $N_R$  ainsi que le changement d'épaisseur de la dalle, à ce moment, au niveau des plaques des colonnes  $w_{c,R}$ . Cette dernière mesure n'est pas donné pour les essais de la série PG I car le système de mesure utilisé introduisait des déplacements parasites.

Comme pour les séries de la littérature l'augmentation de résistance par rapport à celle de compression simple du béton ainsi que le comportement ductile sont à attribuer aux contraintes de confinement. Cette contrainte se développe à partir du début de la mise en charge mais elle augmente sensiblement quand la force sur la colonne se rapproche à la valeur de  $N_c$ . Le béton entre les plaques d'appui gonfle mais il est partiellement retenu par la dalle qui l'entoure et de ce fait l'effort radial de compression s'active. Le comportement observé sur ces essais est comparable à celui décrit pour le béton en cellule triaxiale à la section 2.6.

Essai :	$N_R$ [kN]	$w_{c,R}$ [mm]	$\sigma_{cR}/f_c$	$\varepsilon_{c,R}$ [%]
PG14	6249	-	2.99	-
PG17	5514	-	2.70	-
PG31	5898	2.05	1.72	8.2
PG32	6354	2.32	1.84	9.3
PG33	6969	2.77	2.00	11.0
PG34	7622	2.43	2.19	9.7

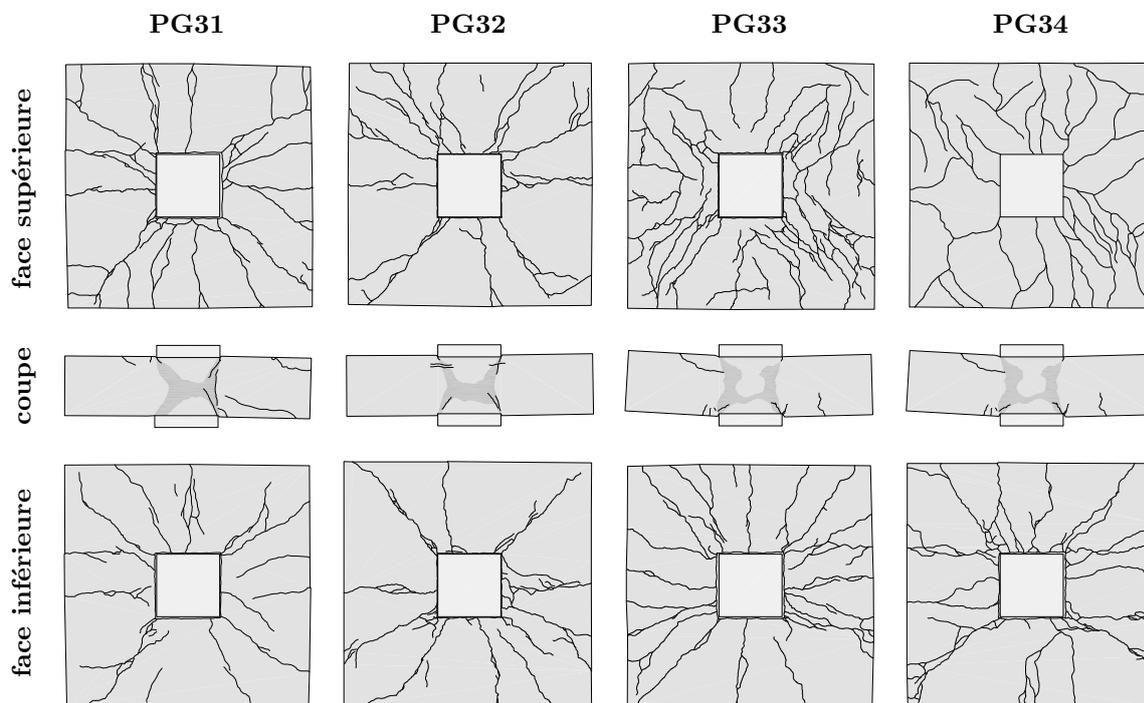
**Tab. 3.3:** Force ultime et changement d'épaisseur des joints colonnes-dalle chargés que sur les colonnes des séries PG



**Fig. 3.3:** Courbe force-changement d'épaisseur  $N-w_c$  des joints colonnes-dalle de la série PG IV

La première fissure sur la dalle apparaît à une charge d'environ 2.1 MN pour tous les essais. Ensuite d'autres fissures, qui traversent tout l'élément, s'ouvrent exclusivement en direction radiale. Ceci est en accord avec les observations pour les joints décrits dans la littérature et pourvus de colonnes. En augmentant la charge, l'ouverture des différentes fissures augmente jusqu'à la plastification des barres sur une des fissures qui part d'un angle de la plaque d'appui. Ceci se manifeste pratiquement au même moment que le pic sur la courbe charge-déformation du joint est atteint. Dans la suite de l'essai, la déformation se concentre au droit de cette dernière fissure pendant que l'ouverture des autres n'évolue pratiquement plus.

La répartition des fissures sur la surface de la dalle est fortement influencée par la quantité d'armature, voir figure 3.4. Dans la dalle avec le même taux d'armature en nappe supérieure et en nappe inférieure, l'ouverture de la fissure est pratiquement constante sur l'épaisseur ; ceci n'est par contre pas vrai pour les autres dalles, où une ouverture majeure a été relevée sur la face moins armée. L'ouverture non uniforme des fissures implique une rotation des parties de dalle entre les fissures, qui lève les bords libres. Néanmoins, cette rotation reste très petite dans la phase avant pic, étant donné que les ouvertures des fissures sont aussi petites, et elle se manifeste surtout dans la phase adoucissante, quand les armatures subissent des déformations plastiques.



**Fig. 3.4:** Comparaison des relevés des fissures après rupture des joints colonnes-dalle avec force appliquée seulement sur les colonnes

Le rapport entre la taille de la colonne  $b = 0.26$  m et l'épaisseur de la dalle  $h = 0.25$  m est très proche de 1.00, ce qui fait que cette zone se rapproche géométriquement d'un cube. Il y a donc un mouvement relatif entre la dalle et les plaques d'appuis qui permet la dissipation d'énergie par frottement. L'origine de cet effet est la même de celui observé sur des essais à la compression sur cubes qui montrent des résistances environ 1.25 fois supérieures à celles mesurées sur cylindres. Le rapport entre la résistance avec frottement et celle sans frottement est fonction du rapport  $b/h$ . Lors des essais sans couche de plâtre ni feuille en plastique une augmentation par rapport aux résistances attendues a été remarquée. Pour confirmer que sa nature est à rechercher dans le frottement une démonstration expérimentale sur l'efficacité de différentes interface, sur la réduction du frottement entre les plaques et le béton, a été conduite, voir section 3.2.

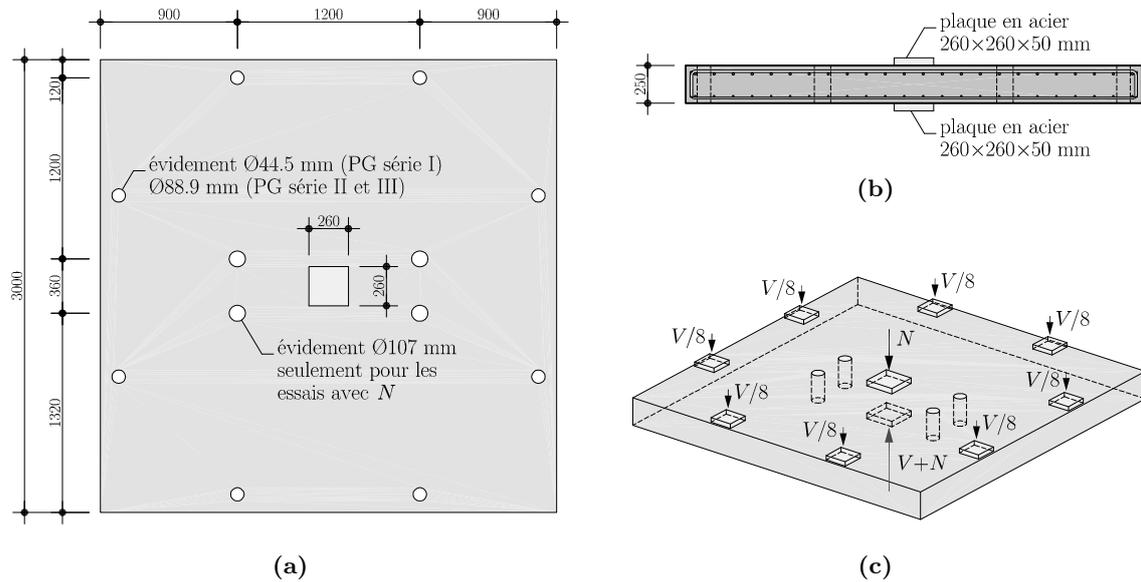
### 3.1.2 Influence de l'effort des colonnes sur la résistance au poinçonnement

Des essais sur des joints colonnes-dalle chargés simultanément à l'effort normal  $N$  et avec des forces appliquées sur la dalle  $V$  ont été réalisés. Les dimensions de toutes les dalles de cette série est de  $3.00 \times 3.00 \times 0.25$  m, voir figure 3.5 pour les dalles chargées sur la colonne et voir

figure 3.12 pour les dalles de référence. Les colonnes étaient simulées, comme pour les joints sans  $V$ , par deux plaques en acier de  $0.26 \times 0.26 \times 0.05$  m. Deux taux d'armature supérieure nominaux  $\rho_{nom}$  différents ont été testés : 0.75% et 1.50% ; la hauteur statique nominale  $d_{nom}$  vaut, pour toutes les dalles, 210 mm. Aucune armature transversale n'est présente dans la dalle. Tous les échantillons ont été bétonnés avec un béton à résistance normale (C30/37) et avec un diamètre maximal des granulats de 16 mm. Le tableau 3.4 indique les principaux paramètres des différentes dalles.

Essai :	Série	$\rho$ [%]	$\rho'$ [%]	$d$ [mm]	$d'$ [mm]	$f_s$ [MPa]	$f'_s$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$E_c$ [GPa]
PG11	I	0.771	0.170	208	37	538*	531*	31.5	33.2
PG12	I	0.810	0.178	198	32	538*	531*	34.5	34.2
PG13	I	0.822	0.181	195	38	538*	531*	33.9	34.0
PG19	II	0.781	0.305	206	30	510*	500*	46.2	32.7
PG35	III	0.785	0.307	205	37	510*	500*	49.6	33.7
PG20	II	1.563	0.391	201	32	551*	500*	51.7	33.9
PG21	III	1.611	0.403	195	32	551*	500*	47.3	33.1
PG22	III	1.571	0.393	200	38	551*	500*	48.4	33.3
PG36	III	1.518	0.379	207	40	551*	500*	49.5	33.6

**Tab. 3.4:** Paramètres principaux des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG : \* acier à dureté naturelle et ; \* acier écroui à froid



**Fig. 3.5:** Géométrie des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG : (a) plan ; (b) section et ; (c) principe de l'essai

Pour chaque taux d'armature ( $\rho_{nom} = 0.75$  et  $1.50\%$ ) trois dalles ont été testées avec une combinaison de  $V$  et  $N$  différente. Un premier joint a été testé avec un rapport  $N/V$  moyen, un deuxième avec un rapport élevé et enfin le troisième avec le maximum d'effort normal supporté par le bâti de charge. Il est intéressant noter que ce rapport ( $N/V$ ) représente le nombre d'étages au dessus de la dalle considérée (voir figure 1.3). Les rapports  $N/V$  moyens ont été choisis afin d'avoir une force sur la colonne  $N \cong 1.3 N_c$  au moment que la force sur la dalle  $V$  atteint la résistance au poinçonnement simple ; les rapports élevés par contre visent à avoir  $N \cong 2.0 N_c$  concomitant à la force de poinçonnement simple. L'effort normal  $N$  et

la force sur la dalle  $V$  ont été appliqués simultanément et ont été généralement augmentés proportionnellement jusqu'à la rupture. Pour les échantillons avec niveau de  $N$  élevé, après avoir atteint un effort normal fixé, seulement la force  $V$  sur la dalle a été augmentée.

Pour comparer les résultats de cette série trois essais de référence, avec effort normal nul  $N = 0$ , ont été considérés. Ces éléments font partie de la série PG II, voir section 3.1.3, et ils sont dépourvus de la colonne supérieure. Par soucis de clarté le tableau 3.4 reporte aussi ces essais de référence.

## Comportement des joints et résistance

Le tableau 3.5 donne la valeur de la force de rupture appliquée sur la dalle  $V_R$  ainsi que la force concomitante sur la colonne  $N_R$ . Pour la comparaison des résultats ces forces sont réparties sur une surface de contrôle et enfin rapportées à la résistance du béton. Les relations qui définissent ces répartitions sont données de suite :

$$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}} \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (3.1)$$

$$\frac{\sigma_{cR}}{f_c} = \frac{N_R}{N_c} \quad (3.2)$$

avec :

$$u = 4 c + d \pi \quad (3.3)$$

$$N_c = f_c A_c \quad (3.4)$$

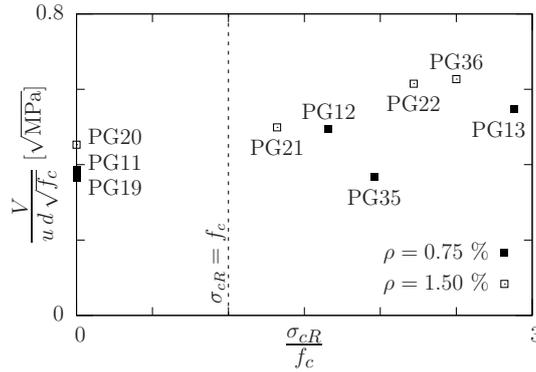
En premier lieu, les résultats des essais montrent que la contrainte verticale appliquée à la dalle dans la région d'appui peut dépasser largement la résistance à la compression du béton grâce à l'effet de confinement assuré par la dalle. Cette augmentation de résistance est appréciable même dans les cas où la flexion de la dalle provoque la plastification des armatures à proximité de la colonne et des fortes déformations transversales s'instaurent dans cette zone.

Essai :	$V_R$ [kN]	$N_R$ [kN]	$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}}^*$	$\sigma_{cR}/f_c$	$\psi_R$ [%]
PG11	763	0	0.386	0	10.3
PG12	957	3868	0.495 (28)	1.66	21.0
PG13	1027*	6611	0.547 (42)	2.88	29.9
PG19	860	0	0.364	0	12.1
PG35	894*	6577	0.368 (1)	1.96	43.5
PG20	1094	0	0.453	0	9.2
PG21	1105	4227	0.499 (10)	1.32	10.3
PG22	1428	7275	0.615 (36)	2.22	17.2
PG36	1543	8364	0.627 (38)	2.50	16.9

**Tab. 3.5:** Force ultime et rotation à la rupture pour les joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG : \* la valeur indiquée est la force maximale rejointe lors de l'essai et ; \* la valeur entre parenthèse indique l'augmentation par rapport à l'essai de référence en %

La figure 3.7 montre les courbes force-rotation de la dalle  $V-\psi$  et la courbe de la mise en charge  $V-N$  séparées par groupes d'essais. Sur les courbes trois effets principaux de la force appliquée

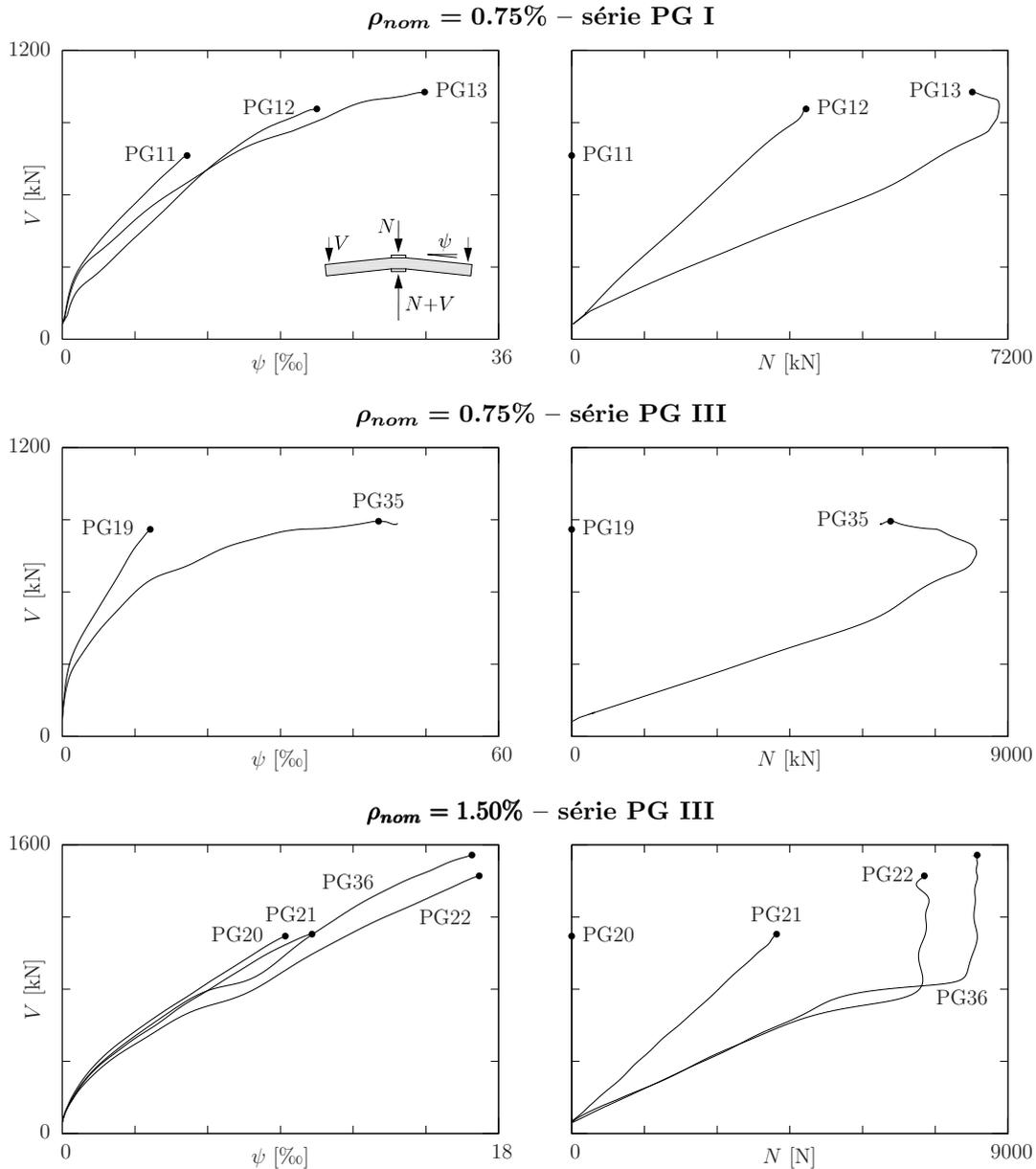
sur la colonne supérieure peuvent être observés. Le premier effet est l'augmentation de la force de rupture au poinçonnement  $V_R$ . Dans les essais avec le plus grand  $N$ , elle augmente, en termes de  $\tau_R/\tau_c$ , de 42% pour  $\rho_{nom} = 0.75\%$  et de 38% pour  $\rho_{nom} = 1.50\%$  par rapport au cas de référence  $N = 0$  et ceci malgré l'écrasement de la zone entre les deux colonnes (figure 3.6). Ensuite, la force sur la dalle nécessaire pour mobiliser le mécanisme de flexion  $V_{flex}$  diminue avec l'augmentation de la force appliquée à la colonne. En effet, dans l'essai PG35 le mécanisme plastique de flexion a été atteint avant que la rupture par poinçonnement survienne. La force maximale mesurée demeure inférieure au  $V_{flex}$  théorique calculé sans considérer l'effort normal selon le mécanisme déterminant montré à la figure 4.40(b) [Gui07a], jusqu'à 25% de réduction sur les essais avec la force  $N$  la plus grande. Enfin, la rigidité de la dalle diminue avec l'application de  $N$  ce qui signifie que la force appliquée à la colonne engendre une rotation supplémentaire de la dalle. Ce dernier effet est très bien visible sur les courbes force-rotation  $V-\psi$  des dalles PG22 et PG36. Ici, la mise en charge présente une partie pendant laquelle seule la charge  $N$  a été augmentée et sur cette partie, une augmentation de la pente a été mesurée.



**Fig. 3.6:** Evolution de la résistance au poinçonnement selon l'intensité de la contrainte transversale à la dalle

Ces trois effets sont explicables en considérant la contrainte de confinement autour de la zone de béton de la dalle entre les deux colonnes comme schématisé aux figures de 3.8(a) à (c). Cette contrainte est nécessaire afin de pouvoir résister à des compressions transversales qui dépassent la résistance à la compression simple ( $N > N_c$ ). En effet, comme dans les joints sans  $V$ , cette partie de béton doit transmettre la force  $N$  d'une colonne à l'autre et sous cette action une déformation latérale se développe. Cette déformation, qui est partiellement empêchée par la dalle qui entoure la zone d'appuis, engendre un effort radial qui se traduit en une contrainte de confinement. L'effort radial de compression, qui est fort dans la zone intéressée par la fissure de poinçonnement, produit le premier effet qui est comparable à l'augmentation de résistance au poinçonnement dû à la compression introduite par une précontrainte [Nyl77]. En direction tangentielle un effort de traction est nécessaire afin d'équilibrer les contraintes de confinement. Cette traction est responsable des deux autres effets. En effet, le moment de plastification  $m_{pl}$  et la rigidité flexionnelle à l'état fissuré  $EI_2$  d'une section en béton armé sont réduits dans le cas de combinaison avec un effort de traction.

Il est intéressant de noter que la déformation latérale du béton comprimé augmente fortement quand la contrainte axiale se rapproche de la résistance à la compression simple comme décrit à la section 2.6. Il s'en suit donc que si  $\sigma_c < f_c$ , la dilatation est petite et de conséquent aussi la contrainte de confinement et l'effort de compression radial. Donc sous cette condition l'augmentation de résistance au poinçonnement est négligeable. Si en plus le frottement entre les plaques métalliques des colonnes et le béton de la dalle est considéré, la valeur limite de  $\sigma_c$  pour laquelle il n'y a pas d'effet sur la résistance au poinçonnement est plus grande que  $f_c$ . Cette augmentation dépend du rapport entre l'épaisseur de la dalle et la taille des colonnes

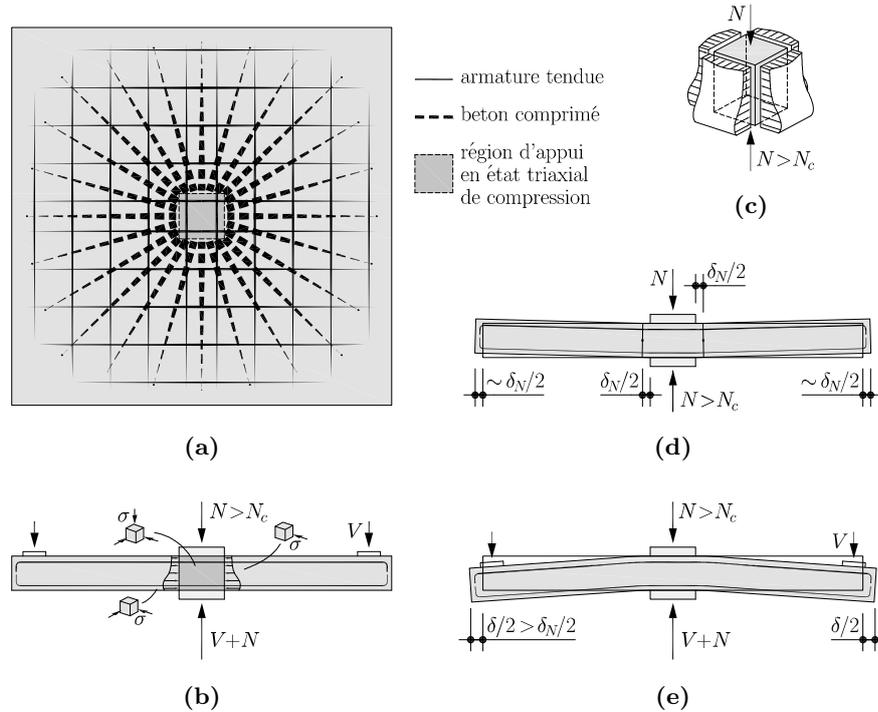


**Fig. 3.7:** Courbes  $V$ - $\psi$  et  $V$ - $N$  des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG

et du type de traitement de la surface de contact entre les deux matériaux.

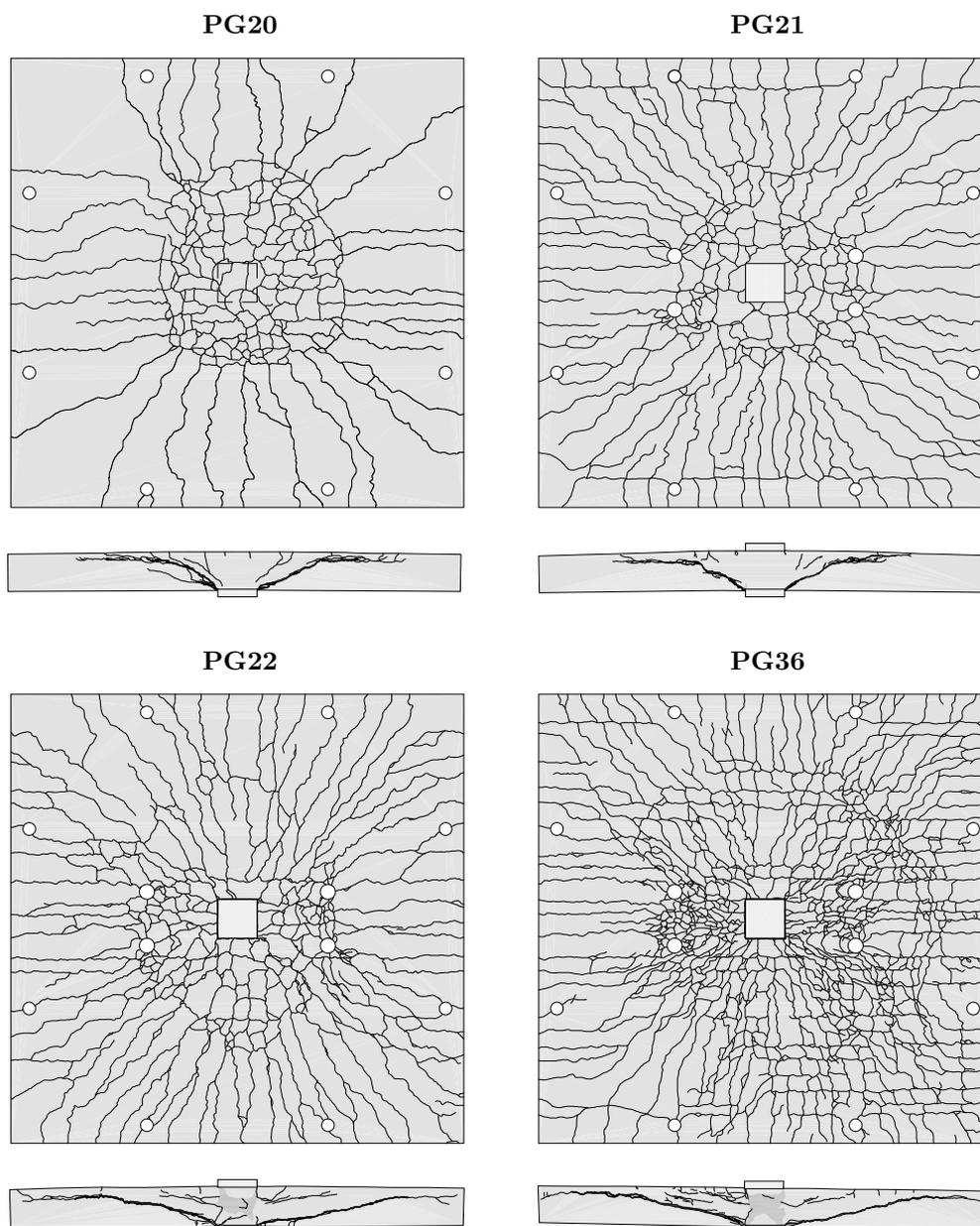
La comparaison de différents relevés des fissures sur les faces supérieures des dalles et sur les coupes, montrés à la figure 3.9, indique que l'effort normal concentre la fissuration tangentielle sur le contour de la colonne. Cette fissure s'ouvre avec la rotation de la dalle mais elle est refermée par le béton entre les colonnes qui gonfle latéralement sous l'effet de  $N$ . En effet, la contrainte de confinement doit traverser cette zone. Plus loin l'effort de compression radial réduit l'ouverture des fissures et, si l'intensité est assez élevée, il en empêche la formation. La fissure critique de poinçonnement se développe à partir d'une fissure radiale qui, comme dit préalablement, sont plus fermées que pour un joint sans  $N$ .

Comme mentionné préalablement, les efforts de compression radiaux sont équilibrés par des tractions tangentielles. Ceci implique que la dalle subit un déplacement radial vers l'extérieur qui équivaut au gonflement du prisme de béton entre les colonnes comme montré à la



**Fig. 3.8:** Joints colonnes-dalle sollicités sur la dalle ( $V$ ) et sur les colonnes ( $N$ ) : **(a)** état de contraintes dans le plan de la dalle engendré par la force  $N$  ; **(b)** état de contraintes sur la section engendré par les forces  $V$  et  $N$  ; **(c)** distribution des contraintes sur le contour du prisme de béton entre les plaques d'appuis ; **(d)** dilatance engendrée par la force  $N$  et ; **(e)** dilatance engendrée par les forces  $V$  et  $N$

figure 3.8(d). Sur les bords libres de l'élément de dalle, ce déplacement s'ajoute à celui dû aux efforts flexionnels déjà décrit par plusieurs chercheurs [Tay65, Aok71, Bro71, Hew75], voir figure 3.8(e). Lors des essais de la série PG II et série PG III, des mesures de l'allongement du feuillet moyen des dalles le long de l'axe faible ont été effectuées. Cet allongement sera dans la suite appelé dilatance. La dilatance est dû, dans une dalle avec seulement  $V$ , à la non correspondance après fissuration entre le feuillet moyen et l'axe neutre de la section. Dans des planchers-dalles ce phénomène, normalement négligé, a une certaine importance étant donné que la dilatance est partiellement empêchée par les champs voisins et par des éventuels éléments rigides qui appuient horizontalement et de façon hyperstatique la dalle. Par conséquent, des efforts membranaires de compression s'instaurent dans la dalle ayant pour effet une augmentation de la rigidité et de ce fait une augmentation de la résistance au poinçonnement. Ces effets ont déjà été décrits et estimés par divers auteurs, entre autres Guandalini [Gua06]. Néanmoins, les nouvelles mesures effectuées lors des dernières séries ont permis de valider le calcul des efforts de compatibilité et l'augmentation de résistance au poinçonnement conséquente. De plus, la comparaison des mesures de dilatance faites sur les dalles chargées par l'effort normal et celles des dalles de référence, figure 3.10, confirme la dilatance supplémentaire de la dalle. Cette dilatance majeure est nécessaire afin de mobiliser la contrainte de confinement sur le béton entre les colonnes. La courbe de l'essai PG21 montre une diminution de la pente à partir de  $V \cong 1000$  kN. Cette force correspond (figure 3.7) à  $N \cong 3800$  kN qui est très proche à la force pour laquelle une contrainte de confinement est nécessaire ( $N_c = 3197$  kN).

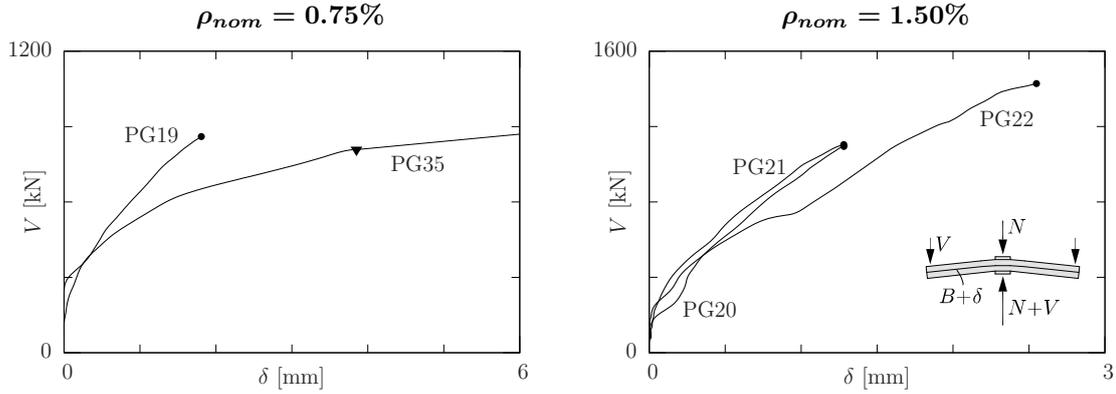


**Fig. 3.9:** Comparaison des relevés des fissures après rupture des dalles avec  $\rho_{nom} = 1.50\%$

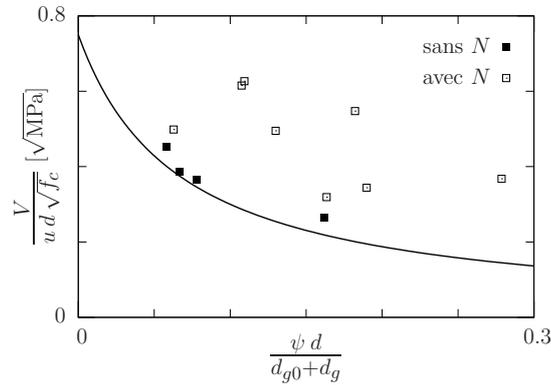
### Comparaison avec le critère de rupture Muttoni (2008)

Les résultats des essais sont comparés avec le critère de rupture proposé par Muttoni [Mut08a] discuté à la section 2.1.2. La figure 3.11 montre cette comparaison.

Les points de rupture des essais avec effort normal se trouvent logiquement loin du critère de rupture. Ceci est prévisible en raison du fait que le critère néglige les effets de la compression radiale. Il est donc possible de conclure que l'ouverture de la fissure critique n'est plus corrélée seulement à la rotation de la dalle  $\psi$  et à la hauteur statique  $d$  comme dans l'actuel critère de rupture, voir (2.6). En présence d'un effort normal sur la colonne qui dépasse la résistance à la compression simple il faut considérer une réduction de cette ouverture. Cet effet est comparable à celui donné par l'effort axial présent par exemple dans les planchers-dalles précontraintes [Nyl77].



**Fig. 3.10:** Courbes de dilatance  $V-\delta$  des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle de la série PG III (▼ : l'instrument de mesure a été perdu, la suite de la courbe est une estimation)



**Fig. 3.11:** Comparaison avec le critère de rupture proposé par Muttoni des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG

### 3.1.3 Influence de la taille maximale des granulats et du type de béton

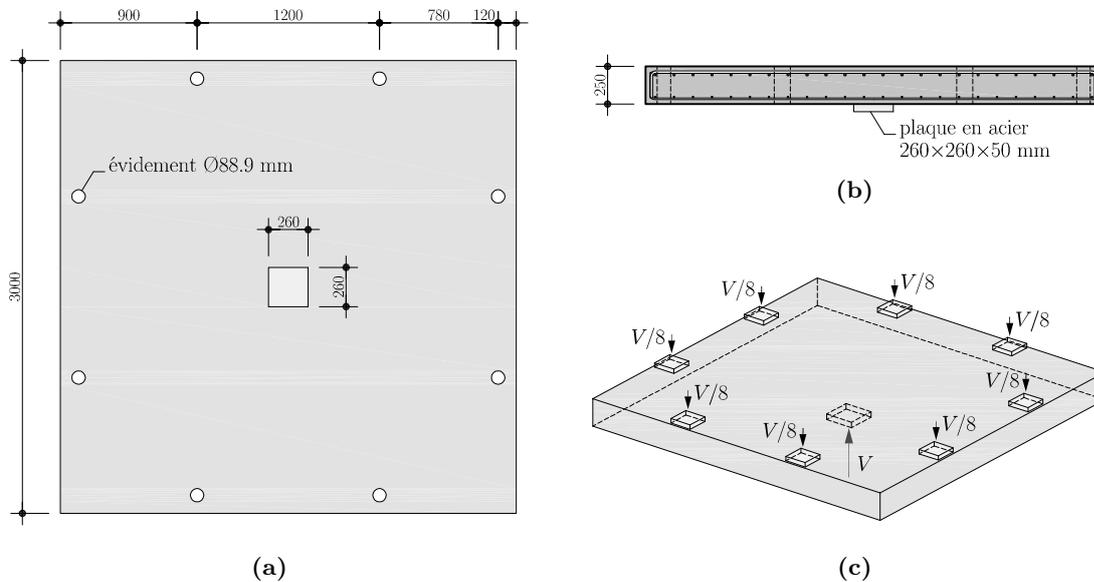
Une série de 10 dalles (série PG II) a été testée au poinçonnement simple, donc chargées seulement avec  $V$ . Les principaux buts de cette série sont l'étude de l'influence de la taille maximale des granulats sur la résistance au poinçonnement et d'autre part la résistance des dalles en béton autocompactant (SCC Self-Compacting Concrete). Pour ce faire les dix dalles ont été fabriquées avec cinq types différents de béton, deux bétons ordinaires vibrés (BV16 et BV32) et trois autocompactants (SCC8, SCC16 et SCC32). Où le numéro qui suit la dénomination du béton indique la taille maximale des granulats  $d_g$ , en mm, utilisé pour la confection du béton. Les deux dalles du même type de béton, diffèrent entre elles seulement par le taux d'armature. Deux taux nominaux d'armature supérieure  $\rho_{nom} = 0.75\%$  et  $\rho_{nom} = 0.75\%$  ont été utilisés. Afin de réduire les variables dans les paramètres, les recettes des différents bétons ont été optimisées pour pouvoir varier la taille maximale des granulats tout en gardant plus au moins constante la résistance à la compression simple à la valeur de  $f_c = 43$  MPa.

La dimension des dalles est  $3.00 \times 3.00 \times 0.25$  m, la plaque d'appui mesure 0.26 m de côté et

la force  $V$  était appliquée en huit points placées le long des bords. La figure 3.12 montre la dalle avec ses dimensions principales et la position des points d'introduction des forces. Le tableau 3.6 indique les principales caractéristiques des dalles de la série décrite.

Essai :	Béton	$\rho$ [%]	$\rho'$ [%]	$d$ [mm]	$d'$ [mm]	$f_s$ [MPa]	$f'_s$ [MPa]	$f_c$ [MPa]	$E_c$ [GPa]
PG19	BV16	0.781	0.305	206	30	510*	500*	46.2	32.7
PG20	BV16	1.563	0.391	201	32	551*	500*	51.7	33.9
PG23	BV32	0.808	0.316	199	30	510*	500*	41.0	32.3
PG24	BV32	1.619	0.405	194	34	551*	500*	39.8	31.9
PG25	SCC8	0.792	0.310	203	29	510*	500*	45.0	30.1
PG26	SCC8	1.540	0.385	204	31	551*	500*	41.0	29.1
PG27	SCC16	0.804	0.314	200	29	510*	500*	44.9	31.3
PG28	SCC16	1.555	0.389	202	30	551*	500*	43.3	30.9
PG29	SCC32	0.792	0.310	203	30	510*	500*	39.7	32.2
PG30	SCC32	1.563	0.391	201	31	551*	500*	36.6	31.4

**Tab. 3.6:** Paramètre principaux des dalles de poinçonnement de la série PG II : \* acier à dureté naturelle et ; \* acier écroui à froid

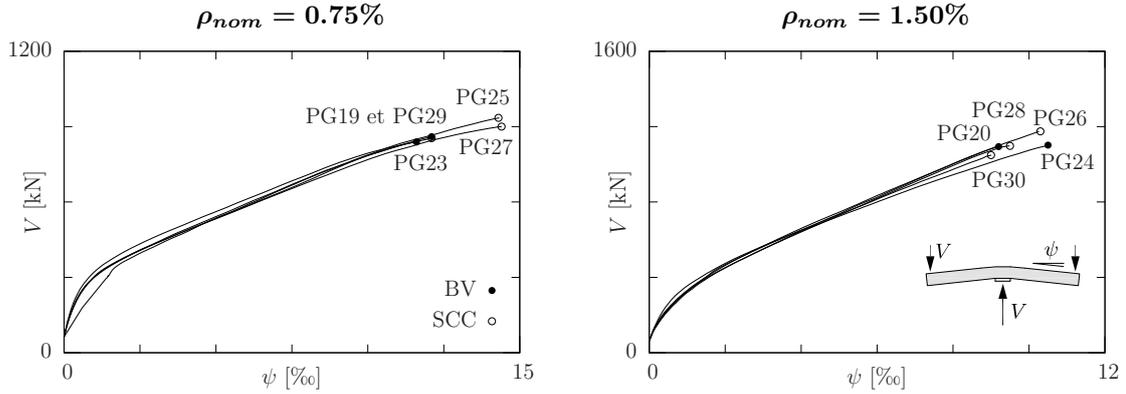


**Fig. 3.12:** Géométrie des dalles de poinçonnement de la série PG II : (a) plan ; (b) section et ; (c) principe de l'essai

## Comportement des dalles et résistance

A la figure 3.13 sont montrées les courbes force sur la dalle-rotation de la dalle ( $V-\psi$ ) où il est possible de voir que la taille maximale des granulats et le type de béton influencent la force de rupture sans modifier le comportement flexionnel de la dalle. De plus, ce comportement est comparable à celui décrit par Guandalini [Gua06] et reporté à la section 2.1.2. Ainsi dans la suite seule la comparaison entre les différents types de béton est donnée. Le tableau 3.7 donne les valeurs mesurées à la rupture des différents essais de cette série.

La force de rupture pour les dalles en béton vibré est légèrement influencée par la taille maximale des granulats. En effet une augmentation de 9% pour  $\rho_{nom} = 0.75\%$  et de 21% pour le taux d'armature plus élevé a été mesurée sur les dalles avec BV32 par rapport à BV16, voir figure 3.14. Sur la même figure il est possible de voir que cet effet est moins



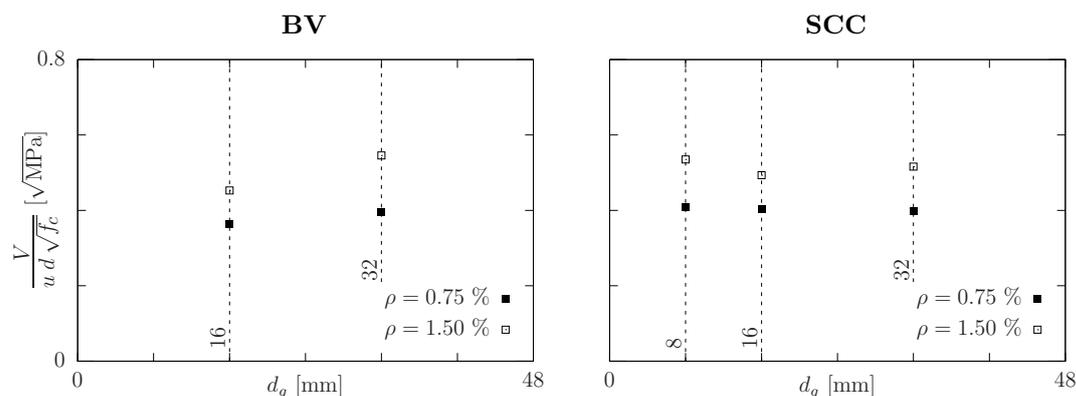
**Fig. 3.13:** Courbes  $V$ - $\psi$  des dalles de poinçonnement de la série PG II

Essai :	$V_R$ [kN]	$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}}$ *	$\psi_R$ [%]
PG19	860	0.364	12.1
PG20	1094	0.453	9.2
PG23	839	0.395 (9)	11.6
PG24	1102	0.546 (21)	10.5
PG25	935	0.409 (2)	14.3
PG26	1175	0.535 (8)	10.3
PG27	900	0.403	14.4
PG28	1098	0.493	9.5
PG29	854	0.398 (-1)	12.1
PG30	1049	0.516 (5)	9.0

**Tab. 3.7:** Force ultime et rotation à la rupture pour les dalles de poinçonnement de la série PG II : \* la valeur entre parenthèse indique la différence en % par rapport à l'essai avec  $d_g = 16$  mm et même taux d'armature (BV16 ou SCC16)

marqué sur les dalles en béton autocompactant. Dans ce cas une résistance supérieure des dalles SCC8 par rapport aux dalles SCC16 a même été observée. Néanmoins, pour les deux plus grandes tailles des granulats, il est possible d'affirmer que la résistance, ainsi que le comportement sous charge, d'une dalle en béton autocompactant est similaire à celle d'une dalle en béton vibré.

La figure 3.15 montre les relevés des fissures sur les faces supérieures et sur les coupes pour les dalles avec le taux d'armature nominal de  $\rho_{nom} = 0.75\%$ . Cette comparaison montre que le type de béton comme la taille maximale des granulats n'ont pas une forte influence sur la fissuration des dalles ; la seule influence est au niveau de l'extension, en plan, de la zone d'enrobage supérieur qui est arraché, par la nappe d'armature supérieure, au moment de la rupture par poinçonnement. Il est aussi intéressant noter comme le cône de poinçonnement de la dalle PG27, visible sur la coupe, est fortement asymétrique malgré que les forces étaient bien distribuées sur les huit points d'introduction.



**Fig. 3.14:** Evolution de la résistance au poinçonnement mesurée selon le diamètre maximal des granulats

### Comparaison avec le critère de rupture Muttoni (2008)

A la figure 3.16 les forces de rupture des dalles de poinçonnement série PG II sont comparées avec le critère de rupture décrit à la section 2.1.2. Cette comparaison montre une très bonne corrélation sauf pour les deux dalles en béton SCC8. Pour ce béton, la force ultime mesurée est, comme préalablement discuté, nettement supérieure à celle prévue par le critère. La probable explication de cette différence est à rechercher sur la composition du béton. En effet, la quantité de ciment dans la recette du SCC8 est nettement supérieure à celle utilisée pour la confection des autres bétons autocompactants. La quantité de ciment du béton SCC8 est de  $475 \text{ kg/m}^3$ , pour le SCC16  $450 \text{ kg/m}^3$  et  $440 \text{ kg/m}^3$  ont été utilisées pour le SCC32. Ceci confère aux béton durci des qualités sensiblement différentes de celles normalement connues.

## 3.2 Effet de l'interface plaques d'appuis - béton sur la résistance à la compression mesurée sur cubes

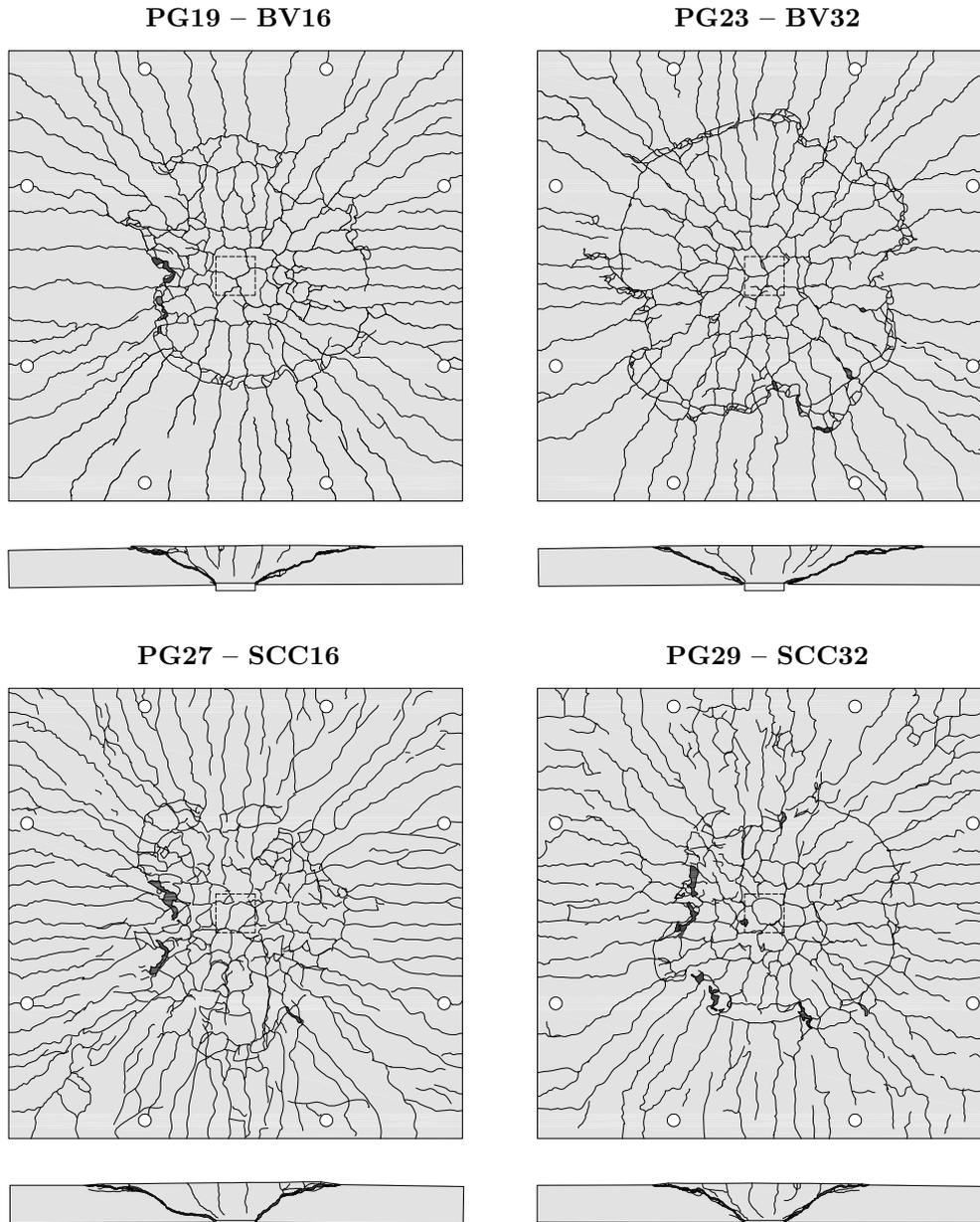
L'interface entre les plaques d'appuis et le béton de la dalle des joints colonnes-dalle chargés seulement sur la colonne de la série PG I a été réalisée différemment de celle des joints de la série PG IV. Dans le premier cas, les plaques étaient en contact direct avec le béton de la dalle et un frottement important pouvait ainsi être mobilisé. Par contre, lors de l'autre série, une fine couche de plâtre ainsi qu'une feuille en plastique ont été juxtaposées entre le béton et les plaques métalliques. Afin de vérifier que le frottement pour une telle interface est négligeable, des essais sur des cubes ont été exécutés. Dans la suite, les échantillons, la procédure ainsi que les principaux résultats de ces essais sont décrits.

Quatre cubes de  $150 \text{ mm}$  en béton vibré ont été testés à la compression afin d'étudier l'influence de deux interfaces différentes entre les plaques de la machine et le béton. Les deux interfaces considérées sont montrées à la figure 3.17 et sont :

- C1, C2 :** les plaques métalliques étaient en contact direct avec le béton des cubes (B/M) ;
- C3, C4 :** une feuille en plastique était placée contre chaque plaque et une fine couche de plâtre (environ  $1 \text{ mm}$ ) a été coulée entre les feuilles et le béton du cube (B/PF/M).

La résistance à la compression simple du béton utilisé pour la confection des cubes est  $f_c = 31.6 \text{ MPa}$  mesurée sur des cylindres  $\text{Ø}160 \times 320 \text{ mm}$  le jour des essais (âge du béton :  $t = 38$  jours).

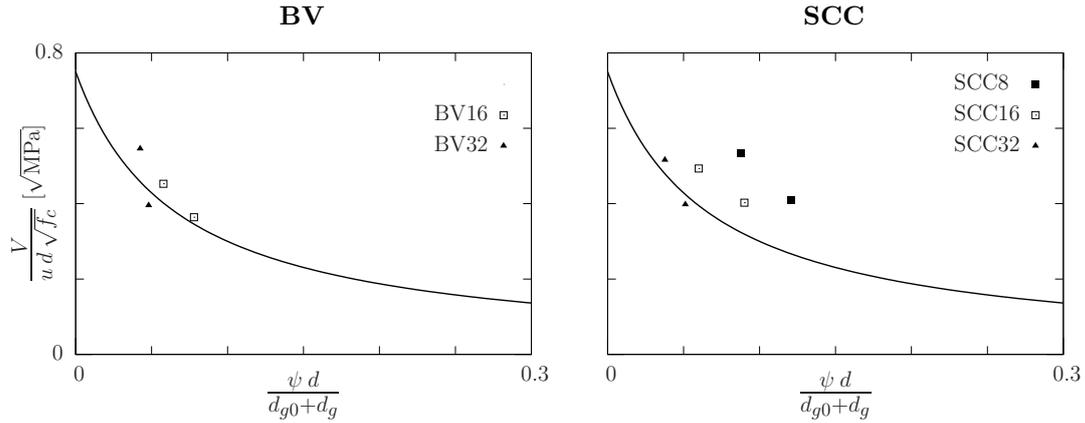
Les cubes ainsi que l'interface ont été préparés et ont ensuite été placés dans une machine



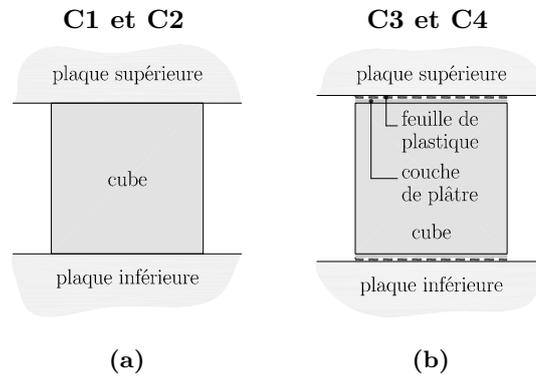
**Fig. 3.15:** Comparaison des relevés des fissures après rupture des dalles  $\rho_{nom} = 0.75\%$  et différents types de bétons

d'essais. Au début de l'essai, trois cycles de charge, contrôlés en force, entre  $\sigma_{c,min} = 4.0$  MPa et  $\sigma_{c,max} = 12.0$  MPa ont été exécutés afin de mesurer le module d'élasticité. Le troisième cycle terminé, un déplacement continu de 0.02 mm/s a été imposé au vérin jusqu'à la rupture de l'échantillon. La déformation a été mesurée à l'aide de trois jauges oméga avec une longueur de base  $\ell_0 = 120$  mm collées sur trois des faces latérales.

Les résistances à la compression mesurées sur les deux cubes dépourvus de couches intermédiaires (plâtre et feuille de plastique) dépassent d'environ 14% la résistance mesurée sur cylindre. Cette valeur est inférieure à celle normalement admise pour le rapport entre les deux résistances qui vaut  $f_{c,cube}/f_c = 1.25$  [Mut97]. Par contre, la réduction du frottement induite par le traitement de l'interface a été clairement prouvée. En effet, l'essai de ce type qui a résisté le plus, dépasse la résistance sur cylindre de seulement 4%. Ces résultats démontrent que pour l'analyse des joints colonnes-dalle de la série PG III et série PG IV, le frottement



**Fig. 3.16:** Comparaison avec le critère de rupture des dalles de poinçonnement de la série PG II



**Fig. 3.17:** Types d'interface béton plaque métallique analysées : (a) plaques métalliques en contact direct avec le béton (B/M) et ; (b) feuille en plastique et couche de plâtre entre les plaques et le béton (B/PF/M)

sur les plaques peut être négligé, alors qu'il est nécessaire de le considérer pour les essais des autres séries.

Les essais sur les cubes n'ont pas montré une influence claire de l'interface au niveau du module d'élasticité du béton. Les valeurs mesurées sur cubes sont similaires à celles mesurées sur cylindres  $E_c = 32.8$  GPa. Le tableau 3.8 résume les résultats de ces essais.

Essai :	Interface	$f_{c,cube}$ [MPa]	$E_{c,cube}$ [GPa]	$f_{c,cube}/f_c$	$E_{c,cube}/E_c$
PG19	B/M	36.0	32.1	1.14	0.98
PG20	B/M	35.8	36.5	1.13	1.11
PG23	B/PF/M	32.8	28.3	1.04	0.86
PG24	B/PF/M	31.2	32.8	0.99	1.00

**Tab. 3.8:** Résultats d'essais sur cubes avec différentes interfaces



## 4 Modélisation du comportement d'un élément de dalle

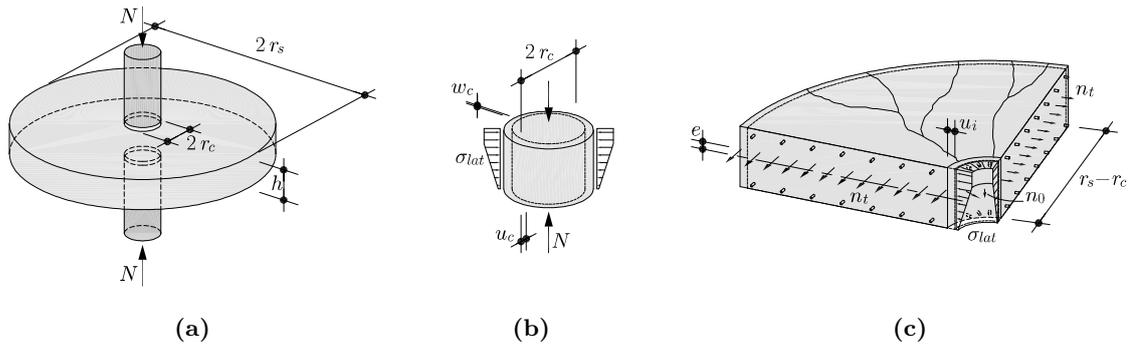
La connaissance du comportement d'un élément de dalle est nécessaire pour pouvoir le comparer avec le critère de rupture décrit par la théorie de la fissure critique introduite à la section 2.1.2 afin de trouver la force de rupture de l'élément en étude (voir figure 2.11). Le comportement permet de relier des grandeurs cinématiques aux forces appliquées sur la dalle. Dans cette thèse, seules des éléments de dalle symétriques (colonne interne) sont traités. Ceci permet de se référer à une situation idéalisée axisymétrique qui dérive de la transformation géométrique de l'élément carré. Cette transformation se base sur des règles données et discutées à la section 4.4.

Un modèle de confinement compatible pour l'analyse des joints chargés exclusivement sur les colonnes et un pour le calcul des joints chargés aussi sur la dalle sont donnés. Le premier modèle relie la force sur la colonne  $N$  au changement d'épaisseur de la dalle entre les colonnes  $w_c$ . Ce modèle permet de mieux comprendre le fonctionnement ainsi de pouvoir développer une méthode qui permet de calculer la force ultime des joints colonnes-dalle chargés sur la dalle par  $V$  et sur les colonnes par  $N$ . Ces mêmes conclusions sont à la base de certaines hypothèses utilisées dans le deuxième modèle qui relie la force sur la dalle  $V$  et celle sur la colonne  $N$  à la rotation de la dalle  $\psi$  ainsi que à une série d'autres grandeurs cinématiques nécessaires pour la comparaison avec le critère de rupture au poinçonnement.

### 4.1 Modèle de confinement compatible

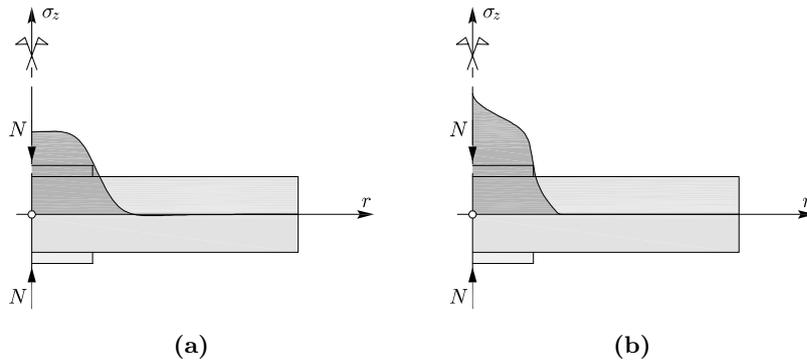
Cette section présente un modèle pour l'analyse du comportement des joints colonnes-dalle exclusivement chargés sur les colonnes, comme ceux présentés à la section 3.1.1. Ces colonnes doivent être pourvues de plaques métalliques en tête et au pied afin que l'état de déformation de la dalle n'influence pas leur résistance. Le modèle présenté est basé sur le confinement, en respectant la compatibilité statique et cinématique entre le béton de la dalle qui se trouve entre les colonnes et le reste de dalle qui l'entoure. En effet, comme déjà discuté dans le chapitre 3, le comportement d'un joint colonnes-dalle vis-à-vis de l'effort normal est comparable à celui d'un prisme en béton comprimé verticalement et confiné latéralement. La compression verticale engendre le gonflement du béton qui impose donc un déplacement à la partie extérieure en créant un effort radial de compression. Cet effort confine la partie centrale qui augmente donc sa rigidité et surtout sa résistance à la compression.

Le modèle considère la dalle en deux régions séparées : la région centrale, de forme cylindrique, qui se trouve entre les deux colonnes et qui transmet l'effort normal  $N$  ; et le reste de dalle entourant le cylindre, de forme annulaire, qui assure le confinement. La figure 4.1(a) montre un joint axisymétrique soumis à un effort normal et les figures 4.1(b) et (c) montrent le cylindre et l'anneau respectivement, considérés dans le modèle proposé avec l'état de contraintes et de déformation considérés.



**Fig. 4.1:** Joint colonnes-dalle axisymétrique chargé exclusivement par une force sur les colonnes : **(a)** géométrie du joint ; **(b)** géométrie, état de contraintes et de déformations du cylindre intérieur et ; **(c)** géométrie, état de contraintes et de déformations de l’anneau extérieur

En analysant de façon séparée les deux régions, la diffusion de l’effort dans le plan de la dalle est négligée. Ceci ne représente pas correctement les situations si un comportement élastique linéaire du béton est admis (figure 4.2(a)). Par contre, à l’apparaître des premières plastifications la rotation des direction des contraintes principales par rapport aux axes  $r$  et  $z$  diminue. Enfin, au moment de la plastification totale cette rotation est presque nulle, ce qui signifie donc que presque aucune diffusion est possible et l’effort transversal est transmis sur la partie centrale de la dalle comme en figure 4.2(b).



**Fig. 4.2:** Répartition des contraintes transversales à la dalle sur le feuillet moyen de la dalle : **(a)** selon une analyse élastique et ; **(b)** selon une analyse élasto-plastique et après plastification complète

Dans la suite, chaque région est étudiée séparément en décrivant une loi qui relie l’état de contrainte à l’état de déformation. Enfin des conditions de compatibilité seront données afin de relier le comportement des deux parties pour pouvoir calculer le comportement global du joint.

### 4.1.1 Comportement du béton uniformément confiné

La suite traite le comportement d’un cylindre en béton soumis à une force axiale et à une contrainte latérale. Ce cylindre représente la partie de béton de la dalle qui se trouve entre les deux colonnes et est sollicité par l’effort normal  $N$  et par un effort radial de confinement. Le champ de contraintes ainsi que celui de déformations est supposé être constant dans tout le cylindre. Sur cette base, les relations suivantes, qui relient l’effort normal à la contrainte

axiale et les déplacements aux déformations, sont données :

$$\sigma_3 = \frac{N}{A_c} = \frac{N}{r_c^2 \pi} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{w_c}{h} \quad (4.2)$$

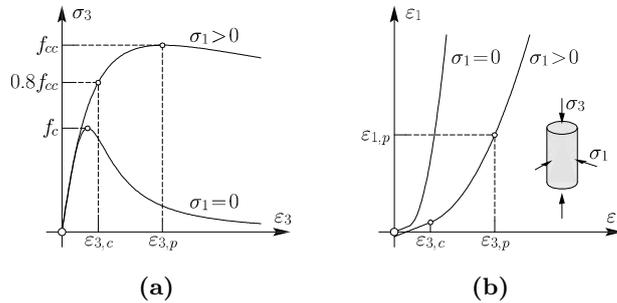
$$\varepsilon_1 = \frac{u_c}{r_c} \quad (4.3)$$

Ces équations sont reliées entre elles par la loi constitutive du béton. Cette loi doit donc pouvoir considérer la contrainte de confinement et de prédire la déformation axiale et le gonflement latéral sous une contrainte axiale donnée. Plusieurs modèles existent, mais aucun est en mesure de prédire la déformation latérale de façon acceptable, si ce n'est qu'en considérant beaucoup de paramètres. Il a donc été décidé de modifier celui pour le béton non confiné proposé par Fernández Ruiz et al. [Fer07] de façon à considérer les effets du confinement. Pour cette tâche, les essais en cellule triaxiale montrées à la section 2.6 ont servi de base expérimentale.

### Loi constitutive du béton confiné

Le comportement du béton non confiné et confiné est montré à la figure 4.3. Dans les deux cas la contrainte axiale  $\sigma_3$  est calculée à partir de la déformation axiale  $\varepsilon_3$  selon l'équation suivante [Fer07, Gui10d] :

$$\sigma_3 = (\alpha - 1) \frac{\varepsilon_3 E_{cc}}{\alpha - 1 + \left( \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{3,p}} \right)^\alpha} \quad (4.4)$$



**Fig. 4.3:** Comportement du béton non confiné ( $\sigma_1 = 0$ ) et du béton confiné ( $\sigma_1 > 0$ ) avec points caractéristiques du modèle présenté : **(a)** relation contrainte déformation axiale et ; **(b)** relation déformation radiale déformation axiale

Les valeurs du module d'élasticité apparent du béton confiné  $E_{cc}$  et de la déformation axiale au pic du béton confiné  $\varepsilon_{3,p}$  sont calculés selon :

$$E_{cc} = \frac{E_c}{1 - 2\nu_c \gamma} \quad (4.5)$$

$$\varepsilon_{3,p} = \frac{\alpha f_{cc}}{E_{cc} (\alpha - 1)} \quad (4.6)$$

où le degré de confinement  $\gamma$  est le rapport entre la contrainte de confinement  $\sigma_1$  et la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  :

$$\gamma = \frac{\sigma_1}{f_c} \quad (4.7)$$

Plusieurs auteurs ont proposé des relations empiriques qui permettent de calculer la résistance du béton confiné  $f_{cc}$  [Ric28, New79, Ets94, Xie95, Att96]. Par exemple Ottosen [Ott77] a proposé un critère de rupture générale qui est fonction de la première invariante des contraintes  $I_1$ , de la deuxième invariante des contraintes déviatoriques  $J_2$  et de l'angle sur le plan déviatorique  $\theta$ . Le critère nécessite de quatre constantes ( $a_f$ ,  $b_f$ ,  $k_1$  et  $k_2$ ) qui peuvent être dérivés sur la base de la résistance à la compression simple, celle à la compression biaxiale et celle à la traction simple. Ce critère, pour l'état de contraintes considéré ici ( $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$  et donc  $I_1 = 2\sigma_1 + \sigma_3$ ,  $J_2 = 1/3(\sigma_1 - \sigma_3)^2$  et  $\theta = \pi/3$ ), donne la résistance à la compression du béton confiné  $f_{cc}$  suivante :

$$f_{cc} = \frac{f_c (3b_f - \sqrt{3}\lambda)}{2a_f} + \frac{\sqrt{36a_f b_f f_c \sigma_1 + 3f_c^2 (4a_f + 3b_f^2 - 2\sqrt{3}b_f\lambda + \lambda^2)}}{2a_f} + \sigma_1 \quad (4.8)$$

avec :

$$\lambda = k_1 \cos \frac{\pi - \arccos k_2}{3}$$

Ottosen, et d'autres chercheurs après lui, ont proposé des valeurs pour les constantes qui dépendent de la qualité du béton. Le choix de ces paramètres résulte être très compliqué pour des applications pratiques et donc l'application de ce critère en résulte être difficile. Pour remédier à ça, ici, deux différentes formulations pour le calcul de la résistance à la compression du béton confiné  $f_{cc}$  sont données. La première, proposée par Richart [Ric28], est utilisable pour des applications pratiques et est la suivante :

$$f_{cc} = f_c + k\sigma_1 \quad (4.9)$$

Cette relation a été retenue dans la suite de ce travail avec une valeur de  $k = 4.0$  (légèrement différente de celle donnée par Richart  $k = 4.1$ ) afin d'être en accord avec le critère de Mohr-Coulomb associé avec un angle de frottement interne de  $\varphi = 37^\circ$ . En effet, ce critère sera utilisé dans la suite pour des analyses plastiques qui dans le cas du confinement uniforme donnent  $k = 4.0$ , voir (4.45). Néanmoins, il est encore important de remarquer que le reste du modèle est indépendant de l'hypothèse faite sur la résistance du béton confiné.

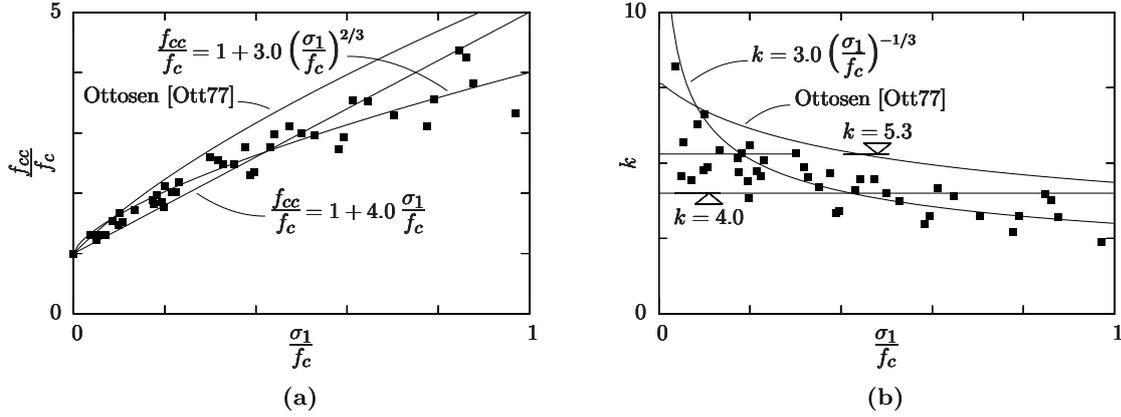
Les résultats expérimentaux montrent que l'augmentation de la résistance à la compression n'est pas vraiment proportionnelle à la contrainte latérale. Pour mieux considérer cet effet, dans des situations avec un taux de confinement élevé, la formulation généralisée suivante est proposée :

$$f_{cc} = f_c + \alpha_f \sigma_1^{\beta_f} f_c^{1-\beta_f} \quad (4.9a)$$

Les paramètres  $\alpha_f = 3.0$  et  $\beta_f = 2/3$  ont été trouvés sur la base des résultats de plusieurs essais en cellule triaxiale. Une formulation similaire a déjà été proposée par Setunge et al. [Set93] pour des bétons de résistance à la compression  $f_c$  comprise entre 20 et 50 MPa et un degré de confinement  $\gamma$  inférieur à 0.3.

La figure 4.4(a) montre la comparaison entre les résistances mesurées sur 41 essais en cellule triaxiale et les estimations faites avec les modèles formulés en (4.9) et (4.9a). De plus, sur le même graphique la courbe dérivée du critère de rupture proposé par Ottosen [Ott77] pour l'état de contrainte  $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$  est montrée. Les paramètres utilisés pour tracer cette courbe

sont ceux proposées par Ottosen pour des bétons avec  $f_c/f_{c,t} = 0.10$  et donc  $a_f = 1.2759$ ,  $b_f = 3.1962$ ,  $k_1 = 11.7365$  et  $k_2 = 0.9801$ . Il est possible de voir que cette courbe donne des valeurs très proches de la formulation simplifiée donnée ici. Ceci est dû au fait que les paramètres  $a_f$ ,  $b_f$ ,  $k_1$  et  $k_2$  utilisés ont été dérivés sur la base des essais de la série de Richart [Ric28]. Ces mêmes résultats, ont permit à Richart de dériver la formulation donne par (4.9) avec  $k = 4.1$ . La figure 4.4(b) montre, par contre, l'allure de  $k$  selon le degré de confinement mesuré sur les essais et ceux calculés sur la base de (4.9a) et du critère de Ottosen. Candappa et al. [Can01] ont remarqué que pour des taux de confinement inférieurs à 0.3, la valeur de  $k = 5.3$  représente au mieux la réalité. Par contre Dahl [Dah92] trouve que la valeur de  $k = 4.0$  surestime la résistance pour  $\gamma > 0.5$ . Ces deux considérations sont biens représentées par le modèle proposé en (4.9a).



**Fig. 4.4:** Comparaison entre le modèle de résistance des bétons confinés et les mesures expérimentales : (a) comparaison de la résistance à la compression des bétons confinés  $f_{cc}$  et ; (b) comparaison du facteur  $k$

Le coefficient  $\alpha$  considère la ductilité du matériau. En effet, en analysant l'allure de la fonction  $\sigma_3(\varepsilon_3)$  décrite en (4.4), pour différentes valeurs de  $\alpha$ , trois différents comportements sont identifiables :

- Si  $0 \leq \alpha < 1.0$  : la fonction est monotone croissante. Ceci n'est pas possible du point de vue mécanique par le fait que la résistance n'est pas bornée.
- Si  $\alpha = 1.0$  : la fonction présente une asymptote horizontale en  $\sigma_3 = f_{cc}$ . Ceci signifie que la résistance du béton  $f_{cc}$  est atteinte pour une déformation verticale infinie. Ce comportement n'est donc possible que pour des très hauts degrés de confinement  $\gamma$ .
- Si  $\alpha > 1.0$  : la fonction présente un maximum en  $\varepsilon_3 = \varepsilon_{3,p}$  qui vaut  $f_{cc}$  et plus la valeur de  $\alpha$  est grande, mineure est la surface sous la courbe. Ceci, en termes mécaniques, signifie moins d'énergie dissipée et donc une rupture plus fragile.

La ductilité du béton confiné dépend principalement de deux facteurs : la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  et le degré de confinement  $\gamma$ . Il est connu que plus la résistance est élevée, plus le béton devient fragile et d'autre part que plus la contrainte de confinement est grande, plus la ductilité est importante, voir section 2.6. Les deux facteurs doivent donc se retrouver distinctement dans la relation qui décrit  $\alpha$ , la solution de corriger la contribution du béton non confiné par le degré de confinement a été retenue. Cette procédure donne une très bonne corrélation avec les mesures des essais en cellule triaxiale. Enfin le tout se traduit dans la formule suivante :

$$\alpha = \frac{\alpha_c + a \gamma}{\delta_c + \alpha_c (1 - \delta_c) + a \gamma} \quad (4.10)$$

où  $\delta_c$  est le rapport suivant :

$$\delta_c = \frac{f_{cc}}{E_{cc}} \frac{E_c}{f_c} \quad (4.11)$$

et  $\alpha_c$  est le coefficient  $\alpha$  pour le cas du béton non confiné et dit autrement est la contribution de la résistance à la compression simple sur la ductilité. Ce coefficient est calculé de la même façon que pour le modèle original de Fernández Ruiz et al. [Fer07] mais avec des constantes légèrement différentes :

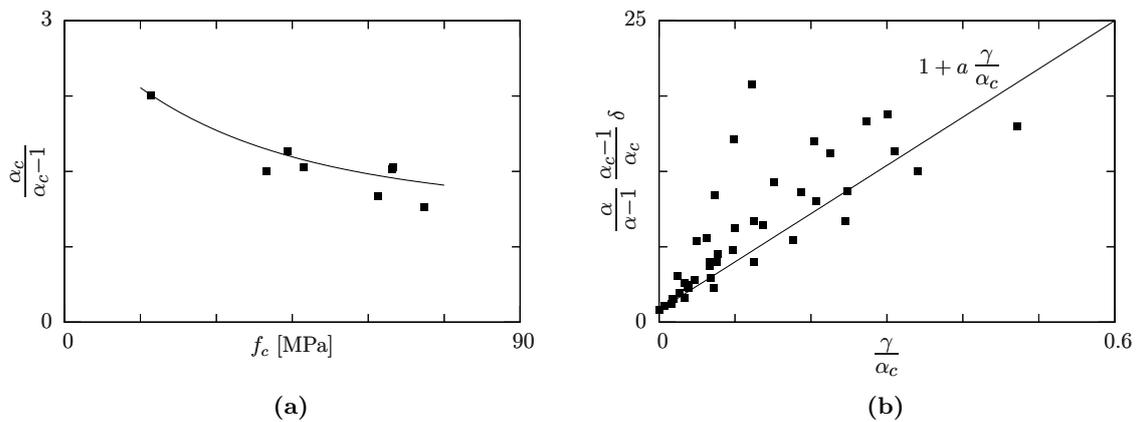
$$\alpha_c = 1.5 + \frac{f_c}{75 \text{ MPa}} + \frac{f_c^2}{4500 \text{ MPa}^2} \quad (4.12)$$

La constante  $a$  en (4.10) a été calée, sur la base des déformations au pic mesurées lors de plusieurs essais en cellule triaxiale (voir tableau 2.2), à la valeur  $a = 40$ .

La figure 4.5(a) montre la corrélation entre la courbe théorique de  $\alpha_c$  (4.12) et les valeurs mesurées sur les essais de référence ( $\sigma_1 = 0$ ). Cette corrélation est représentée en terme de  $\alpha/(\alpha - 1)$  de façon à contrôler la qualité sur l'estimation de la déformation de pic donnée en (4.6). Par contre, pour contrôler la corrélation entre la correction de  $\alpha$  pour les bétons confinés et les essais il faut opérer une transformation sur (4.10). Cette transformation est l'inverse de la procédure employée pour arriver à cette formulation de  $\alpha$  et résulte être :

$$\frac{\alpha}{\alpha - 1} \delta_c = \frac{\alpha_c + a \gamma}{\alpha_c - 1} = \frac{\varepsilon_{3,p} E_c}{f_c} \quad (4.13)$$

Cette transformation permet de normaliser (4.10) de façon à visualiser la corrélation avec les mesures expérimentales. Ceci est montré à la figure 4.5(b) où les points, qui ont servi pour caler la valeur de  $a$ , sont comparés à la courbe théorique. Il est possible de voir qu'une seule série, [Ans98] ( $f_c = 71.1 \text{ MPa}$ ), donne des valeurs plus grands que celles attendues.



**Fig. 4.5:** Comparaison entre l'estimation de la déformation de pic  $\varepsilon_{3,p}$  et celle mesurée sur essais : **(a)** pour les bétons à la compression simple ( $\sigma_1 = 0$ ) et ; **(b)** avec correction pour considérer la contrainte de confinement

Pour compléter la loi constitutive, une relation qui décrit le gonflement, dilatation latérale  $\varepsilon_1$ , est nécessaire. Les considérations suivantes observées par plusieurs chercheurs lors d'essais sont utiles pour définir cette relation :

- le béton montre un comportement élastique pour des contraintes  $\sigma_3 < (0.7 \div 0.8) f_{cc}$  et le coefficient de Poisson reste presque constant à une valeur de  $\nu = \nu_c = 0.2$  ;
- en augmentant la contrainte axiale au delà de cette valeur, des microfissures parallèles à l'axe 3 se forment dans la matrice du béton, et le coefficient de Poisson augmente jusqu'à atteindre la valeur de  $\nu = 0.5$  (déformation volumique nulle) pour une contrainte  $\sigma_3 = f_{cc}$  et donc au pic de résistance ;
- après le pic le coefficient de Poisson continue à augmenter, cette particularité n'a pas été relevée dans la totalité des courbes mesurées lors d'essais.

Sur la base de ces considérations il est proposé de considérer une augmentation du coefficient de Poisson linéaire par rapport à la déformation  $\varepsilon_3$  à partir du début de la phase de formation des microfissures, supposée à  $\sigma_3 = 0.8 f_{cc}$ .

Par souci de simplicité la loi est directement dérivée comme  $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\varepsilon_3)$  sans passer par la formulation du coefficient de Poisson. Néanmoins, pour que le coefficient de Poisson respecte le comportement préalablement admis il faut que la loi  $\varepsilon_1(\varepsilon_3)$  soit décrite par une fonction linéaire en une première partie et par une fonction polynomiale de 2<sup>ème</sup> degré dans la suite. La figure 4.3(b) montre l'allure de cette loi qui analytiquement se traduit par :

$$\varepsilon_1 = \begin{cases} m_\varepsilon \varepsilon_3 + \varepsilon_{1,0} & \text{si } \varepsilon_3 \leq \varepsilon_{3,c}, \\ a_\varepsilon \varepsilon_3^2 + b_\varepsilon \varepsilon_3 + c_\varepsilon & \text{si } \varepsilon_3 > \varepsilon_{3,c}. \end{cases} \quad (4.14)$$

où la déformation de référence  $\varepsilon_{3,c}$  peut être trouvée numériquement en imposant la condition suivante dans (4.4) :

$$\varepsilon_{3,c} = \varepsilon_3 (\sigma_3 = 0.8 f_{cc})$$

Pour la partie linéaire les deux considérations suivantes et les équations de la loi constitutive élastique linéaire isotrope permettent de définir les deux paramètres  $m_\varepsilon$  et  $\varepsilon_{1,0}$  :

- la courbe définie en (4.4) passe par l'origine et ceci ne correspond pas à la réalité ; en effet la contrainte latérale engendre un allongement axial du cylindre. Il en suit donc que la déformation  $\varepsilon_3$  est une déformation de référence déplacée d'une valeur  $\varepsilon_{3,0}$  par rapport à la déformation réelle ( $\varepsilon_3 = \varepsilon_3^* + \varepsilon_{3,0}$ ) ;

$$\varepsilon_{3,0} = \frac{2 \sigma_1 \nu_c}{E_{cc}} \quad (4.15)$$

- dans le cas d'un chargement hydrostatique du béton ( $\sigma_1 = \sigma_3$ ) la déformation doit aussi, par définition être égale dans les trois directions ( $\varepsilon_1 = \varepsilon_3^* = \varepsilon_{iso}^*$ ).

$$\varepsilon_{iso}^* = \frac{\sigma_1}{E_{cc}} (1 - 2 \nu_c) \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_{3,iso} = \varepsilon_{iso}^* + \varepsilon_{3,0} = \frac{\sigma_1}{E_{cc}} \quad (4.17)$$

Enfin les paramètres recherchés sont trouvés :

$$m_\varepsilon = \nu_c \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_{1,0} = -\frac{\sigma_1}{E_{cc}} (1 - \nu_c) \quad (4.19)$$

La partie suivante de la courbe est par contre trouvée en imposant les conditions suivantes :

- la transition entre la partie linéaire et la partie parabolique doit être continue (même déformation latérale et même pente) ;

$$\varepsilon_1 (\varepsilon_3 = \varepsilon_{3,c}) = \varepsilon_{1,c} = - (1 - \nu_c) + \nu_c \varepsilon_{3,c} \quad (4.20)$$

$$\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_3} = \nu_c \quad (4.21)$$

- la déformation latérale au point de pic  $\sigma_3 = \sigma_{3,p}$  est égale à la moitié de la déformation axiale réelle  $\nu = 0.5$ .

$$\varepsilon_1 (\varepsilon_3 = \varepsilon_{3,p}) = \varepsilon_{1,p} = 0.5 (\varepsilon_{3,p} - \varepsilon_{3,0}) \quad (4.22)$$

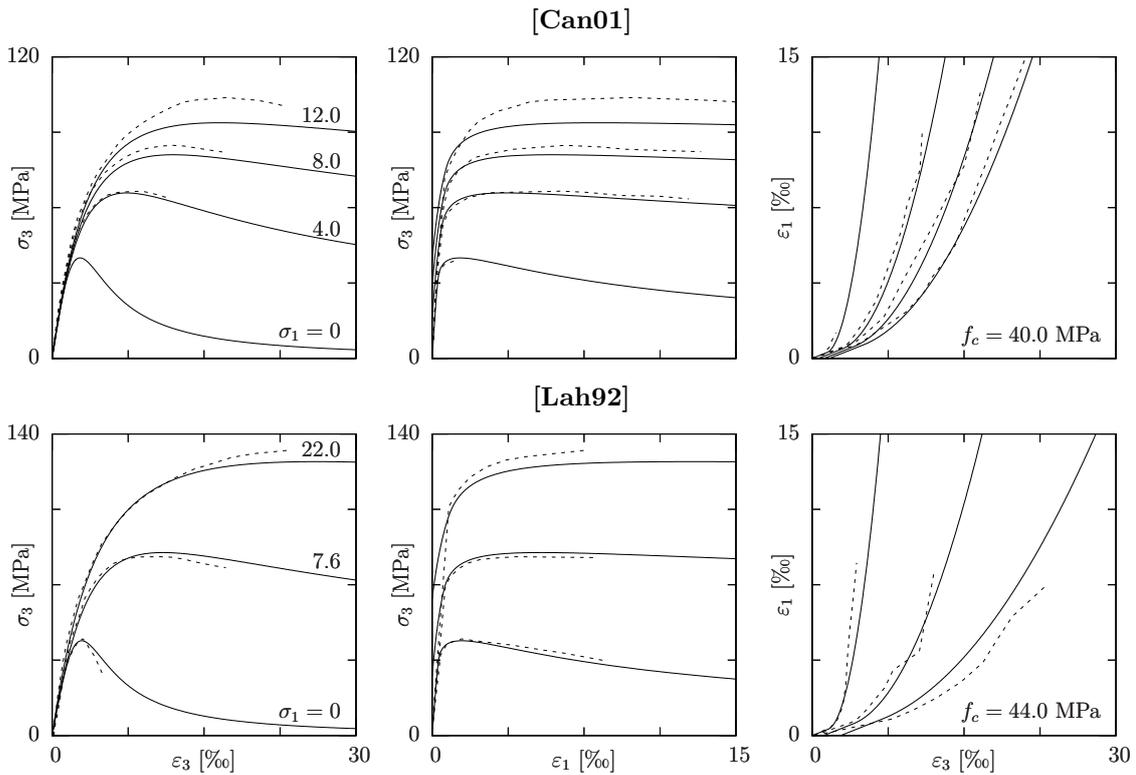
Par le biais de ces considérations les coefficients  $a_\varepsilon$ ,  $b_\varepsilon$  et  $c_\varepsilon$  de l'équation (4.14) peuvent être trouvés :

$$a_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{1,p} - \varepsilon_{1,c} + \nu_c (\varepsilon_{3,c} - \varepsilon_{3,p})}{(\varepsilon_{3,p} - \varepsilon_{3,c})^2}$$

$$b_\varepsilon = \nu_c - 2 a_\varepsilon \varepsilon_{3,c}$$

$$c_\varepsilon = \varepsilon_{1,c} - a_\varepsilon \varepsilon_{3,c}^2 - b_\varepsilon \varepsilon_{3,c}$$
(4.23)

La figure 4.6 montre la comparaison entre des courbes expérimentales, présentées à la section 2.6, et celles calculées avec le modèle de comportement du béton confiné. Ces courbes montrent une bonne corrélation du comportement axial et latéral prédit avec le modèle par rapport aux mesures expérimentales [Gui10d].



**Fig. 4.6:** Comparaison entre le comportement axial et latéral du béton confiné mesuré sur des essais en cellule triaxiale et celui calculé avec le modèle proposé : ligne continue modèle et ; ligne traitillée essai

### Déformation latérale du béton confiné

Lors de la rupture par écrasement, les armatures sont allongées au delà de leur déformation de plastification. Dans cette zone le béton présente la même déformation malgré qu'il est sollicité par des contraintes de compression (confinement). Cette différence dans le comportement des deux matériaux est explicable par l'analyse des courbes déformation longitudinale-déformation latérale ( $\varepsilon_3 - \varepsilon_1$ ) construites à l'aide du modèle constitutif du béton proposé.

En effet, comme le montrent les courbes de la figure 4.7, la déformation latérale d'un béton au pic (pour  $\sigma_3 = f_{cc}$ ) est toujours positive (allongement). En raison du fait que la dilatation due aux glissements le long des microfissures longitudinales qui s'ouvrent dans la matrice du

béton sont bien plus grandes que le raccourcissement engendré par la contrainte latérale. Cette déformation correspond à celle des armatures qui se trouvent dans cette zone qui donc sont tendues. En outre, la déformation latérale est responsable du déplacement imposé à la dalle entourant la colonne qui permet d'activer les armatures qui ne traversent pas directement la colonne.

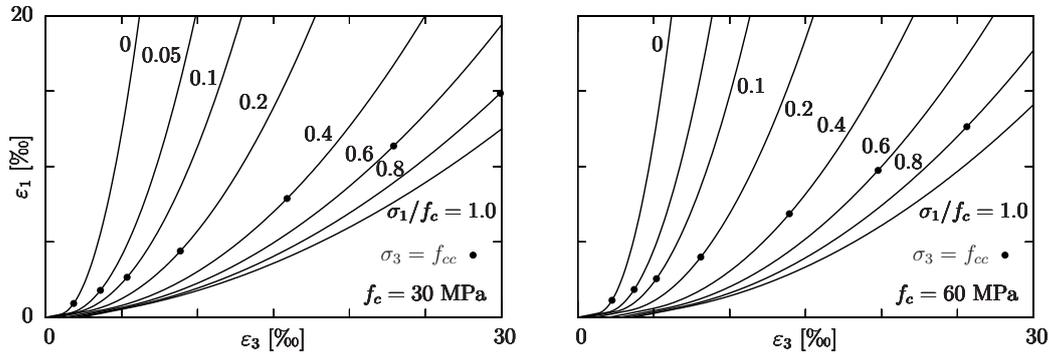


Fig. 4.7: Effet du taux de confinement sur la courbe déformation longitudinale-déformation latérale

Le phénomène d'obtenir des allongements malgré l'application dans cette direction d'une contrainte de compression, peut être observé aussi dans le cas des matériaux qui suivent un comportement élastique linéaire isotrope. Dans ce cas ( $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$ ), il faut que la déformation longitudinale respecte la condition suivante :

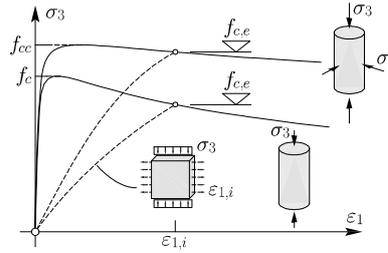
$$\varepsilon_3 > \frac{\sigma_1}{E} \left( \frac{1}{\nu} - 1 - 2\nu \right)$$

Ceci montre que pour un coefficient de Poisson élevé, cette situation apparaît pour une déformation longitudinale inférieure. Donc, le fait que pour le béton confiné les déformations latérales sont négatives seulement sur une petite partie de la courbe, comme le montre la figure 4.7, est explicable par les grandes valeurs que ce coefficient peut prendre ( $\nu = 0.5$  au pic).

### Influence de la déformation latérale imposée sur la résistance à la compression du béton confiné

Le modèle présenté ici permet de calculer la contrainte axiale  $\sigma_3$  ainsi que la déformation latérale  $\varepsilon_1$  données une contrainte de confinement  $\sigma_1$  et une déformation axiale  $\varepsilon_3$ . Ce modèle peut donc être utilisé afin d'étudier l'influence d'une déformation latérale imposée sur la résistance à la compression du béton. Cette influence a déjà été décrite pour des panneaux en état de contraintes biaxial par Robinson et Demorieux [Rob68]. Dans les panneaux, le béton est libre de gonfler sur l'épaisseur. Par contre, l'étude décrite dans la suite vise à décrire le comportement aussi pour les bétons confinés. Les résultats permettent ainsi de comprendre que l'effet des barres d'armature tendues qui traversent la partie de béton entre les deux colonnes d'un joint colonnes-dalle est négligeable.

L'approche montrée à la figure 4.8 et proposée par Muttoni [Mut89] permet de trouver la résistance effective du béton  $f_{c,e}$ , sous une déformation latérale imposée  $\varepsilon_{1,i}$ , sur la base de la partie adoucissante de la courbe contrainte longitudinale-déformation transversale ( $\sigma_3$ - $\varepsilon_1$ ). Cette résistance correspond à la résistance résiduelle du béton sans déformation imposée au moment que la déformation latérale correspond à  $\varepsilon_{1,i}$ . Cette procédure se base sur le fait que l'état de déformation et de contraintes dans les deux situations sont tout à fait égaux.



**Fig. 4.8:** Influence de la déformation latérale imposée sur la résistance à la compression du béton

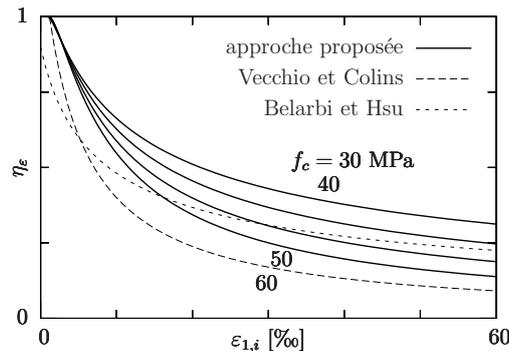
La figure 4.9 compare les résultats trouvés avec cette approche, pour le béton non confiné avec différentes résistances à la compression simple, avec les deux modèles de la littérature suivants :

- Vecchio et Colins [Vec86] ont proposé différentes formules empiriques, basées sur les résultats d’essais de panneau et qui permettent de calculer un facteur de réduction de la résistance à la compression  $\eta_\epsilon = f_{c,e}/f_c$ . Ici une formule simplifiée a été retenue étant la plus répandue :

$$\eta_\epsilon = \frac{1}{0.8 + 170 \epsilon_{1,i}} \leq 1.0 \tag{4.24}$$

- Belarbi et Hsu [Bel95] ont aussi proposé une formule que, comme la précédente, ne considère que la déformation imposée :

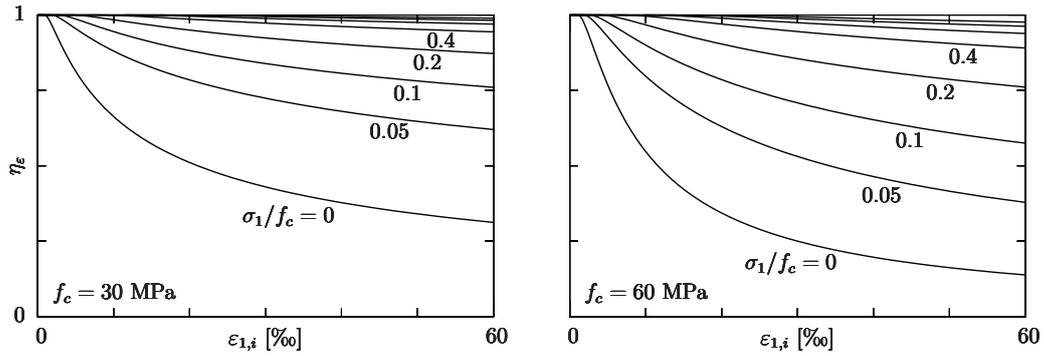
$$\eta_\epsilon = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 250 \epsilon_{1,i}}} \tag{4.25}$$



**Fig. 4.9:** Réduction de la résistance à la compression du béton induite par la déformation latérale imposée selon la résistance à la compression simple  $f_c$

La figure 4.9 montre clairement que l’effet de la déformation latérale imposée est majeur pour des bétons plus fragiles donc ceux qui ont une résistance à la compression simple plus élevée. Ceci est en accord avec les conclusions d’autres chercheurs comme Muttoni [Mut89], Kaufmann et Marti [Kau98] ou encore Hars [Har06]. Comme il a été à plus reprises rappelé, le confinement comporte un comportement plus ductile à la compression du béton. Par conséquent, dans cette situation, l’effet des déformations latérales imposées est aussi mineur. La figure 4.10 montre les courbes de  $\eta_\epsilon$  pour différents taux de confinement qui montrent que même pour des faibles taux de confinement ce facteur reste assez grand.

Cette dernière conclusion sera utilisée dans la suite afin de confirmer l’applicabilité du modèle plastique pour évaluer la force d’écrasement  $N_R$  des joints colonnes-dalle. A même titre, pour les joints sollicités sur la dalle et sur les colonnes, l’effet de la force  $N$  peut être considéré seulement en termes d’effort de confinement. De plus, il est maintenant possible d’expliquer



**Fig. 4.10:** Réduction de la résistance à la compression du béton induite par la déformation latérale imposée selon le taux de confinement

la raison pour laquelle sur le joint d'essais PG35 il a été possible d'appliquer une contrainte transversale à la dalle de  $1.96 f_c$  malgré que la déformation latérale était de l'ordre du 25‰.

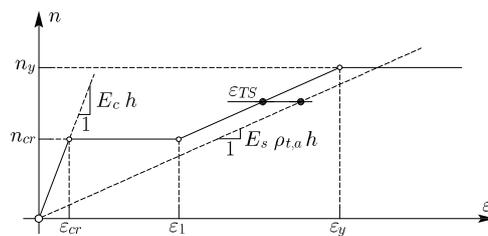
#### 4.1.2 Comportement de l'anneau de confinement

L'anneau de confinement montré à la figure 4.1(c) entrave le gonflement du cylindre intérieur et subit donc un déplacement radial. Il est donc nécessaire d'exprimer un modèle qui relie le déplacement intérieur de l'anneau  $u_i$  à la contrainte interne  $n_i$ , calculée comme l'intégral de  $\sigma_{lat}$  sur la hauteur de la dalle  $h$ , voir figures 4.1(c) et 4.14(a).

Le modèle recherché peut être dérivé sur la base des hypothèses suivantes :

- le béton armé en direction tangentielle est, selon son état de déformation, dans un des quatre stades suivants : élastique linéaire non fissuré, plateau de fissuration (formation des fissures), élastique linéaire fissuré (ouverture des fissures) ou plateau plastique. Ce comportement est montré à la figure 4.11 ;
- en direction radiale la section est comprimée et donc un comportement élastique linéaire du béton est admis ;
- les sections planes restent planes et ne subissent aucune rotation (les déformations sont constantes sur l'épaisseur de la dalle) ;
- la contribution à la rigidité du béton tendu entre les fissures est considérée par un incrément de déformation, comme montré à la figure 4.11, qui vaut [Mut04] :

$$\varepsilon_{TS} = \frac{3}{8} \frac{f_{ct}}{\rho_{t,a} E_s} \quad (4.26)$$



**Fig. 4.11:** Relation contrainte-déformation pour le béton armé en traction ( $n$ - $\varepsilon$ ) utilisée pour la section tangentielle de l'anneau en béton armé

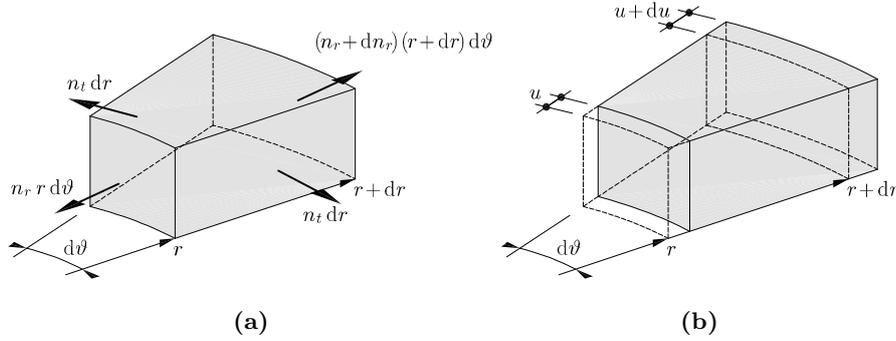
La figure 4.12 montre les efforts intérieurs et la cinématique d'un élément d'anneau sans forces

externes. Sur cette base il est possible de décrire l'équilibre différentiel

$$n_r + \frac{dn_r}{dr} r - n_t = 0 \quad (4.27)$$

et la déformation de cet élément.

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{du}{dr} \\ \varepsilon_t &= \frac{u}{r} \end{aligned} \quad (4.28)$$



**Fig. 4.12:** Élément d'anneau : (a) efforts intérieurs et ; (b) cinématique

Une loi d'un anneau en béton armé auquel est imposé un déplacement intérieur  $u_i$  qui considère le champ de déformation complet est déterminé en [Gui07a]. Le comportement de l'anneau, prédit par ce modèle, est montré à la figure 4.13 avec une ligne traitillée. Sur la base des résultats de ce modèle il est possible de démontrer que les déformations radiales restent négligeables par rapport aux tangentielles. En effet, la direction radiale est comprimée et donc la rigidité est bien supérieure à celle tangentielle où l'anneau est déjà fissuré pour une faible pression interne. Il est donc possible de dériver une loi simplifiée en négligeant les déformations radiales ce qui revient à imposer que le déplacement  $u$  est constant en tous points de l'anneau  $u(r) = u_i$ . Cette simplification, expliquée à la figure 4.14 où elle est comparée au comportement réel, est inspirée par la loi pour une dalle axisymétrique sur une colonne proposée par Muttoni [Mut08a].

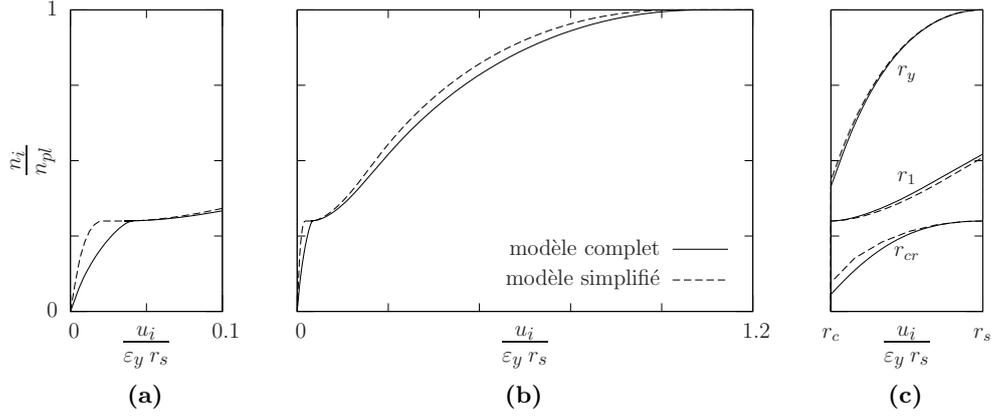
L'état de contrainte montré à la figure 4.14 considère l'état de déformation de l'anneau et la relation entre les déformations  $\varepsilon$  et les contraintes  $n$  montrées en figure 4.11. Les contraintes de référence  $n_{cr}$  et  $n_y$  montrées sur cette dernière figure valent :

$$n_{cr} = f_{ct} h \quad (4.29)$$

$$n_y = f_s \rho_{t,a} h \quad (4.30)$$

et sur la base de ces contraintes et des rigidités les déformations de référence  $\varepsilon_{cr}$ ,  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_y$  sont calculées.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{cr} &= \frac{n_{cr}}{E_c h} = \frac{f_{ct}}{E_c} \\ \varepsilon_1 &= \frac{n_{cr}}{E_s \rho_{t,a} h} - \varepsilon_{TS} = \frac{f_{ct}}{E_s \rho_{t,a}} - \varepsilon_{TS} \\ \varepsilon_y &= \frac{n_y}{E_s \rho_{t,a} h} - \varepsilon_{TS} = \frac{f_s}{E_s} - \varepsilon_{TS} \end{aligned} \quad (4.31)$$



**Fig. 4.13:** Comparaison entre le modèle de comportement de l'anneau complet et celui simplifié (pour  $r_s/r_c = 6.0$ ,  $f_s/f_{ct} = 1000/3$  et  $E_s/E_c = 205/33$ ) : (a) courbe normalisée contrainte interne déplacement intérieur  $n_i$ - $u_i$  pour la partie non fissurée ; (b) jusqu'à plastification complète de l'anneau et ; (c) évolution de la fissuration et du front plastique durant de la mise en charge

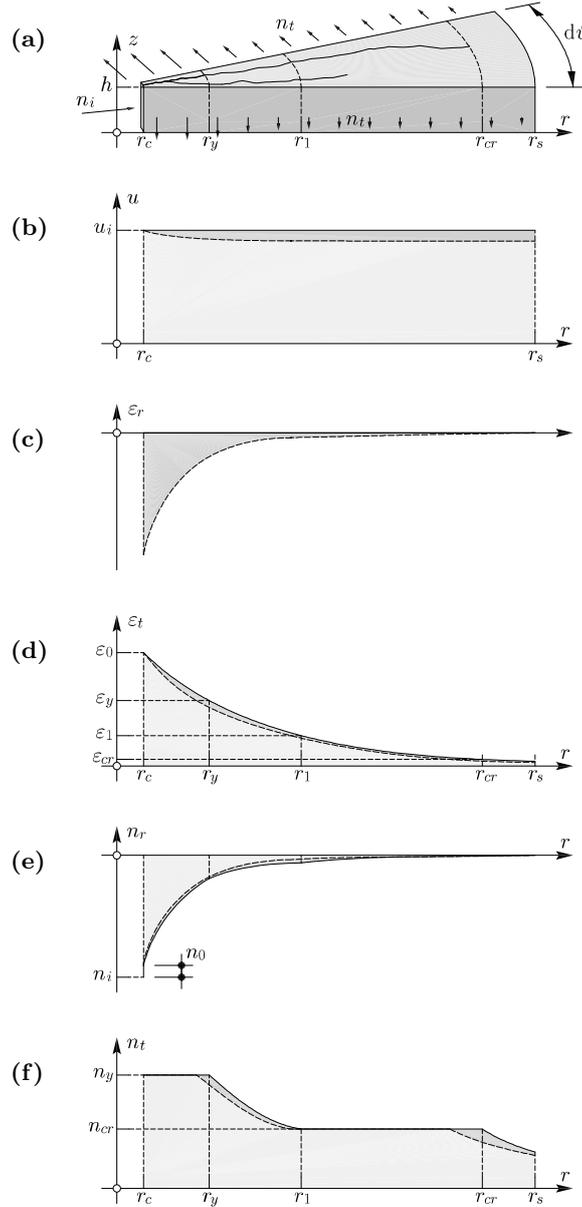
La figure 4.14 montre différents rayons de référence  $r_y$  (limite de la zone plastique),  $r_1$  (limite de la zone élastique linéaire fissurée) et  $r_{cr}$  (limite de la zone fissurée) qui définissent la section sur laquelle la déformation tangentielle  $\varepsilon_t$  est égale aux différentes déformations de référence. Ces rayons sont donc calculés en résolvant l'équation (4.28) de la direction tangentielle par  $r$  et enfin en substituant (4.31) dans ce résultat.

$$\begin{aligned}
 r_{cr} &= \frac{u_i}{\varepsilon_{cr}} = \frac{E_c}{f_{ct}} u_i & ; & \quad r_c \leq r_{cr} \leq r_s \\
 r_1 &= \frac{u_i}{\varepsilon_1} = \frac{E_s \rho_{t,a}}{f_{ct} - \varepsilon_{TS} E_s \rho_{t,a}} u_i & ; & \quad r_c \leq r_1 \leq r_s \\
 r_y &= \frac{u_i}{\varepsilon_y} = \frac{E_s}{f_s - \varepsilon_{TS} E_s} u_i & ; & \quad r_c \leq r_y \leq r_s
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

Il est maintenant possible de calculer l'effort radial sur toute la coupe  $N_t$  en intégrant les différentes contributions de la contrainte tangentielle  $n_t$  le long du rayon entre  $r = r_c$  et  $r = r_s$ .

$$\begin{aligned}
 N_t &= \int_{r_c}^{r_s} n_t(r) dr = \\
 &= \int_{r_c}^{r_y} n_y dr + \int_{r_y}^{r_1} \left( \frac{u_i}{r} + \varepsilon_{TS} \right) E_s \rho_{t,a} h dr + \int_{r_1}^{r_{cr}} n_{cr} dr + \int_{r_{cr}}^{r_s} \frac{u_i}{r} E_c h dr = \\
 &= n_y (r_y - r_c) + E_s \rho_{t,a} h u_i \ln \frac{r_1}{r_y} + E_s \rho_{t,a} h \varepsilon_{TS} (r_1 - r_y) \\
 &\quad + n_{cr} (r_{cr} - r_1) + E_c h u_i \ln \frac{r_s}{r_{cr}}
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

La figure 4.14(e) montre qu'au niveau de la section au bord de la colonne il y a un saut des contraintes radiales  $n_r$ . Ceci est dû à la contribution des armatures radiales qui traversent la colonne ; en effet ces armatures doivent s'allonger par le fait qu'elles sont ancrées dans l'anneau qui subit un déplacement. Il est donc nécessaire de considérer une contribution  $n_0$



**Fig. 4.14:** Comportement de l'anneau sous un déplacement radial imposé à la face interne : en traits continus le comportement réel ; en traits traitillés le comportement supposé pour la simplification ; **(a)** paramètres géométriques ; **(b)** déplacements radiaux ; **(c)** déformations radiales ; **(d)** déformations tangentielles ; **(e)** efforts radiaux et ; **(f)** efforts tangentiels

en direction radiale appliquée à  $r = r_c$  qui donne l'effort radial suivant.

$$N_r = n_0 r_c d\vartheta = E_s \rho_{r,a} h \varepsilon_0 r_c d\vartheta = E_s \rho_{r,a} h \frac{u_i}{r_c} r_c d\vartheta = E_s \rho_{r,a} h u_i d\vartheta \leq f_s \rho_{r,a} h r_c d\vartheta \quad (4.34)$$

et donc :

$$n_0 = E_s \rho_{r,a} h \frac{u_i}{r_c} \leq f_s \rho_{r,a} h \quad (4.35)$$

Il est à noter que la contribution du béton tendu sur la rigidité des armatures  $\varepsilon_{TS}$  n'est pas à considérer en raison du fait que ces armatures sont enrobées dans le béton du cylindre. En effet ce béton est déformé non par la traction des armatures mais par l'effet de la contrainte axiale.

Enfin, par équilibre de la tranche d'anneau montrée en figure 4.14(a), l'expression suivante qui donne la relation entre la contrainte interne  $n_i$  et le déplacement de la section interne de l'anneau  $u_i$  est calculée.

$$\begin{aligned}
 n_i &= \frac{N_r + N_t d\vartheta}{r_c d\vartheta} = \\
 &= n_0 + n_y \frac{r_y - r_c}{r_c} + E_s \rho_{t,a} h \frac{u_i}{r_c} \ln \frac{r_1}{r_y} + E_s \rho_{t,a} h \varepsilon_{TS} \frac{r_1 - r_y}{r_c} \\
 &\quad + n_{cr} \frac{r_{cr} - r_1}{r_c} + E_c h \frac{u_i}{r_c} \ln \frac{r_s}{r_{cr}}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

Il est encore nécessaire d'indiquer que le taux d'armature tangentielle de l'anneau  $\rho_{t,a}$  est calculé, à partir des taux d'armature flexionnelle en direction tangentielle  $\rho_t$  et  $\rho'_t$ , de la façon suivante :

$$\rho_{t,a} = \frac{\rho_t d f_s + \rho'_t d f'_s}{h f_s} \tag{4.37}$$

où les limites d'écoulement sont nécessaires pour analyser des éléments qui présentent des aciers différents en nappe supérieure et inférieure de la dalle, comme dans le cas des joints d'essais. Le taux d'armature radiale  $\rho_{r,a}$  est calculé de la même façon que le tangentiel en considérant les armatures qui traversent le cylindre intérieur  $\rho_r$  et  $\rho'_r$ .

### 4.1.3 Conditions de compatibilité

Pour relier les deux modèles, cylindre en béton confiné et anneau de confinement, des conditions de compatibilité sont nécessaires. Deux sortes de conditions sont utiles : une condition cinématique qui porte sur l'égalité entre le gonflement radial du cylindre  $u_c$  et le déplacement de la section interne de l'anneau  $u_i$  et ; une de caractère statique qu'implique l'équilibre entre les contraintes de confinement  $\sigma_{lat}$  et la contrainte interne à l'anneau  $n_i$ . Analytiquement, ces deux conditions s'écrivent :

$$u_i = u_c \tag{4.38}$$

$$n_i = \int_0^h \sigma_{lat} dz \tag{4.39}$$

La condition statique décrite par (4.39) n'est pas suffisante. En effet, il faut que la position de la résultante des contraintes de confinement coïncide avec celle de la contrainte interne à l'anneau  $n_i$ . Si les conditions  $\rho = \rho'$  et  $h - d = d'$  sont respectées, la résultante se trouve au centre de la section. Cependant, cette situation est rare étant donné que la majorité des dalles ne présentent pas une armature identique en nappe supérieure et inférieure. Il s'en suit que la résultante  $n_i$  n'agit pas au centre de la dalle mais est déplacée vers le côté le plus armé. Le modèle proposé pour le comportement de l'anneau a comme hypothèse la non rotation des sections et ceci impose la position de la résultante au centre. Par contre, dans la réalité la position, pendant les phases élastiques, dépend de la distribution des rigidités sur l'épaisseur de l'anneau. Au survenir de la plastification de l'anneau la position est fonction de la distribution des résistances. En ce moment, la contrainte interne vaut  $n_i = n_{pl}$  qui est calculée en imposant la contrainte plastique  $n_y$  tout le long de la coupe de l'élément d'anneau montré à la figure 4.14(a) :

$$n_{pl} = n_{y,r} + n_{y,t} \frac{r_s - r_c}{r_c} \tag{4.40}$$

et si l'anneau présente la même armature en direction radiale et tangentielle (armature isotrope) le tout se simplifie en :

$$n_{pl} = n_y \frac{r_s}{r_c} \quad (4.40a)$$

Dans le cadre présent il est proposé d'admettre la position de la résultante comme étant constante le long du chargement. La position de la résultante est donc calculée selon la distribution des résistances entre la nappe supérieure et l'inférieure.

$$z_c = \frac{\left[ \rho_r f_{s,r} r_c + \rho_t f_{s,t} (r_s - r_c) \right] d + \left[ \rho'_r f'_{s,r} r_c + \rho'_t f'_{s,t} (r_s - r_c) \right] d'}{\rho_r f_{s,r} r_c + \rho_t f_{s,t} (r_s - r_c) + \rho'_r f'_{s,r} r_c + \rho'_t f'_{s,t} (r_s - r_c)} \quad (4.41)$$

Dans le cas où l'armature tangentielle est égale à celle radiale, l'équation précédente se simplifie de la façon suivante :

$$z_c = \frac{\rho f_s d + \rho' f'_s d'}{\rho f_s + \rho' f'_s} \quad (4.41a)$$

Cette procédure est soutenue par le fait que les rotations mesurées sur la dalle lors des essais restent très faibles dans la phase pré-pic. Dans la phase post-pic, par contre, des fortes rotations de la dalle autour des bords des colonnes se développent. Mais à ce moment les armatures sont déjà plastifiées et la position de la résultante correspond à celle calculée en (4.41).

Plusieurs formes de la distribution des contraintes  $\sigma_{lat}$  sur la hauteur du cylindre sont possibles tout en respectant la condition statique de compatibilité. La plus simple est une distribution linéaire avec, éventuellement, une limitation dans le cas où la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  est atteinte. En effet, la compression latérale est transmise jusqu'au cylindre par le biais du béton comprimé et donc il est impossible de dépasser la valeur de sa résistance. La figure 4.15(a) montre la distribution des contraintes proposée et la (b) la distribution dans le cas où la contrainte de confinement supérieure dépasse  $f_c$ . En équilibrant les contraintes montrées dans les figures préalablement expliquées avec la résultante des efforts dans l'anneau montrée à la figure 4.15(c) la distribution de la contrainte latérale peut être calculée. En premier, il faut contrôler que la contrainte de confinement maximale ne dépasse pas la résistance à la compression simple du béton :

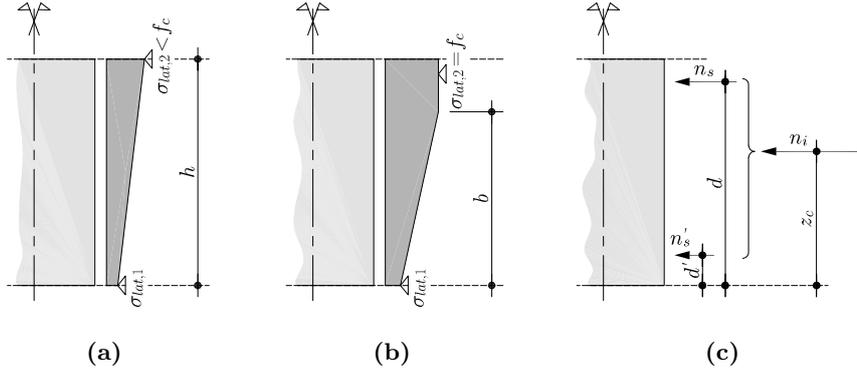
$$\sigma_{lat,2} = n_i \frac{6 z_c - 2 h}{h^2} \leq f_c \quad (4.42)$$

et ensuite, la contrainte inférieure  $\sigma_{lat,1}$  et la hauteur de la zone confinée par une contrainte non uniforme  $b$  peuvent aussi être calculées :

$$\sigma_{lat,1} = \begin{cases} n_i \frac{4 h - 6 z_c}{h^2} & \text{si } \sigma_{lat,2} < f_c , \\ f_c - \frac{4 (f_c h - n_i)^2}{3 (f_c h^2 - 2 n_i z_c)} & \text{si } \sigma_{lat,2} = f_c . \end{cases} \quad (4.43)$$

$$b = 2 \frac{f_c h - n_i}{f_c - \sigma_{lat,1}} \leq h \quad (4.44)$$

Dans le cas où les armatures sont mal distribuées (par exemple avec une concentration d'armature en nappe supérieure par rapport à l'inférieure), il se peut que la contrainte  $\sigma_{lat,1}$  devienne négative. Ceci est impossible en raison du fait que le cylindre doit s'appuyer sur l'anneau et, par contre, il est impossible qu'il tire sur l'anneau. Dans ce cas, il est possible de procéder comme présenté préalablement en réduisant la résistance des armatures du côté sur-armé. La procédure est celle de trouver, par exemple par itérations, la valeur de  $f_s$  à



**Fig. 4.15:** Distribution des contraintes de confinement sur la face latérale du cylindre : **(a)** si  $\sigma_{lat,2}$  calculé selon (4.42) est plus petit que la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  ; **(b)** si  $\sigma_{lat,2} > f_c$  et ; **(c)** résultante de l'action de l'anneau sur le cylindre

introduire en (4.41) qui satisfait la condition  $\sigma_{lat,1} = 0$  à l'équation (4.43). Ceci est valable si le côté le plus armé est sur la nappe supérieure et, dans le cas contraire, en imposant  $f'_s$  qui satisfait  $\sigma_{lat,2} = 0$  à l'équation (4.42).

L'augmentation de résistance du béton confiné par une contrainte uniforme ( $\sigma_{lat,1} = \sigma_{lat,2}$ ) est bien connue et elle a été donnée en (4.9), pour des applications pratiques, et en (4.9a), pour des estimations plus précises. La première des deux formules est en accord avec un critère plastique de Mohr-Coulomb. En effet, selon ce critère la résistance, dans le cas d'un essai en cellule triaxiale, est calculée comme montré en (4.9) et pour une contrainte de confinement uniforme la valeur de  $k$ , nommée  $k_0$ , est donnée par :

$$k_0 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4.45)$$

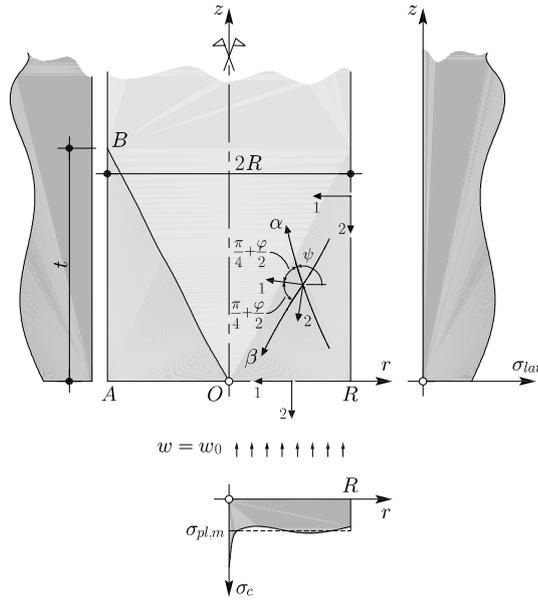
où  $\varphi$  est l'angle de frottement interne et pour le béton imposé à  $37^\circ$ . Dans ce même cas, la contrainte de confinement est donnée par  $\sigma_1 = \sigma_{lat,1} = \sigma_{lat,2}$ .

La solution plastique pour le cas du confinement non uniforme sur la hauteur du cylindre n'est pas traitée dans la littérature. Ce problème de plasticité a donc été étudié et les résultats sont présentés dans la section suivante.

#### 4.1.4 Comportement du cylindre non uniformément confiné

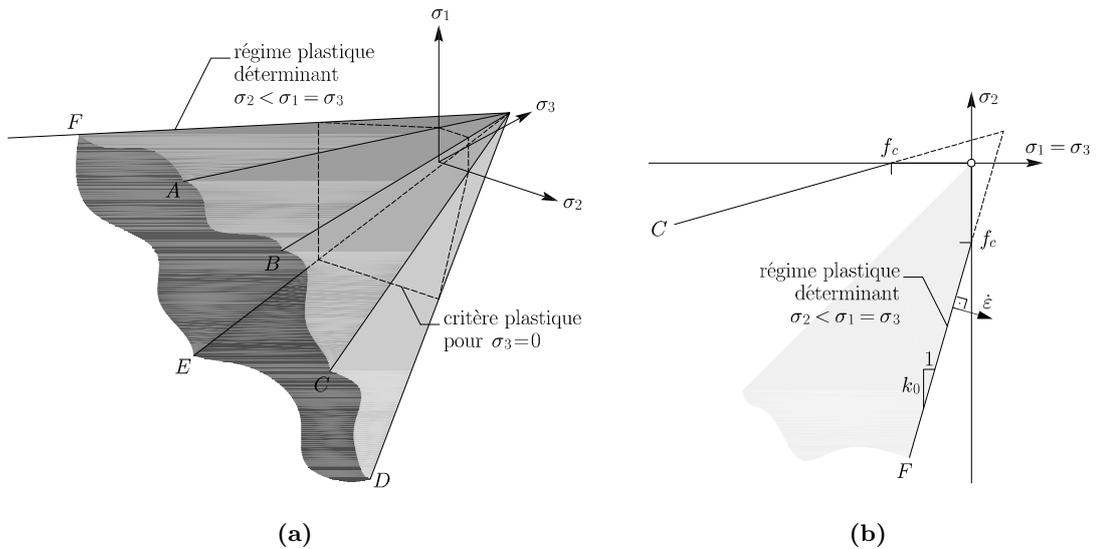
Cette section présente la procédure utilisée pour la résolution du problème de plasticité d'un cylindre haut ( $h > t$ ), constitué d'un matériau défini par le critère de plasticité Mohr-Coulomb associé, soumis à une contrainte latérale non uniforme  $\sigma_{lat}(z)$  et à un déplacement uniforme d'une des deux faces  $w_0$ . La figure 4.16 montre la géométrie du problème précédemment décrit. La résolution du problème a été faite par le biais du théorème de la borne inférieure de la théorie de la plasticité en imposant un comportement rigide parfaitement plastique du matériau [Cox61, Che82, Hil92].

La figure 4.16 montre la zone supposée en état plastique définie par  $AOB$  ainsi que la direction des contraintes principales sur les bords, ces deux données seront motivées dans la suite de cette section. Pour l'instant il n'est nécessaire que la rotation des axes principaux, laquelle suggère que le régime plastique Mohr-Coulomb atteinte à l'intérieur de la zone considérée à l'état plastique est le  $F$  selon la figure 4.17. En effet, la condition d'axisymétrie impose que sur ce bord  $\sigma_r = \sigma_t = \sigma_3$  et donc  $\sigma_1 = \sigma_3 > \sigma_2$ , voir figure 4.18(a). En première hypothèse,



**Fig. 4.16:** Définition du problème de plasticité d'un cylindre en matériau Mohr-Coulomb associé, confiné par une contrainte non uniforme et auquel un déplacement de la face inférieure est imposé

ce même régime est imposé à tous le corps et à la fin il a été confirmé. Ce contrôle a été fait en vérifiant que dans la totalité du cylindre la condition statique de plasticité soit respectée. Le régime plastique  $F$  a comme propriété d'être statiquement déterminé et donc le champs de contraintes peut être trouvé sans devoir connaître la cinématique [Cox61]. Il est important noter que dans cette section les contraintes sont définies positives si de traction et négatives dans le cas de la compression, cette convention n'est pas vrai dans le reste du document.



**Fig. 4.17:** Critère plastique de Mohr-Coulomb : **(a)** dans l'espace des contraintes principales et ; **(b)** régime plastique déterminant avec cut-off et définition du vecteur des déformations plastiques

La méthode des lignes  $\alpha$  et  $\beta$  est utilisée pour résoudre le problème ; l'implémentation d'un algorithme numérique a été nécessaire pour la résolution du système d'équations différentielles qui définissent le champ de contraintes. Ce système d'équation, composé de deux équations

caractéristiques, contient la condition statique de plasticité ainsi que l'équilibre et il est pris directement par Cox [Cox61] en négligeant les termes liés aux forces de volume :

$$\begin{cases} \cos \varphi dP + 2 Q d\psi + \frac{Q}{r} [\cos(\psi + \varphi) + \sin \psi] ds_\alpha = 0 & \text{sur une ligne } \alpha, \\ \cos \varphi dP - 2 Q d\psi - \frac{Q}{r} [\cos(\psi + \varphi) + \sin \psi] ds_\beta = 0 & \text{sur une ligne } \beta. \end{cases} \quad (4.46)$$

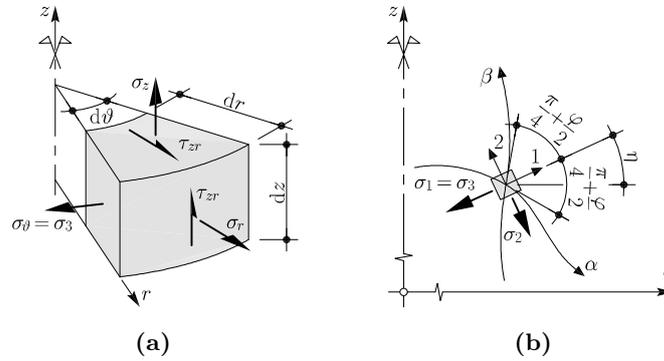
où  $P$  et  $Q$  sont des changements de variable sur les contraintes principales qui décrivent plus facilement le critère de plasticité; l'angle  $\psi$  définit la pente de la ligne  $\alpha$  par rapport à l'axe  $r$  et enfin  $ds_\alpha$  et  $ds_\beta$  sont la longueur de l'arc mesurée le long des lignes  $\alpha$  et respectivement  $\beta$ .

$$P = - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (4.47)$$

$$Q = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \geq 0 \quad (4.48)$$

$$\psi = \eta - \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (4.49)$$

où  $\eta$  est la rotation des directions des contraintes principales par rapport à l'axe  $r$  comme indiqué à la figure 4.18(b).



**Fig. 4.18:** État de contraintes dans un élément différentiel axisymétrique : (a) équilibre de l'élément différentiel et ; (b) définition des directions principales des contraintes

Le critère de plasticité, en régime plastique  $F$ , écrit en termes de  $P$  et  $Q$  est défini par :

$$Q = P \sin \varphi + c \cos \varphi \geq 0 \quad (4.50)$$

Les équations caractéristiques (4.46) peuvent être écrites avec la substitution :

$$\Lambda = \cot \varphi \ln \frac{Q}{c} \quad (4.51)$$

$$dQ = Q \tan \varphi d\Lambda \quad (4.51a)$$

$$dP = \frac{dQ}{\csc \varphi} = Q \sec \varphi d\Lambda \quad (4.51b)$$

de la façon suivante :

$$\begin{cases} d\Lambda + 2 d\psi + \frac{1}{r} [\cos(\psi + \varphi) + \sin \psi] ds_\alpha = 0 & \text{sur une ligne } \alpha, \\ d\Lambda - 2 d\psi - \frac{1}{r} [\cos(\psi + \varphi) + \sin \psi] ds_\beta = 0 & \text{sur une ligne } \beta. \end{cases} \quad (4.52)$$

Comme anticipé ce système d'équations différentielles est à résoudre selon les conditions de bord du problème donné qui sont :

1. sur les bords libres il est possible d'introduire que des contraintes normales à la surface et donc les bords coïncident avec les directions des contraintes principales et ;
2. le déplacement plastique vertical (le long de  $z$ ) de la face inférieure du cylindre est constant le long du rayon et vaut  $w_0$  (plaques d'appui infiniment rigides).

Donc,

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r(z) &= -\sigma_{lat}(z) \\ \tau_{rz}(z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{sur } r = R; 0 \leq z \leq t; \tag{4.53}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{rz}(r) &= 0 \\ w(r) &= w_0 \end{aligned} \right\} \quad \text{sur } z = 0; 0 \leq r \leq R.$$

Les équations (4.52) sont valable sur toute la zone plastique et donc permettent de trouver la totalité de l'état de contraintes le long des bords  $OA$  et  $AB$ . En effet les conditions de bord indiquent que  $\sigma_r = \sigma_1 = \sigma_3$  et que  $\eta = \pi$ . En transformant ces égalités à l'aide de (4.47), (4.48) et (4.49) pour ensuite introduire les résultats dans le système d'équations (4.52), les conditions de bord statiques sont transformées en termes de  $\Lambda$  et de  $\psi$ .

$$\left. \begin{aligned} \Lambda(z) &= \cot \varphi \ln \frac{\cos \varphi + \sigma_{lat}(z)/c \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \\ \psi(z) &= \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{sur } r = R; 0 \leq z \leq t; \tag{4.54}$$

$$\left. \begin{aligned} \psi(r) &= \frac{3\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{sur } z = 0; 0 \leq r \leq R.$$

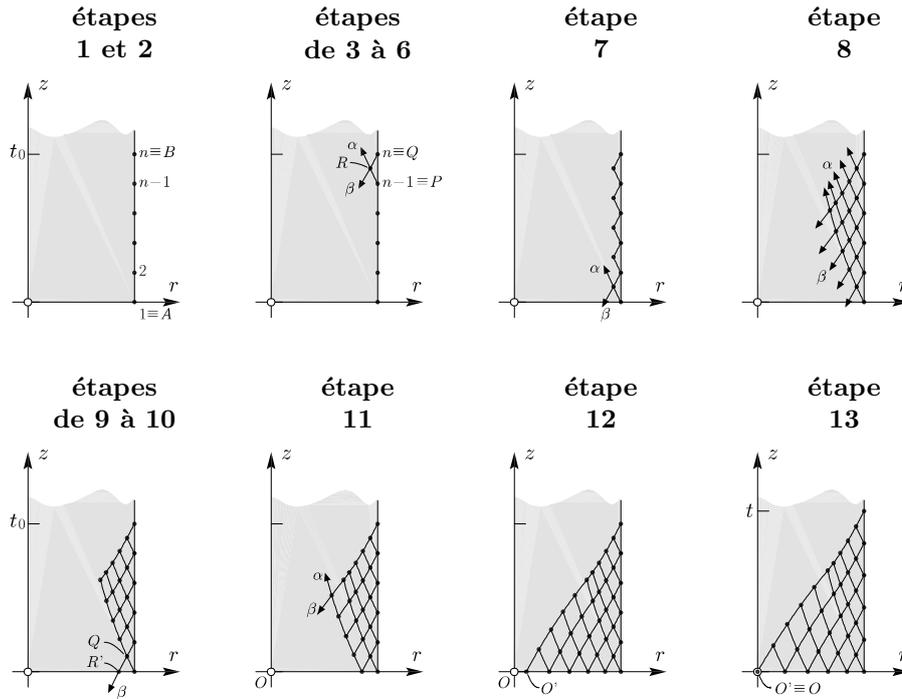
Pour résoudre numériquement un problème de plasticité il faut faire une hypothèse de départ et en partant des bords sur lesquels des conditions de bord existent trouver un certain champ, de contraintes ou de déformations, complet. Ensuite, il faut vérifier si la solution trouvée respecte les autres conditions de bord et dans le cas contraire, corriger l'hypothèse de départ pour trouver une « meilleure » solution. Donc, la procédure est itérative et elle est arrêtée quand la solution satisfait un critère de convergence imposé.

Quand le champs de contraintes est connu de façon satisfaisante, il est possible de trouver les contraintes normales au bord  $OA$  et de les intégrer pour trouver la force de plastification  $N_{pl}$ . En divisant cette force par la surface du cylindre la contrainte moyenne de plastification  $\sigma_{pl,m}$  est calculée. Cette contrainte est la résistance du cylindre non uniformément confiné.

### Algorithme de résolution

Dans la suite un algorithme de résolution du problème de plasticité donné, par la méthode des lignes caractéristiques  $\alpha$  et  $\beta$ , est expliqué pas par pas. Cet algorithme à été utilisé pour la construction des diagrammes permettant de trouver la valeur de  $k$  et la hauteur caractéristique  $t$  d'un cylindre en béton non uniformément confiné qui seront expliqués dans la suite de cette section. La figure 4.19 montre les différentes étapes de l'algorithme proposé.

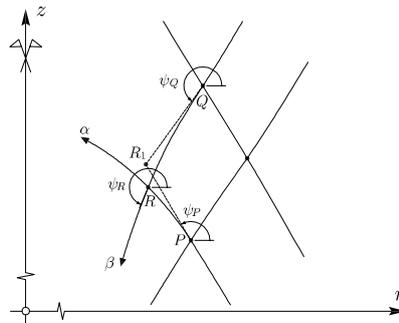
1. Une valeur de la hauteur caractéristique  $t = t_0$  est imposée. Il est recommandé de partir par  $t_0 = R \tan(\pi/4 + \varphi/2)$  qui est la solution exacte pour une contrainte de confinement uniforme [Cox61, Exn83].



**Fig. 4.19:** Étapes de la méthode numérique pour la résolution du réseau des lignes  $\alpha$  et  $\beta$

2. La ligne  $AB$  est subdivisée en  $n - 1$  segments délimités par  $n$  nœuds. Les valeurs de  $\psi$  et  $\Lambda$  sur chacun de ces nœuds sont calculées à partir des conditions de bord exprimées en (4.54).
3. Les coordonnées du nœuds  $R$  sont calculées à partir des nœuds  $n$ , appelé  $Q$  pour ce passage, et  $n - 1$ , appelé  $P$ . Une première approximation, comme montré à la figure 4.20, se trouve en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} z_R - z_P = (r_R - r_P) \tan \psi_P \\ z_Q - z_R = (r_R - r_Q) \cot (\psi_Q + \varphi) \end{cases} \quad (4.55)$$



**Fig. 4.20:** Méthode résolutive par approximations successives pour les coordonnées du point  $R$

4. Ces valeurs permettent de calculer une première approximation des valeurs statiques  $\Lambda_R$  et  $\psi_R$  dans le point  $R_1$  en résolvant le système d'équations différentielles (4.52)

exprimé en différences finies :

$$\left\{ \begin{array}{l} (\Lambda_R - \Lambda_P) + 2 (\psi_R - \psi_P) = \frac{2}{r_R + r_P} \\ \quad \left[ (r_P - r_R) \cos \varphi + (z_P - z_R) (1 - \sin \varphi) \right] \quad \text{sur une ligne } \alpha, \\ (\Lambda_R - \Lambda_Q) - 2 (\psi_R - \psi_Q) = \frac{2}{r_R + r_Q} \\ \quad \left[ (r_Q - r_R) \cos \varphi + (z_R - z_Q) (1 - \sin \varphi) \right] \quad \text{sur une ligne } \beta. \end{array} \right. \quad (4.56)$$

5. Les résultats du système d'équation (4.56) permettent d'améliorer l'estimation de la position du point  $R$  en calculant les coordonnées à l'aide de la moyenne entre  $\psi_R$  et  $\psi_P$  d'un côté et  $\psi_R$  et  $\psi_Q$  de l'autre dans les équations (4.55) :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_R - z_P = (r_R - r_P) \tan \frac{\psi_R + \psi_P}{2} \\ z_Q - z_R = (r_R - r_Q) \cot \left( \frac{\psi_R + \psi_Q}{2} + \varphi \right) \end{array} \right. \quad (4.57)$$

6. L'estimation de  $r_R$  et  $z_R$  est améliorée en itérant plusieurs fois les résultats de (4.56) et de (4.57).
7. Sur la base des nœuds  $n - 1$  et  $n - 2$  il est possible de calculer les coordonnées d'un nouveau nœud  $R$  avec la même procédure indiquée dans les points de 3 à 6. Ainsi de suite tous les  $n - 1$  nœuds de la deuxième rangée peuvent être calculés.
8. En appliquant la procédure utilisée pour la deuxième rangée il est possible de calculer jusqu'à la  $n^{\text{ième}}$  rangée.
9. Pour la suite, il est nécessaire de calculer un nœud  $R'$  qui se trouve par définition en  $z = 0$ . La coordonnée  $r_{R'}$  de ce nœud se trouve en introduisant la condition précédente et la condition de bord correspondante, indiquée en (4.57), dans la deuxième équation du système (4.56).

$$r_{R'} = r_Q + z_Q \tan \left( \frac{3\pi}{8} + \frac{\psi_Q}{2} + \frac{3\varphi}{4} \right) \quad (4.58)$$

10. La valeur de  $\Lambda_{R'}$  en  $R'$  se trouve à l'aide de l'équation de la ligne  $\beta$  donnée en (4.56) et des conditions de bord données en (4.54) :

$$\Lambda_{R'} = \Lambda_Q + 2 \left( \frac{3\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} - \psi_Q \right) + \frac{2}{r_{R'} + r_Q} \left[ (r_Q - r_{R'}) \cos \varphi - z_Q (1 - \sin \varphi) \right] \quad (4.59)$$

11. Ensuite, il est possible de remonter nœud par nœud, selon la procédure décrite aux points de 3 à 6, en prenant comme premier nœuds  $Q$  le nœud  $R'$  qui vient d'être résolu.
12. En répétant les points de 9 à 11 il est possible de compléter le réseau des lignes  $\alpha$  et  $\beta$  jusqu'au nœud  $O'$ .
13. La condition de convergence est à fixer sur la tolérance de la coordonnée du nœud  $O'$  qu'en théorie doit coïncider avec  $O$ . Dans le cas que la condition n'est pas respectée il faut corriger la valeur de  $t$  et refaire toute la procédure jusqu'à convergence.

Après avoir construit le réseau des lignes  $\alpha$  et  $\beta$ , il est possible de transformer les  $n$  valeurs de  $\Lambda_{R'}$  en contraintes  $\sigma_2 = \sigma_z$ . Ceci se fait en résolvant les équations (4.47), (4.48), (4.50) et (4.51) par  $Q$  ensuite par  $P$  et enfin par  $\sigma_2$ .

$$\sigma_2 = c \left[ \cot \varphi - e^{\Lambda_{R'} \tan \varphi} (\csc \varphi + 1) \right] \quad (4.60)$$

La contrainte  $\sigma_2$  calculée en (4.60) est la contrainte de plastification du cylindre nommée  $\sigma_{pl}$ . En intégrant cette contrainte sur la surface d'appuis il est possible de calculer la force de plastification  $N_{pl}$  et en divisant cette force par l'aire de la surface d'appuis la contrainte moyenne de plastification  $\sigma_{pl,m}$  est trouvée.

$$\sigma_{pl,m} = \frac{N_{pl}}{A_c} = \frac{1}{R^2 \pi} \int_{A_c} \sigma_{pl} dA = \frac{2}{R^2} \int_0^R \sigma_{pl} r dr \quad (4.61)$$

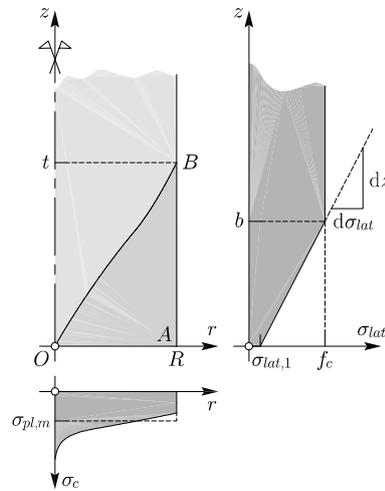
Enfin, il est possible de calculer le champ de déplacement du cylindre en imposant la dernière des conditions de bord données en (4.53). Pour ce faire, il faut appliquer les relations qui décrivent le champ de déplacements, calculé en considérant les déformations plastiques  $\dot{\epsilon}$  comme montré à la figure 4.17(b) reprise de [Cox61] :

$$\begin{cases} \cos \varphi du + \sin \psi dw + (1 - \sin \varphi) u \frac{ds_\alpha}{2r} = 0 & \text{sur une ligne } \alpha, \\ \sin(\psi + \varphi) du - \cos(\psi + \varphi) dw - (1 - \sin \varphi) u \frac{ds_\alpha}{2r} = 0 & \text{sur une ligne } \beta. \end{cases} \quad (4.62)$$

### Application au cylindre en béton non uniformément confiné

Dans la partie précédente, une procédure applicable à tous les matériaux qui ont un comportement Mohr-Coulomb associé a été donnée. Dans la suite, cette démarche est appliquée à un cylindre en béton confiné par des contraintes latérales distribuées comme discuté à la section 4.1.3 et montré à la figure 4.21. Étant donné que le matériau qui compose le cylindre est du béton, il est possible d'introduire la valeur de l'angle de frottement qui vaut [Ric28, Nie99]  $\varphi = 37^\circ$ . Par contre, la cohésion  $c$  est directement liée à la résistance à la compression simple du béton et elle est calculée par :

$$c = f_c \frac{1 - \sin \varphi}{2 \cos \varphi} \cong 0.249 f_c \quad (4.63)$$



**Fig. 4.21:** Définition du problème de plasticité d'un cylindre en béton non uniformément confiné

L'analyse avec la méthode proposée permet de connaître la résistance du cylindre qui est donnée par la contrainte moyenne de plastification  $\sigma_{pl,m}$ . Cette contrainte peut donc être

introduite en (4.9) à la place de  $f_{cc}$  et finalement calculer la valeur de  $k$ . Dans cette équation, le facteur  $k$  multiplie la contrainte de confinement  $\sigma_1$ . Dans le cas que la contrainte latérale  $\sigma_{lat}$  est constante sur la hauteur du cylindre, elle est directement prise comme  $\sigma_1$ . Par contre, dans le cas contraire, il est nécessaire de calculer une contrainte latérale moyenne  $\sigma_{lat,m}$  sur la hauteur caractéristique  $t$  intéressée par le mécanisme plastique. C'est pour cette raison que dans l'équation suivante le confinement est considéré comme  $\sigma_{lat,m}$ .

$$k = \frac{\sigma_{pl,m} - f_c}{\sigma_{lat,m}} \quad (4.64)$$

L'étude présent est fait pour des distributions des contraintes latérales linéaires avec la limitation à la valeur de  $f_c$ . Donc, la contrainte latérale moyenne est facilement calculable et elle vaut :

$$\sigma_{lat,m} = \sigma_{lat,1} + \frac{\sigma_{lat,2} - \sigma_{lat,1}}{2b} t - \frac{(\sigma_{lat,2} - \sigma_{lat,1}) (t - b)}{2bt} \langle t - b \rangle \quad (4.65)$$

où l'opérateur  $\langle x \rangle$  vaut  $x$  si  $x > 0$  et 0 si  $x \leq 0$ .

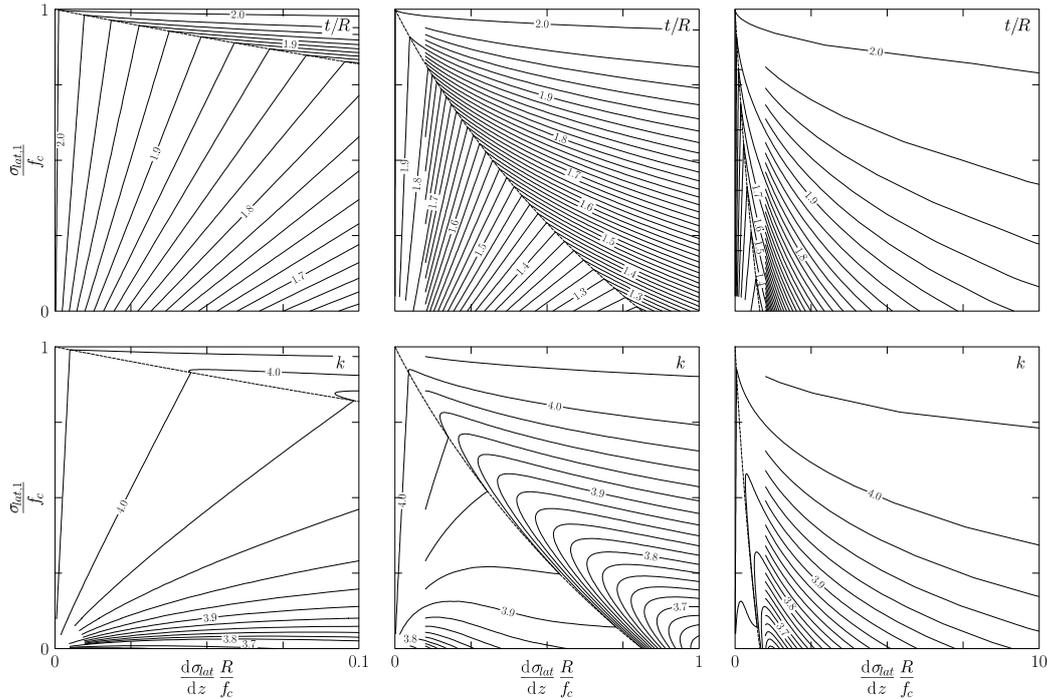
Le résultat des solutions plastiques d'un cylindre en béton de résistance à la compression simple  $f_c$ , de rayon  $R$ , de hauteur  $h > t$  et confiné avec plusieurs distributions des contraintes latérales qui respectent les conditions expliquées avant, voir figure 4.21, sont représentés par les diagrammes montrés à la figure 4.22. Pour que les courbes soient valables pour n'importe quel béton, les valeurs de  $\sigma_{lat,1}$ ,  $\sigma_{lat,2}$ ,  $b$  et de  $t$  ont été adimensionalisées. Il est important de noter que les diagrammes ont été construits en imposant une valeur de l'angle de frottement interne et donc ils sont utilisables que pour l'étude de cylindres en béton. Pour être appliqués à un autre matériau il est nécessaire de les redessiner avec la valeur corrigée de  $\varphi$ . Les transformations suivantes ont été introduites pour adimensionaliser les diagrammes dits précédemment :

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma_{lat,1}}{f_c} \\ & \frac{d\sigma_{lat}}{dz} = \frac{\sigma_{lat,2} - \sigma_{lat,1}}{b} \frac{R}{f_c} \\ & \frac{t}{R} \end{aligned} \quad (4.66)$$

La première ligne de graphiques de la figure 4.22 montre la valeur de  $t/R$  pour un cylindre donné et une contrainte latérale donnée ; la deuxième ligne permet de trouver la valeur de  $k$  selon les mêmes données. Par contre, les colonnes montrent différentes échelles de l'axe des abscisses de 0 à 0.1 pour la première colonne, de 0 à 1.0 la deuxième et de 0 à 10 la dernière. Dans ces graphiques est reconnaissable une discontinuité sur les courbes, indiquée par une ligne traitillée qui représente le cas où  $t = b$ . A gauche de cette ligne (figures de 4.23(a) à (c)), la zone plastique n'est pas influencée par la limitation de la distribution des contraintes latérales. Par contre, à droite (figures 4.23(d) et (e)), il existe une zone en état plastique sur laquelle la contrainte de confinement est égale à  $f_c$ .

La figure 4.23 montre la zone plastique avec le réseau de lignes  $\alpha$  et  $\beta$ , les contraintes de plastification sur la face inférieure du cylindre ainsi que la déformation plastique du cylindre, en traitillée, pour différentes cas de confinement.

Ces exemples montrent que, en augmentant la pente des contraintes latérales tout en gardant constant la valeur à  $z = 0$  (voir figures 4.24(a) et (b)), la valeur de  $t$  diminue pour ensuite augmenter. Par contre, la valeur de  $\sigma_{pl,m}$  augmente depuis le début. Cette diminution de la valeur de  $t$  est facilement explicable en termes de dissipation d'énergie qui doit être minimale.



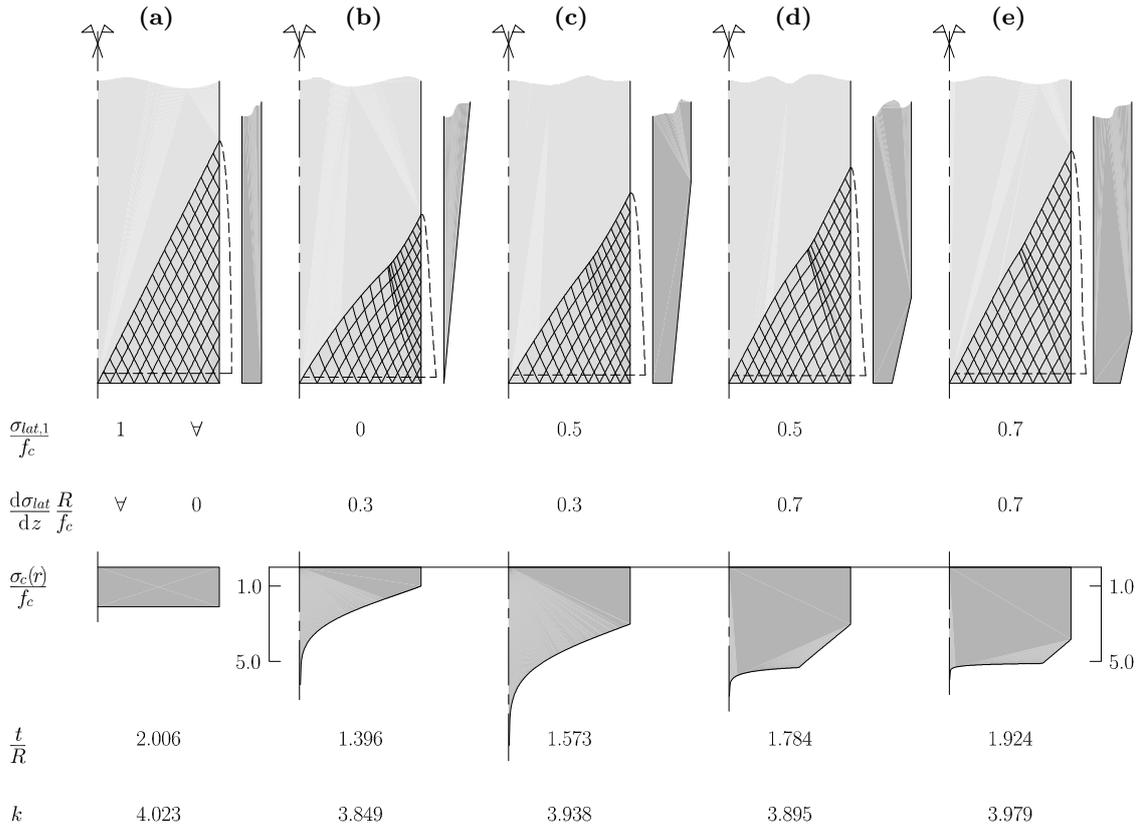
**Fig. 4.22:** Diagrammes de dimensionnement pour un cylindre en béton non uniformément confiné ( $\varphi = 37^\circ$ )

En effet, en diminuant la hauteur caractéristique les lignes  $\beta$  s'aplatissent et plus d'énergie est dissipée dans la déformation plastique du béton, mais d'autre part moins de travail est fait par la contrainte latérale en raison du fait qu'elle diminue en allant vers le bas. Donc, plus le gradient des contraintes latérales est grand, plus il est optimal de dissiper un peu plus dans le béton pour gagner beaucoup sur le travail de  $\sigma_{lat}$ . Par contre, une fois que la hauteur  $b$  est inférieure à  $t$ , il n'est plus avantageux de baisser la hauteur caractéristique pour le fait que le gain sur le travail de la contrainte latérale est petit. Il est donc possible de dire que la valeur minimale de  $t$  pour une contrainte latérale inférieure  $\sigma_{lat,1}$  donnée, se présente au moment que  $t = b$  et donc en correspondance de la ligne traitillée dans les diagrammes de la figure 4.22.

Dans le cas que la contrainte de confinement inférieure augmente en gardant constant la pente, c'est la valeur de  $k$  qui augmente en un première temps pour ensuite diminuer et enfin raugmenter. En ce cas, la valeur de  $t$  par contre augmente en tous temps. En tous cas, la force de plastification  $N_{pl}$  augmente en continu, soit en augmentant la pente que en augmentant la valeur inférieure de la contrainte de confinement et ceci est en accord avec la théorie de la plasticité.

Les diagrammes de la figure 4.22 permettent, comme déjà dit, de trouver la valeur de  $t$  qui est nécessaire pour calculer la contrainte latérale moyenne  $\sigma_{lat,m}$  selon (4.65). D'autre part, il sont aussi utilisés pour lire la valeur de  $k$ , à introduire en (4.9) pour trouver la résistance du cylindre de béton de la dalle entre les deux colonnes. C'est pour ces raisons qu'ils sont appelés diagrammes de dimensionnement.

Il est important de noter que la valeur de  $k$  ne varie pas de façon significative par rapport à la valeur de  $k_0 \cong 4.023$  donnée en (4.45), par contre la variation de  $t$  est plus importante (voir figures 4.24(a) et (b)). Il en résulte donc que l'erreur fait dans le cas que où  $t$  soit trouvée à l'aide des diagrammes de dimensionnement mais  $k$  est admis égal à 4.0, valeur normalement admise pour un confinement constant, est inférieur par rapport aux variations

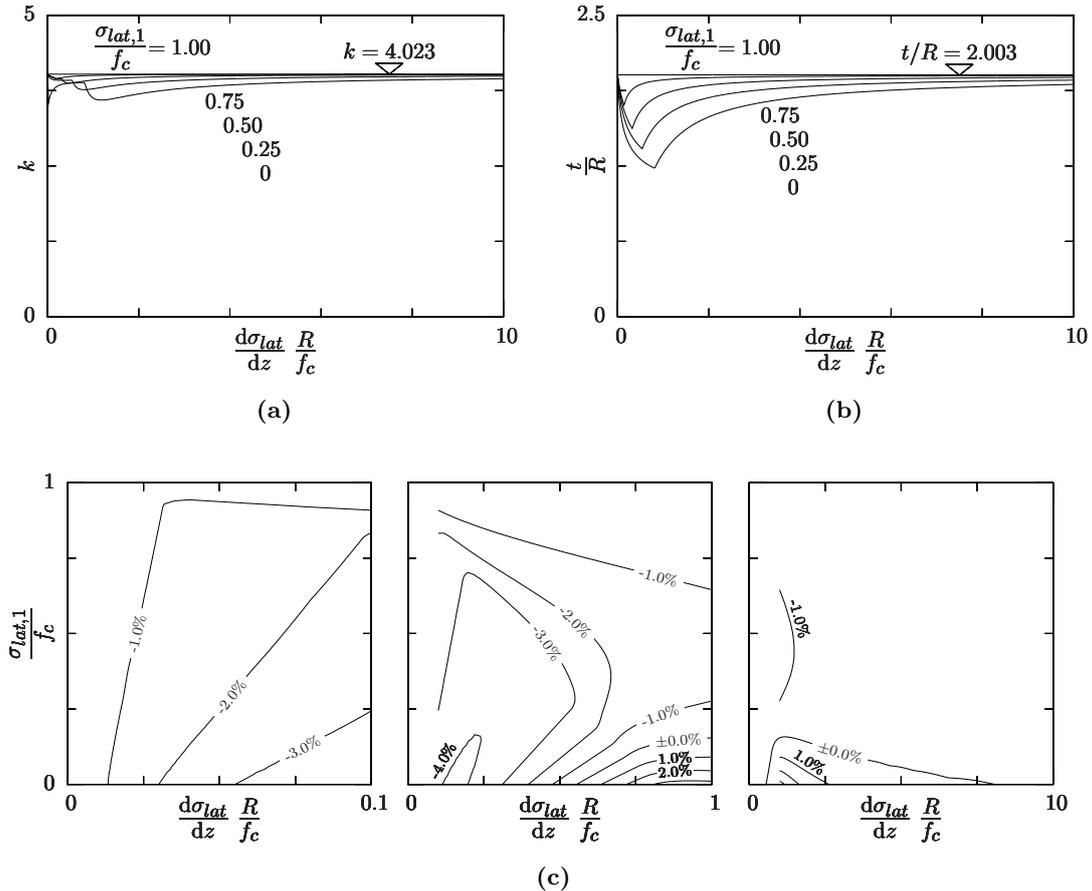


**Fig. 4.23:** Solutions du mécanisme plastique pour un cylindre en béton avec différents cas de confinement non uniforme

des propriétés des bétons. De plus, une valeur approximée de la hauteur de plastification de  $t = 1.25 R$  peut être calibrée. Dans ce cas, l'erreur sur la contrainte de plastification  $\sigma_{pl,m}$  est, comme montré à la figure 4.24(c), de  $\pm 4.0\%$  par rapport à la valeur théorique calculée avec les diagrammes. Compte tenu des variations des propriétés mécaniques des matériaux et des tolérances de construction, cette dernière simplification est tout à fait applicable à des cas pratiques [Gui10d].

## 4.2 Effet de la flexion de la dalle sur la résistance à l'écrasement des joints colonnes-dalle

Normalement, les joints colonnes-dalle sont sollicités simultanément par les forces appliquées à la colonne et par celles de la dalle, comme celui montré à la figure 4.25(a). Ceci implique que les armatures de la dalle sont sollicitées par la contrainte de confinement et par les moments de flexion engendrés par la force sur la dalle  $V$ . Il en suit que pour connaître la force ultime en ces cas, il est nécessaire de construire un diagramme d'interaction  $V-N$  [Gui10a]. Dans le même esprit que les diagrammes d'interaction  $M-N$  utilisés dans le dimensionnement des poutres sollicitées par de la flexion composée.

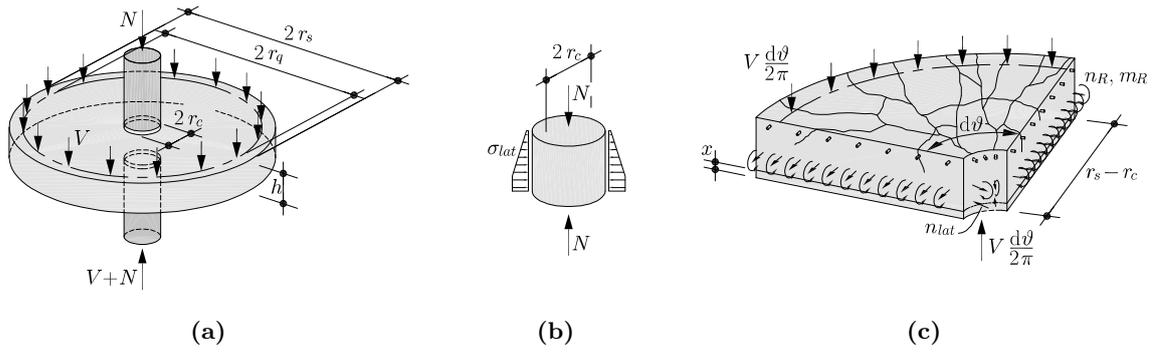


**Fig. 4.24:** Augmentation de résistance d'un cylindre en béton avec confinement non uniforme : (a) variation de la valeur de  $k$ ; (a) variation de la valeur de  $t/R$  et; (b) erreur sur l'estimation de  $\sigma_{pl,m}$  avec  $k = 4.0$  et  $t/R = 1.25$  par rapport à la valeur exacte théorique

#### 4.2.1 Partie plastique du diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne

La figure 4.26 montre l'allure de la partie plastique du diagramme d'interaction  $V-N$ . En effet, deux familles de rupture sont à considérer lors de la construction d'un de ces diagrammes : en premier la rupture plastique par flexion simple de la dalle, normalement, accompagnée par l'écrasement de la zone entre les colonnes par défaut de confinement, et la rupture fragile par poinçonnement de la dalle. Dans la section suivante, la partie plastique est analysée en détail. Pour ce qui concerne la partie liée au poinçonnement, le lecteur est renvoyé à la section 5.4.

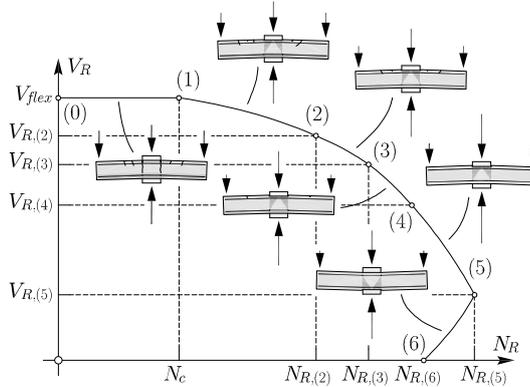
Sur la partie plastique du diagramme, montrée à la figure 4.26, il est possible de distinguer sept points caractéristiques lesquels sont définis par un différent mécanisme de rupture. Les différences entre ces mécanismes sont au niveau des parties sur lesquelles la dissipation d'énergie se fait. En effet, la plastification de l'armature supérieure, qui est présente en toutes les situations, est accompagnée par l'écoulement de l'armature inférieure et par une zone comprimée sur l'intrados de la dalle. Une autre différence est la forme de la distribution des contraintes de confinement sur la hauteur du cylindre qui relie les deux colonnes. Malgré ces différences, il est possible de décrire les forces de rupture  $V_R$  et  $N_R$  par une unique formulation où les résistances sont fonction du point caractéristique considéré. Pour la force appliquée à la dalle, il faut décrire l'équilibre de la partie montrée à la figure 4.25(c) en fonction du moment résistant



**Fig. 4.25:** Joint colonnes-dalle axisymétrique chargé sur les colonnes et sur la dalle : (a) géométrie du joint ; (b) géométrie, état de contraintes et de déformation du cylindre intérieur et ; (c) géométrie, état de contraintes et de déformation de la dalle entourant le cylindre

réparti sur la surface interne de l'anneau de dalle  $m_{R,(i)}$  (au point caractéristique ( $i$ )).

$$V_{R,(i)} = \frac{2 \pi m_{R,(i)} r_c}{r_q - r_c} \quad (4.67)$$



**Fig. 4.26:** Partie plastique du diagramme d'interaction des joints colonnes-dalle  $V-N$

Par contre, la force de rupture appliquée à la colonne supérieure peut être calculée en considérant la conclusion déduite par l'application de la méthode de confinement compatible sur plusieurs cas réels et par la ductilité remarquée lors des essais. Ces études concluent qu'au moment de la rupture par écrasement la contrainte de confinement est pratiquement complètement mobilisée. Ceci signifie qu'il est possible d'admettre, tout en gardant une excellente précision, que la contrainte d'écrasement  $\sigma_{c,R}$  correspond à la résistance du béton confiné  $f_{cc} = \sigma_{pl,m}$  calculée avec (4.64) et en considérant la contrainte de confinement donnée par l'effort de plastification des armatures  $n_{pl}$ . Donc, la formulation suivante de la force de rupture sur la colonne, qui est égale à celle du cylindre confiné montré à la figure 4.25(b), est donnée :

$$N_{R,(i)} = \frac{A_c}{\gamma_A} (f_c + k_{(i)} \sigma_{lat,m,(i)}) - \alpha_{(i)} V_{R,(i)} \quad (4.68)$$

où la contrainte latérale moyenne  $\sigma_{lat,m,(i)}$  est calculée selon (4.65) et la valeur du facteur  $k_{(i)}$  ainsi que la valeur de  $t_{(i)}$  en (4.65) sont trouvées à l'aide des diagrammes de la figure 4.22 en considérant que  $t_{(i)} \leq h$ . Le facteur  $\gamma_A$  est introduit pour corriger la surface de la colonne des

joints carrés après qu'ils sont transformés en axisymétrique et il sera défini à la section 4.4. Par contre, le facteur  $\alpha$  considère la zone sur laquelle se développe le mécanisme d'écrasement du béton de la dalle. En effet, si la rupture se localise en proximité de la colonne inférieure il faut considérer que l'effort axial vaut  $V + N$  et donc, pour trouver la force de rupture  $N_{R,(i)}$ , il faut soustraire la force appliquée sur la dalle à l'intégral des contraintes de plastification sous la plaque d'appui. Donc, une valeur de  $\alpha = 0$  est à utiliser dans le cas d'une rupture par écrasement de la colonne supérieure. En cas contraire, qui se manifeste quand la contrainte de confinement à l'intrados est plus petite ou égale de celle à l'extrados, une valeur de  $\alpha = 1$  est à utiliser.

Enfin il faut encore définir la valeur de  $\sigma_{lat,1,(i)}$ , respectivement  $\sigma_{lat,2,(i)}$  et  $b_{(i)}$  nécessaires afin d'utiliser les diagrammes de la figure 4.22. Ces dernières grandeurs sont définies, sauf pour les points (5) et (6), comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{lat,1,(i)} &= 0 \\ b_{(i)} &= 2 \left[ (h - x_{(i)}) - \frac{n_{lat,(i)}}{f_c} \right] \leq h - x_{(i)} \\ \sigma_{lat,2,(i)} &= \frac{2 n_{lat,(i)}}{2 (h - x_{(i)}) - b_{(i)}} \end{aligned} \right\} \quad i = 0, \dots, 4 \quad (4.69)$$

où  $n_{lat,(i)}$  est la résultante des contraintes de confinement sur la hauteur du cylindre. De la même façon il est possible de définir la hauteur, mesurée depuis l'intrados, de la résultante de ces contraintes de confinement :

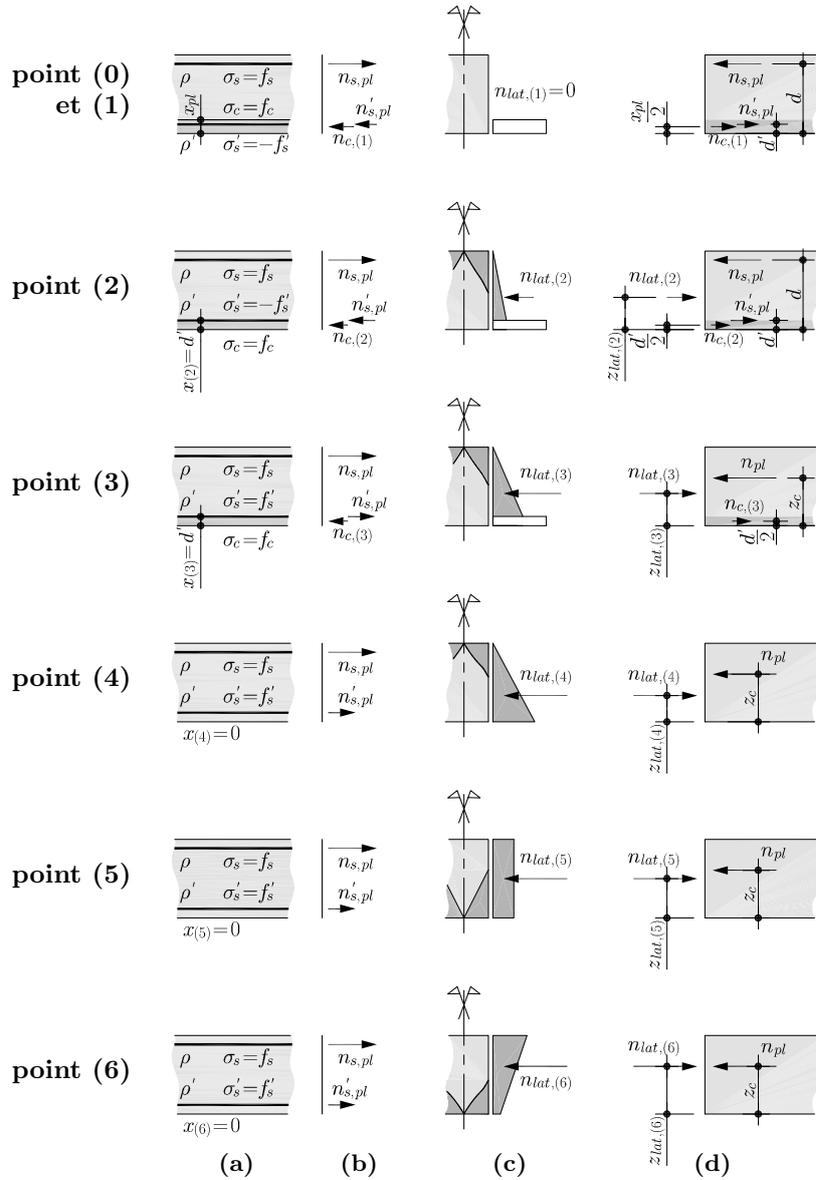
$$z_{lat,(i)} = x_{(i)} + \frac{3 (h - x_{(i)})^2 + 3 b (h - x_{(i)}) (\alpha_{(i)} - 1) + b^2 (1 - 2 \alpha_{(i)})}{6 (h - x_{(i)}) - 3 b} \quad i = 0, \dots, 4 \quad (4.70)$$

Les sollicitations sur un élément de dalle ainsi que l'allure de la contrainte de confinement pour chacun des points caractéristiques sont montrées à la figure 4.27 et dans la suite elles sont traitées séparément afin de formuler les relations qui permettent de calculer les force de rupture  $V_R$  et  $N_R$  dans ces points. Pour ça les valeurs de  $n_{lat,(i)}$ , de  $\alpha_{(i)}$  ainsi que de  $m_{R,(i)}$  pour tous les points sont décrites dans les pages suivantes. Comme sera expliqué par la suite, ces valeurs suffisent à tracer un diagramme d'interaction  $V-N$  avec une précision suffisante pour des applications pratiques.

### Écrasement du béton de la dalle par une force axiale seule (6)

La rupture par écrasement modélisée à la section 4.1 est représentée par le point (6) du diagramme. Ce point est, comme déjà dit, caractérisé par l'écrasement du béton de la dalle qui se trouve entre les colonnes pendant l'écoulement des armatures inférieures et, normalement, supérieures. En raison de la distribution non égale des armatures entre les deux nappes, la contrainte de confinement n'est pas homogène sur la hauteur du cylindre et ceci est défavorable du point de vue résistance à la force axiale  $N$ . Cette distribution non uniforme, avec moins de confinement sur la partie inférieure du cylindre dans les cas ordinaires, impose que la rupture se fait sur la colonne inférieure et donc  $\alpha_{(6)} = 1$ .

La contrainte latérale est calculée à l'aide de la résultante des contraintes de confinement qui vaut  $n_{lat,(6)} = n_{pl}/\gamma_B$ , avec  $n_{pl}$  trouvée selon (4.40), et de la position de cette résultante qui vaut  $z_{lat,(6)} = z_c$  selon (4.41). Le facteur  $\gamma_B$  est une correction géométrique pour les



**Fig. 4.27:** Définition des points caractéristiques du diagramme d'interaction : **(a)** état de contraintes dans la section de la dalle ; **(b)** résultante des efforts dans la dalle ; **(c)** distribution et résultante des contraintes de confinement et ; **(d)** résultantes des efforts sur la dalle

jointes orthogonales qui sera défini à la section 4.4. L'intensité et la position de la résultante des contraintes de confinement sont directement utilisées dans la procédure donnée par les équations de (4.42) à (4.44) afin de trouver la distribution des contraintes de confinement. Ensuite, la force de rupture sur la colonne est calculée selon (4.68). Comme il a été déjà dit, en ce point la force sur la dalle est nulle  $V_{R,(6)} = 0$ .

### Résistance maximale à l'effort axial (5)

Afin d'améliorer la distribution des contraintes de confinement, par rapport au point (6), il faut rapprocher la résultante des efforts axiaux  $n_i \equiv n_{pl}$  (voir figure 4.15(c)) au centre de la section. La meilleure distribution des contraintes de confinement, donc celle qui maximise  $\sigma_{pl}$ , est celle uniforme et en cette situation, la position de la résultante correspond à l'axe du

centre de la section. Il en résulte que  $N_{R,(5)} \equiv N_{max}$ . Le moment résistant en ce point est engendré simplement par la résultante des efforts dans les barres d'armature  $n_{pl}$  et par celle de la contrainte de confinement  $n_{lat,(5)} = n_{pl}/\gamma_B$ . Donc :

$$m_{R,(5)} = n_{pl} \left( z_c - \frac{h}{2} \right) \quad (4.71)$$

L'intensité de la contrainte latérale dans cette situation est calculée en répartissant l'effort de plastification des armatures  $n_{pl}$  sur la hauteur du cylindre.

$$\sigma_{lat,1,(5)} = \sigma_{lat,2,(5)} = \sigma_{lat,m,(5)} = \frac{n_{pl}}{h \gamma_B} \quad (4.72)$$

Étant donné que la distribution est uniforme, la valeur de  $t_{(5)} = 2.006$  n'est pas nécessaire pour calculer la contrainte de confinement moyenne et celle de  $k_{(5)}$  est égale à  $k_0 = 4.023$ . En plus, la valeur de  $\alpha_{(5)} = 1$  doit être employée.

### Écrasement du béton de la dalle en proximité de la colonne supérieure (4)

Si en partant du point (5) la charge sur la dalle  $V$  est augmentée, la résultante des contraintes de confinement doit descendre sous l'axe du centre de la section afin de garantir l'équilibre des moments sur l'élément de dalle montré à la figure 4.25(c). Il en résulte donc une distribution des contraintes moins favorable qui diminue la force qui peut être appliquée sur la colonne. En ce cas, le confinement est inférieur à l'extrados et donc la valeur de  $\alpha_{(4)} = 0$  s'impose. La distribution pour laquelle la résultante des contraintes latérales  $n_{lat,(4)} = n_{pl}/\gamma_B$  est le plus bas possible, voir figure 4.27(c), correspond au point (4) du diagramme d'interaction  $V-N$ . La position de la résultante est calculée à l'aide de (4.69) de façon à pouvoir calculer le moment résistant pour ce point qui vaut :

$$m_{R,(4)} = n_{pl} (z_c - z_{lat,(4)}) \quad (4.73)$$

### Béton d'enrobage inférieur comprimé et armature inférieure tendue (3)

Si la force sur la dalle est ultérieurement augmentée le moment à équilibrer augmente. Mais, la résultante des contraintes de confinement ne peut pas se baisser ultérieurement et donc il est nécessaire de comprimer le béton de la dalle sur l'intrados. Cette compression diminue l'intensité de la résultante des contraintes de confinement en diminuant, par conséquent, la force d'écrasement. Il existe une charge sur la dalle  $V$  pour laquelle la hauteur de la zone comprimée à l'intrados  $x$  équivaut à la hauteur statique des armatures inférieures  $d'$ . De plus, en raison de l'hypothèse d'un comportement rigide parfaitement plastique des matériaux il est possible d'avoir l'armature inférieure tendue avec sa contrainte d'écoulement. Cette situation correspond au point (3) dans le diagramme de la figure 4.26. La résultante des contraintes de confinement vaut en cette situation :

$$n_{lat,(3)} = \frac{n_{pl} - n_{c,(3)}}{\gamma_B} \quad (4.74)$$

où l'effort dans le béton  $n_{c,(3)}$  est calculé comme suit :

$$n_{c,(3)} = f_c d' \frac{r_s}{r_c} \quad (4.75)$$

Donnée la distribution des contraintes de confinement montrée à la figure 4.27 pour le point en question, la valeur de  $\alpha_{(3)} = 0$  s'impose. De plus, il est possible de calculer le moment

résistant qui vaut :

$$m_{R,(3)} = n_{pl} (z_c - z_{lat,(3)}) + n_{c,(3)} \left( z_{lat,(3)} - \frac{d'}{2} \right) \quad (4.76)$$

Il est important de remarquer que pour certains joints cette situation ne peut pas exister. En effet, dans le cas d'un faible taux d'armature  $\rho$  ou d'un grand enrobage de l'armature inférieure  $d'$ , la valeur de  $n_{lat,(3)}$  calculée selon (4.74) est négative. Ceci signifie que la hauteur de la zone comprimée pour avoir un moment de flexion simple  $x_{pl}$  et inférieure à  $d'$ . Dans ces cas, il est conseillé de limiter la force sur la dalle à la valeur  $V_{flex}$  calculée en négligeant l'armature inférieure. En effet, pour que cette armature atteigne sa limite d'écoulement il faut imposer une rotation importante ce qui ferai éclater le béton d'enrobage avant d'atteindre la nécessaire déformation dans les armatures inférieures.

## Béton d'enrobage inférieur et armature inférieure comprimés (2)

En raison du comportement rigide parfaitement plastique il est possible d'imposer, à l'armature inférieure, la limite d'écoulement en compression sans changer le reste des contraintes par rapport au point (3). Cette nouvelle situation donne le point (2) du diagramme d'interaction. Ici, la résultante des contraintes de confinement  $n_{lat}$  diminue fortement mais, au même temps, le moment résistant augmente et donc, la force résistante sur la colonne  $N_R$  diminue et celle sur la dalle  $V_R$  augmente. La résultante  $n_{lat,(2)}$  se calcule par :

$$n_{lat,(2)} = \frac{n_{s,pl} - n'_{s,pl} - n_{c,(2)}}{\gamma_B} \quad (4.77)$$

où l'effort dans la zone de béton comprimée  $n_{c,(2)}$  est égal à celui du point (3)  $n_{c,(3)}$ . Par contre la valeur des efforts de plastification dans les armatures  $n_{s,pl}$  et  $n'_{s,pl}$  sont calculés par :

$$n_{s,pl} = \left( f_{s,t} \rho_t \frac{r_s - r_c}{r_c} + f_{s,r} \rho_r \right) d \quad (4.78)$$

$$n'_{s,pl} = \left( f'_{s,t} \rho'_t \frac{r_s - r_c}{r_c} + f'_{s,r} \rho'_r \right) d \quad (4.79)$$

et dans le cas que la nappe d'armature supérieure, respectivement inférieure, est isotrope le tout se résume à :

$$n_{s,pl} = f_s \rho d \frac{r_s}{r_c} \quad (4.78a)$$

$$n'_{s,pl} = f'_s \rho' d \frac{r_s}{r_c} \quad (4.79a)$$

La distribution des contraintes de confinement est similaire à celle du point (3). Donc, la valeur à utiliser pour  $\alpha_{(2)}$  est 0 et le moment résistant se calcule par :

$$m_{R,(2)} = n_{s,pl} (d - z_{lat,(2)}) + n'_{s,pl} (z_{lat,(2)} - d') + n_{c,(3)} \left( z_{lat,(2)} - \frac{d'}{2} \right) \quad (4.80)$$

Comme pour le point (3), cette situation n'est pas présente sur toute les dalles, étant donné qu'en certains cas il n'est pas possible d'étendre la zone inférieure comprimée jusqu'au niveau de l'armature inférieure.

## Force maximale sur la dalle (1) et (0)

En partant du point précédent, la charge sur la dalle peut être augmentée seulement en introduisant une compression radiale et tangentielle au bord inférieur de la dalle. Cette compression a comme effet de réduire l'effort des armatures à disposition pour le confinement du cylindre central. Donc, la force maximale qui peut être appliquée à la colonne diminue. Il existe une charge sur la dalle pour laquelle il n'y a plus d'armature disponible pour le confinement. Sans confinement la force  $N$  d'écrasement est égale à  $N_c$  et ceci est représenté par le point (1) ou en autres termes  $\sigma_{lat,(1)} = 0$ . L'état de contrainte dans la dalle qui caractérise ce point est le même que celui du mécanisme classique pour les joints colonnes-dalle chargés exclusivement sur la dalle (point (0) du diagramme d'interaction). Le moment résistant de la dalle vaut donc :

$$m_{R,(1)} = m_{R,(0)} = n_{s,pl} \left( d - \frac{x_{pl}}{2} \right) + n'_{s,pl} \left( \frac{x_{pl}}{2} - d' \right) \quad (4.81)$$

où  $x_{pl}$  est la hauteur de la zone comprimée par la flexion à l'intrados de la dalle et elle est calculée, en imposant  $n_{lat} = 0$ , par :

$$x_{pl} = \frac{n_{s,pl} - n'_{s,pl}}{f_c r_s} r_c \quad (4.82)$$

Entre ces deux points caractéristiques il n'y a pas d'écrasement du béton de la dalle sous la force  $N$ . En effet, la contrainte sous la colonne est inférieure à la résistance à la compression simple. Il est néanmoins possible de fixer la valeur  $\alpha = 0$  en effet, la zone inférieure est fortement confinée par la zone comprimée par la flexion de la dalle et donc il ne faut pas dépasser la résistance du béton sur la face supérieure.

### 4.2.2 Approche complet

A la section précédente les points caractéristiques ont été décrits et les formules donnant les valeurs des forces de rupture ont été développées. Mais, il est encore nécessaire tracer les lignes du diagramme entre les différents points. Pour ceci il est possible de varier linéairement une grandeur, qui dépend de la branche en question, afin de trouver tous les couples  $V_R$ ,  $N_R$  intermédiaires. Dans la suite cette procédure est brièvement expliquée et à la figure 4.26 le diagramme complet, construit avec la démarche expliquée ici, est montré.

La branche entre (0) et (1), comme il a été déjà dit, suit une droite. Ceci en raison du fait que en ce régime, le béton n'est pas plastifié par la contrainte transversale et, étant donné que le confinement n'est pas nécessaire, il n'y a pas d'interaction entre les deux forces. Pour construire la partie suivante, celle entre (1) et (2), il faut varier la valeur de la hauteur de la zone comprimée  $x$  entre  $x_{pl}$  calculée en (4.82) et  $x = d'$ , qui est celle pour le point (2). Donc, imposée la hauteur  $x$ , il est possible calculer la résultante des contraintes de confinement qui vaut :

$$n_{lat} = \left( n_{s,pl} - n'_{s,pl} - f_c x \frac{r_s}{r_c} \right) \frac{1}{\gamma_B} \quad (4.83)$$

cette valeur est ensuite répartie sur la hauteur du cylindre à l'aide de (4.69) de façon à pouvoir calculer  $z_{lat}$  avec (4.70). Encore une fois, cette répartition est choisie en raison du fait qu'elle donne la plus grande valeur de  $V_R$ . La valeur de  $z_{lat}$  permet de trouver la résultante des moments résistants sur la dalle :

$$m_R = n_{s,pl} (d - z_{lat}) + n'_{s,pl} (z_{lat} - d') + f_c x \frac{r_s}{r_c} \left( z_{lat} - \frac{x}{2} \right) \quad (4.84)$$

Les formules (4.67) et (4.68) sont encore utilisables, avec les valeurs préalablement décrits et  $\alpha = 0$  pour ce tronçon, afin de calculer les forces de rupture  $V_R$  et  $N_R$ .

Pour le tronçon entre (2) et (3) la variation est faite sur la résultante des efforts dans l'armature inférieure  $n'_s$  qui varie entre  $-n'_{s,pl}$  et  $n'_{s,pl}$ . Dans ce tronçon la valeur de  $n_{lat}$  est égale à :

$$n_{lat} = \left( n_{s,pl} + n'_s - f_c d' \frac{r_s}{r_c} \right) \frac{1}{\gamma_B} \quad (4.85)$$

Cette valeur permet de calculer à l'aide de (4.69) et (4.70) la distribution des contraintes de confinement ainsi que la position de leur résultante  $z_{lat}$ . La valeur de  $\sigma_{lat,1} = 0$  est choisie à l'extrados de la dalle et donc  $\alpha = 0$ . Enfin, il est possible de calculer la valeur du moment résistant qui vaut :

$$m_R = n_{s,pl} (d - z_{lat}) - n'_s (z_{lat} - d') + f_c d' \frac{r_s}{r_c} \left( z_{lat} - \frac{d'}{2} \right) \quad (4.86)$$

La courbe entre (3) et (4) est calculée, comme le deuxième tronçon, en variant la valeur de la hauteur comprimée à l'intrados entre  $x = d'$  et  $x = 0$ . Les deux nappes d'armatures sont tendues à leurs limites d'écoulement. Comme pour les cas précédents, il est possible de calculer l'intensité de la résultante des contraintes de confinement, comme étant :

$$n_{lat} = \left( n_{pl} - f_c x \frac{r_s}{r_c} \right) \frac{1}{\gamma_B} \quad (4.87)$$

ainsi que sa position à l'aide de (4.70), en imposant  $\alpha = 1$ . Le moment résistant qui en découle vaut donc :

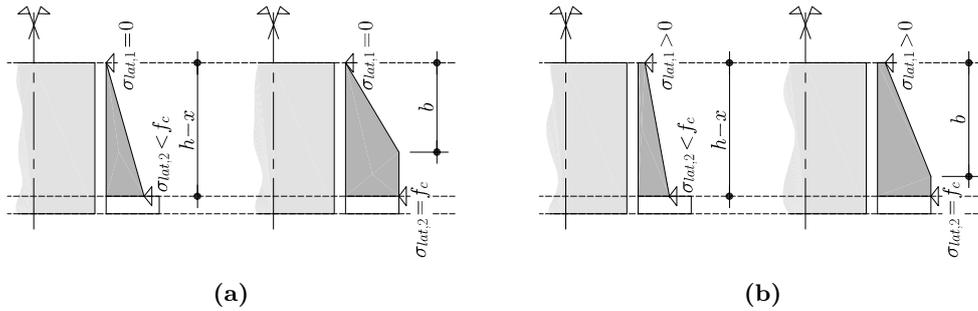
$$m_R = n_{pl} (z_c - z_{lat}) + f_c x \frac{r_s}{r_c} \left( z_{lat} - \frac{x}{2} \right) \quad (4.88)$$

Pour construire la partie restante du diagramme d'interaction il faut varier la position de la résultante des contraintes de confinement, qui vaut en tous ces cas  $n_{pl}/\gamma_B$ , entre celle trouvée pour le point (4) et celle du point (6). Donnée cette position, la distribution des contraintes latérales est unique et elle peut être trouvée avec la procédure utilisée pour le point (6) à la section 4.2.1. En sachant que la contrainte de confinement minimale est à l'intrados pour le tronçon (5)-(6) ( $\alpha = 1$ ). Par contre, le tronçon précédant mène du mécanisme sur la colonne supérieure, point (4), au mécanisme sur l'inférieure, point (5). Étant donné la difficulté pour définir précisément à quel moment ce changement se manifeste et du fait que les diagrammes de dimensionnement ont été calculés que pour des distributions des contraintes de confinement qui augmentent sur  $z$  il est conseillé de varier linéairement la valeur de  $\alpha$  dans (4.68) entre 0 (pour  $V_R = V_{R,(4)}$ ) et 1 (pour  $V_R = V_{R,(5)}$ ). Par contre, pour le calcul de la position de la résultante des contraintes de confinement, il est nécessaire d'utiliser une valeur constante de  $\alpha = 0$ . Ceci pour imposer, sur tout la partie (4)-(5) une croissance des contraintes vers le bas.

La distribution des contraintes de confinement permet de calculer la force de rupture sur la colonne  $N_R$ . En plus, elle permet de trouver le moment résistant nécessaire afin de calculer  $V_R$  à l'aide de (4.67).

$$m_R = n_{pl} (z_c - z_{lat}) \quad (4.89)$$

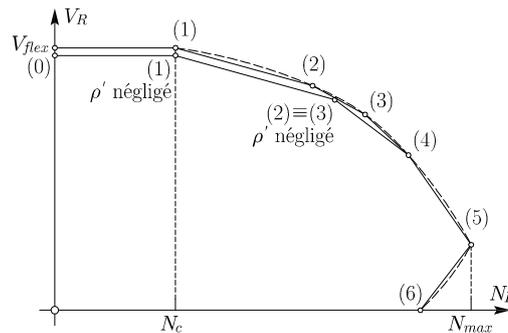
Les distributions des contraintes utilisées dans cette section et dans la précédente donnent la valeur exacte seulement si  $t = h - x$ . Dans le cas contraire, la distribution optimale est celle montrée à la figure 4.28(b) et elle doit être calculée par itérations. En effet, dans ce dernier cas, la contrainte de confinement moyenne  $\sigma_{lat,m}$  est directement influencé par la distance  $t$ . Une autre contrôle nécessaire, mais qui a été négligé dans cette partie par simplicité des formulations, est celui de la non présence de contraintes de confinement négatives (traction) sur la partie basse du diagramme, entre (4) et (5). En effet, dans le reste du diagramme cette situation ne peut pas se présenter à cause de la force appliquée sur la dalle.



**Fig. 4.28:** Distribution des contraintes de confinement considérées pour le diagramme d'interaction  $V-N$  : **(a)** si  $t = h - x$  pour  $\sigma_{lat,2} < f_c$  et pour  $\sigma_{lat,2} = f_c$  et ; **(b)** si  $t < h - x$  pour  $\sigma_{lat,2} < f_c$  et pour  $\sigma_{lat,2} = f_c$

### 4.2.3 Approche simplifiée

Précédemment il a été expliquée une procédure pour la construction rigoureuse du diagramme d'interaction  $V-N$ . Néanmoins, il est possible construire une très bonne approximation de ce diagramme en partant des sept points caractéristiques développés à la section 4.2.1 et en considérant la propriété des enveloppes plastiques qui doivent être convexes [Phi65, Che88]. Afin de respecter cette propriété et de construire un diagramme conservateur, des droites sont utilisées pour relier les différents points caractéristiques. La comparaison entre cette procédure et celle rigoureuse est montrée à la figure 4.29 où il est possible de voir que la différence entre les deux diagrammes est minimale.



**Fig. 4.29:** Comparaison entre les différentes méthodes présentées pour la construction de la partie plastique du diagramme d'interaction des joints colonnes-dalle  $V-N$  : en traits traitillés le diagramme complet et ; en traits continus le diagramme simplifié en considérant et sans considérer l'armature inférieure pour les points de (0) à (3)

Pour l'approche simplifiée, il est aussi possible de négliger une partie des points caractéristiques. Les moins influents sur la résistance, donc ceux qui peuvent être négligés en premier, sont le point (2) et le (3). De plus, comme il a déjà été anticipé, ces deux points sont possibles seulement en considérant un comportement rigide parfaitement plastique des matériaux. Dans le cas contraire, la rotation nécessaire afin de plastifier les armatures de la nappe inférieure dépasse la capacité rotationnelle sur les lignes de rupture le long de la dalle en donnant lieu à l'éclatement du béton d'enrobage. C'est pour cette raison que pour des cas pratiques il est conseillé de calculer les points de (0) à (3) en négligeant l'armature inférieure. Ainsi les points (2) et (3) coïncident et le résultat est celui représenté à la figure 4.29. Avec cette simplification il est possible, en certains cas, d'obtenir un diagramme d'intégration concave.

Ceci n'est pas en accord avec la théorie de la plasticité qui impose à toutes les surfaces de rupture, sur l'espace de contraintes, d'être convexes. Ce désaccord dérive de l'introduction d'une résistance supplémentaire, l'armature inférieure, au point (4) et donc il est acceptable dans le cadre d'une application pratique.

### 4.3 Modèle physique pour le comportement d'un joint colonnes-dalle chargé sur les colonnes et sur la dalle

Plusieurs modèles, pour l'étude du comportement d'un élément de dalle, ont été développés par d'autres chercheurs. Par exemple Kinnunen et Nylander [Kin60] ont proposé un modèle axisymétrique dans lequel la partie de dalle à l'extérieur de la fissure d'effort tranchant subit une rotation rigide au tour du bord de la colonne. La non linéarité matérielle des armatures est considérée avec un comportement élastique linéaire parfaitement plastique ; par contre, le béton est imposé comme étant toujours à l'état élastique. Ce modèle permet de calculer la force appliquée sur le bord de la dalle  $V$  nécessaire à imposer une rotation donnée du corps rigide. Muttoni [Mut08a] propose une solution analytique pour le même problème d'une dalle axisymétrique chargée que par  $V$  en considérant une rotation rigide de la partie extérieure à la fissure critique. Une approche différente a été suivie par Guandalini [Gua06] qui propose un modèle numérique pour la résolution de l'équation des dalles axisymétriques en considérant la non linéarité du comportement flexionnel des sections en béton armé. Enfin, des résolutions à l'aide de la méthode des éléments finis non linéaires ont été proposées par d'autres chercheurs [Vaz07].

Aucun des modèles existants permet de connaître le comportement membranaire de la dalle. Par exemple, la dilatance n'est pas considérée dans la résolution des équations qui décrivent l'équilibre et la cinématique. C'est seulement une fois connu le comportement que la dilatance est calculée sur la base de la courbure des sections radiales et du déplacement de l'axe neutre par rapport au feuillet moyen de la dalle. Par contre, pour analyser l'effet de la force appliquée à la colonne  $N$  il est indispensable de considérer l'état membranaire de la dalle. En effet, comme préalablement vu, il est nécessaire de garantir des contraintes de confinement sur le bord du cylindre central afin qu'il puisse supporter des contraintes verticales qui dépassent  $f_c$ . Ce confinement est équilibré par des efforts radiaux de compression et tangentiels de traction dans la dalle.

C'est pour combler ce défaut que dans la suite un modèle, qui suit la même approche de Guandalini, mais en considérant le comportement membranaire dans la solution des équations différentielles est développé. Ceci permettra, non seulement de considérer l'effet de la force sur les colonnes mais il est indispensable pour d'autres situations comme par exemple :

- Dans le cas classique d'une dalle chargée que par  $V$  des efforts membranaires se développent afin de respecter la cinématique dans la zone de changement de la hauteur de l'axe neutre (entre la partie non fissurée et la partie fissurée). Ceci signifie de considérer la dilatance, directement dans la résolution des équations différentielles et non plus de façon indirecte.
- Pour l'analyse des cas où la dilatance est empêchée [Gua06], par exemple par la présence de champs adjacents dans un plancher-dalle, il suffirait de modifier les conditions de bord appliquées aux bords libres.
- Dans le cas que des rotations modérées sont atteintes, par exemple pour des dalles avec armature d'effort tranchant. En effet, des grandes déformations tangentiels sont atteintes à l'intrados en proximité de la colonne. A cause de ça, le béton éclate (softening) et à ce moment le comportement membranaire devient déterminant afin de bien représenter le comportement de l'élément de dalle.
- Pour des dalles précontraintes le comportement membranaire est important afin de calculer

la répartition des efforts axiaux entre la direction radiale et la tangentielle.

Dans la suite, le modèle physique pour la modélisation du comportement d'un élément de dalle axisymétrique en considérant les états flexionnel et membranaire est formulé. En premier, la dérivation des équations différentielles de l'équilibre et de la cinématique est rappelée. Ces équations sont les équations d'une coque de révolution à courbure nulle et pour cette raison dans la suite seront appelées « équations différentielles de la coque ». Ensuite, le comportement de la section en béton armé soumise à un effort normal et à un moment de flexion est modélisé. Enfin, un algorithme de résolution des équations différentielles en considérant le comportement non linéaire décrit est montré. La solution donnée par cet algorithme contient la totalité du champ de déplacements ( $u$  et  $w$ ) ainsi que le champ d'efforts ( $n_r$ ,  $n_t$ ,  $m_r$ ,  $m_t$  et  $v$ ).

### 4.3.1 Equations différentielles de la coque

Une dalle circulaire mince chargée axisymétriquement est considérée, voir figure 4.30(a). Si les déplacements  $u$  et  $w$  restent petits par rapport à l'épaisseur  $h$  les suivantes hypothèses sont donc valables :

- les actions appliquées n'engendrent aucune déformation perpendiculaire au feuillet moyen ;
- donc le comportement de la dalle peut être ramené à celui du feuillet moyen ;
- les sections planes et normales au feuillet moyen avant déformation restent planes et normales au feuillet moyen déformé (Navier-Bernoulli) ;
- aucune déformation de cisaillement n'est considérée.

Les conditions d'axisymétrie permettent, avec le fait que aucune force tangentielle est appliquée, de dire à priori que les déplacements tangentiels, l'effort tranchant flexionnel dans la même direction, l'effort tranchant membranaire ainsi que les moments de torsion sont nuls. Il en suit donc que les seuls efforts existants sont les deux composantes de l'effort normal  $n_r$  et  $n_t$ , les deux moments de flexion  $m_r$  et  $m_t$  et une seule composante de l'effort tranchant  $v_r$  que dans la suite sera appelé simplement  $v$ . En plus l'axisymétrie permet de ramener le comportement de l'élément bidimensionnel à un problème unidimensionnel le long d'un rayon.

La figure 4.30(b) montre un élément de dalle avec la force externe normale au feuillet moyen  $q_z$  appliquée et les efforts flexionnels qui l'équilibrent. La figure 4.30(c) montre le même élément avec la force externe radiale  $q_r$  ainsi que les efforts membranaires qui garantissent l'équilibre. L'équilibre des forces normales permet de trouver l'équation (4.90) ; celui des moments détermine l'équation (4.91) et enfin en équilibrant les forces radiales l'équation (4.92) est trouvée. Cette dernière équation a déjà été dérivée pour l'analyse de l'anneau de confinement dans la section 4.1.2 ; en revanche ici la contribution d'une force externe à été considérée.

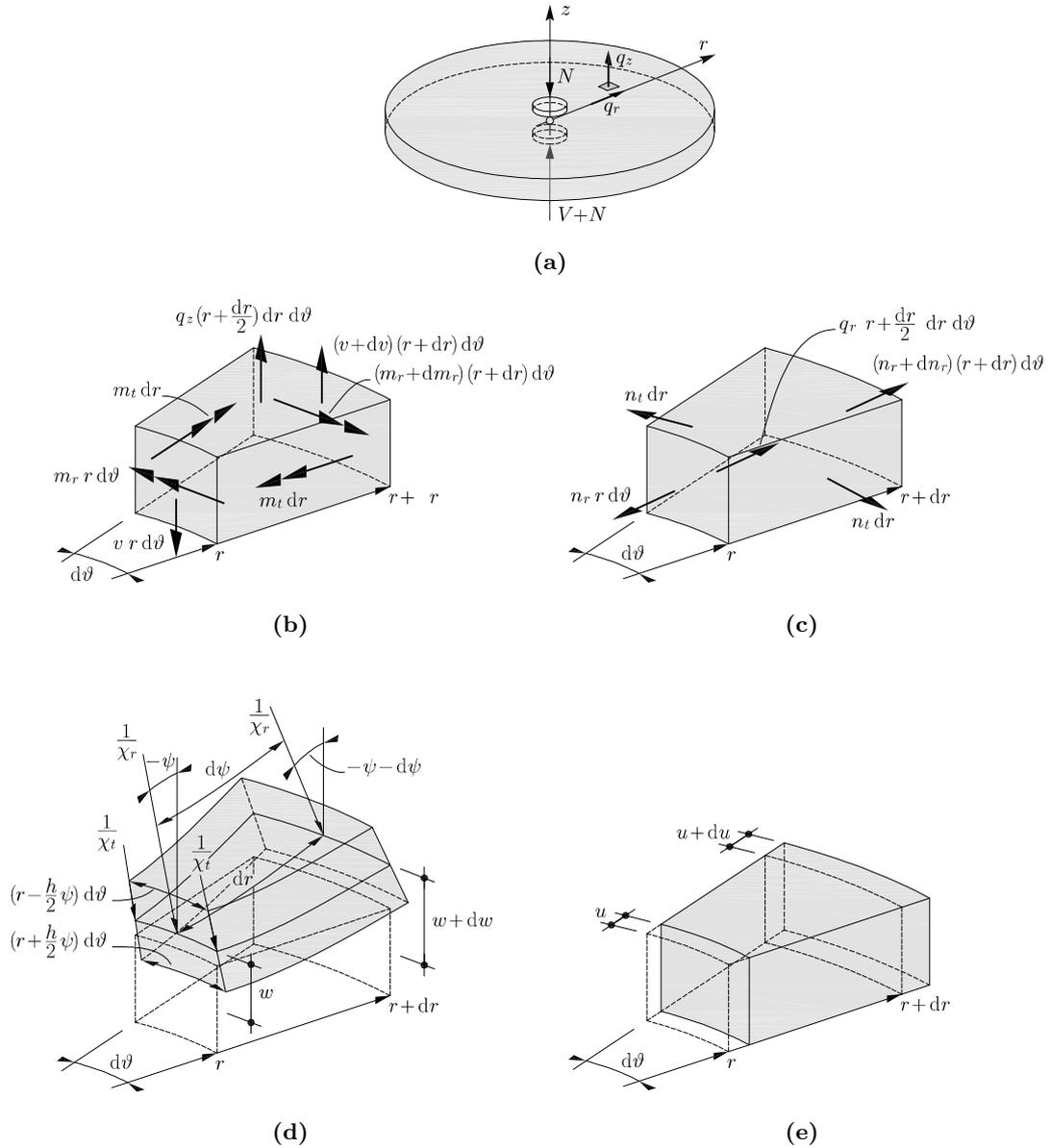
$$\frac{dv}{dr} = - \left( \frac{v}{r} + q_z \right) \quad (4.90)$$

$$\frac{dm_r}{dr} = \frac{m_t - m_r}{r} - v \left( +q_z \frac{dr}{2} \right) \quad (4.91)$$

$$\frac{dn_r}{dr} = \frac{n_t - n_r}{r} - q_r \quad (4.92)$$

où les forces externes  $q_z$  et  $q_r$  sont définies comme des forces par unité de surface. Si par contre il est nécessaire d'introduire, par exemple, une force normale au plan de la dalle  $V_i$  appliquée à une distance  $r_i$  du centre de la dalle, il faut utiliser la force répartie par unité de surface suivante :

$$q_{z,i} = \frac{V_i}{r_i dr} \quad (4.93)$$



**Fig. 4.30:** Dalle axisymétrique : (a) géométrie de la dalle ; (b) équilibre d'un élément de dalle chargé par une force verticale ; (c) équilibre d'un élément de dalle chargé par une force radiale ; (d) cinématique pour les déplacements verticaux et ; (e) cinématique pour les déplacements radiaux

La figure 4.30(d) montre un élément de dalle déformé par les efforts de flexion en indiquant les déplacements des différentes faces. La figure 4.30(e) donne les mêmes informations pour les déplacements associés aux efforts membranaires. Sur la base de ces indications les équations

cinématiques, qui lient les déplacements aux déformations, sont calculées.

$$\psi = -\frac{dw}{dr} \quad (4.94)$$

$$\chi_r = -\frac{d\psi}{dr} = \frac{d^2w}{dr^2} \quad (4.95)$$

$$\chi_t = -\frac{\psi}{r} = \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \quad (4.96)$$

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (4.97)$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \quad (4.98)$$

Il est à noter que les équations membranaires et flexionnelles sont complètement découplées dans le cas de l'élasticité linéaire. Par contre dans le cas des sections en béton armé elles sont couplées du fait que le feuillet moyen ne correspond pas à l'axe neutre des sections et donc un moment de flexion appliqué sur une section influence non seulement la courbure, mais aussi la déformation du feuillet moyen. Cet effet sera approfondi dans la suite de cette section.

### 4.3.2 Comportement d'une section en béton armé

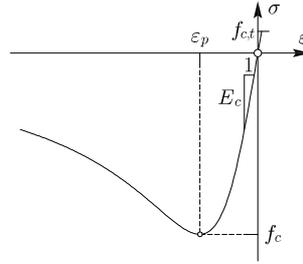
Dans cette partie le développement du modèle qui décrit le comportement d'une section en béton armé soumise à un moment de flexion et à un effort normal est donné. Pour pouvoir dériver ce modèle il est nécessaire, avant tout, de décrire le comportement des matériaux qui composent la section, à savoir le béton et l'acier d'armature.

#### Béton

Le comportement mécanique du béton, décrit par le diagramme contrainte déformation  $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$ , a déjà été développé à la section 4.1.1. La figure 4.31 montre le comportement pour le béton en considérant aussi le comportement en traction. Trois phases sont distinguées sur le diagramme  $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$  :

- Une comportement presque linéaire en traction et pour des contraintes de compression inférieures à environ 80% de  $f_c$ . La rigidité, donnée par  $E_c$  est valable en traction comme en compression.
- Pour des contraintes supérieures au 80% de  $f_c$ , définit avant, une perte de rigidité due à la formation de fissures axiales se manifeste. Ces fissures font en soit qu'une partie des déformations sont irréversibles. La déformation associée au moment que la contrainte rejoint la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  est appelée déformation de pic  $\varepsilon_p$ . La déformation de pic est fonction, entre autre, de la résistance du béton ; plus le béton est résistant et plus la déformation de pic est petite.
- En imposant des déformations supplémentaires à la déformation de pic la contrainte diminue. Cette diminution est plus rapide plus la résistance du béton est grande (comportement plus fragile).

Comme vue avant, pour la partie en traction le comportement est donné simplement par le module d'élasticité  $E_c$  et par la résistance à la traction  $f_{c,t}$ . Ces valeurs ne sont pas toujours connues. Néanmoins, elles peuvent être déduites à partir de la résistance à la compression  $f_c$  par des formules empiriques. Pour le module d'élasticité, il est aussi nécessaire de connaître la



**Fig. 4.31:** Loi constitutive du béton  $\sigma$ - $\varepsilon$

péetrographie des granulats qui détermine la valeur du coefficient  $k_E$  de la formule suivante :

$$E_c = k_E f_c^{1/3} \quad (4.99)$$

La norme SIA [SIA 262] donne des fourchettes de valeurs pour  $k_E$ , il est néanmoins important souligner que ces valeurs présentent des écarts importants selon la provenance du granulat. La norme propose entre 10000 et 12000 MPa<sup>2/3</sup> pour les graviers alluvionnaires, entre 8000 et 10000 MPa<sup>2/3</sup> dans le cas des calcaires concassés et entre 6000 et 8000 MPa<sup>2/3</sup> pour les roches micacées.

L'estimation de la résistance à la traction sur la base de celle à la compression simple est faite à l'aide de :

$$f_{c,t} = 0.3 f_c^{2/3} \quad \text{unités : MPa} \quad (4.100)$$

Dans le comportement de la section la rupture à traction du béton est considérée comme fragile. Malgré que dans la réalité une partie adoucissante peut être mesurée sur des essais à la traction contrôlés en déformation. Néanmoins, ce comportement ici est négligé. La déformation de fissuration est donc calculée par :

$$\varepsilon_{c,t} = \frac{f_{c,t}}{E_c} \quad (4.101)$$

Le comportement du béton comprimé est introduit par la loi dérivée pour le béton confiné et présentée à la section 4.1.1. La contrainte  $\sigma_c = \sigma_3$  est calculée comme pour le cas confiné avec (4.4) où  $E_{cc} = E_c$  et  $\alpha = \alpha_c$  est calculé par (4.12). Dans l'expression de la contrainte de pic (4.6) la résistance du béton  $f_{cc}$  à introduire est logiquement celle à la compression simple  $f_c$ .

Pour la modélisation du comportement d'un élément de dalle, il est nécessaire d'utiliser une loi qui considère, de façon réelle, le comportement après pic du béton comprimé. En effet, dans beaucoup de cas des grandes courbures tangentielles sont attendues en proximité de la colonne. Par exemple dans le cas des joints auxquels une force élevée est appliquée aux colonnes ou bien dans des dalles qui présentent une armature transversale, le comportement est rendu plus ductile et donc cette situation est susceptible de se manifester. L'effet de ça, comme sera discuté dans la suite, est une forte réduction de la charge plastique  $V_{flex}$  calculée par un mécanisme considérant un comportement rigide parfaitement plastique.

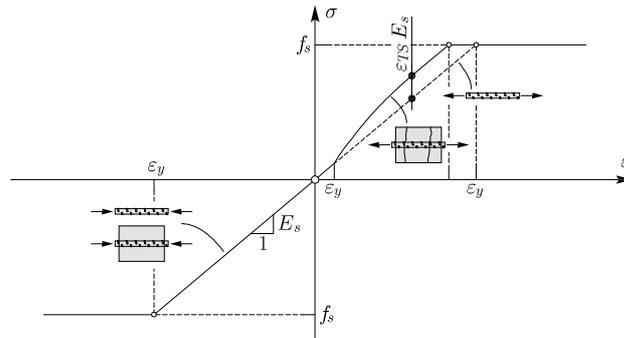
### Acier d'armature

Le comportement admis pour l'acier, montré à la figure 4.32, est élastique linéaire parfaitement plastique. La même courbe contrainte déformation est appliquée pour les armatures comprimées et celles tendues. Les deux seules caractéristiques mécaniques nécessaires sont

donc le module de rigidité  $E_s$  et la limite d'écoulement  $f_s$ . Si la première caractéristique est constante pour tous les aciers et elle vaut :

$$E_s = 205 \text{ [GPa]} \quad (4.102)$$

la deuxième est fonction de la qualité de l'acier et de la façon dont les barres ont été produites. Dans le cas des aciers à dureté naturelle la limite d'écoulement coïncide avec la contrainte du plateau d'écoulement sur les courbes  $\sigma_s$ - $\varepsilon_s$  mesurées. Dans le cas contraire, donc pour des aciers écrouis à froid, la limite d'écoulement peut être prise, en accord avec la majorité des normes [DIN1045-1, EC2, MC90, SIA 262] à la contrainte correspondant à 2‰ de déformation plastique résiduelle.



**Fig. 4.32:** Loi constitutive de l'acier d'armature enrobé dans du béton  $\sigma$ - $\varepsilon$

Le choix de ne pas considérer la phase d'écrouissage est dû au fait que des grandes déformations sont nécessaires pour y arriver. Dans le comportement d'une section normalement armée, avec des aciers à dureté naturelle, la rupture du béton se fait avant l'écrouissage des barres d'armature. En plus pour considérer l'écrouissage ils sont nécessaires des données sur l'acier que normalement ne sont pas connues. Dans le cas contraire, quand elles sont connues, elles sont mesurées sur des essais de traction des barres. Or l'écrouissage d'une barre d'armature enrobé dans du béton, par rapport à ce qui concerne la déformation de fin du plateau d'écoulement et celle de rupture, est différent de celui d'une barre libre (réduction de la ductilité [Alv98]). Néanmoins, il est possible d'en tenir compte, plusieurs modèles qui considèrent cette partie de la courbe contrainte déformation existent. Par exemple celui proposé par Cosenza [Cos93] et repris par le MC-90 [MC90].

Avant il a été dit que le comportement des barres d'armature est égal en compression et en traction. Ceci est vrai pour une barre libre, mais dans le cas que la barre est enrobée de béton le comportement en traction est modifié artificiellement. Cette modification de comportement est une astuce pour considérer la contribution sur la rigidité du béton tendu entre les fissures (« tension stiffening ») [Fer03]. En effet, comme sera expliqué dans la suite, le calcul est fait sur une section en correspondance d'une fissure et donc la moins rigide. Pour considérer cet effet une « pseudodéformation »  $\varepsilon_{TS}$  calculée sur la base de l'approche simplifiée proposée par Muttoni et Burdet [Mut04] est ajoutée à l'armature tendue en zone fissurée. Cette approche consiste à calculer la déformation additionnelle sur un tirant et en considérant, pour le cas des sections fléchies, la hauteur d'un tirant idéalisé. Pour un tirant, cette déformation est calculée par :

$$\varepsilon_{TS} = \frac{3}{8} \frac{f_{c,t}}{\beta E_s \rho_T} \quad (4.103)$$

où  $\beta = 0.7$  est un coefficient pour considérer la non correspondance entre les directions principales des moments et celles des armatures (moments de torsion) qui est expliqué à la

section 4.4.3. Le taux d'armature  $\rho_T$  est le taux du tirant idéalisé discuté avant :

$$\rho_T = \frac{\rho d}{h_T} \quad \text{et} \quad \rho'_T = \frac{\rho' d}{h'_T} \quad (4.104)$$

où la hauteur du tirant idéalisé  $h_T$ , pour les armatures supérieures, et  $h'_T$ , pour les inférieures, dépendent de la hauteur de la zone fissurée par rapport à la position des armatures. L'extension de la zone fissurée est calculée sur la base de la déformation de la section  $\varepsilon$  et  $\chi$ , qui seront définies dans la suite, de la façon suivante.

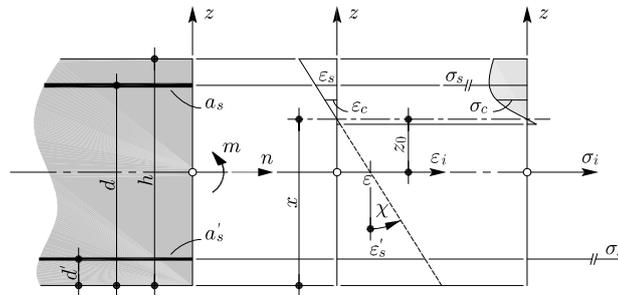
$$h_{cr} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{c,t}}{|\chi|} + \frac{\chi}{|\chi|} \left( \frac{h}{2} - d \right) \quad \text{et} \quad h'_{cr} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{c,t}}{|\chi|} + \frac{\chi}{|\chi|} \left( \frac{h}{2} - d' \right) \quad (4.105)$$

La référence [Mut04] donne pour une section simplement fléchie une valeur de  $h_T = 0.2 h$ . En considérant que la hauteur de la zone fissurée, dans ce même cas, vaut environ  $0.68 d$ , qui est la hauteur de l'axe neutre, et que la hauteur statique vaut environ  $0.9 h$  alors la hauteur du tirant idéalisé est environ  $0.32 h_{cr}$ . Où la hauteur  $h_{cr}$  est bien celle de la zone fissurée mesurée à partir des armatures. En faisant l'hypothèse que le rapport  $h_T/h_{cr}$  reste constant, pour n'importe quelle déformation de la section, et que  $h_T$  ne dépasse pas la moitié hauteur de la section il est possible d'écrire :

$$h_T = 0.32 h_{cr} \leq 0.5 h \quad \text{et} \quad h'_T = 0.32 h'_{cr} \leq 0.5 h \quad (4.106)$$

### Section en béton armé

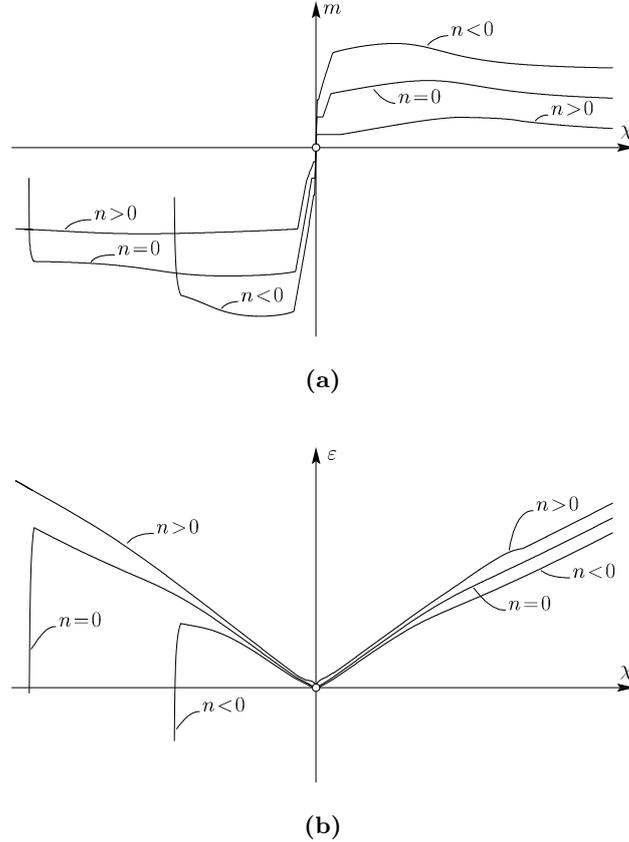
Le comportement d'une section soumise à un moment de flexion  $m$  et à un effort normal  $n$  est décrit par deux relations qui expriment deux grandeurs cinématiques. Ce type de sollicitation est aussi appelée flexion composée. Différentes façons existent pour décrire la cinématique : par exemple, il est possible de donner la courbure  $\chi$  et la déformation de la fibre de référence  $\varepsilon$  ; ou bien, exprimer la courbure  $\chi$  et la distance par rapport à la fibre de référence de l'axe neutre  $z_0$  ; ou encore, définir deux déformations de référence à des hauteurs différentes de la section. Pour simplicité, dans la suite la première possibilité est retenue. Ceci simplifie la procédure par le fait que les grandeurs cinématiques qui caractérisent le comportement de la section correspondent aux déformations dérivées dans les équations différentielles des coques de (4.95) à (4.98). La figure 4.33 montre une section d'une dalle en béton armé avec les efforts ainsi que les déformations considérées.



**Fig. 4.33:** Section de dalle en béton armé avec la définition des efforts  $n$  et  $m$  ainsi que les déformations et les contraintes

Le comportement idéalisé d'une section en béton armé en flexion composée est montré à la figure 4.34. Cinq régimes se distinguent, pour chaque sens de la courbure, sur les diagrammes en question :

- élastique linéaire non fissuré ;
- formation des fissures ;
- zone élastique d'ouverture des fissures ;
- zone d'écoulement des armatures tendues et ;
- régime post-pic adoucissant (rupture du béton ou de l'armature).



**Fig. 4.34:** Comportement flexionnel idéalisé d'une section de dalle en béton armé pour différents efforts normaux (effort normal nul  $n = 0$  ; effort normal de traction  $n > 0$  et effort normal de compression  $n < 0$ ) : **(a)** diagramme moment courbure  $m$ - $\chi$  et ; **(b)** diagramme déformation courbure  $\varepsilon$ - $\chi$

Pour la construction de ces diagrammes une procédure itérative est utilisée. Cette procédure est basée sur les hypothèses que les sections planes restent planes, sur les lois constitutives des matériaux préalablement décrites et sur les conditions d'équilibre de la section définies de suite :

$$\int_{a_c} \sigma_c da + \int_{a_s} \sigma_s da + \int_{a'_s} \sigma'_s da = n \quad (4.107)$$

$$\int_{a_c} \sigma_c z da + \int_{a_s} \sigma_s z da + \int_{a'_s} z \sigma'_s da = -m \quad (4.108)$$

où  $a_c$ ,  $a_s$  et  $a'_s$  sont les surfaces par unité de longueur de béton, respectivement de l'armature supérieure et de l'inférieure.

En imposant une certaine déformation de la section, donnée par un  $\chi$  et un  $\varepsilon$ , les contraintes sur les différents matériaux se calculent à partir de la déformation en chaque point et des respectives loi constitutives. Les déformations en tous points de la sections se calculent, sur la base de l'hypothèse de Navier-Bernoulli (sections planes restent planes), selon la relation

suivante :

$$\varepsilon_i = \varepsilon - \chi z \quad i = c, s \text{ et } s' \quad (4.109)$$

où l'indice  $i$  indique que la relation est valable pour tous les matériaux. En effet la déformation additionnelle pour considérer le « tension stiffening » est directement introduite dans la loi constitutive de l'acier d'armature.

En appliquant les équations d'équilibre (4.107) et (4.108) les efforts sectionnels sont calculés. La procédure itérative est nécessaire afin de tracer les courbes, comme à la figure 4.34, pour un  $n$  donné. En effet il faut, pour chaque  $\chi$ , itérer sur  $\varepsilon$  jusqu'à convergence de l'effort normal calculé par (4.107) avec celui recherché. Il est important de noter que dans le cas de l'implémentation de l'algorithme proposé pour le calcul du comportement d'un élément de dalle il n'est pas nécessaire de procéder par itération. Dans ce cas, il suffit de calculer  $n$  et  $m$  sur tout le domaine des déformations attendues et ensuite trouver par interpolation les valeurs recherchées.

Il est important de noter que dans cette proposition le comportement dans une direction n'est pas influencé par l'état de sollicitation dans la direction orthogonale. Ceci ne respecte pas complètement la réalité du comportement de la partie en béton de la section, surtout pour ce qui concerne la phase non fissurée et la branche descendante de la courbe. En effet, au moment que le béton éclate dans une direction le même comportement adoucissant doit se remarquer aussi dans l'autre, ce qui n'est pas le cas. Malgré ça, les résultats obtenus sont de bonne qualité et donc confirment la possibilité de négliger cette influence.

### 4.3.3 Algorithme numérique de résolution

L'algorithme (appelé dans la littérature « shooting method ») présenté ici permet de résoudre numériquement les équations différentielles des coques en imposant n'importe quel comportement de la section. En d'autres termes, avec toutes sortes de relations entre les équations de l'équilibre de (4.90) à (4.92) et celles de la cinématique de (4.94) à (4.98). Néanmoins, le comportement décrit dans les paragraphes précédents est utilisé pour la suite de ce document.

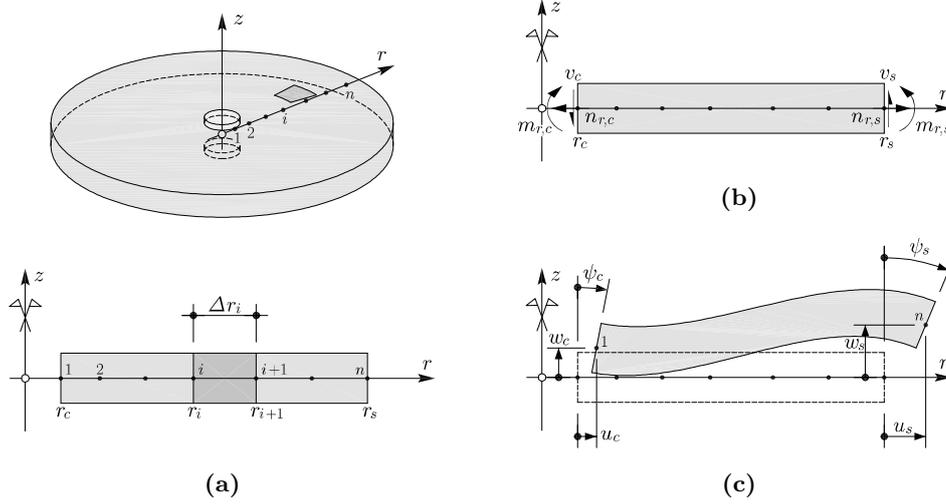
Les figures 4.35(b) et 4.35(c) montre la dalle axisymétrique avec les différentes conditions de bord. Ces conditions sont réparties sur le bord de la colonne et sur celui de la dalle. Les premières dépendent de la présence de la force axiale  $N$ . Par contre les autres sont fonction des conditions d'appuis et des charges qui agissent sur la dalle.

En vertu des propriétés données par l'axisymétrie, le comportement de la dalle est réduit à celui le long d'un rayon. Sur le rayon  $n$  nœuds sont placés entre le bord de la colonne et celui de la dalle, comme montré sur la figure 4.35(a). Afin de procéder de façon numérique à la résolution des équations différentielles, il est nécessaire de les réécrire en différences finies, selon les indications de la figure 4.35, ce qui donne pour l'équilibre :

$$v_i = \frac{v_{i+1} (r_i + \Delta r_i) + q_{z,i} r_{q,i} \Delta r_i}{r_i} \quad (4.90a)$$

$$m_{r,i+1} = \frac{m_{r,i} r_i + m_{t,i} \Delta r_i - v_{i+1} r_{i+1} - q_{z,i} r_{q,i} \Delta r_i (r'_{qi} - r_i)}{r_{i+1}} \quad (4.91a)$$

$$n_{r,i+1} = \frac{n_{r,i} r_i + n_{t,i} \Delta r_i - q_{r,i} r_{q,i} \Delta r_i}{r_{i+1}} \quad (4.92a)$$



**Fig. 4.35:** Résolution de la dalle axisymétrique par l'algorithme numérique : (a) positionnement des nœuds le long du rayon de la dalle ; (b) conditions de bord statiques et ; (c) conditions de bord cinématiques

et pour la cinématique :

$$w_{i+1} = w_i - \frac{\psi_i + \psi_{i+1}}{2} \Delta r_i \quad (4.94a)$$

$$\psi_{i+1} = \psi_i - \frac{\chi_{r,i} + \chi_{r,i+1}}{2} \Delta r_i \quad (4.95a)$$

$$\chi_{t,i} = \frac{-2 \psi_i + \chi_{r,i} \Delta r_i \left( + \Delta \chi_{r,i} \frac{\Delta r_i^2}{2} \right)}{2 r_i + \Delta r_i} \quad (4.96a)$$

$$u_{i+1} = u_i + \frac{\varepsilon_{r,i} + \varepsilon_{r,i+1}}{2} \Delta r_i \quad (4.97a)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \frac{2 u_i + \varepsilon_{r,i} \Delta r_i \left( + \Delta \varepsilon_{r,i} \frac{\Delta r_i^2}{2} \right)}{2 r + \Delta r_i} \quad (4.98a)$$

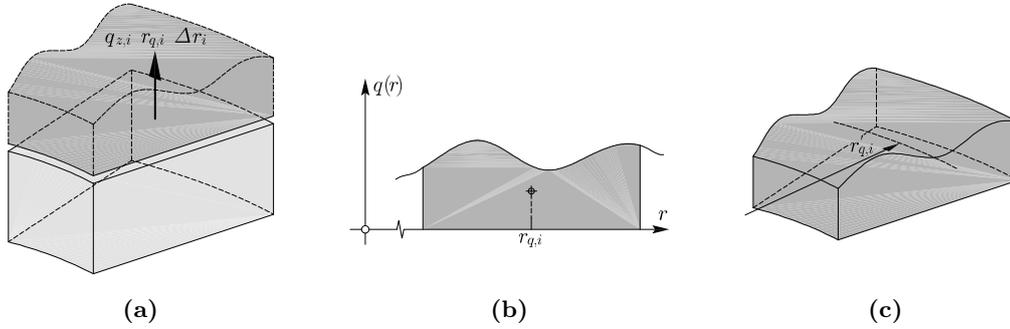
où les derniers termes au numérateur de (4.96a) et de (4.98a) sont écrits entre parenthèses parce que ils peuvent être négligés. En effet, il suffit que  $\Delta r_i$  soit assez petit pour que le terme au carré soit négligeable et donc une bonne discrétisation du domaine surtout dans les zones où les variations de courbure et de déformation radiale sont importantes. Il est intéressant de noter que la discrétisation du domaine ne doit pas être de taille constante. Mais, en raison de la remarque précédente, il est mieux de concentrer les nœuds en proximité de la colonne.

Les forces  $q_{z,i}$  et  $q_{r,i}$  sont, comme pour l'élément différentiel, des forces par unité de surface. Les rayons  $r_{q,i}$  et  $r'_{q,i}$  sont celui du centre de gravité de la surface de la charge sur l'élément  $i$  et, respectivement, celui auquel la résultante des forces doit être appliquée. La figure 4.36 montre les deux dimensions pour un chargement quelconque et sur la base de cette même figure, il est possible d'affirmer que  $r_{q,i} < r'_{q,i}$ . Pour une force uniforme les deux rayons sont

calculés comme suit :

$$r_{q,i} = r_i + \frac{\Delta r_i}{2}$$

$$r'_{q,i} = \frac{r_i^2 + \Delta r_i r_i + \frac{\Delta r_i^2}{3}}{r_i + \frac{\Delta r_i}{2}} \quad (4.110)$$



**Fig. 4.36:** Charge verticale sur un élément discret : (a) résultante d'une charge surfacique quelconque ; (b) définition du rayon  $r_{q,i}$  comme étant la coordonnée  $r$  du centre de gravité de la surface de la charge et ; (c) définition du point d'application de la charge  $r'_{q,i}$

Étant donné que le premier nœud se trouve au bord de la colonne il faut imposer le comportement de la zone d'appuis comme des conditions de bord. Les essais montrent que cette zone a une courbure constante  $\chi_{r,c}$  et par compatibilité le déplacement vertical à  $r = r_c$  doit être  $w_c = 0$ . La déformation  $\varepsilon_{r,c}$  de cette zone est aussi constante et elle est calculée sur la base du déplacement de la section de la dalle sur le bord de la colonne. Cette déformation est liée à la présence ou moins et à l'intensité de la force dans la colonne supérieure. Sur la base de l'état de déformation décrit, il est possible de calculer les déplacements du premier nœud qui valent :

$$\psi_c = -\chi_{r,c} r_c$$

$$w_c = 0 \quad (4.111)$$

$$u_c = \varepsilon_{r,c} r_c$$

Si le bord de la dalle n'est pas appuyé verticalement, il est possible de calculer directement le champ de l'effort tranchant. En effet, il suffit de répartir uniformément sur le contour de la coupe  $2 \pi r_i$  la somme des forces appliquées à l'extérieur de  $r_i$ . Ce qui équivaut à appliquer (4.90a) en partant avec  $r_{i+1} = r_s$  et  $v_{i+1} = v_s$ . Où  $v_s$  est la condition de bord sur l'effort tranchant appliquée à  $r = r_s$ .

Les autres champs par contre sont reliés entre eux et ils sont trouvés pour chaque pas, donné par une pente au bord de la colonne  $\psi_c$ , en itérant au tour du multiplicateur des charges  $\lambda$  et du déplacement radial au bord de la colonne  $u_c$ .

La procédure à suivre est la suivante :

1. Pour une pente au bord de la colonne  $\psi_c$  donnée, il faut faire une hypothèse sur le multiplicateur de la charge  $\lambda_0$  et sur le déplacement radial  $u_{c,0}$ .
2. En premier, il faut calculer l'effort tranchant selon les indications précédentes et les déformations de la zone de dalle entre les colonnes  $\chi_{r,c}$  et  $\varepsilon_{r,c}$  à l'aide des équations (4.111).

3. Sur la base des déformations calculées et du comportement de la section décrit précédemment, les efforts dans la zone de dalle entre les colonnes  $m_{r,c}$  et  $n_{r,c}$  se calculent.
4. L'intensité de la sollicitation  $N$  et des efforts calculés dans le point précédent permettent de calculer l'intensité des efforts radiaux au nœud 1 (celui à  $r = r_c$ ) selon les équations suivantes :

$$\begin{aligned} n_{r,1} &= n_{r,c} - \sigma_{lat} \gamma_B (h - x_c) \\ m_{r,1} &= m_{r,c} + \sigma_{lat} \gamma_B (h - x_c) \frac{x_c}{2} \end{aligned} \quad (4.112)$$

où  $\gamma_B$  est un facteur géométrique pour l'analyse de dalles carrées qui sera décrit dans la section 4.4. Par contre, la valeur de la contrainte de confinement  $\sigma_{lat}$  se calcule par :

$$\sigma_{lat} = \frac{N \gamma_A - f_c A_c}{4.0 A_c} \geq 0 \quad (4.113)$$

et la valeur de  $x_c$  est la hauteur de la zone comprimée calculée sur la base de l'effort de compression dans le béton admis un comportement rigide plastique. Cet effort de compression  $n_{c,c}$  est calculé comme l'intégral des  $\sigma_c$  sur le béton et il est connu du fait qu'il a été utilisé pour dériver le comportement de la section. Enfin, le tout se calcule selon :

$$x_c = \frac{n_{c,c}}{f_c} \quad (4.114)$$

Ceci impose comme valable l'hypothèse que le béton suit un comportement Mohr-Coulomb avec  $\varphi = 37^\circ$  (voir (4.45)) et que la distribution des contraintes ne varie pas trop sur l'épaisseur de la dalle. Le coefficient  $\gamma_A$  est une correction géométrique dans le cas d'analyse de dalles munies de colonnes carrées, des explications supplémentaires seront données dans la section 4.4.

5. Les déformations radiales au nœud 1 sont trouvées sur la base de la loi de comportement et des efforts  $m_r$  et  $n_r$  précédemment calculés.
6. A l'aide de (4.96a) et (4.98a) la déformation tangentielle au nœud 1 est calculée et avec ces résultats les efforts associés aussi.
7. Les équations d'équilibre données en (4.91a) et (4.92a) permettent de trouver les efforts radiaux au nœud 2.
8. Sur la base du comportement de la section et des efforts radiaux les déformation au nœud 2 se trouvent et elles permettent de calculer les déplacement de ce nœud à l'aide de (4.95a) et (4.97a).
9. En répétant pour chaque nœud suivant la procédure du point 5 au 8 l'état de contraintes et de déformation sur la totalité de la dalle est trouvé.
10. Les hypothèses faites sur  $\lambda_0$  et  $u_{c,0}$  doivent être vérifiées selon les conditions de bord de l'effort radial  $n_{r,s}$  et le moment  $m_{r,s}$  au bord de la dalle. Dans le cas où ces conditions ne sont pas respectées, des nouvelles hypothèses sont faites sur  $\lambda_1$  et  $u_{c,1}$ .
11. La procédure est ensuite répétée, à partir du point 2, pour les nouvelles valeurs supposées.
12. Le pas  $j$  a convergé quand les valeurs des écarts calculés à ce pas  $j$ , de  $|n_{r,n} - n_{r,s}|$  et  $|m_{r,n} - m_{r,s}|$ , sont inférieures à la valeur limite de convergence imposée. Après convergence, il est possible de calculer la déformée verticale  $w$  le long du rayon selon (4.94a).
13. Ensuite, une nouvelle pente initiale  $\psi_c$  peut être imposée afin de calculer, en appliquant de nouveau toute la procédure, un nouveau point sur le graphique  $V-\psi$ .

L'algorithme de résolution proposé impose, comme donnée de départ, la pente sur le bord de la colonne. Ceci a comme avantage de permettre de calculer la branche après-pic de la courbe  $V-\psi$ . En effet, tout le long de la courbe cette grandeur augmente en continu ; ce qui n'est pas le cas pour le moment  $m_{r,c}$  ou même pour le multiplicateur de charge  $\lambda$ .

Il peut être que pour des dalles d'essais carrées transformées en axisymétrique, comme sera montré dans la suite, la force  $V$  résulte être appliquée à  $r_q > r_s$ . Dans ces cas, il faut imposer des valeurs différentes, par rapport aux bords libres normaux. Les conditions de bord sur l'effort tranchant  $v_s$  et sur le moment radial  $m_{r,s}$  au bord libre de la dalle, dans ce cas, valent :

$$v_s = \frac{V}{2 \pi r_s} \quad (4.115)$$

$$m_{r,s} = v_s (r_q - r_s)$$

## 4.4 Élément de dalle orthogonale

Dans la majorité des cas, les planchers-dalles présentent une géométrie orthogonale avec des champs carrés. Pour pouvoir analyser ces dalles à l'aide du modèle axisymétrique donné, il est nécessaire de procéder par une série de transformations géométriques. Une première transformation qui ne considère que la force transmise entre les colonnes  $N$  est proposée. Elle permet l'analyse des joints colonnes-dalle avec le modèle de confinement compatible. Pour les joints sollicités par des forces appliquées sur la dalle, une deuxième transformation est donnée. Cette transformation, à la différence de la première, considère les efforts flexionnels de la dalle causés par la force  $V$ .

Les transformations sont basées sur deux niveaux : en premier, l'égalité de la charge ultime dans les deux géométries et d'autre part les rigidités des deux systèmes doivent être égales.

Ce problème de géométrie se présente aussi pour beaucoup des dalles d'essais considérées, comme par exemple pour celles des séries PG. Donc à la fin de la section les transformations pour les dalles de ces séries, utilisées pour le chapitre 6 sont données.

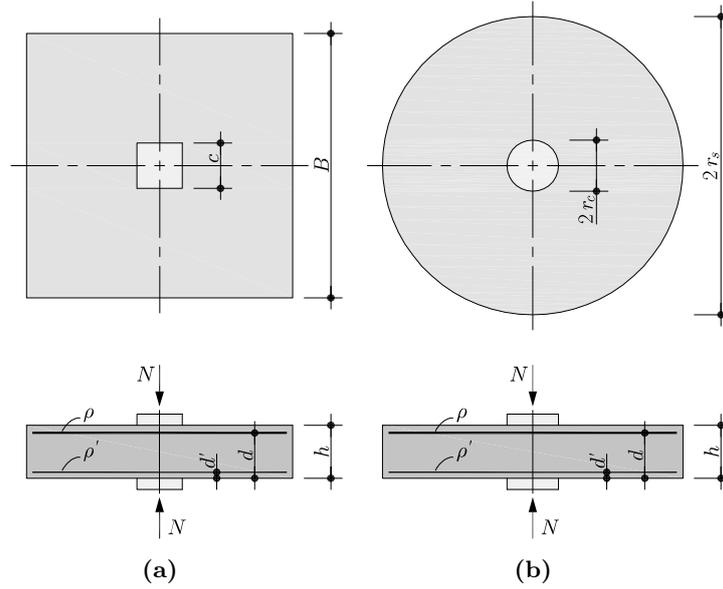
### 4.4.1 Transformation pour modèle de confinement compatible

Cette section traite les transformations géométriques à apporter à un élément de dalle carrée (figure 4.37(a)) afin de modéliser le comportement à l'aide du modèle de confinement compatible. Les transformations permettent de calculer le rayon de la colonne  $r_c$  et celui de la dalle  $r_s$  (figure 4.37(b)). Ici, comme sera expliqué dans la suite, il n'est pas nécessaire d'introduire aucune correction sur la rigidité des sections en béton armé.

Le rayon de la colonne se trouve en imposant la même contrainte sous les plaques d'appuis pour un  $N$  donnée. Pour ceci, il faut que la surface d'appui  $A_c$  est la même dans les deux cas et donc :

$$r_c = \frac{c}{\sqrt{\pi}} \quad (4.116)$$

Pour la transformation du rayon de la dalle  $r_s$ , il est nécessaire d'imposer que  $\sigma_{pl,m}$  soit constant. Cette contrainte est influencée par la résistance à la compression simple du béton, par la distribution et par l'intensité de la contrainte de confinement. Les premières deux, résistance et distribution, n'ont pas raison de changer entre une géométrie et l'autre par contre l'intensité est directement liée à la dimension de l'élément de confinement qui est

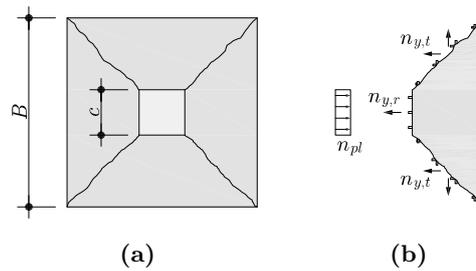


**Fig. 4.37:** Géométrie des joints colonnes-dalle symétriques sollicités seulement sur les colonnes : (a) géométrie orthogonale et ; (b) géométrie axisymétrique

représenté par la dalle. Pour la géométrie axisymétrique, l'effort de confinement plastique  $n_{pl}$  se calcule selon (4.40). Par contre en géométrie carrée, il est calculé par :

$$n_{pl} = n_{y,r} + n_{y,t} \frac{B - c}{c} \quad (4.117)$$

où, comme indiqué à la figure 4.38,  $n_{y,r}$  est la résistance à la traction de la section en proximité de la colonne et  $n_{y,t}$  celle à l'extérieur de la colonne.



**Fig. 4.38:** Mécanisme déterminant pour les joints colonnes-dalle carrés chargés seulement avec force axiale : (a) géométrie et lignes de rupture et ; (b) équilibre d'un élément isolé

En appliquant l'égalité des deux équations la transformation se trouve :

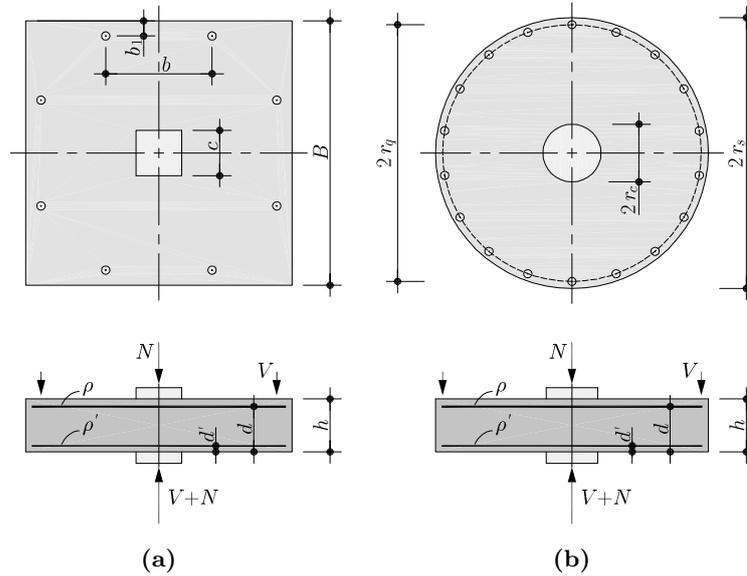
$$n_{y,r} + n_{y,t} \frac{r_s - r_c}{r_c} = n_{y,r} + n_{y,t} \frac{B - c}{c} \Rightarrow r_s = \frac{B}{c} r_c = \frac{B}{\sqrt{\pi}} \quad (4.118)$$

L'équation précédente montre que la transformation du rayon de la dalle est une conséquence de la transformation du rayon de la colonne. En autres termes, une dalle carré avec colonne ronde ne nécessite pas de transformation et donc, dans ce cas,  $r_s = B$ .

Pour les dalles de la série PG I et série PG IV, les dimensions réelles valent  $c = 0.26$  m et  $B = 1.00$  m. Donc, en appliquant la transformation les valeurs de  $r_c = 0.147$  m et  $r_s = 0.564$  m peuvent être calculées.

### 4.4.2 Transformation pour modèle de comportement flexionnel de la dalle

Dans la suite, la transformation pour des joints colonnes-dalle chargés par  $V$  est donnée. Cette transformation est logiquement aussi utile pour l'analyse des situation avec  $N > N_c$ . Dans ce cas, il faut considérer des facteurs de corrections, de la surface de la colonne et de l'effort de confinement, supplémentaires aussi décrits dans la suite. La figure 4.39 montre la géométrie de la dalle carrée ainsi que celle de la dalle axisymétrique correspondante.



**Fig. 4.39:** Géométrie des joints colonnes-dalle symétriques avec forces appliquées sur la dalle et sur les colonnes : **(a)** géométrie orthogonale et ; **(b)** géométrie axisymétrique

La transformation du rayon de la colonne  $r_c$  est faite pour que la contrainte de cisaillement, sur la section de contrôle soit la même sur les deux géométries pour une force  $V$  donnée. Ceci implique que la longueur du périmètre de contrôle soit maintenue constante lors de la transformation. Le rayon de la colonne est calculé donc par :

$$r_c = \frac{2}{\pi} c \quad (4.119)$$

Il est à noter que cette formule diffère de la transformation utilisée pour  $N$  et donc, dans les cas des joints chargés par  $V$  et  $N$ , il faut corriger les contraintes transversales à la dalle par un facteur  $\gamma_A$ , voir (4.113). Ce facteur est le rapport entre la surface de la colonne transformée et celle de la colonne originale et vaut donc :

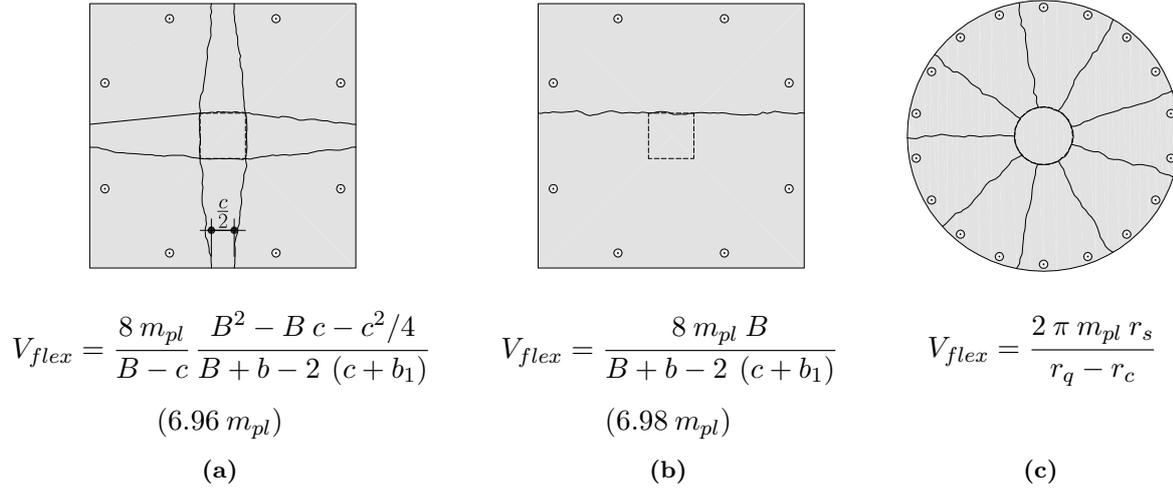
$$\gamma_A = \frac{r_c^2 \pi}{c^2} = \frac{4}{\pi} \cong 1.273 \quad (4.120)$$

Les dalles d'essais sont chargées par des forces ponctuelles appliquées à une certaine distance du centre de la dalle. Par définition, cette distance est gardée constante lors de la transformation. Donc, le rayon d'application de la force  $V$  appelé  $r_q$  est (voir figure 4.39) :

$$r_q = \sqrt{\left(\frac{B}{2} - b_1\right)^2 + \frac{b^2}{4}} \quad (4.121)$$

La dimension de la dalle  $r_s$  est par contre calculée en égalisant la force de plastification  $V_{flex}$  avant et après transformation pour le cas de  $N = 0$ . Ensuite, des coefficients de correction, avec le même esprit de  $\gamma_A$ , seront donnés afin de considérer correctement l'effort normal. La force ultime pour une dalle carrée est calculée selon le mécanisme plastique montré à la figure 4.40(b). Cette force doit être égale à celle du mécanisme d'une dalle circulaire, montré à la figure 4.40(c). De cette égalité, il faut mettre en évidence le rayon de la dalle  $r_s$  et ainsi, la relation qui décrit la transformation est trouvée :

$$\frac{2 \pi m_{pl} r_s}{r_q - r_c} = \frac{8 B m_{pl}}{B + b - 2 (c + b_1)} \quad \Rightarrow \quad r_s = \frac{4 B}{\pi} \frac{r_q - r_c}{B + b - 2 (c + b_1)} \quad (4.122)$$



**Fig. 4.40:** Mécanismes plastiques de flexion des dalles d'essais (valeur entre parenthèses  $V_{flex}$  calculé pour le géométrie et la distribution des forces des séries PG) : (a) pour une dalle carrée selon Guandalini et al. [Gua09]; (b) pour une dalle carrée avec une seule ligne de rupture [Gui07a] et; (c) pour une dalle circulaire [Nie99]

Les mécanismes plastiques montrés à la figure 4.40 sont calculés pour une dalle avec une armature isotrope. Dans ce cas, le mécanisme déterminant est le (a). Mais, si la différence de niveau entre les armature dans une direction par rapport à celles de l'autre direction est considérée, le mécanisme (b) peut devenir déterminant. En effet, la différence entre les deux forces ultimes est très réduite (0.3% pour la disposition des forces utilisée dans les séries PG) et elle est normalement inférieure à la différence entre la hauteur statique moyenne  $d$  et celle de l'armature le long de la direction faible  $d - \varnothing_s/2$  (3.8% pour les dalles PG avec  $\rho_{nom} = 0.75\%$ ). Ceci démontre qu'il est possible d'utiliser comme mécanisme déterminant celui montré à la figure 4.40(b).

Il est à noter que les deux dernières transformations sont valables pour des dispositions des forces sur la dalle similaires à celle des essais des séries PG. Pour d'autres dispositions des forces, il est nécessaire de recalculer, selon les mêmes principes utilisés ici, des nouvelles relations géométriques.

Dans le cas où le joint est chargé aussi sur la colonne supérieure il faut, comme déjà anticipé, introduire des facteurs de correction. Un premier facteur  $\gamma_A$  a déjà été décrit sur la base de la transformation de la dimension de la colonne en (4.120). Le deuxième facteur est attaché à la résultante des contraintes de confinement pour que la contribution sur la force de plastification  $V_{flex}$  reste égale. Pour ce faire, il suffit de multiplier les efforts engendrés par la contrainte de confinement, calculés dans les deuxièmes termes de (4.112), par  $\gamma_B$ . Cette même procédure a déjà été utilisée pour la construction du diagramme d'interaction  $V-N$ . Dans ce cas, la

multiplication des effets des efforts de confinement sur la dalle est à opérer pour le calcul des différents  $n_{lat,(i)}$  donnés à la section 4.2. Le facteur  $\gamma_B$  se trouve en comparant la valeur de la force de plastification dans le cas que  $N > f_c A_c$  pour la géométrie carrée à celle du même cas mais en géométrie circulaire. Donc :

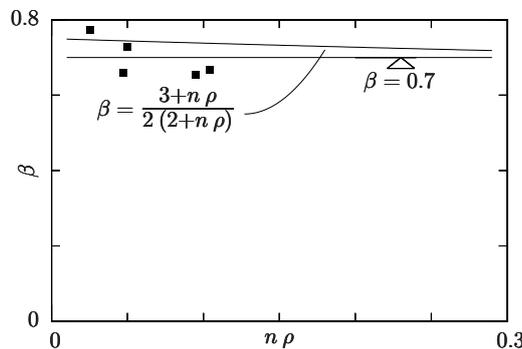
$$\gamma_B = \frac{c}{B} \frac{r_s}{r_c} \quad (4.123)$$

Pour les dalles de  $3.00 \times 3.00$  m des différentes séries PG, la transformation de géométrie donne les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} r_c &= 166 \text{ mm} & r_q &= 1505 \text{ mm} & r_s &= 1487 \text{ mm} \\ \gamma_A &= 1.273 & \gamma_B &= 0.779 \end{aligned}$$

### 4.4.3 Correction de la rigidité pour dalles armées par des nappes orthogonales

Les transformations géométriques sont basées sur des considérations de la charge de plastification sans se préoccuper de la rigidité des éléments. Néanmoins, dans une dalle carrée existent des zones fortement sollicitées par des moments de torsion, ou bien où les moments principaux sont tournés par rapport aux directions des armatures. Il est connu que la rigidité flexionnelle varie en fonction de l'angle entre les directions principales des moments et celle des armatures. Donc, une correction sur la rigidité flexionnelle de la section à l'état fissuré est nécessaire afin de considérer la rigidité à la torsion de la dalle. Guandalini [Gua06] a introduit cette correction avec un facteur  $\beta$  appliqué au module d'élasticité des armatures  $E_s$ . Déjà Kinnunen et Nylander [Kin60] avaient utilisé cette méthode de correction de la rigidité. Le facteur  $\beta$  considère le réel rapport entre la rigidité à la torsion et celle à la flexion après fissuration ainsi que la répartition des moments de flexion et de torsion sur l'ensemble de l'élément de dalle. Ce même principe est retenu pour le travail présent.



**Fig. 4.41:** Variation du facteur  $\beta$  selon le produit  $n \rho$  : dérivation selon Guandalini [Gua06] et ; valeurs trouvées sur la base des mesures expérimentales

Guandalini, dans son travail, a proposé une dérivation théorique de la valeur de  $\beta$ . Cette dérivation a montré que la valeur de  $\beta$  est fonction du taux d'armature  $\rho$  de la dalle. En effet, la formulation suivante a été dérivée :

$$\beta = \frac{3 + n \rho}{2 (2 + n \rho)}$$

où  $n$  est le rapport entre le module d'élasticité des armatures et celui du béton que normalement vaut  $n \cong 7$ . La figure 4.41 montre la variation du facteur  $\beta$  selon le produit du taux d'armature et du facteur  $n$  où il est bien visible que la variation de ce facteur est petite. C'est pour cette raison que la valeur de  $\beta = 0.7$  a été fixée constante pour tous les cas. Sur le diagramme de la figure 4.41 sont aussi reportés les valeurs nécessaires pour caler les courbes expérimentales de certaines dalles aux courbes calculées selon le modèle proposé. Ces points montrent clairement que la valeur générale de  $\beta = 0.7$  est appropriée, en raison aussi de la grande variation des valeurs mesurées, pour tous les cas.

Il est important de noter que le facteur  $\beta$  n'est pas lié à la géométrie de la dalle mais à la façon de disposer les armatures. En effet, même dans une dalle circulaire avec des armatures orthogonales, par exemple une partie de celles de la série de Kinnunen et Nylander [Kin60], les directions principales des moments ne correspondent pas aux directions des barres d'armature. Donc dans ce cas, la correction est nécessaire. Par contre, dans le cas que les armatures sont constituées par des anneaux (directions tangentielle) et des barres radiales le facteur  $\beta = 1.0$  doit être employé.



## 5 Théorie de la fissure critique et critère de rupture par poinçonnement

Au chapitre 2 les principes de la théorie de la fissure critique ont été décrits. En plus, une explication approfondie a été présentée pour le critère de rupture au poinçonnement, basé sur cette théorie, proposé par Muttoni. Dans ce chapitre une dérivation théorique de ce critère (dont la formulation actuelle est semi-empirique) est donnée. Cette dérivation est faite en quantifiant les différentes contributions, sur la résistance, considérées dans la théorie de la fissure critique.

La comparaison entre le critère proposé par Muttoni et les résultats des essais des séries PG, faite au chapitre 3, a montré que ce critère n'est pas applicable aux joints colonnes-dalle soumis à des forces sur les colonnes. Il est donc nécessaire de définir un nouveau critère qui permet de calculer la force de rupture par poinçonnement pour ces éléments structuraux. C'est dans ce chapitre que ce nouveau critère, appelé « généralisation du critère de rupture au poinçonnement », est défini.

Ensuite une approche simplifiée qui permet de calculer la force de rupture pour des joints colonnes-dalle avec des fortes sollicitations axiales est proposée. Cette approche porte sur une correction introduite dans l'estimation de l'ouverture de la fissure critique, afin de considérer la déformation engendrée par l'écrasement du béton de la dalle qui se trouve entre les deux colonnes, définie par le critère de rupture proposé par Muttoni.

Ce chapitre se termine avec une présentation de la construction du diagramme d'interaction  $V-N$  complet. En effet, la partie plastique du diagramme d'interaction, définie à la section 4.2, doit être complétée par l'éventualité de la rupture par poinçonnement. Cette partie du diagramme, se présente pour des forces sur les colonnes supérieure  $N$  entre 0 et une valeur limite qui dépend de plusieurs propriétés du joint.

### 5.1 Etude et validation de la théorie de la fissure critique

Les critères de rupture, à l'effort tranchant (one-way slab) et au poinçonnement (two-way slab), proposés par Muttoni [Mut03, Mut08a, Mut08b], sont basés sur la théorie de la fissure critique (CSCT). Ces critères ont été dérivés par une méthode semi-empirique. Ceci signifie que les bases théoriques des différents mécanismes résistants sont connues mais la formulation mathématique du critère est basée sur les résultats des essais.

Dans cette section le critère au poinçonnement est dérivé de façon théorique. Les résultats de ce travail permettent de valider la formulation du critère de poinçonnement et surtout de comprendre la contribution, sur la résistance totale, des différents mécanismes résistants.

Dans la présente section les mécanismes, à la base de la transmission de l'effort tranchant

sont décrits et quantifiés sur la base de modèles existants et, dans certains cas, modifiés pour mieux représenter le cas en question. Ensuite la cinématique au droit de la fissure critique est étudiée pour enfin être utilisée afin de dériver le critère comme étant l'effort maximal qui peut être transmis le long de la fissure critique pour une rotation de dalle donnée.

### 5.1.1 Transmission de l'effort tranchant sur les éléments fissurés

La résistance au poinçonnement, comme celle à l'effort tranchant dans les poutres, est influencée par l'état de fissuration engendré par les efforts de flexion. Ces types de ruptures sont contrôlés par la force maximale qui peut être transmise le long d'une fissure appelée « fissure critique » et dans les parties de béton non fissuré qui l'entourent. Il est donc nécessaire de déterminer les mécanismes qui permettent la transmission de l'effort tranchant à travers un élément en béton armé fissuré. Ce problème a été étudié depuis longtemps et ces mécanismes ont été cernés [Kan64]. Les principaux mécanismes de transmission dans un tel élément sans armatures transversales sont :

- la résistance résiduelle à la traction dans les fissures ;
- l'engrènement des granulats le long des lèvres des fissures ;
- la flexion des zones non fissurées ;
- l'effet goujon des barres d'armature.

L'importance des différents mécanismes par rapport à la force totale transmise est fonction du degré de fissuration et surtout de l'ouverture des fissures. Néanmoins, dans les éléments fissurés, les deux premiers mécanismes sont prédominants. Dans la suite du chapitre chaque mécanisme est décrit séparément et pour les deux mécanismes principaux les modèles pour l'analyse de la force transmise sont donnés.

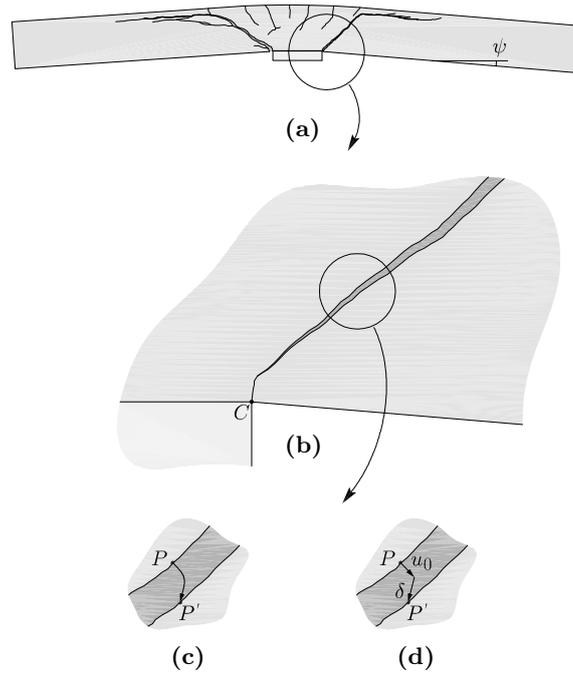
### 5.1.2 Géométrie et cinématique de la fissure critique

Dans cette section la géométrie ainsi que la cinématique de la fissure critique, relevée lors des essais au poinçonnement, sont décrites en se concentrant sur le moment directement précédent la charge de rupture. En effet, le critère de rupture décrit la transmission des forces à ce moment précis. L'analyse de la cinématique aux alentours de la zone critique est faite sur la base des mesures prises dans l'ensemble de la dalle étant donné que des mesures directes à l'intérieur de la dalle sont impossibles à réaliser en laboratoire. Les considérations faites permettent enfin de définir une géométrie et une cinématique idéalisées de la fissure critique qui seront utilisées afin de pouvoir appliquer les modèles qui quantifient la contribution des différents mécanismes résistants.

#### Cinématique globale de la dalle

La déformée d'une dalle symétrique sur une colonne, au dehors du cône de poinçonnement, peut être admise comme celle d'un corps rigide qui tourne au tour d'un point  $C$  comme indiqué à la figure 5.1(b). En réalité, ce point ne devrait pas se trouver au niveau de l'intrados de la dalle mais plutôt au niveau de l'axe neutre. Mais, comme il le sera montré dans la suite, au moment de la rupture par poinçonnement l'axe neutre des déformations radiales s'abaisse fortement. Comme l'intérêt de ce chapitre réside au moment où survient la rupture par poinçonnement, l'hypothèse de placer le centre de rotation  $C$  au niveau de la face inférieure est admissible.

En analysant les mesures de la déformée de la face supérieure et inférieure faites sur plusieurs essais de dalles, comme par exemple celles montrées à la figure 5.2, les réflexions suivantes



**Fig. 5.1:** Géométrie et cinématique d'une dalle du poinçonnement : (a) coupe de la dalle après poinçonnement avec le relevé des fissures ; (b) détail de la racine de la fissure critique avant le poinçonnement ; (c) cinématique réelle des deux lèvres de la fissure critique et ; (d) cinématique idéalisée

peuvent être déduites. La face inférieure montre une forte augmentation de la déformée, sur une section radiale, autour de la colonne, qui est due au fait qu'une translation le long des fissures est nécessaire pour mobiliser la résistance à l'effort tranchant. Sur la face supérieure, la translation se manifeste plus loin, à environ  $d$  depuis la projection du bord de la colonne. La translation indique que le centre de rotation se déplace vers l'intérieur de la dalle. Néanmoins, pour l'analyse de la cinématique sur la fissure critique, il est préférable de considérer séparément la rotation et la translation.

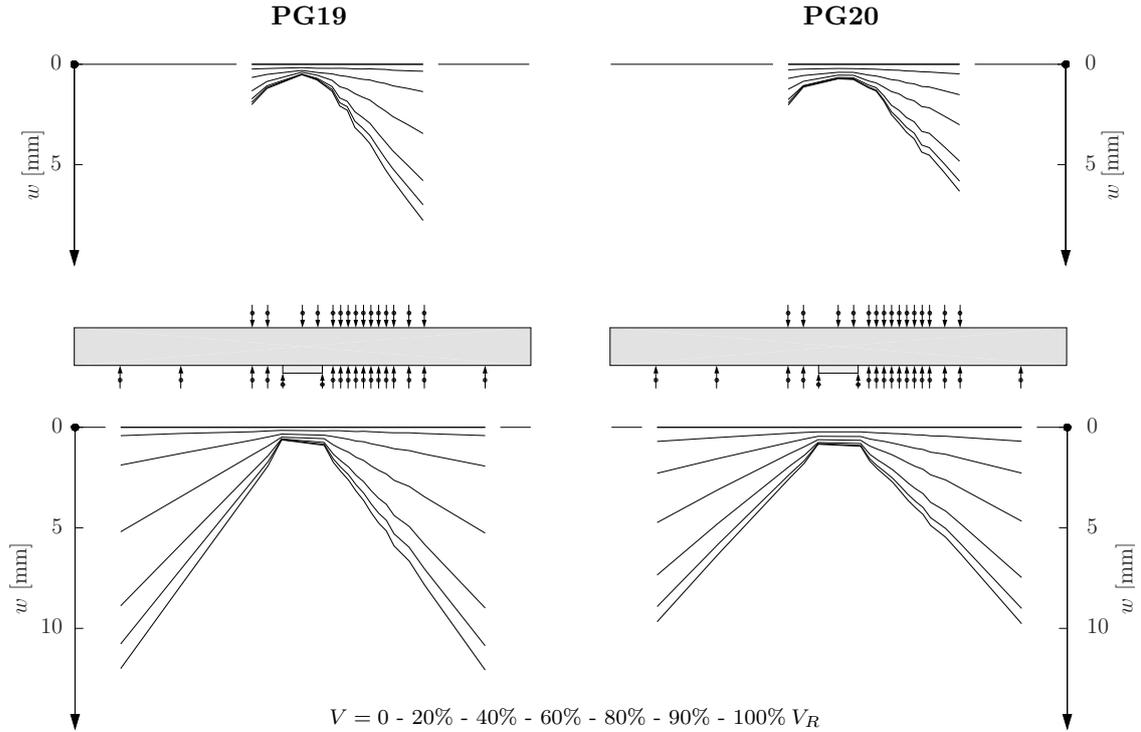
Il est connu depuis longtemps [Mut91] que, lorsque la charge sur la dalle se rapproche de la charge de poinçonnement, la compression radiale du béton de la face inférieure au droit de la colonne diminue fortement ; dans quelque cas des tractions ont été mesurées. A ce moment l'effort de traction dans les armatures radiales est équilibré par une augmentation de la compression tangentielle et, comme sera démontré dans la suite, par une compression qui traverse la fissure en activant l'engrènement des granulats. Il en suit que le béton, sur la surface inférieure, est presque complètement déchargé dans la direction radiale.

### Géométrie de la fissure critique

Sur la base des réflexions précédentes l'idéalisation du comportement de la dalle à proximité de la colonne est dérivée (voir figure 5.3(a)). Une série de  $n_{cr}$  fissures est présente entre  $r = 0$  et  $r = r_0$ , la rotation de la dalle au niveau de chaque fissure est identique et vaut :

$$\vartheta_{cr} = \psi/n_{cr} \quad (5.1)$$

où la rotation  $\psi$  est celle mesurée sur la dalle au delà du rayon  $r_0$  ; par contre, le nombre de fissures  $n_{cr}$  est estimé en calculant la distance minimale entre deux fissures  $s_{cr}$ . Cette distance



**Fig. 5.2:** Mesures des déplacements en surface des dalles d'essais au poinçonnement simple prises le long de l'axe faible [Gui10c]

est calculée selon Muttoni [Mut04] de la façon suivante :

$$s_{cr} = \frac{\varnothing_s h}{40 \rho d} \quad (5.2)$$

où  $\varnothing_s$  est le diamètre des armatures de flexion supérieures. Enfin le nombre de fissures  $n_{cr}$  est tout simplement calculé en divisant la longueur sur laquelle les fissures se développent par la distance entre fissures.

$$n_{cr} = \frac{r_0}{s_{cr}} \quad (5.3)$$

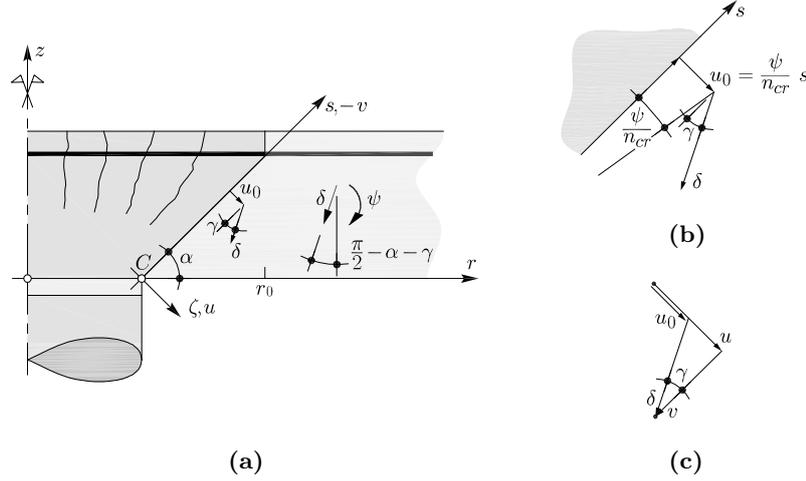
La fissure la plus extérieure est la « fissure critique » qui définit le cône de poinçonnement. C'est sur celle-ci qu'il est nécessaire de contrôler la capacité de transmission de l'effort tranchant. La fissure critique idéalisée commence sur le bord de la colonne et est dirigée avec un angle  $\alpha$  jusqu'à la face supérieure de la dalle. L'angle  $\alpha$  est choisi de sorte que la fissure touche l'armature supérieure à une distance  $r = r_0$  du centre de la dalle. Le bord inférieur étant atteint par la fissure inclinée, il en découle la disparition complète de la zone comprimée en direction radiale et donc la même hypothèse, décrite préalablement, à la base de la position imposée au centre de rotation de la dalle  $C$ . La valeur de  $r_0$  est choisie en accord avec le périmètre de contrôle utilisé dans le critère de rupture proposé par Muttoni soit :

$$r_0 = r_c + d \quad (5.4)$$

et ce choix impose aussi la valeur de l'angle  $\alpha = 45^\circ$ .

### Cinématique de la fissure critique

La partie qui suit décrit la trajectoire suivie, tout au long de la mise en charge, par un point  $P'$  qui se trouve sur le bord de la partie externe au cône par rapport au point  $P$



**Fig. 5.3:** Idéalisations du comportement de la zone de dalle proche de la colonne : (a) définition de la géométrie de la fissure critique et de la cinématique de la dalle à l'extérieur ; (b) définition de la cinématique de la fissure critique et ; (c) ouverture totale et translation sur la fissure critique

qui se trouve de l'autre côté du cône (voir figure 5.1(c)). Cette trajectoire, montrée à la figure 5.1(c), est composée par une contribution due à la flexion et par une translation. Cette translation est la même que celle qui se remarque sur la partie de dalle à l'extérieur du cône de poinçonnement et qui a été décrite précédemment. En effet à partir de la charge nécessaire à la formation de la fissure un déplacement perpendiculaire au plan de la fissure se manifeste. Ensuite, pour mobiliser la résistance au cisaillement nécessaire une première translation se produit. En augmentant la charge une ouverture supplémentaire s'ajoute à la précédente. Une translation supplémentaire est ainsi nécessaire pour compenser la réduction de la résistance due à l'augmentation de l'ouverture de la fissure et à l'augmentation de la charge. Chaque augmentation de charge produit cette cinématique de la fissure jusqu'à atteindre la charge de poinçonnement. À ce moment, la translation est incontrôlée et se produit selon une direction, définie par un angle  $\gamma$  par rapport au plan de la fissure.

L'idéalisation de cette cinématique peut être obtenue, au moment de la rupture par poinçonnement, par un déplacement  $u_0$  perpendiculaire à la fissure, lié à la flexion, et un déplacement successif  $\delta$  qui modélise la translation (voir 5.1(d)). De même que dans la cinématique réelle, la direction du vecteur  $\delta$  est donnée par l'angle  $\gamma$  déjà défini préalablement. Étant donné que la rotation sur la fissure critique  $\vartheta_{cr}$  est une fraction de la rotation de la dalle et que le centre est représenté par le point  $C$ , il est possible de quantifier l'ouverture initiale de cette fissure de la façon suivante :

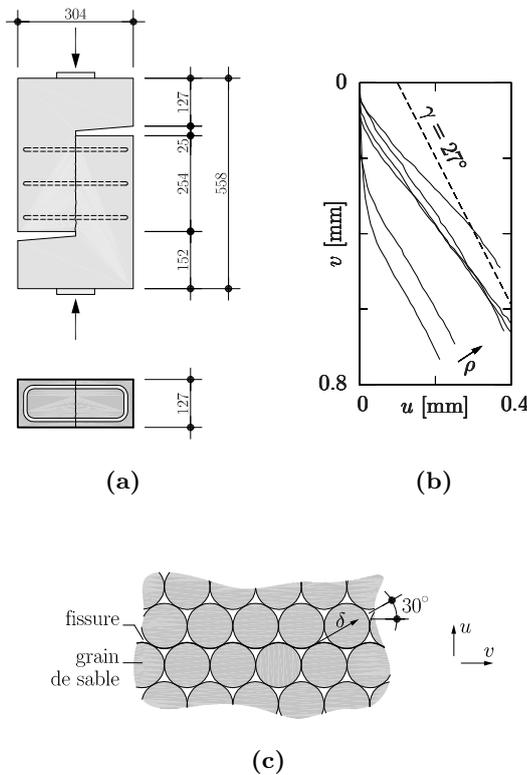
$$u_0(s) = \vartheta_{cr} s = \frac{\psi}{n_{cr}} s \quad (5.5)$$

La figure 5.3(c) montre les vecteurs déplacement qui définissent l'ouverture  $u$  et le glissement  $v$  en un point qui se trouve sur la fissure critique à une distance  $s_i$  du centre de rotation. Les intensités de ces deux déplacements relatifs sont définies à partir de l'ouverture initiale  $u_0$ , de la translation  $\delta$  et de l'angle  $\gamma$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} u &= u_0 + \delta \sin \gamma \\ v &= \delta \cos \gamma \end{aligned} \quad (5.6)$$

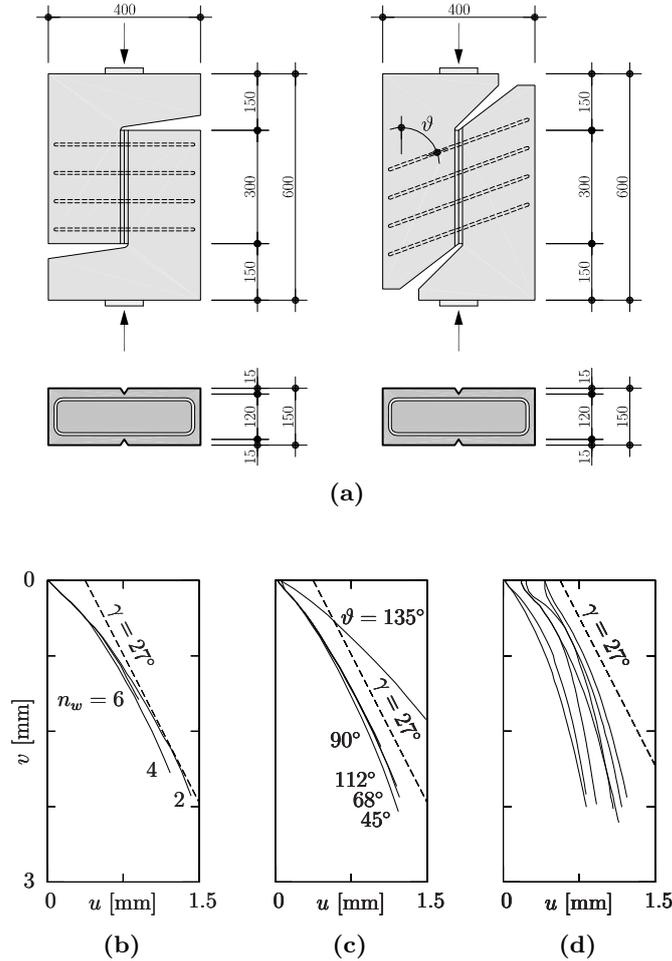
L'angle  $\gamma$  représente l'asymptote de la trajectoire réelle et est choisi sur la base de considérations liées à l'angle de dilatance. Selon Mattock [Mat74] cet angle est contrôlé par les

granulats qui glissent les un sur les autres et plus particulièrement par les fractions granulaires dans l'ordre de grandeur de l'ouverture de la fissure  $u$ . En considérant que ces granulats sont des sphères parfaites il est possible de définir que le déplacement se fait, comme montré à la figure 5.4(c), avec un angle de  $30^\circ$  par rapport au plan de la fissure. Ceci est en accord avec les mesures expérimentales faites sur des échantillons, comme celui montré en figure 5.4(a), armées avec différents taux d'armature et avec une ouverture initiale d'environ 0.25 mm. Ces essais, appelés de push-off, permettent de solliciter la fissure par un effort de cisaillement et d'équilibrer les contraintes normales par des traction sur les armatures. Lors des essais des mesures de l'ouverture de la fissure  $u$  et du glissement  $v$  ont été prises et sont montrées à la figure 5.4(b).



**Fig. 5.4:** Essais de push-off de Mattock [Mat74] : **(a)** géométrie des échantillons ; **(b)** courbes ouverture de la fissure glissement  $u-v$  pour différentes quantités d'étriers qui traversent la fissure  $\rho = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$  et  $2.4\%$ ,  $f_c = 28$  MPa et  $d_g = 16$  mm et ; **(c)** modèle physique pour la direction du mouvement en considérant les fractions fines comme des sphères

Cette série montre que la quantité d'armature qui traverse la fissure n'influence que légèrement la direction du mouvement. Cette direction est représentée par la pente de la courbe  $u-v$  dans la zone où il y a un contact entre les deux lèvres de la fissure, soit sur la deuxième partie droite de la courbe. Néanmoins, d'autres paramètres comme l'ouverture initiale de la fissure, la granulométrie des granulats ainsi que la direction entre la fissure et les armatures pourraient influencer cette direction de mouvement. C'est pour mesurer l'influence de ces paramètres que Walraven [Wal80, Wal81b] a conduit une série d'essais sur des échantillons comme ceux montrés dans la figure 5.5(a). Malgré des différences de forme entre les échantillons des différentes séries, les dimensions des zones testées, par les forces de cisaillement, sont les mêmes pour tous les essais. Les déplacements mesurés lors des essais sont montrés à la figure 5.5 où il est possible de voir qu'aucun de ces paramètres influence l'angle de gonflement de manière significative.



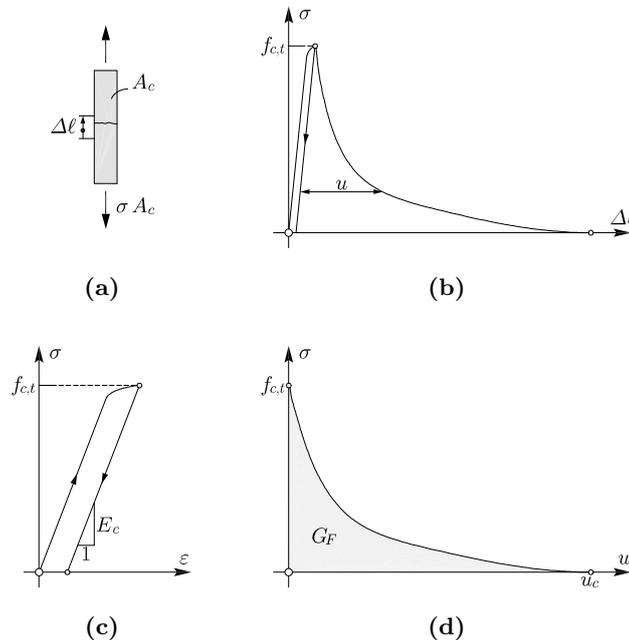
**Fig. 5.5:** Essais de push-off de Walraven [Wal80, Wal81b] : (a) géométrie des échantillons; (b) courbes ouverture de la fissure  $u-v$  pour les essais avec différentes quantités d'étriers (nombre d'étriers  $\text{Ø}8$  mm qui traversent la fissure,  $f_{c,cube} = 38.2$  MPa et  $d_g = 32$  mm); (c) pour différentes inclinaisons entre les étriers (2  $\text{Ø}8$  mm) et la fissure,  $f_{c,cube} = 34.2$  MPa et  $d_g = 16$  mm et; (d) pour différentes ouvertures initiales de la fissure,  $f_{c,cube} = 37.6$  MPa et  $d_g = 16$  mm (ces essais sont démunis d'étriers mais sont tenus par un cadre extérieur)

Sur la base des séries d'essais montrées préalablement une valeur constante pour tous les cas fixée à  $\gamma = 27^\circ$  est proposée comme direction de la translation pour la dérivation théorique du critère de rupture au poinçonnement. Ceci confirme aussi la valeur de  $30^\circ$  trouvée avec le modèle à sphères de diamètre constant de Mattock et démontre l'effet de la présence de la pâte de ciment sur l'angle de glissement. En effet, les granulats sont en majorité séparés entre eux par la pâte et ainsi, la valeur de l'angle de glissement est diminuée. Cette diminution dépend de la quantité de pâte de ciment par rapport aux granulats et donc pour des bétons autocompactants peut être sensiblement différente de celle définie sur la base des essais. Dans le même esprit, une valeur différente est à attendre pour des béton avec granulats légers du fait qu'il se cassent lors du déplacement en donnant lieu à une fissure moins rugueuse. La valeur imposée de l'angle de glissement pour les bétons ordinaires est reportée sur les graphiques des résultats des essais de push-off montrés aux figures 5.4 et 5.5 avec une ligne traitillée. Il est possible de voir que cette ligne représente bien la pente du tronçon considéré de la cinématique de la fissure pour tous les essais. D'autres séries d'essais plus récents [Mil84, Man08] montrent aussi une pente de glissement en accord avec cette proposition pour toutes les configurations.

### 5.1.3 Analyse de la résistance à la traction résiduelle

Le comportement d'un élément en béton sollicité à la traction présente une phase élastique linéaire quand la contrainte est inférieure à la résistance à la traction  $f_{c,t}$ . Au moment où la contrainte atteint la valeur  $f_{c,t}$ , une fissure se forme. Dans le cas que la mise en charge est contrôlée en déformation, la contrainte que l'élément peut supporter diminue avec l'augmentation de l'ouverture de la fissure  $u$ . En continuant à déformer l'élément, les deux parties se désolidarisent au bout d'un certain temps. A partir de ce moment aucune contrainte ne peut être appliquée. Ce comportement est résumé dans les courbes de la figure 5.6 : la première courbe montre la phase élastique linéaire jusqu'à la formation de la fissure et la deuxième courbe indique la diminution de résistance en fonction de l'ouverture de la fissure. Cette deuxième phase est dite adoucissante.

Ce comportement est en accord avec la proposition faite par Hillerborg [Hil83] sur la zone de propagation de la rupture (Fracture Process Zone : FPZ). Ce modèle sépare un élément en béton en trois parties : une première où le béton est dans un état sain sans aucun endommagement (continuum) ; ensuite une zone sur laquelle des microfissures ainsi qu'une fissure relativement fermée sont présentes (FPZ) et enfin la zone avec fissure ouverte (true crack). Au niveau de la deuxième zone deux différentes situations se présentent : une partie où la présence de microfissures réduit la résistance à la traction et une partie où la fissure est déjà formée mais les lèvres sont encore engrenées une dans l'autre en garantissant une certaine résistance. La phase adoucissante se manifeste bien dans cette deuxième zone.



**Fig. 5.6:** Essai d'un tirant en béton : (a) principe de l'essai ; (b) courbe contrainte déplacement mesuré au tour de la fissure  $\sigma-\Delta\ell$  ; (c) courbe contrainte déformation dans le béton non-fissurée  $\sigma-\varepsilon$  et ; (d) courbe contrainte ouverture de la fissure  $\sigma-u$

Dans la littérature il est possible de trouver plusieurs modèles qui permettent de décrire la phase adoucissante du béton tendu. Pour cette étude le modèle proposé par Hordijk [Hor91, Hor92] a été retenu en raison de la bonne corrélation avec le comportement réel des bétons à résistance normale et du nombre limité de paramètres utilisés. Ce modèle, comme la majorité des autres modèles, donne une loi pour l'estimation de l'énergie dissipée dans l'ouverture de la fissure  $G_F$  (appelée « énergie de fissuration »), voir figure 5.6d, et propose ensuite une fonction

pour caler au mieux la courbe  $\sigma-u$ . En effet, ces deux grandeurs imposés il est possible de trouver la valeur de  $u_c$  pour un  $f_{c,t}$  donné en égalisant l'aire sous la courbe à l'énergie de fissuration.

L'énergie de fissuration dépend de plusieurs paramètres ; les plus importants sont : la résistance de la pâte de ciment qui est admise fonction de la résistance à la compression du béton et de la courbe granulométrique des granulats. En effet, comme il l'a été expliqué par la FPZ, après la formation de la fissure, la résistance résiduelle à la traction est garantie par les granulats qui affleurent la fissure. L'énergie de fissuration est calculée selon la formule proposée par le MC-90 [MC90] donnée ci de suite :

$$G_F = G_{F,0} \left( \frac{f_c}{f_{c0}} \right)^{0.7} \quad (5.7)$$

avec :

$$f_c \leq 80 \text{ MPa}$$

$$f_{c0} = 10 \text{ MPa}$$

et  $G_{F0}$  est donné en fonction de la taille maximale des granulats comme montré dans le tableau 5.1.

$d_g$ [mm]	8	16	32
$G_{F,0}$	0.02	0.03	0.058

**Tab. 5.1:** Valeurs de  $G_{F,0}$  selon la taille maximale des granulats

La courbe du comportement adoucissant est donnée, selon Hordijk, par l'équation suivante :

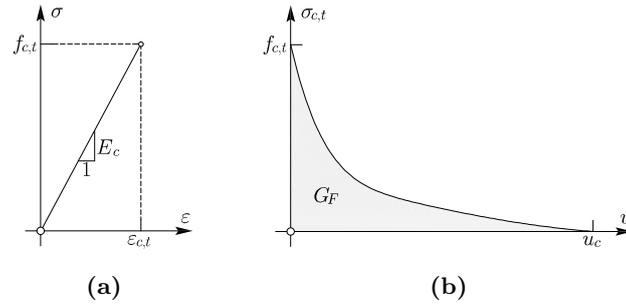
$$\sigma_{c,t} = f_{c,t} \left[ 1 + \left( c_1 \frac{u}{u_c} \right)^3 \right] e^{-c_2 u/u_c} - \frac{u}{u_c} (1 + c_1^3) e^{-c_2} \quad (5.8)$$

avec les valeurs suivantes des constantes du modèle  $c_1 = 3.0$  et  $c_2 = 6.93$ .

L'ouverture de la fissure pour laquelle il n'est plus possible de transmettre des contraintes de traction  $u_c$  est calculée, pour les constantes  $c_1$  et  $c_2$  préalablement données, par :

$$u_c = 5.14 \frac{G_F}{f_{c,t}} \quad (5.9)$$

L'allure du comportement adoucissant donnée par ce modèle est montrée à la figure 5.7(b). Ce comportement sera utilisé dans la suite afin de décrire la contrainte qui est transmise, par ce mécanisme résistant, le long de la fissure critique modélisée selon les indications de la section 5.1.2, bien que le modèle proposé ici considère un déplacement entre les deux lèvres de la fissure exclusivement perpendiculaire au plan de la fissure. L'ouverture  $u$  considérée dans la procédure de dérivation du critère de rupture est calculée à l'aide de la formule (5.6). Il en suit donc que l'effet de la translation parallèle au plan de la fissure  $w$  sera négligée. Ceci poserait des problèmes lorsque  $w$  est grand par rapport à  $u$  ; mais comme il sera montré dans la section 5.1.6, la contribution de ce mécanisme n'est déterminante que dans les cas où l'ouverture initiale est petite (petites rotations de la dalle). Dans ces cas la rupture survient avec des translation presque nulles et donc la négligence expliquée préalablement est acceptable.



**Fig. 5.7:** Modélisation du comportement du béton tendu : **(a)**  $\sigma$ - $\varepsilon$  dans la phase non-fissurée et ; **(b)**  $\sigma_{c,t}$ - $u$  dans la phase d'ouverture de la fissure

### 5.1.4 Analyse de l'engrènement des granulats

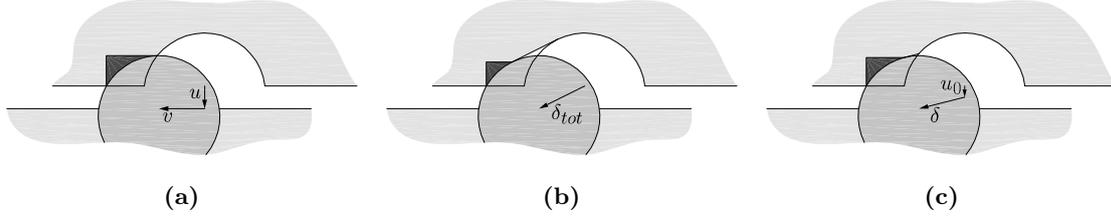
En 1981 Walraven [Wal81a] propose un modèle mathématique pour le calcul des contraintes de cisaillement et normales qui se développent le long d'une fissure qui subie un glissement relatif entre les deux lèvres  $v$  tout en gardant une ouverture initiale imposée  $u$ . En 2003 Ulaga [Ula03, Ula07] modifie les résultats de Walraven en utilisant une cinématique différente. La cinématique considérée par Ulaga présente un déplacement relatif  $\delta_{tot}$  entre les deux lèvres de la fissure, initialement complètement fermée, qui forme un angle  $\gamma$  par rapport au plan de la fissure. Cependant, aucune des cinématiques existantes ne représente de façon satisfaisante celle de la fissure critique décrite préalablement. En effet, la cinématique proposée par Walraven ne considère pas l'inclinaison du glissement (angle  $\gamma$ ) qui est par contre considérée dans celle de Ulaga. Néanmoins, cette deuxième cinématique néglige l'effet de la flexion qui impose une ouverture initiale de la fissure. Afin de représenter au mieux la cinématique de la fissure critique décrite, une nouvelle formulation de ce modèle d'engrènement des granulats, qui considère l'ouverture initiale de la fissure et le glissement successif le long d'un angle  $\gamma$ , est proposée.

#### Modèle d'engrènement proposé

La résistance de chaque granulat qui affleure la fissure pour une ouverture  $u$  donnée peut dépendre de l'histoire des déplacements relatifs des lèvres de la fissure. Pour que ceci soit vrai il n'est pas nécessaire d'être en présence de déplacements cycliques. En considérant par exemple les trois différents chemins, montrés à la figure 5.8, parcourus par le même granulat pour arriver aux trois couples de déplacements  $u$  et  $v$  identiques. Il est facilement démontrable que la surface de contact entre les deux parties de la fissure est sensiblement différente pour chacun des trois cas. En effet, le granulat en se déplaçant plastifie la pâte de ciment qui l'entourait tout en changeant la géométrie ce qui implique que pour connaître les contraintes, qui sont proportionnelles à la surface de contact, il est nécessaire de connaître les déplacements précédemment imposés au granulat.

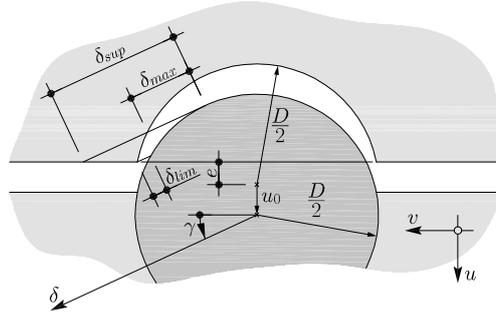
Comme il l'a déjà été expliqué (voir section 5.1.2) la cinématique qui suit la fissure critique dans le cas du poinçonnement peut être idéalisée par une ouverture initiale de la fissure appelée  $u_0$  et un déplacement successif  $\delta$  le long d'un axe incliné d'un angle  $\gamma$  par rapport à la fissure, voir figure 5.9. La première grandeur représente l'effet de la flexion et la deuxième est égale à la translation subie par la dalle, à l'extérieur du cône de poinçonnement. Cette translation est nécessaire afin de mobiliser la résistance qui garantie l'équilibre des forces verticales.

Même si la cinématique considérée est définie par  $u_0$ ,  $\delta$  et l'angle  $\gamma$ , il est préférable de



**Fig. 5.8:** Surface de contact pour trois différentes historiques de déplacement : (a) cinématique considérée par Walraven ; (b) cinématique considérée par Ulaga et ; (c) cinématique du modèle proposé

développer des parties du modèle en termes des déplacements perpendiculaires et parallèles à la fissure  $u$  et  $v$ . En effet, la cinématique parcourue par un granulat est complètement décrite en donnant trois des cinq grandeurs suivantes :  $u$ ,  $u_0$ ,  $v$ ,  $\delta$  et  $\gamma$ . Les deux autres grandeurs peuvent être déduites en résolvant le système d'équation (5.6).



**Fig. 5.9:** Géométrie d'un granulat idéalisé le long de la coupe analysée et définition de la cinématique

Tous les développements faits par Walraven [Wal80, Wal81a] pour calculer le nombre attendu de granulats coupés sur un cercle de diamètre  $D$  qui se trouvent sur la droite de la fissure et la densité de probabilité que ces granulats dépassent la fissure d'une certaine valeur  $D/2 - e$  restent valables et sont rappelés en (5.10) et (5.11). Par contre tout ce qui concerne la géométrie de la zone de contact, ainsi que tous les limites géométriques sont à revoir. Dans la suite les concepts théoriques ainsi que les développements mathématiques sont expliqués.

$$n(D) = \frac{4 p_k}{D^2 \pi} \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \left( \frac{D}{d_g} \right)^{\beta_i} \quad (5.10)$$

$$p(e) = \frac{2}{D} \quad (5.11)$$

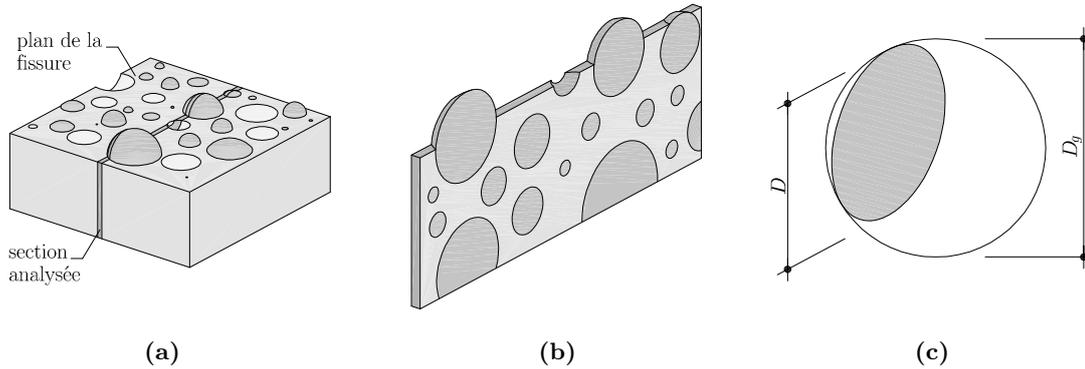
où la probabilité qu'un point se trouve dans un granulat  $p_k$  est le rapport entre le volume des granulats et le volume total (granulat et pâte de ciment). La deuxième probabilité (5.11) considère que le centre des différents granulats n'est pas toujours positionné au niveau du plan de la fissure. Donc il faut considérer un enfoncement  $e$  de chaque granulat par rapport au plan de la fissure, comme montré à la figure 5.9. La valeur de l'enfoncement est bornée entre 0 et  $D/2$ ; en effet, il est imposé que le granulat, une fois que la fissure s'est formée, reste attaché à la partie dans laquelle se trouve son centre.

Pour atteindre une précision suffisante il est nécessaire d'utiliser les premiers sept constantes  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  données au tableau 5.2; ces constantes découlent de la résolution de la série hypergéométrique standard.

$i$	1	2	3	4	5
$\alpha_i$	0.53916	-0.21429	-0.06818	-0.03750	-0.02467
$\beta_i$	0.5	4	6	8	10
$i$	6	7	8	9	...
$\alpha_i$	-0.01783	-0.01367	-0.01092	-0.00337	...
$\beta_i$	12	14	16	18	...

**Tab. 5.2:** Constantes de la série hypergéométrique standard

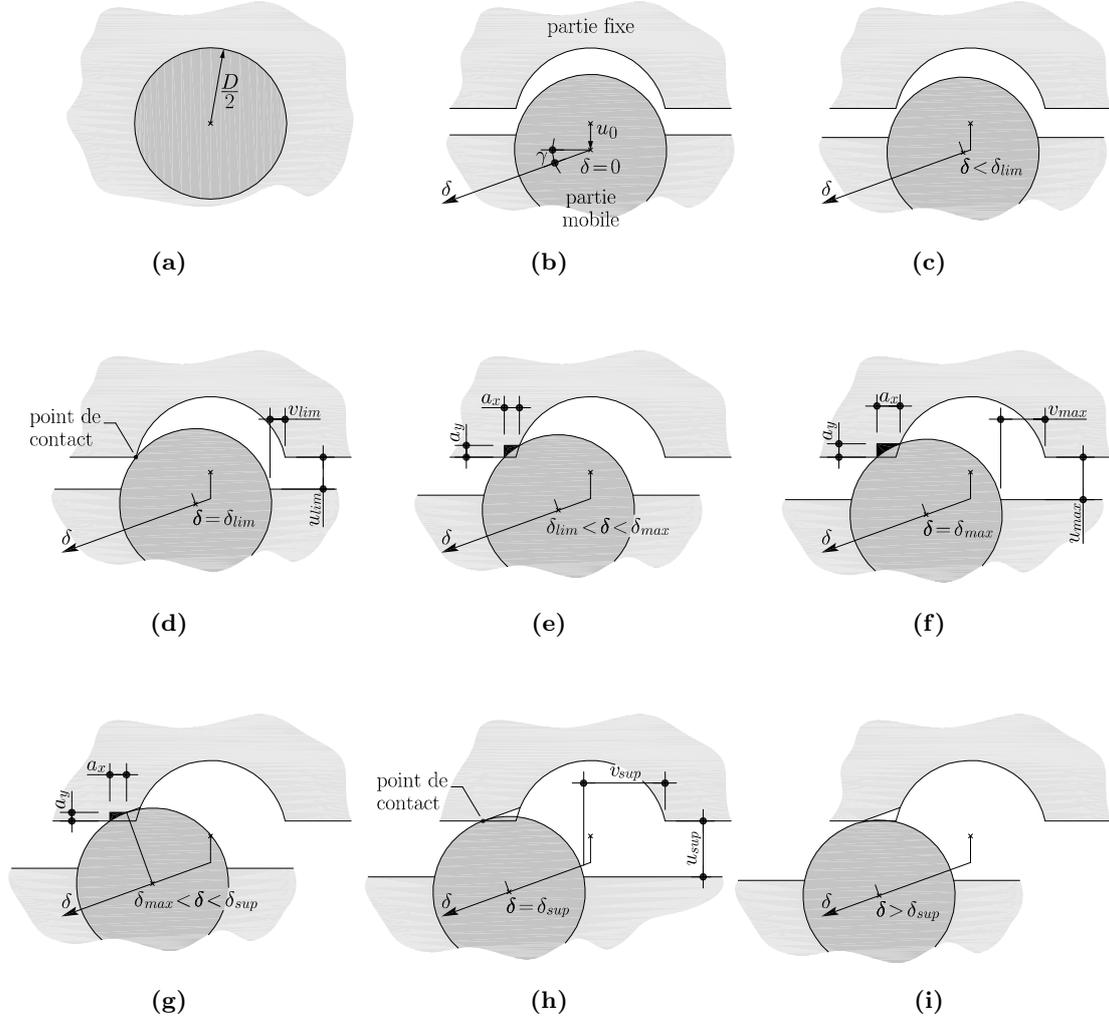
Il est important de rappeler que le diamètre  $D$  n'est pas le diamètre de la sphère qui idéalise le granulat, qui vaut par contre  $D_g$ , mais le diamètre du cercle coupé par la section analysée, comme montré à la figure 5.10. Néanmoins, par souci de simplicité pour la suite, le diamètre du cercle sur la coupe du granulat sera appelé diamètre du granulat.



**Fig. 5.10:** Plan de la fissure avec les granulats qui affleurent : **(a)** élément délimité vers le haut par une fissure et définition de la section type analysée ; **(b)** vue de la section analysée et ; **(c)** définition du diamètre du granulat  $D_g$  et du diamètre du cercle coupé par la section analysée  $D$

La contribution individuelle d'un granulat est analysée pour les différents cas montrés en figure 5.11. Chaque cas fait référence à une phase différente dans laquelle un granulat se trouve quand le déplacement  $\delta$  varie entre 0 et  $\infty$ . Une fois la fissure formée, un déplacement perpendiculaire  $u_0 > 0$  est imposé comme montré à la figure 5.11(b). Ensuite, un premier déplacement incliné  $\delta$  est fait et si ce déplacement est assez petit, par rapport à  $u_0$ , tous les granulats se trouvent dans la phase de « non-contact » (voir figure 5.11(c)). En augmentant le déplacement, certains granulats, les plus grands, se mettent en contact avec l'autre côté de la fissure. Pour un certain déplacement, ce contact se fait dans un seul point comme montré à la figure 5.11(d). A partir de ce moment, chaque déplacement supplémentaire impose une déformation plastique à la pâte de ciment due à la présence du granulat attaché sur l'autre côté. Ces déformations plastiques, comme sera montré dans la suite, engendrent des forces qui contrastent le déplacement. Dans une première phase, la surface de contact entre les deux lèvres de la fissure augmente avec l'augmentation du déplacement  $\delta$  ; cette phase est nommée de « contact croissant » (voir figure 5.11(e)). Ensuite, à un certain  $\delta$  la phase de « contact décroissant » est atteinte. Dans cette phase, les granulats, en commençant par ceux de plus petite taille, se déplacent en laissant une bosse vide derrière eux comme montré à la figure 5.11(g). Enfin, à un certain déplacement les deux côtés de la fissure ne se touchent que dans un point (voir figure 5.11(h)). A partir de ce déplacement, commence la phase dite

de « éloignement » indiquée en figure 5.11(i) où les deux parties de la fissure s'éloignent sans plus se toucher.



**Fig. 5.11:** Analyse des phases caractéristiques d'un granulat le long du déplacement  $\delta$  : (a) état initial avant la formation de la fissure ; (b) ouverture initiale de la fissure ; (c) déplacement dans la phase de « non-contact » ; (d) premier point de contact ; (e) déplacement dans la phase de « contact croissant » ; (f) point de « contact maximal » ; (g) déplacement dans la phase de « contact décroissant » ; (h) dernier point de contact et ; (i) déplacement dans la phase de « éloignement »

Les différences par rapport au modèle de Walraven [Wal80] se trouvent dans la phase de contact décroissant et celle d'éloignement. En effet, dans le modèle original la surface de contact entre les deux parties de la fissure augmente en continu avec l'augmentation de  $v$ , pour enfin plafonner à la valeur maximale. Pour cette raison, le modèle de Walraven donne un comportement parfaitement plastique (voir section 2.5).

Les quatre phases décrites précédemment sont bornées par trois points caractéristiques : la phase de non-contact est présente de  $\delta = 0$  à  $\delta_{lim}$  ; la phase de contact croissant entre  $\delta_{lim}$  et  $\delta_{max}$ , qui définit le point de « contact maximal » ; enfin la phase de contact décroissant termine à  $\delta_{sup}$  pour laisser place à la phase d'éloignement. Ces trois grandeurs ( $\delta_{lim}$ ,  $\delta_{max}$  et

$\delta_{sup}$ ) sont géométriquement définies à la figure 5.9 et elles sont calculées comme suit :

$$\delta_{lim} = \cos \gamma \sqrt{\frac{D^2}{4} - e^2} - \sin \gamma (u_0 + e) - \sqrt{\omega} \quad (5.12)$$

$$\delta_{max} = \sqrt{u_0 \cos \gamma (D - u_0 \cos \gamma)} - u_0 \sin \gamma \quad (5.13)$$

$$\delta_{sup} = \frac{D}{2} \cot \gamma - (u_0 + e) \csc \gamma \quad (5.14)$$

où  $\omega$  vaut :

$$\omega = \cos^2 \gamma \left[ \frac{D^2}{4} - u_0 (u_0 + 2e) \right] + e^2 (2 \sin^2 \gamma - 1) - 2 \cos \gamma \sin \gamma \sqrt{\frac{D^2}{4} - e^2} (u_0 + e)$$

Il est encore nécessaire d'écrire ces relations en utilisant les termes de  $u$  et  $v$ . En effet, comme déjà anticipé pour le développement du modèle, au lieu de travailler avec les déplacements caractéristiques  $\delta$ , il est préférable les exprimer en fonction de l'ouverture de la fissure  $u$  et du glissement  $v$ . Ces deux dernières grandeurs dépendent du déplacement  $\delta$ , il en suit que  $u_{lim}$  et  $v_{lim}$  sont respectivement l'ouverture de la fissure et la translation pour  $\delta_{lim}$  et ainsi de suite pour les autres déplacement caractéristiques. Les relation qui relie ces grandeurs sont données en (5.12a), (5.13a) et (5.14a) pour un granulats de diamètre  $D$  et d'enfoncement  $e$  montré à la figure 5.9.

$$v_{lim} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{D^2 - 4e^2} - \sqrt{D^2 - 4(u_{lim} + e)^2} \right] \quad (5.12a)$$

$$v_{max} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{D^2 - (D \cos \gamma - 2u_{max})^2} - D \sin \gamma \right] \quad (5.13a)$$

$$v_{sup} = \frac{D \cos \gamma - 2(u_0 + e)}{2 \tan \gamma} \quad (5.14a)$$

Les surfaces de contact projetées sur les axes  $x$  et  $y$ , nommées  $a_x$  et respectivement  $a_y$  (voir figure 5.11 et 5.14(a)), sont données par les relations suivantes :

**pour  $0 < \delta < \delta_{lim}$  :** (phase de non-contact)

$$a_x = a_y = 0$$

**pour  $\delta_{lim} < \delta < \delta_{max}$  :** (phase de contact croissant)

$$a_x = \frac{1}{2} \left[ v - \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{D^2 - (u^2 + v^2)} + \sqrt{D^2 - 4(e + u)^2} \right] \quad (5.15)$$

$$a_y = \frac{v}{2\sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{D^2 - u^2 - v^2} - \frac{u}{2} - e$$

**pour  $\delta_{max} < \delta < \delta_{sup}$  :** (phase de contact décroissant)

$$a_x = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 - 4(e + u)^2} - \frac{D}{2} \sin \gamma \quad (5.16)$$

$$a_y = \frac{D}{2} \cos \gamma - (e + u)$$

pour  $\delta > \delta_{sup}$  : (phase d'éloignement)

$$a_x = a_y = 0$$

Étant donné qu'à chaque phase correspond une formulation différente des zones de contact, il est nécessaire de connaître la phase dans laquelle un granulat de diamètre  $D$  et d'enfoncement  $e$  se trouve quand un déplacement, décrit par trois des suivantes grandeurs  $u$ ,  $u_0$ ,  $v$ ,  $\delta$  et  $\gamma$ , est imposé. Pour ceci, les trois étapes montrées à la figure 5.12 sont à suivre. Il faut d'abord distinguer deux cas différents (cas A et cas B) lesquels dépendent, comme montré dans la suite, seulement des grandeurs cinématiques. Ensuite, un triage des différents granulats est fait sur la base de leur diamètre et enfin les granulats de même diamètre sont de nouveau triés sur la base de leur enfoncement.

La première étape est à faire explicitement une fois le déplacement imposé, par contre les deux autres sont « cachées » dans le modèle sous forme de limites d'intégration. En effet, le triage sur la base des diamètres est fait au moment du choix des limites d'intégration pour l'équation (5.26) ; par contre, les limites introduites dans (5.23) décrivent le dernier triage.

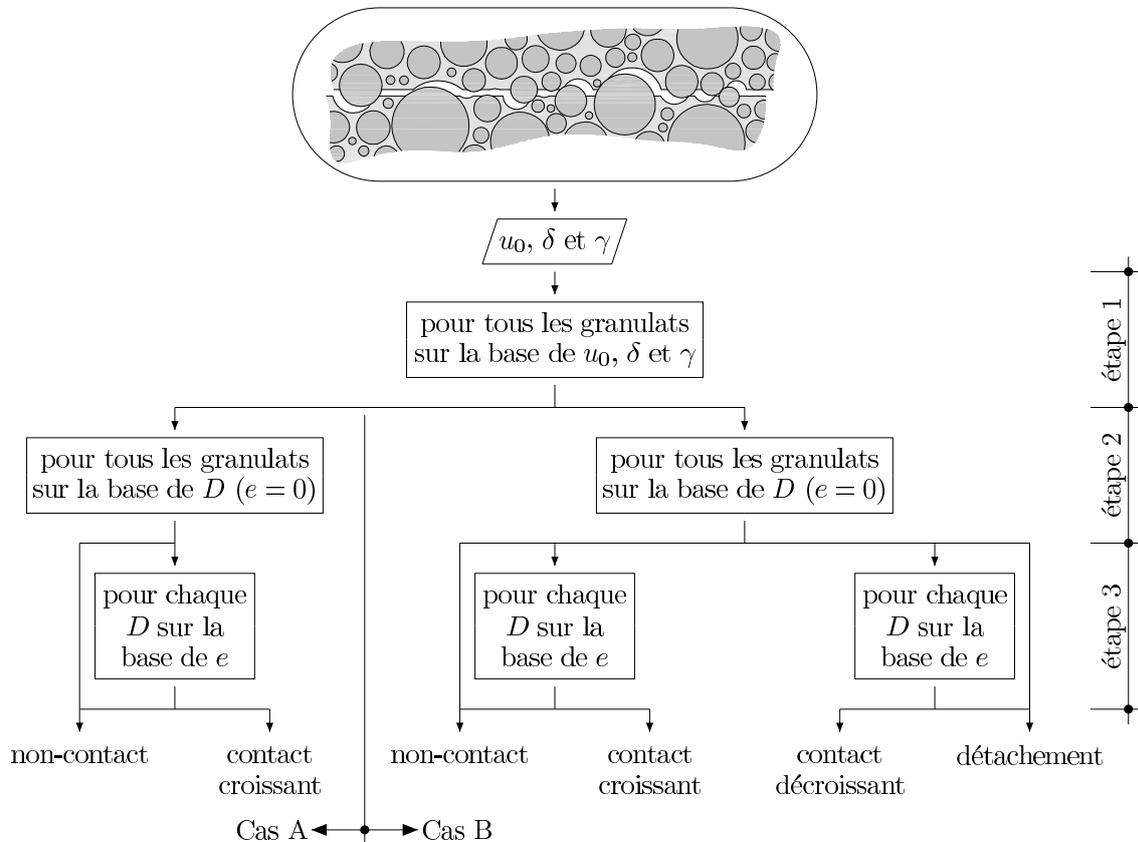


Fig. 5.12: Étapes nécessaires au triage des granulats de différent diamètre et enfoncement dans les différentes phases

En résolvant les équations (5.12a), (5.13a) et (5.14a) par rapport aux diamètres après avoir introduit  $e = 0$  les expressions des trois diamètres caractéristiques, nécessaires au triage des granulats, sont trouvées. Le diamètre  $D_1$  est tiré de (5.12a), le  $D_2$  de (5.13a) et enfin  $D_3$

de (5.14a).

$$D_1 = \frac{u^2 + v^2}{v} \leq d_g \quad (5.17)$$

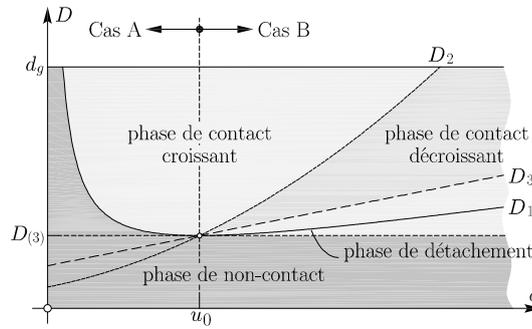
$$D_2 = \frac{u^2 + v^2}{u \cos \gamma - v \sin \gamma} \leq d_g \quad (5.18)$$

$$D_3 = 2 \frac{v \tan \gamma + u_0}{\cos \gamma} \leq d_g \quad (5.19)$$

La figure 5.13 montre l'évolution des différents diamètres caractéristiques le long du déplacement  $\delta$ . Sur la base de cette figure, il est possible de distinguer la limite entre deux différents cas, nécessaire pour la première distinction décrite précédemment :

**Cas A :** Entre 0 et  $\delta = u_0$  où seulement les phases de non-contact et de contact croissant sont présentes. En effet le diamètre  $D_2$  qui indique la position de contact maximal est plus petit que  $D_1$ , position du début de contact, et ceci n'a aucun sens physique.

**Cas B :** Pour des  $\delta > u_0$ , cas dans lequel les quatre phases peuvent se présenter. Dans ce cas  $D_1$  n'a pas de sens et les différentes phases sont bornées par  $D = 0$ ,  $D_{(3)}$ ,  $D_2$  et  $D_3$  ; en plus, le diamètre maximal des granulats  $d_g$  fait office de borne supérieure.



**Fig. 5.13:** Évolution des diamètres caractéristiques pour le déplacement  $\delta$

Le nouveau diamètre caractéristique introduit  $D_{(3)}$  représente le diamètre du granulat le plus grand qui ne touche jamais l'autre lèvres de la fissure en imposant un enfoncement nul. En d'autres termes, un granulat de diamètre  $D_{(3)}$  et d'enfoncement  $e = 0$  lors du déplacement, effleure l'autre partie en un seul point. La valeur du nouveau diamètre caractéristique se trouve soit géométriquement sur la base de la figure 5.9 ou bien en égalisant l'expression de  $D_1$  (5.17) à celle de  $D_2$  (5.18) pour trouver, à l'aide de (5.9), le déplacement  $\delta$  qui satisfait l'équation et enfin la valeur de  $D_{(3)}$ .

$$D_{(3)} = 2 u_0 \frac{1 + \sin \gamma}{\cos \gamma} \quad (5.20)$$

Pour compléter le triage des granulats présents sur la fissure, il est indispensable de connaître l'influence de l'enfoncement sur un granulat de diamètre donné. Ceci se fait en résolvant les relations (5.12a) et (5.14a) par rapport à  $e$  ; des enfoncements caractéristiques nommés  $e_{lim}$  et  $e_{sup}$ , référés aux déplacements respectifs, sont trouvés. L'enfoncement  $e_{max}$  rattaché à la limite entre les granulats en phase de contact croissant et ceux en contact décroissant n'existe pas. En effet cette position est indépendante de l'enfoncement, comme il l'est visible

en (5.13a).

$$e_{lim} = \frac{1}{2} \left( v \sqrt{\frac{D^2 - u^2 - v^2}{u^2 + v^2}} - u \right) \quad (5.21)$$

$$e_{sup} = \frac{D}{2} \cos \gamma - u \quad (5.22)$$

Maintenant, il reste encore à démontrer que les phases de contact croissant et de contact décroissant ne peuvent jamais se présenter simultanément, pour un déplacement fixé, sur deux granulats de taille identique, et ceci même si l'enfoncement pour les deux cas est différent. Cette démonstration se fait en analysant les relations (5.18) et (5.22) pour le cas B :

1. Dans les bornes pour le contact décroissant  $D \in [D_3; D_2]$  est-il possible, en augmentant  $e$ , d'avoir du contact croissant ?

Non, sans démonstration analytique il est logique qu'en augmentant l'enfoncement les deux parties de la fissure s'éloignent et donc la zone de contact est diminuée ultérieurement. Ceci est « analytiquement » caché dans le fait que  $v_{max}$  ne dépend pas de l'enfoncement.

2. Dans les bornes pour le contact croissant  $D \in [D_2; d_g]$  est-il possible, en augmentant  $e$ , d'avoir du contact décroissant ?

La démonstration se fait en vérifiant que dans ces bornes l'enfoncement  $e_{lim}$  soit toujours inférieur à  $e_{sup}$ .

En résolvant l'équation  $e_{lim} = e_{sup}$  par rapport à  $D$  on obtient :

$$D_{I,II} = \frac{u \cos \gamma \mp v \sin \gamma}{u^2 \cos^2 \gamma - v^2 \sin^2 \gamma} (u^2 + v^2)$$

Pour des diamètres plus grands que  $D_{II}$  l'hypothèse  $e_{lim} < e_{sup}$  est toujours vérifiée, en plus il est démontrable que  $D_{II} = D_2$ . Donc, pour l'intervalle en question la condition est respectée.

Avec ces deux contrôles, il est possible d'affirmer que la présence des deux phases sur des granulats de même taille est impossible. Donc, l'intégration est à faire une seule fois par diamètre, soit en contact croissant ou bien en décroissant.

Une fois les bornes d'intégration trouvées, les surfaces moyennes par diamètre attendues sont calculés en intégrant, comme indiqué dans (5.23), le produit de la densité de probabilité de l'enfoncement  $e$ , donné par (5.11), et de la surface de contact projeté correspondante, voir relations de (5.15) à (5.16).

$$\begin{aligned} \bar{a}_x &= \int_0^{e_i} p(e) a_x de \\ \bar{a}_y &= \int_0^{e_i} p(e) a_y de \end{aligned} \quad (5.23)$$

où  $e_i$  est la borne d'intégration correspondante à la phase en question, qui sont explicitement données dans la suite.

En appliquant cette procédure pour chaque phases en découlent les relations données dans la suite :

**pour  $\delta_{lim} < \delta < \delta_{max}$  :** (phase de contact croissant) ;  $e_{lim}$  est à considérer comme borne d'intégration  $e_i$  étant donné qu'en augmentant l'enfoncement un granulat se rapproche

de la phase de non contact :

$$\begin{aligned} \bar{a}_x = \frac{e_{lim}}{D} \left( v - u \sqrt{\frac{D^2}{u^2 + v^2} - 1} \right) + \frac{e_{lim} + u}{2D} \sqrt{D^2 - 4(u + e_{lim})^2} - \\ - \frac{u}{2D} \sqrt{D^2 - 4u^2} + \frac{D}{4} \left[ \operatorname{asin} \frac{2(u + e_{lim})}{D} - \operatorname{asin} \frac{2u}{D} \right] \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\bar{a}_y = \frac{v e_{lim}}{D \sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{D^2 - u^2 - v^2} - \frac{e_{lim} (u + e_{lim})}{D}$$

**pour  $\delta_{max} < \delta < \delta_{sup}$  :** (phase de contact décroissant) ;  $e_{sup}$  est à considérer comme borne d'intégration  $e_i$  étant donné qu'en augmentant l'enfoncement un granulat se rapproche de la phase de détachement :

$$\begin{aligned} \bar{a}_x = \frac{D}{4} \left[ \frac{\pi}{2} - \left( \gamma + \operatorname{asin} \frac{2u}{D} \right) + \cos \gamma \sin \gamma \right] - \\ - \sin \gamma \left( \frac{D}{2} \cos \gamma - u \right) - \frac{u}{2D} \sqrt{D^2 - 4u^2} \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\bar{a}_y = \frac{1}{D} \left( \frac{D}{2} \cos \gamma - u \right)^2$$

L'étape suivante consiste dans le calcul des projections sur les axes  $x$  et  $y$  de la surface de contact totale par unité de longueur de la fissure respectivement  $\bar{A}_x$  et  $\bar{A}_y$ . Ces termes se déterminent par intégration du produit du nombre attendu de granulats de diamètre  $D$  par unité de longueur donné par (5.10) et de l'expression des surfaces moyennes par diamètre (5.24) et (5.25). En (5.26) la procédure générale est montrée et dans la suite la procédure complète pour chaque cas, ainsi que les bornes d'intégration à utiliser sont décrites.

$$\bar{A}_x = \int_{D_{min}}^{D_{max}} n(D) \bar{a}_x dD \quad (5.26)$$

$$\bar{A}_y = \int_{D_{min}}^{D_{max}} n(D) \bar{a}_y dD$$

**Cas A :** si  $\delta \leq u_0$ .

Les bornes d'intégration à utiliser sont :  $D_{min} = D_1$  et  $D_{max} = d_g$ .

$$\bar{A}_x = \frac{4 p_k}{\pi} \int_{D_1}^{d_g} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_1(u, v, D) dD \quad (5.27)$$

$$\bar{A}_y = \frac{4 p_k}{\pi} \int_{D_1}^{d_g} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_2(u, v, D) dD$$

**Cas B :** si  $\delta > u_0$ .

Les bornes d'intégration à utiliser sont :  $D_{min} = D_2$  et  $D_{max} = d_g$  pour la phase de contact croissant et  $D_{min} = D_3$  et  $D_{max} = D_2$  pour ce qui concerne la phase de contact décroissant.

$$\bar{A}_x = \frac{4 p_k}{\pi} \left[ \int_{D_3}^{D_2} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_3(u, v, D) dD + \int_{D_2}^{d_g} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_1(u, v, D) dD \right] \quad (5.28)$$

$$\bar{A}_y = \frac{4 p_k}{\pi} \left[ \int_{D_3}^{D_2} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_4(u, v, D) dD + \int_{D_2}^{d_g} F \left( \frac{D}{d_g} \right) G_2(u, v, D) dD \right]$$

où :

$$G_1(u, v, D) = \frac{e_{lim}}{D^3} \left( v - u \sqrt{\frac{D^2}{u^2 + v^2} - 1} \right) + \frac{e_{lim} + u}{2 D^3} \sqrt{D^2 - 4 (u + e_{lim})^2} -$$

$$- \frac{u}{2 D^3} \sqrt{D^2 - 4 u^2} + \frac{1}{4 D} \left[ \operatorname{asin} \frac{2 (u + e_{lim})}{D} - \operatorname{asin} \frac{2 u}{D} \right]$$

$$G_2(u, v, D) = \frac{v e_{lim}}{D^3 \sqrt{u^2 + v^2}} \sqrt{D^2 - u^2 - v^2} - \frac{e_{lim} (u + e_{lim})}{D^3}$$

$$G_3(u, v, D) = \frac{1}{4 D} \left[ \frac{\pi}{2} - \left( \gamma + \operatorname{asin} \frac{2 u}{D} \right) + \cos \gamma \sin \gamma \right] -$$

$$- \frac{\sin \gamma}{D^2} \left( \frac{D}{2} \cos \gamma - u \right) - \frac{u}{2 D^3} \sqrt{D^2 - 4 u^2}$$

$$G_4(u, v, D) = \frac{1}{D^3} \left( \frac{D}{2} \cos \gamma - u \right)^2$$

$$F \left( \frac{D}{d_g} \right) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \left( \frac{D}{d_g} \right)^{\beta_i}$$

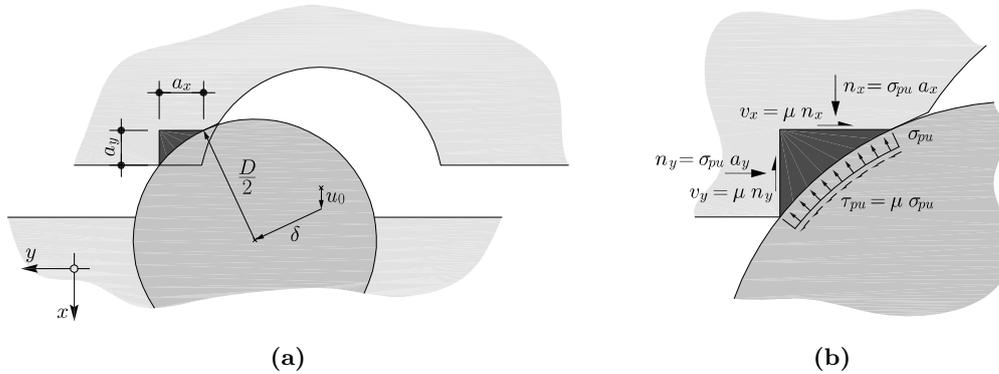
$e_{lim}$  calculé selon (5.21)

$p_k = 0.75$  en accord avec Walraven

Pour le calcul des contraintes engendrées par un déplacement imposé, il suffit donc de calculer les valeurs de  $\bar{A}_x$  et  $\bar{A}_y$ . Ces termes se déterminent par intégration numérique de (5.27) ou (5.28), selon le cas en question et d'introduire ces résultats dans (5.29) qui représentent l'équilibre du prisme de pâte de ciment proche de la zone de contact montré à la figure 5.14.

$$\sigma_{c,g} = -\sigma_{pu} (\bar{A}_x - \mu \bar{A}_y) \leq 0$$

$$\tau_{c,g} = \sigma_{pu} (\mu \bar{A}_x + \bar{A}_y)$$
(5.29)



**Fig. 5.14:** Zone de contact entre le granulat et la pâte de ciment :  
 (a) définition de la surface de contact projetée sur  $x$  et sur  $y$  et ; (b)  
 équilibre des forces sur les surfaces projetées

Dans le cas des petits glissements, il est nécessaire de vérifier que  $\sigma_{c,g}$  ne soit pas une contrainte de traction. En effet, la force tangentielle appliqué à la projection de la surface de contact

sur  $y$  doit être suffisante pour compenser entièrement la force normale sur la projection sur  $x$ . Dans ces cas, la force normale  $n_x$  est entièrement développée, de façon à maximiser  $v_x$  et enfin  $\tau_{c,g}$ . Par contre,  $v_y$  sera inférieur à la valeur limite  $\mu n_x$ . Donc, cette dernière force n'est pas développée selon son intensité maximale.

La valeur de la contrainte de plastification de la pâte de ciment  $\sigma_{pu}$  et le coefficient de frottement  $\mu$  peuvent être estimée selon Walraven [Wal81a] de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\sigma_{pu} &= 6.39 f_c^{0.56} & \text{unités : MPa} \\ \mu &= 0.4\end{aligned}\tag{5.30}$$

Il est encore important de souligner que le modèle original proposé par Walraven et la modification faite par Ulaga sont des cas particuliers du modèle proposé ici. En effet, le premier correspond au cas de  $\gamma = 0$  et donc le déplacement est fait parallèlement au plan de la fissure. Par contre, le deuxième est reproduit en imposant que la fissure est initialement fermée et donc  $u_0 = 0$ , donc il représente que le cas B du modèle proposé ici.

L'effet des différents paramètres ainsi que la comparaison avec le modèle original sont données à la figure 5.15. L'effet de l'ouverture initiale  $u_0$  est de réduire fortement la résistance au cisaillement ainsi que les efforts de compression qui sont engendrées. Par contre la translation  $\delta$  à laquelle la contrainte de cisaillement maximale est rejointe augmente plus l'ouverture initiale est grande. L'augmentation de la taille maximale des granulats mène à une augmentation de la résistance et de la translation à laquelle cette résistance est complètement mobilisée. Enfin, l'effet du changement de l'angle entre le plan de la fissure et la direction de translation  $\gamma$  est comparable à celui de l'ouverture initiale.

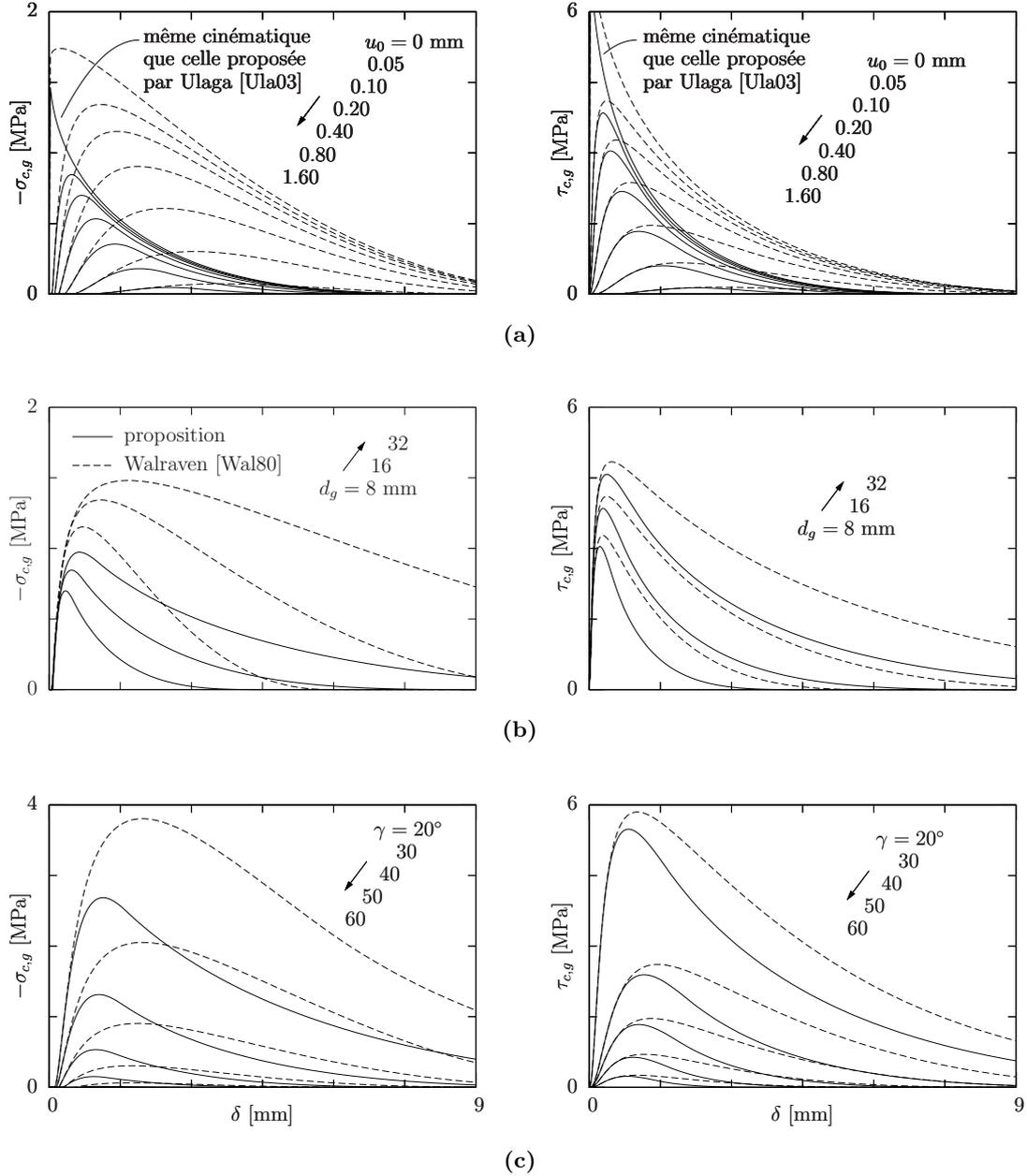
La comparaison entre les deux modèles montre bien que celui proposé, à partir d'une certaine translation  $\delta$ , engendre des contraintes plus faibles par rapport à la proposition de Walraven. Cette différence est due, comme déjà dit préalablement, à la forme de l'emprunte laissée par le granulat sur la pâte de ciment qui réduit les surfaces de contact. Donc, la différence se présente seulement pour des translations  $\delta$  supérieures à l'ouverture initiale de la fissure  $u_0$ , quand le cas B se présente.

### 5.1.5 Flexion de la zone comprimée et effet goujon des armatures tendues

Le modèle proposé néglige ces deux contributions. En effet, avec la cinématique admise à la section 5.1.2 la contribution de la zone comprimée est nulle. Ceci en raison du fait que radialement la dalle ne présente pas de zone comprimée car, comme expliqué précédemment, proche de la rupture la totalité de la compression nécessaire à la flexion est transmise tangentiellement et par l'engrènement des granulats. Les fissures de délamination en zone supérieure réduisent fortement l'effet goujon des armatures et de ce fait il est négligé. Enfin, il résulte que les seules contributions considérées sont la résistance à la traction résiduelle et l'engrènement des granulats.

### 5.1.6 Dérivation du critère de rupture au poinçonnement

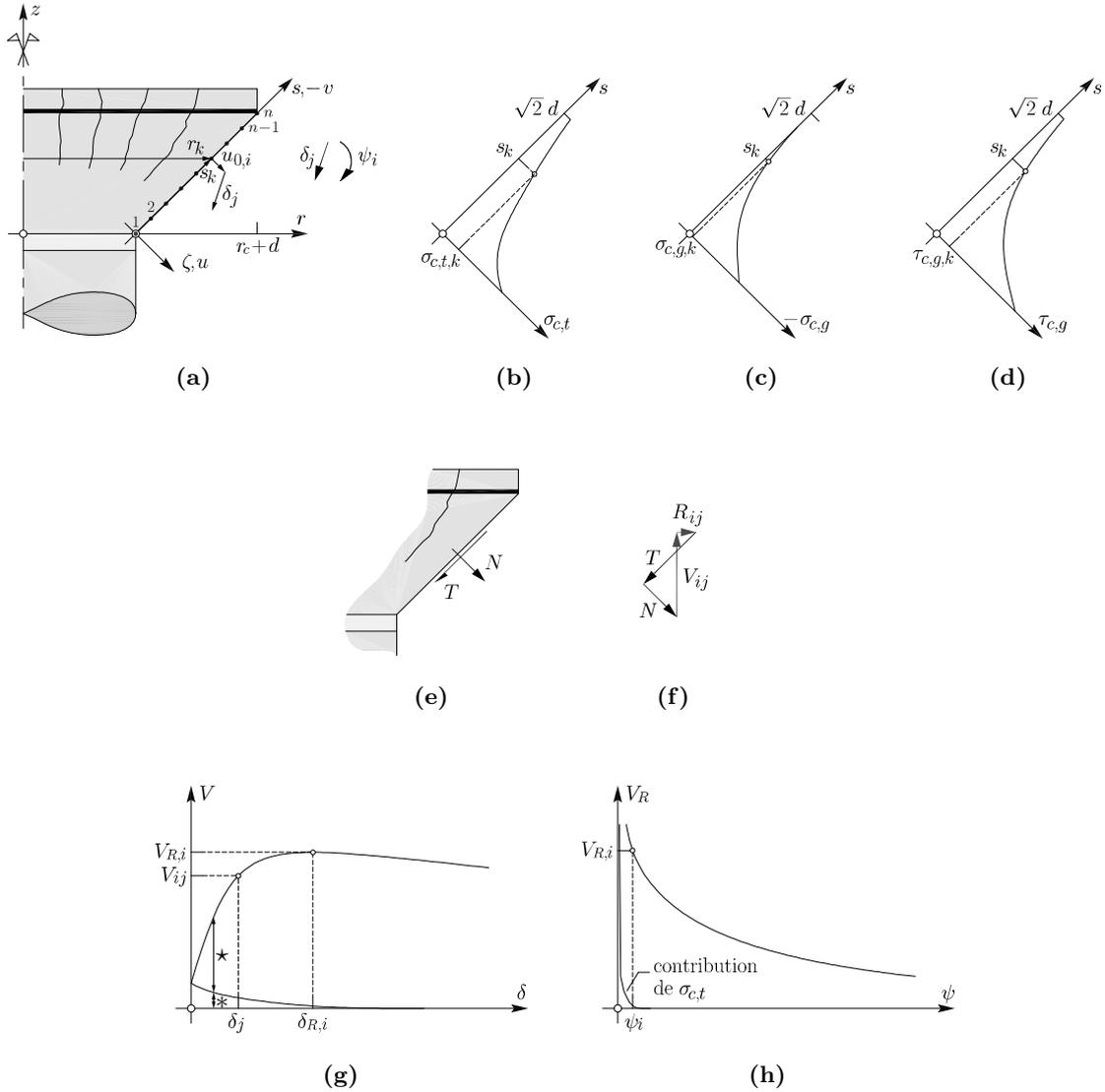
Dans les sections précédentes, les informations nécessaires à la dérivation théorique du critère de rupture au poinçonnement ont été expliquées. Il a aussi été dit que, la charge de rupture est calculée sur la base de la force maximale qui peut être transmise le long de la fissure critique idéalisée à la section 5.1.2. Étant donné que le critère de rupture est dérivé en fonction de



**Fig. 5.15:** Comparaison entre le modèle d'engrènement des granulats proposé et celui de Walraven [Wal80] ( $f_c = 35.0$  MPa) : (a) effet de l'ouverture initiale de la fissure  $u_0$  ( $d_g = 16$  mm et  $\gamma = 40^\circ$ ); (b) effet du diamètre maximal du granulat  $d_g$  ( $u_0 = 0.05$  mm et  $\gamma = 40^\circ$ ) et (c) effet de l'angle de la direction de translation  $\gamma$  ( $d_g = 16$  mm et  $u_0 = 0.20$  mm)

$\psi d$ , afin de le comparer à celui proposé par Muttoni, il faut donc, pour chaque  $\psi$ , calculer cette force maximale. La procédure à suivre est donc la suivante :

1. Fixer une rotation de la dalle  $\psi_i$  et calculer, à l'aide de (5.1), la rotation de la dalle sur la fissure critique  $\vartheta_{cr,i}$ .
2. Diviser la longueur de la fissure critique en  $n$  nœuds positionnés entre  $s = 0$  et  $s = \sqrt{2}d$  (voir figure 5.16(a)). A l'endroit de ces nœuds calculer, selon (5.5), l'ouverture initiale de la fissure  $u_0$ .
3. Imposer une translation  $\delta_j = 0$  de la partie de dalle à l'extérieur de la fissure critique.



**Fig. 5.16:** Étapes nécessaires à la dérivation du critère de rupture au poinçonnement : **(a)** définition des nœuds le long de la fissure critique ; **(b)** distribution des résistances à la traction résiduelle le long de la fissure critique ; **(c)** distribution des contraintes normales engendrées par l'engrènement des granulats ; **(d)** distribution des contraintes tangentielles engendrées par l'engrènement des granulats ; **(e)** définition de l'effort normal  $N$  et tangentiel  $T$  sur la fissure critique ; **(f)** équilibre des efforts sur la fissure avec la force verticale appliquée à la dalle  $V$  ; **(g)** évolution de la force  $V$  avec la variation de la translation  $\delta$  (\* contribution de la résistance à la traction résiduelle et \* contribution de l'engrènement des granulats) et ; **(h)** évolution de la résistance au poinçonnement  $V_R$  avec la variation de la rotation de la dalle  $\psi$

4. Calculer sur les  $n$  nœuds les valeurs de l'ouverture  $u$  et du glissement  $v$  selon (5.6). Avec ces valeurs cinématiques calculer pour chaque nœud la valeur de la résistance à la traction résiduelle  $\sigma_{c,t}$  (selon les indications de la section 5.1.3), de la contrainte normale engendrée par l'engrènement des granulats  $\sigma_{c,g}$  et de celle tangentielle  $\tau_{c,g}$  (ces deux dernières contraintes sont calculées selon la section 5.1.4).
5. Intégrer numériquement les différentes contraintes tout le long de la fissure critique afin

de trouver les efforts  $N$  et  $T$  montrées à la figure 5.16(e).

$$\begin{aligned} N &= \int_{A_{cr}} (\sigma_{c,t} + \sigma_{c,g}) \, dA = 2 \pi \int_0^{\sqrt{2} \pi} r (\sigma_{c,t} + \sigma_{c,g}) \, ds = \\ &= 2 \pi \sum_{k=1}^n \left( r_c + \frac{s_k}{\sqrt{2}} \right) (\sigma_{c,t,k} + \sigma_{c,g,k}) \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$T = \int_{A_{cr}} \tau_{c,g} \, dA = 2 \pi \int_0^{\sqrt{2} \pi} r \tau_{c,g} \, ds = 2 \pi \sum_{k=1}^n \left( r_c + \frac{s_k}{\sqrt{2}} \right) \tau_{c,g,k}$$

où  $A_{cr}$  est la surface de la fissure critique idéalisée et  $r = r_c + s/\sqrt{2}$  la distance horizontale entre le centre de la dalle et la fissure.

- Calculer la composante verticale de la résultante des efforts le long de la fissure critique (voir figure 5.16(f)). Cette composante est l'effort tranchant  $V_{ij}$  qui est transmis avec la rotation  $\psi_i$  et la translation  $\delta_j$  de la dalle données.

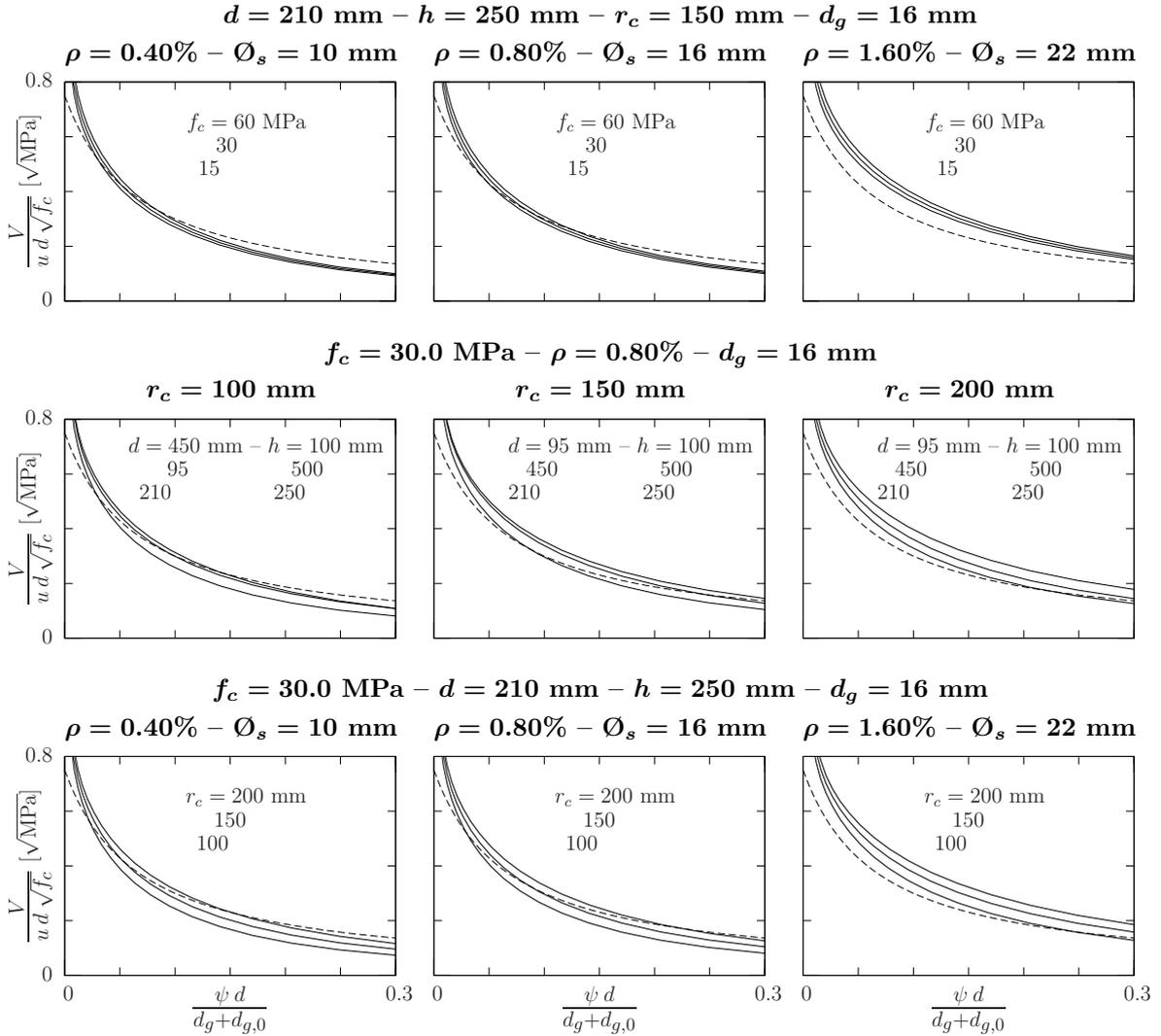
$$V_{ij} = \frac{T + N}{\sqrt{2}} \quad (5.32)$$

Par contre la composante radiale de la résultante  $R_{ij}$  est, pour l'instant, négligée. Cette force est introduite radialement dans la dalle, à l'extérieur de la fissure critique, et elle contribue, comme sera démontré dans la suite, à la reprise des efforts de flexion en soulageant la zone comprimée à l'intrados.

- Afin de trouver la force de rupture pour la rotation de la dalle  $\psi_i$ , il faut imposer un  $\delta_{j+1} > \delta_j$ , répéter la procédure depuis le point 4 et ainsi de suite jusqu'à trouver un maximum de  $V_{ij}$ . Cet effort est bien la force de rupture recherchée  $V_{R,i}$  comme il est montré à la figure 5.16(g).
- Répéter toute la procédure pour une rotation de la dalle  $\psi_{i+1}$  et ainsi de suite jusqu'à avoir tracé tout le critère sur le domaine intéressé comme indiqué à la figure 5.16(h).
- Après avoir dérivée toute la courbe  $\psi$ - $V_R$ , il est possible de la transformer en accord avec la théorie de la fissure critique. Donc, en multipliant l'axe des abscisse par  $d/(d_g + d_{g,0})$  et en divisant les valeurs en ordonnée par  $u d \sqrt{f_c}$ .

Le critère doit être dérivé pour chaque dalle et donc un critère général ne peut pas être trouvé. Néanmoins, il est possible de voir que les courbes calculées pour différentes dalles, avec des paramètres qui varient afin de couvrir la majorité des cas ordinaires et montrées à la figure 5.17, sont comprises dans un fuseau assez étroit. Il serait donc possible de trouver la médiane de ce fuseau et la considérer comme un critère de rupture applicable à tous les dalles. Cette médiane est très proche de la courbe du critère de rupture proposé par Muttoni (2.6) sauf sur la partie à l'extrême droite où les hypothèses admises ici ne sont pas valables. De plus, ces comparaisons montrent que l'effet du taux d'armature et celui de la dimension de la colonne sont surestimés par la dérivation du critère de rupture de la manière proposée ici. Ces deux paramètres influencent directement le nombre de fissures sur lesquelles se produit la rotation de la dalle (confronter (5.3)) et donc il est probable qu'une meilleure estimation de la rotation sur la fissure critique est nécessaire.

La figure 5.18 montre les résultats de la dérivation du critère de rupture pour les joints d'essais de la série PG II en béton ordinaire vibré et la comparaison avec les résultats expérimentaux. Les différents critères de rupture montrent d'une côté l'effet du taux d'armature ainsi que celui de la taille maximale des granulats. Comme pour les comparaisons précédentes il est visible que l'effet du taux d'armature est surestimé par l'analyse proposée. Par contre ces analyses montrent que la taille des granulats est considérée de façon assez précise par rapport aux résultats expérimentaux. L'influence de ce paramètre n'est qu'à peine plus grande que celle considérée par le critère original.



**Fig. 5.17:** Dérivation du critère de rupture pour différentes dalles (courbes continues) et comparaison avec celui proposé par Muttoni (2.6) (courbe traitillée)

## Discussion des résultats de l'analyse

L'analyse préalablement montrée a permis de valider la théorie de la fissure critique ainsi que le critère de poinçonnement. De plus, l'importance des mécanismes résistants qui activent l'engrènement des granulats pour la résistance au poinçonnement a été démontrée. Les résultats permettent de dire que ces types de mécanismes sont les seuls qui s'activent quand l'ouverture de la fissure est modérée (pour  $\psi d / (d_g + d_{g,0}) > 0.07$ ). En effet, c'est à partir de ce point que les courbes dérivées sont les plus proches du critère de Muttoni. De plus, l'influence de la résistance à la traction résiduelle sur la totalité de l'effort tranchant qui traverse la fissure est alors négligeable.

Une autre observation importante se situe dans l'intensité de la force dans le plan de la dalle transmise le long de la fissure critique  $R$ . La figure 5.19 montre l'intensité de cet effort par rapport à la force de plastification des barres d'armature coupées par le cône  $N_{s,r_0,pl} = 2 \pi r_0 \rho d f_s$ . Ceci est une explication probable de la diminution du raccourcissement radial mesuré sur l'intrados des dalles d'essais quand la force sur la dalle se rapproche de celle de rupture. Si ceci est vérifié, l'effort de compression engendré par la flexion de la

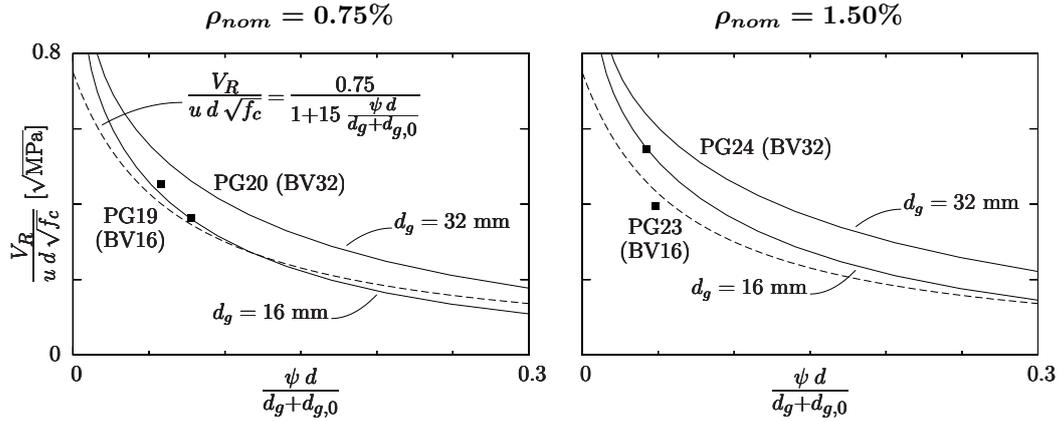


Fig. 5.18: Dérivation du critère de rupture pour les essais de la série PG II

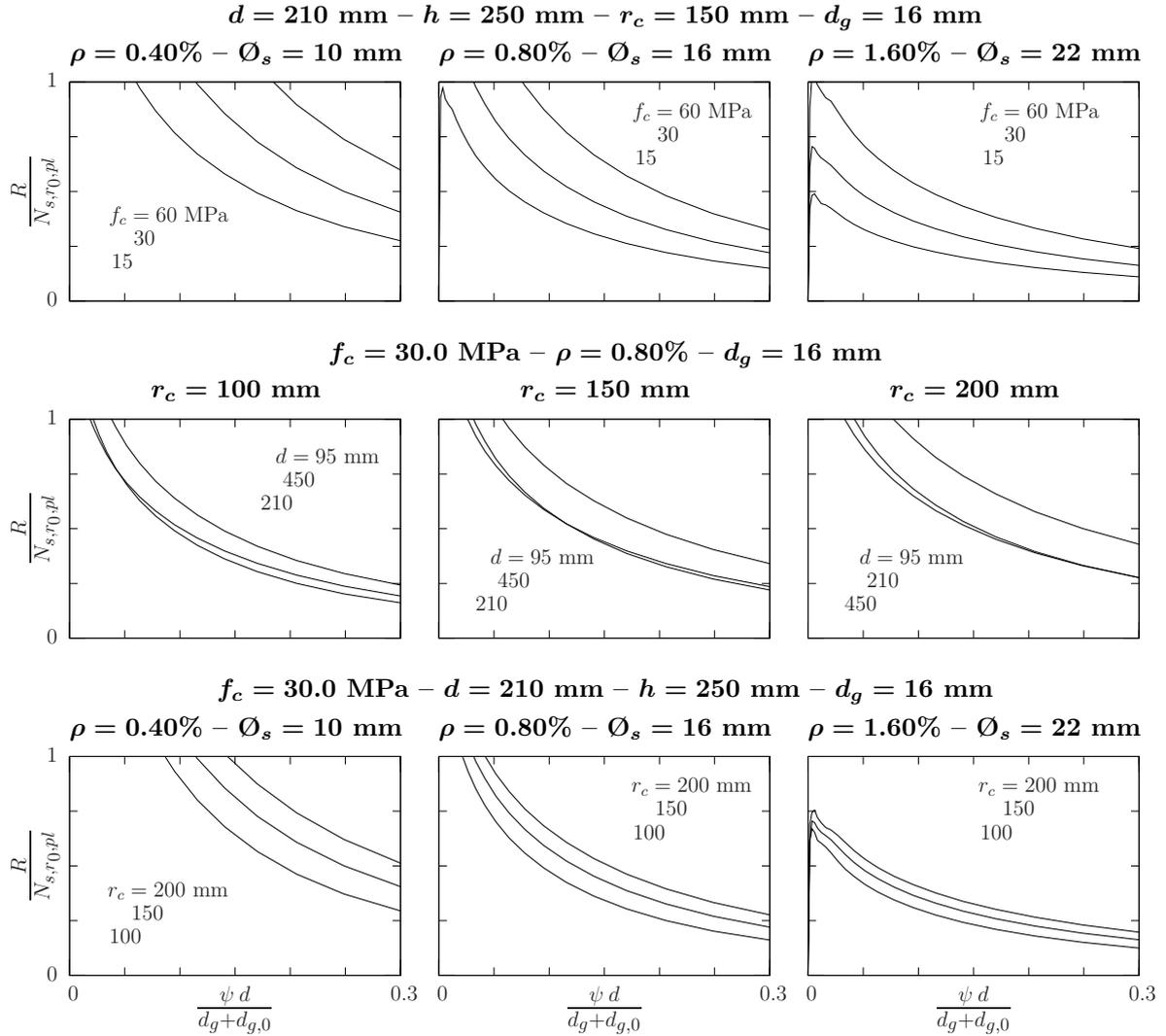
dalle est alors réparti sur une hauteur plus grande que celle normalement supposée lors d'une analyse plastique. De ce fait, la charge de formation du mécanisme de flexion est légèrement inférieure à celle calculée par l'analyse plastique.

Comme déjà mentionné, des améliorations doivent encore être apportées à cette analyse. Surtout pour ce qui concerne le nombre de fissures entre le centre de la dalle et la fissure critique. En outre, la direction du vecteur qui définit le glissement  $\delta$  est à étudier plus en détails. Ce paramètre est pour l'instant fixe mais dépend probablement des propriétés des granulats comme par exemple : la forme, la courbe granulométrique, la taille maximale ou encore leur résistance. De plus, ce paramètre doit être fonction de la quantité de pâte de ciment par rapport aux granulats. Une meilleure compréhension de ceci permettrait l'application de cette procédure aux dalles faites en béton autocompactant.

Sur la base des résultats des analyses préalablement présentés ainsi que des observations réalisées, il semble approprié que la dérivation du critère de rupture soit faite de façon semi-empirique. Cette manière de procéder permet de considérer des éventuels paramètres qui sont négligés lors d'une dérivation théorique. Pour les joints chargés seulement sur la dalle il existe déjà le critère de Muttoni (2.6) par contre, dans la suite du chapitre présent, un critère applicable aux joints colonnes-dalle, sans distinction du type de chargement sera proposé.

## 5.2 Généralisation du critère de rupture

Comme il a été déjà discuté à la section 3.1.2 le critère de rupture au poinçonnement proposé par Muttoni n'est pas applicable au cas des dalles soumises à d'autres forces que  $V$ . Il est donc nécessaire de proposer une nouvelle formulation qui permet de considérer d'autres types de chargement qui génèrent des efforts membranaires non négligeables. Le nouveau critère ne peut plus considérer uniquement la rotation de la dalle mais il semble plus approprié, comme sera démontré dans la suite, de l'exprimer en fonction d'une déformation de référence qui considère l'état de sollicitation de la zone autour de la colonne. Ceci se fait déjà pour les poutres sans armature d'effort tranchant où le critère, proposé par Muttoni, est aussi construit sur la base de la théorie de la fissure critique. Dans ce cas, la déformation considérée est celle en direction longitudinale calculée sur un point de contrôle placé à  $d/2$  de la section d'application de la charge et à  $0.6d$  depuis le bord comprimé de la poutre. De plus, le critère pour l'effort tranchant estime aussi de façon satisfaisante la résistance des poutres soumises à des efforts axiaux de traction ou de compression [Mut08b].



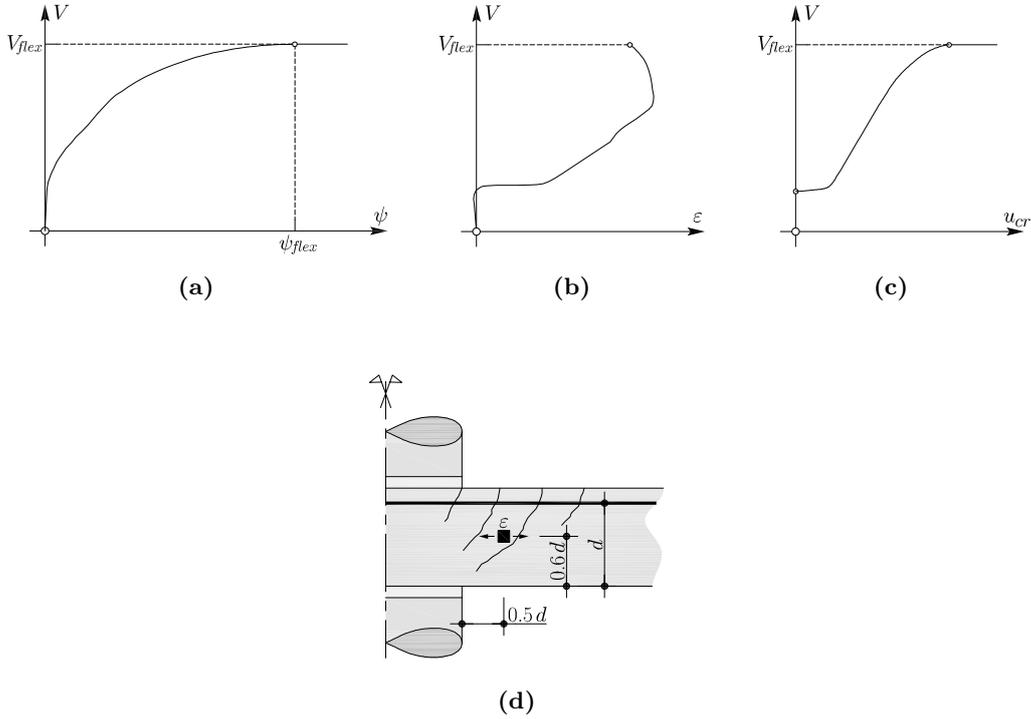
**Fig. 5.19:** Rapport entre l'effort dans le plan de la dalle engendré par l'activation de l'engrènement des granulats et l'effort plastique dans les armature radiales de la nappe supérieure coupées par le cône de poinçonnement  $R/N_{s,r0,pl}$  (analyse faite avec  $f_s = 500 \text{ MPa}$ )

Cette nouvelle formulation du critère de rupture au poinçonnement considère l'ouverture de la fissure critique comme proportionnelle au produit  $\varepsilon_{ref} d$ . De plus, sur la base des conclusions faites à la section 5.1.6, le même concept pour considérer l'influence de la taille du granulat que dans le critère original a été retenu. Donc le produit définissant l'ouverture de la fissure critique est divisé par le coefficient  $d_g + d_{g,0}$  (où  $d_{g,0} = 16 \text{ mm}$ ). Pour les comparaisons, la résistance donnée par le critère de rupture est dérivée, comme pour le critère proposé par Muttoni, par le produit  $u d \sqrt{f_c}$ . Cette façon de procéder est en accord avec la théorie de la fissure critique comme il a été expliqué dans la section 2.1.2.

### 5.2.1 Déformation de référence

La figure 5.20(b) montre la déformation radiale calculée dans le point d'une dalle correspondant au point de contrôle défini pour le critère de rupture des poutres (voir section 2.1.2). Au contraire des poutres, cette déformation n'est pas bien corrélée à l'ouverture de la fissure critique qui est montrée à la figure 5.20(c). Ce changement de régime est dû à la plastification

des sections radiales autour de la colonne qui impose une redistribution des efforts de flexion en direction tangentielle. C'est pour cette raison que l'ouverture de la fissure critique utilisée par le critère de rupture au poinçonnement proposé par Muttoni est fonction de la rotation de la dalle. Au même titre, le critère proposé ici doit être formulé sur la base d'une déformation autre que celle d'un point de référence.



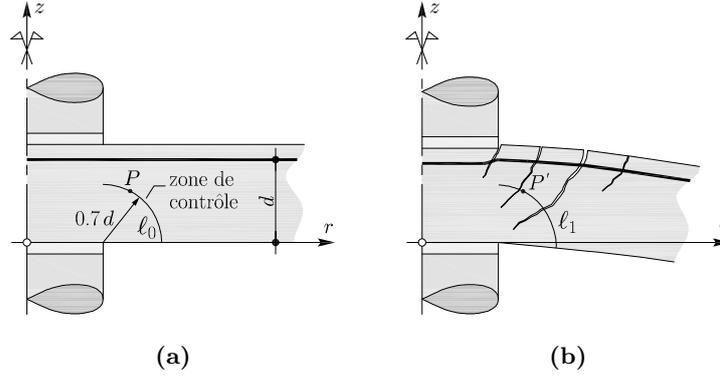
**Fig. 5.20:** Allure de la déformation radiale de la dalle mesurée au point de référence du critère à l'effort tranchant : (a) courbe charge-rotation de la dalle ; (b) courbe charge-déformation radiale ; (c) courbe charge-ouverture de la fissure critique et ; (d) définition du point où les déformations radiales ont été mesurées

La solution retenue est celle de considérer une déformation moyenne sur une certaine zone et donc le critère sera exprimé sur la déformation moyenne de l'arc de cercle montré à la figure 5.21. Ce quart de cercle est centré sur le bord de la colonne avec rayon de  $0.7d$  et il commence avec tangente horizontale pour terminer, perpendiculairement, sur la face comprimée de la dalle. L'arc de cercle coupe ainsi presque perpendiculairement toutes les fissures qui sont susceptibles de devenir critiques. Le choix du rayon a été fait de sorte à minimiser l'écart type entre les ruptures mesurées lors des essais et celles calculées à l'aide du critère proposé.

La déformation de référence  $\varepsilon_{ref}$  est donc calculée sur la base du changement de longueur de l'arc de cercle selon l'équation suivante :

$$\varepsilon_{ref} = \frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_0} \quad (5.33)$$

où  $\ell_0$  est la longueur initiale de l'arc de cercle et  $\ell_1$  celle après déformation. Cette dernière longueur est trouvée sur la base des déplacements calculés à l'aide du modèle de comportement de la dalle proposé à la section 4.3. En effet, en vertu de l'hypothèse de Navier-Bernoulli en considérant des petites rotations et en connaissant les composantes des déplacements du feuillet moyen  $u(r)$ ,  $w(r)$  et  $\psi(r)$  ( $w$  et  $\psi$  sont reliés entre eux comme il est possible de voir en (4.94a)), il est possible de calculer la position déformée du point P ( $r_{P'}$ ;  $z_{P'}$ ) qui se trouve,



**Fig. 5.21:** Définition de la déformation de référence pour la généralisation du critère de rupture au poinçonnement

en configuration initiale, à  $r = r_P$  et  $z = z_P$ .

$$\begin{aligned} r_{P'} &= r_P + u(r = r_P) + \left( z_P - \frac{h}{2} \right) \psi(r = r_P) \\ z_{P'} &= z_P + w(r = r_P) \end{aligned} \quad (5.34)$$

Enfin, le calcul de la longueur en configuration déformée  $\ell_1$  est fait numériquement en calculant la position déformée de  $n$  points (de  $P_i$  à  $P_n$ ) répartis sur l'arc de cercle. Enfin, ces coordonnées sont utilisées pour résoudre numériquement l'intégral suivant :

$$\ell_1 = \int_{\Gamma} dl = \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{(r_{P',i} - r_{P',i+1})^2 + (z_{P',i} - z_{P',i+1})^2} \quad (5.35)$$

La longueur initiale  $\ell_0$  doit être trouvée de façon numérique de façon à considérer la même précision que pour le calcul de la longueur finale  $\ell_1$ . Elle est donc calculée, dans le cas où les  $n$  nœuds sont uniformément distribués sur l'arc de cercle, de la façon suivante :

$$\ell_0 = 1.4 d (n - 1) \sin \frac{\pi}{4 (n - 1)} \quad (5.36)$$

si par contre les nœuds sont répartis de façon non uniforme, la longueur initiale est calculée en résolvant (5.35) avec les coordonnées initiales des points  $P$ .

Il est important de noter que les déplacements du feuillet moyen peuvent être calculées avec d'autres modèles que celui proposé dans le présent travail. Néanmoins, le modèle utilisé doit considérer le comportement membranaire de la dalle s'il n'est pas négligeable.

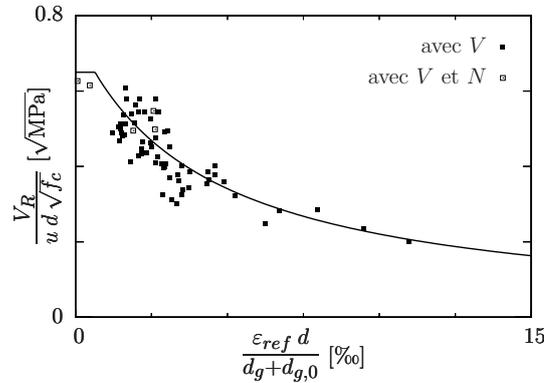
## 5.2.2 Dérivation de la généralisation du critère de rupture

Le fait d'exprimer le critère de rupture sur la base d'une déformation et non de la rotation impose deux complications. D'un côté, cette déformation ne peut pas être mesurée lors des essais et donc elle doit être calculée pour toutes les dalles utilisées pour dériver le critère. D'autre part ce changement impose que les dalles d'essais qui ont poinçonné sur le plateau plastique ne peuvent pas être utilisées pour la dérivation. En effet, dans ces cas la courbe  $V-\varepsilon_{ref}$  s'arrête sur un point et elle reste sur ce même point tout le long du plateau plastique.

Sur la base de ces considérations 67 essais de dalles, entre ceux de la littérature et ceux des séries PG, ont été sélectionnés. Cette série de dalles se compose de 63 essais au poinçonnement

simple ( $V$ ) et 4 au poinçonnement avec effort normal des colonnes ( $V$  et  $N$ ). Toutes ces dalles sont reportées à l'annexe A avec leurs caractéristiques principales utilisées pour le calcul du comportement à l'aide du modèle proposé à la section 4.3.

Le calcul du comportement a permis de trouver la déformation de référence à la force de rupture mesurée pour tous les essais  $\varepsilon_{ref,R}$ . Les valeurs calculées sont montrés à la figure 5.22 où ils ont été corrigés par l'effet de taille et par celui de la granulométrie et mis en relation avec la résistance mesurée. Il est possible de voir que tous les essais sont contenus dans un nuage ce qui n'était pas le cas, pour les dalles avec effort normal, en utilisant le critère original (voir figure 3.11). En plus, ce nuage de points suit une courbe hyperbolique et donc une formule du même type que celle du critère originale peut être utilisée pour exprimer la généralisation.



**Fig. 5.22:** Comparaison entre le critère de rupture proposé et les essais

La généralisation du critère de rupture par poinçonnement a donc été calée aux points expérimentaux comme montré à la figure 5.22 où il est possible de voir que une limitation, qui n'apparaissait pas dans le critère originale, a été introduite. En effet, différents essais ont montrées que pour des dalles peut déformées, la résistance ne dépasse jamais une certaine valeur choisie pour cette limitation du critère. La moyenne des rapports entre la force de rupture au poinçonnement mesurée et celle calculée  $V_{R,test}/V_{R,calc}$  des 67 essais utilisés pour caler la courbe est de 0.99 avec un coefficient de variation de 0.08 et la formulation mathématique de ce nouveau critère est :

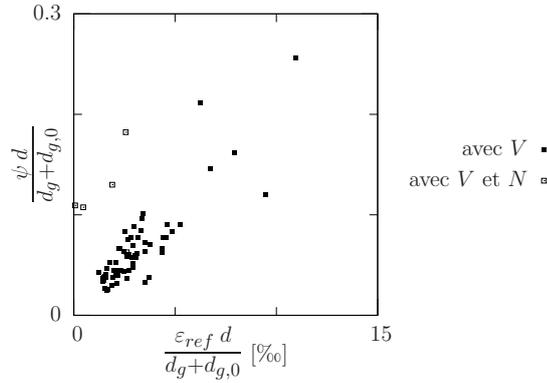
$$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}} = \frac{0.75}{1 + 240 \frac{\varepsilon_{ref} d}{d_g + d_{g,0}}} \leq 2/3 \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (5.37)$$

La figure 5.23 montre, pour tous les essais, le rapport entre l'ouverture de la fissure critique considérée dans le critère proposé ici et celle considérée dans le critère de Muttoni. Il est possible de voir que ce rapport est presque constant pour les dalles chargées que par  $V$  mais, logiquement, il change beaucoup dans les cas que d'autres forces concomitantes sont appliquées.

Le critère proposé ici peut être utilisé pour le calcul de la force de rupture au poinçonnement de dalles soumises à n'importe quel type de chargement pour autant que la symétrie soit respectée. C'est une des raisons pour laquelle cette formulation a été appelée « généralisation du critère de rupture ».

### 5.2.3 Comparaison avec le critère de rupture à l'effort tranchant

Dans la section présente la procédure utilisée préalablement pour la dérivation du critère de rupture au poinçonnement est appliquée aux poutres. Ceci permet de vérifier les similitudes



**Fig. 5.23:** Comparaison entre l'ouverture de la fissure critique considérée dans le critère proposé et celle du critère de Muttoni

entre cette procédure et celle proposée par Muttoni à la section 2.1.2 en les comparant. Il est possible par ailleurs de donner du sens physique à la déformation de référence calculée comme déformation de l'arc de cercle. Pour ce faire, il faut commencer par définir la ligne sur laquelle calculer la déformation de référence. Celle-ci est montrée à la figure 5.24(a) où il est possible de voir que le centre est fixé au point d'application de la force  $V$ .

Dans le cas de la poutre chargée seulement par  $V$  il n'y a aucune force normale et donc le seul effort intérieur qui génère des déformations est le moment de flexion. Son allure est montrée à la figure 5.24(b). Sur la base des moments, la courbure de l'axe de la poutre peut être trouvée. En plus, en faisant l'hypothèse que la zone de poutre entre  $x = 0$  et  $x = 0.7d$  se trouve à l'état fissuré (donc en cette zone le moment  $M$  est plus grand que le moment de fissuration  $M_{cr}$ ) et en admettant pour le béton et pour l'acier un comportement élastique linéaire, la courbure suit l'allure indiquée à la figure 5.24(c). Donc, la rigidité flexionnelle sur cette zone est égale à  $EI_2$  et est calculée selon :

$$EI_2 = \frac{bc^2}{2} E_c \left( d - \frac{c}{3} \right) \quad (5.38)$$

où  $c$  est la hauteur de l'axe neutre par rapport au bord comprimé et vaut :

$$c = \rho d \frac{E_s}{E_c} \left( \sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right) \quad (5.39)$$

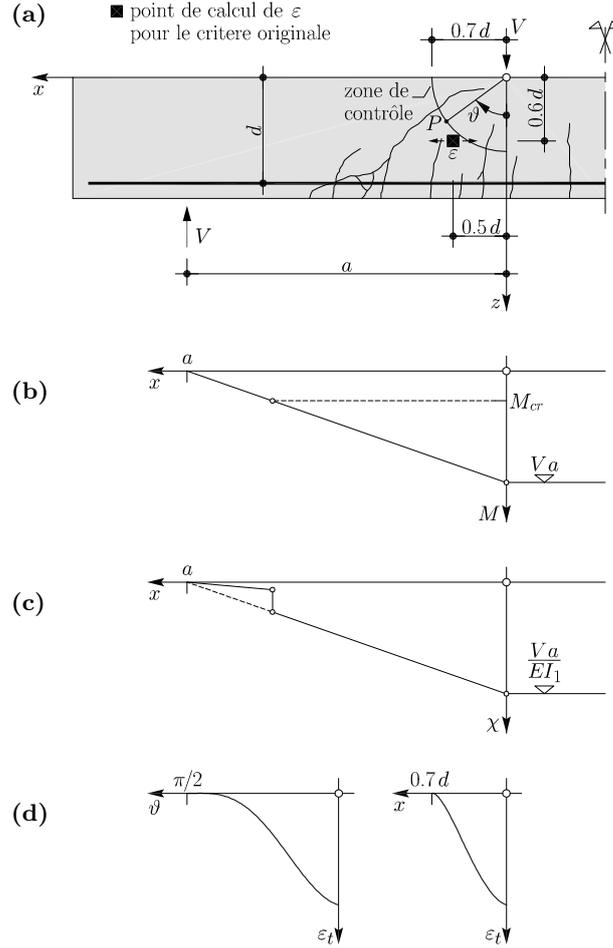
Le fait que la courbure peut être exprimée analytiquement indique qu'aussi la déformation de référence peut l'être. En effet, il suffit d'intégrer la composante tangentielle à l'arc de cercle de la déformation induite par la courbure pour trouver  $\Delta\ell = \ell_1 - \ell_0$ . Pour ce faire, il faut d'abord calculer la fonction qui définit la courbure selon les hypothèses préalablement indiquées :

$$\chi(x) = \frac{M(x)}{EI_2} = \frac{V}{EI_2} (a - x) \quad (5.40)$$

Sur la base de la courbure la déformation en direction de  $x$  peut être définie en chaque point de la poutre, les coordonnées  $(x, y)$  étant connues.

$$\varepsilon_x(x, z) = \chi(x) (z - c) = \frac{V}{EI_2} (a - x) (z - c) \quad (5.41)$$

La déformation nécessaire pour le calcul de l'allongement de l'arc de cercle est tangentielle  $\varepsilon_t$  (voir figure 5.24(d)). Elle est trouvée en tournant le tenseur des déformations planes composé



**Fig. 5.24:** Poutre soumise à un effort tranchant  $V$  engendré par une charge concentrée : (a) définition de la déformation de référence pour la généralisation du critère de rupture à l'effort tranchant ; (b) diagramme des moments de flexion ; (c) diagramme de la courbure et ; (d) diagrammes des déformations tangentielles le long de la zone de contrôle

par  $\varepsilon_x, \varepsilon_z = 0$  et  $\gamma_{xy} = 0$ . Les deux dernières déformations sont nulles pour être cohérents avec l'hypothèse qu'il n'existe aucune déformation sur la hauteur de la poutre et l'hypothèse de Navier-Bernoulli. Donc cette déformation en un point  $P$  situé sur l'arc de cercle et repéré par l'angle  $\vartheta$  défini à la figure 5.24(a) vaut :

$$\varepsilon_t(\vartheta) = \varepsilon_x(x, z) \cos^2 \vartheta = \frac{V}{EI_2} (a - 0.7d \sin \vartheta) (0.7d \cos \vartheta - c) \cos^2 \vartheta \quad (5.42)$$

Enfin il est possible de calculer la déformation de référence  $\varepsilon_{ref} = \Delta\ell/\ell_0$  où  $\Delta\ell$  se calcule en intégrant le long de l'arc de cercle les déformations tangentielles.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ref} &= \frac{\int_{\Gamma} \varepsilon_t(\vartheta) d\ell}{\ell_0} = \frac{2}{0.7d\pi} \int_0^{\pi/2} 0.7d \varepsilon_t(\vartheta) d\vartheta = \\ &= \frac{V d^2}{EI_2} \frac{2}{\pi} \left( \frac{0.7c}{3d} + \frac{1.4a}{3d} - \frac{\pi a c}{4d^2} - \frac{0.49}{4} \right) \end{aligned} \quad (5.43)$$

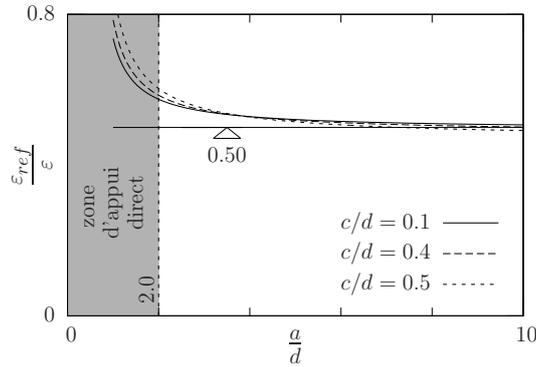
Afin de comparer le critère original avec la généralisation, il faut trouver, analytiquement, la déformation au point de référence définie par ce premier critère. Les coordonnées de ce point,

montrées à la figure 5.24(a), valent  $(0.5 d, 0.6 d)$  et elles permettent de trouver directement la déformation cherchée à l'aide de (5.41).

$$\varepsilon = \varepsilon_x(0.5 d, 0.6 d) = \frac{V d^2}{EI_2} \left( 0.5 \frac{c}{d} + 0.6 \frac{a}{d} - \frac{a}{d} \frac{c}{d} - 0.3 \right) \quad (5.44)$$

Il est maintenant possible de trouver le rapport entre les déformations de référence des deux différentes formulations du critère. Ce rapport est montré à la figure 5.25 en fonction de  $a/d$  et pour différents valeurs de  $c/d$ . Sur ce graphique, il est possible de voir que le rapport cherché est assez constant surtout dans l'intervalle de  $a/d$  où des ruptures par effort tranchant sont à attendre ( $a/d > 2.0$ ).

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon} = \frac{2}{\pi} \frac{0.7 \frac{c}{d} + \frac{1.4}{3} \frac{a}{d} - \frac{\pi}{4} \frac{a}{d} \frac{c}{d} - \frac{0.49}{4}}{0.5 \frac{c}{d} + 0.6 \frac{a}{d} - \frac{a}{d} \frac{c}{d} - 0.3} \quad (5.45)$$



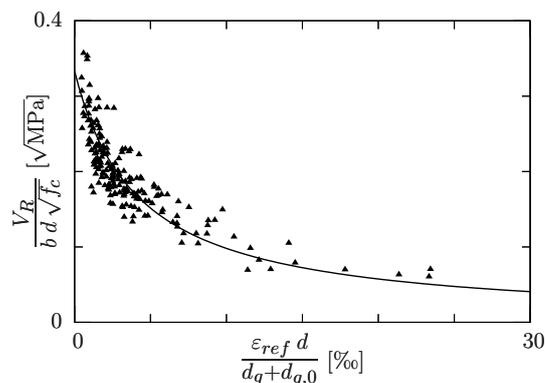
**Fig. 5.25:** Rapport entre la déformation de référence de la généralisation du critère et celle du critère originale

Bien qu'il est possible de dériver le critère général en introduisant dans la formulation originale la valeur moyenne du rapport entre les déformations de référence, il a été décidé de le caler sur la base des essais sur poutre. Pour faire cela une série de 196 essais de poutres symétriques avec charge concentrée, comme montré à la figure 5.24(a), qui ont cassé à l'effort tranchant a été considérée. Comme pour le poinçonnement les mêmes axes que le critère original ont été retenus et donc il a été possible, sur la base de la charge de rupture  $V_R$ , de calculer la droite qui définit le comportement de la poutre à l'aide de (5.43). Étant donné que les deux critères doivent donner la même résistance pour une déformation nulle le coefficient  $1/3$  de la formulation originale a été gardé. Il reste donc à caler la généralisation du critère au nuage des points expérimentaux comme montré à la figure 5.26 ce qui donne la formulation suivante :

$$\frac{V_R}{b d \sqrt{f_c}} = \frac{1}{3} \frac{1}{1 + 240 \frac{\varepsilon_{ref} d}{d_g + d_{g,0}}} \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (5.46)$$

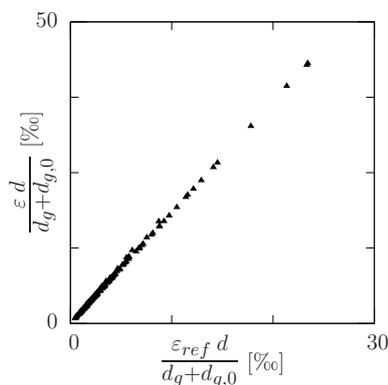
La moyenne des rapports entre la force de rupture mesurée et celle calculée  $V_{R,test}/V_{R,calc}$  des 196 essais sur poutre utilisés pour caler la courbe est de 1.00 avec un coefficient de variation de 0.11. Ces valeurs correspondent avec ceux trouvés avec le critère de rupture défini par Muttoni [Mut08b] (moyenne : 0.98 et COV : 0.10).

Il est possible de comparer le rapport entre le facteur qui multiplie la déformation dans le critère original et celui du critère généralisé ( $120/240 \cong 0.50$ ) qui doit être proche au rapport



**Fig. 5.26:** Comparaison entre le critère de rupture proposé et les essais

entre les déformations préalablement dérivé (voir figure 5.25). Il est aussi possible de voir que le premier rapport est très proche à la moyenne des rapports calculée sur les essais utilisés pour dériver le critère qui vaut  $\varepsilon_{ref}/\varepsilon \cong 0.53$ . Cette valeur peut également être lue sur la figure 5.27.



**Fig. 5.27:** Comparaison entre l'ouverture de la fissure critique considérée dans le critère proposé et celle du critère de Muttoni

Ces résultats arrivent à la conclusion que la généralisation du critère de rupture suit le même principe que le critère existant pour l'effort tranchant des poutres. Donc, il est possible d'affirmer que la façon de calculer l'ouverture de la fissure critique pour la nouvelle proposition du critère de rupture au poinçonnement est identique à celle utilisée pour l'effort tranchant. Cette généralisation est un grand avantage pour des études futures sur la phase de transition entre le poinçonnement (« two-way slab ») et l'effort tranchant (« one-way slab »). Cette transition doit être considérée en introduisant le rayon du périmètre de contrôle comme un paramètre supplémentaire dans le critère de rupture généralisé.

### 5.3 Critère de rupture au poinçonnement simplifié pour joints avec colonnes fortement sollicitées

Cette section propose un critère de rupture au poinçonnement simplifié applicable aux joints colonnes-dalle chargés par  $V$  et par  $N$ . Ce critère est une extension à ce type d'éléments constructifs du critère de Muttoni (voir section 2.1.2). Le concept utilisé est celui d'introduire une correction sur l'estimation de l'ouverture de la fissure critique  $\psi d$ . En effet, il a déjà été

expliqué que la compression transversale à la dalle induit le gonflement du béton entre les colonnes et, au niveau de la fissure critique, il se manifeste par une réduction de l'ouverture, comme montré à la figure 5.28(b). L'idée est donc d'introduire la correction suivante sur le critère original (confronter avec (2.6)) :

$$\frac{V_R}{u d \sqrt{f_c}} = \frac{0.75}{1 + 15 \frac{\psi d - \Delta u}{d_g + d_{g,0}}} \leq 2/3 \quad \text{unités : MPa, mm} \quad (5.47)$$

où le paramètre  $\Delta u$  quantifie la réduction de l'ouverture de la fissure critique par rapport au cas sans effort normal et même rotation de la dalle. Etant donné que le terme  $\psi d - \Delta u$  est proportionnel à l'ouverture de la fissure critique, il ne peut pas devenir négatif et donc, la condition  $\psi d - \Delta u \geq 0$  doit être respectée. Afin de représenter la réalité, cette réduction de l'ouverture de la fissure critique doit considérer le gonflement du cylindre central  $u_i$  ainsi que le rapport entre l'ouverture réelle de la fissure critique d'une dalle chargée que par  $V$  et son produit  $\psi d$ . Le gonflement est calculé en considérant l'effort de confinement  $n_{lat}$  et la rigidité de l'élément de confinement  $K_i$ . Le confinement est garanti par une déformation imposée à la partie de dalle qui entoure la zone entre les colonnes. Donc, un anneau en béton armé qui, dans le cas où la dalle est chargée, se trouve déjà à l'état fissuré.

Sur la base de ces considérations, il est possible de prendre directement en compte le rapport entre la réelle ouverture de la fissure critique et le produit  $\psi d$  dans la rigidité de l'élément de confinement. De cette manière, la rigidité pour la section de référence résulte être :

$$K_{ref} = \frac{u_i}{\Delta u} K_i \approx 0.5 K_i = 0.5 \ln 2 \frac{E_s \rho d}{r_c} \quad (5.48)$$

où la valeur de 0.5 a été dérivée sur la base des essais et d'autres points de rupture calculés avec le critère généralisé. La rigidité de l'élément de confinement  $K_i = E_s \rho d / r_c$  est expliquée à la section 5.3.1. Enfin, la réduction de l'ouverture de la fissure critique est calculée de la façon suivante :

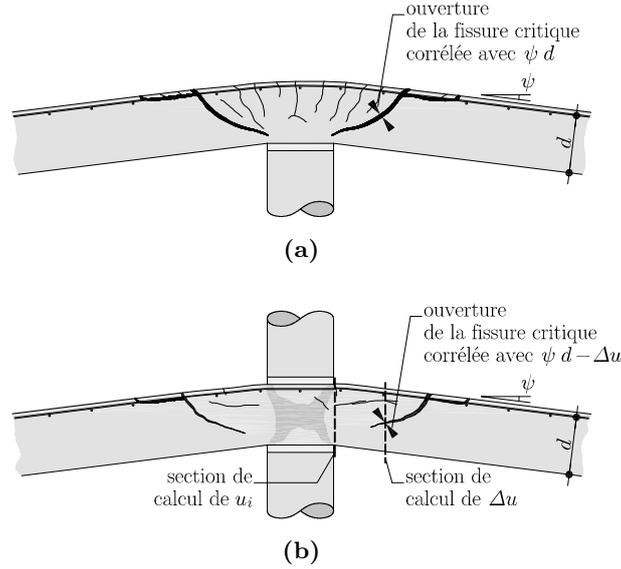
$$\Delta u = \frac{n_{lat}}{K_{ref}} \gamma_B \quad (5.49)$$

où le facteur  $\gamma_B$  considère la transformation d'une géométrie orthogonale en géométrie axisymétrique et il est défini à la section 4.4. La résultante des contraintes de confinement  $n_{lat}$  est calculée, de façon simplifiée selon la théorie de la plasticité, en la considérant à l'aide de (6.15).

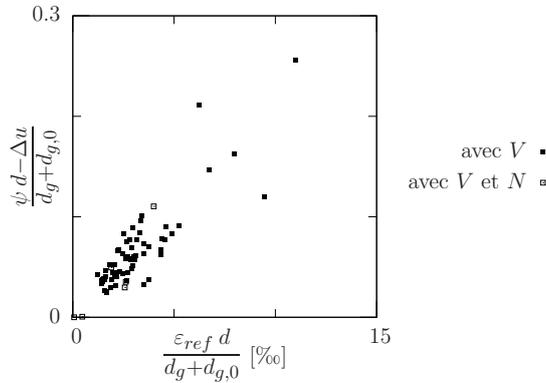
La figure 5.29 montre la comparaison entre les ouvertures de la fissure critique à la rupture selon le critère décrit ici et celle calculée selon le critère généralisé. Ce diagramme montre que la correction sur l'ouverture de la fissure critique pour considérer l'effet de  $N$  permet de ramener les points dans le nuage des essais avec seulement  $V$ . Ceci signifie donc que cet effet est correctement considéré par la méthode proposée ici.

### 5.3.1 Comportement d'un anneau fissuré

Afin de compléter ce critère, il est nécessaire de définir la rigidité de la dalle pour les efforts membranaires. Cette rigidité est calculée pour une dalle axisymétrique et donc il revient à calculer la rigidité de l'anneau de la même façon décrite en [Gui07a]. Avec la seule différence, que l'état initial de l'anneau est varié. En effet, ici l'anneau est considéré comme étant déjà fissuré, en direction tangentielle et radiale, par les efforts de flexion engendrés par la charge  $V$ . Cette fissuration est introduite dans l'anneau en considérant des déformations initiales de traction imposées en état d'équilibre initial comme montré à la figure 5.30. Ensuite, l'effort de confinement, appliqué sur la section interne de l'anneau, engendre une compression radiale



**Fig. 5.28:** Effet de la force  $N$  sur l'ouverture de la fissure critique : (a) joint colonne-dalle ; (b) joint colonnes-dalle avec colonnes fortement sollicitées



**Fig. 5.29:** Comparaison entre l'ouverture de la fissure considérée dans le critère généralisé et celle corrigée selon le critère de rupture simplifié

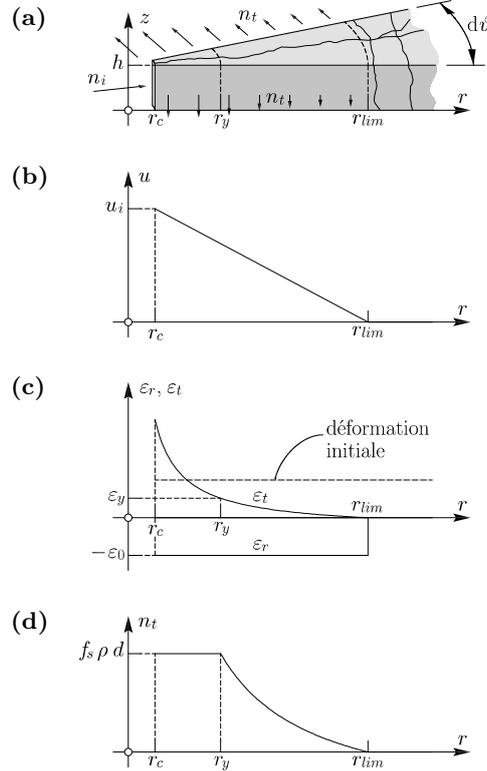
et une traction tangentielle. L'effort radial ferme les fissures jusqu'à une certaine distance  $r_{lim}$  depuis le centre et donc, en faisant l'hypothèse que la fermeture de la fissure se fait sans transmission d'efforts, la partie d'anneau au-delà de cette limite ne subit aucun déplacement. Donc, il est possible de décrire le déplacement de la totalité de l'anneau, en faisant l'hypothèse d'une rigidité radiale infinie après avoir complètement fermé la fissure, par la relation suivante :

$$u(r) = \begin{cases} u_i - \varepsilon_0 (r - r_c) & \text{si } r_c \leq r \leq r_{lim}, \\ 0 & \text{si } r > r_{lim}. \end{cases} \quad (5.50)$$

où  $\varepsilon_0$  est la déformation initiale de l'anneau due à la flexion de la dalle et sa valeur est imposée égale à la déformation d'écoulement des armatures ( $\varepsilon_0 = \varepsilon_y$ ). Étant donné que la déformée de l'anneau doit être continue, il est possible de calculer la distance  $r_{lim}$  où les deux parties de la relation qui définit le déplacement radial  $u$  donnent la même valeur. Donc, le rayon limite

sur lequel il y a l'influence de la contrainte interne vaut :

$$r_{lim} = \frac{u_i}{\varepsilon_0} + r_c \quad (5.51)$$



**Fig. 5.30:** Dérivation de la loi de l'anneau fissuré soumis à un déplacement radial imposé à la face interne : (a) paramètres géométriques ; (b) déplacements radiaux ; (c) déformations radiales et tangentielles et ; (d) efforts tangentiels

La déformation tangentielle  $\varepsilon_t$  est calculée selon (4.28) et permet de trouver le rayon jusqu'où les barres d'armatures sont en phase d'écoulement  $r_y$ . Ceci se fait en trouvant la valeur du rayon pour laquelle la déformation tangentielle équivaut à celle de plastification des barres d'armature  $\varepsilon_y = f_s/E_s$ . Le rayon plastique  $r_y$  vaut donc :

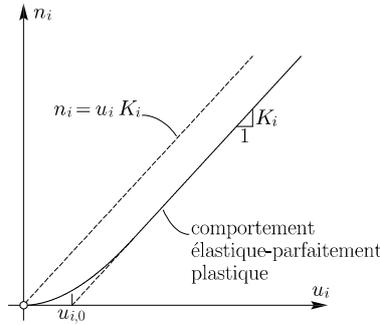
$$r_y = \frac{u_i + \varepsilon_0 r_c}{\varepsilon_0 + \varepsilon_y} \geq r_c \quad (5.52)$$

En connaissant les deux rayons décrits préalablement, il est possible de calculer la résultante des contraintes tangentielles le long d'une section radiale. Cet effort est calculé par l'intégration des contraintes sur toute la longueur de l'anneau et, étant donné qu'il est sollicité jusqu'à  $r_{lim}$ , l'intégration est à faire jusqu'à cette dernière distance. Enfin, par équilibre entre la déviation de l'effort tangential total et l'effort radial, l'effort intérieur  $n_i$  nécessaire à imposer un certain déplacement à la section interne est calculé. Cet équilibre est montré à la figure 5.30(a) et est décrit par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} n_i &= \frac{1}{r_c} \int_{r_c}^{r_{lim}} n_t dr = \\ &= \frac{\rho d}{r_c} \left[ f_s (r_y - r_c) - E_s \varepsilon_0 (r_{lim} - r_y) + E_s (u_i + \varepsilon_0 r_c) \ln \frac{r_{lim}}{r_y} \right] \end{aligned} \quad (5.53)$$

La figure 5.31 montre le comportement de l'anneau fissuré où il est possible de voir que la rigidité est initialement nulle et augmente dans une première phase de la mise en charge. Après cette première phase, qui est limitée sur une petite déformation, la rigidité reste constante. Dans cette deuxième phase, qui commence au moment où  $r_y = r_c$ , une rigidité  $K_i$  peut être trouvée en introduisant en (5.53) les valeurs de  $r_{lim}$  et de  $r_y$  données par (5.51) respectivement (5.52) et en considérant seulement les termes qui dépendent du déplacement intérieur  $u_i$ . Cette rigidité, qui permet de calculer le déplacement de la section intérieure, vaut :

$$K_i = \frac{E_s \rho d}{r_c} \ln \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_y}{\varepsilon_0} \quad (5.54)$$



**Fig. 5.31:** Comportement type de l'anneau fissuré soumis à un déplacement radial imposé à la face interne

Les termes constants de (5.53) correspondent à la valeur de la déformation  $u_{i,0}$  montrée à la figure 5.31.

$$u_{i,0} = \frac{\varepsilon_y r_c}{\ln \frac{\varepsilon_0 + \varepsilon_y}{\varepsilon_0}} - \varepsilon_0 r_c \quad (5.55)$$

Il est donc possible de décrire le déplacement de la section interne à l'anneau sous une contrainte imposée à l'aide de ces deux dernières valeurs comme montré en (5.56). Cette formulation est exacte seulement après avoir plastifié la section tangentielle interne. Néanmoins, cette situation est déjà atteinte pour des petits déplacements. Compte tenu des simplifications précédentes et du fait que le terme constant est négligeable, le déplacement peut être calculé par la simplification suivante :

$$u_i = \frac{n_i}{K_i} + u_{i,0} \approx \frac{n_i}{K_i} \quad (5.56)$$

Cette dernière simplification est utilisée, en (5.48), pour estimer le valeur de  $K_{ref}$  nécessaire au calcul de  $\Delta u$  du critère de rupture donné en (5.47). En introduisant la valeur de  $\varepsilon_0$  préalablement proposée l'expression de la rigidité de l'anneau  $K_i$  peut ultérieurement est simplifiée comme suit :

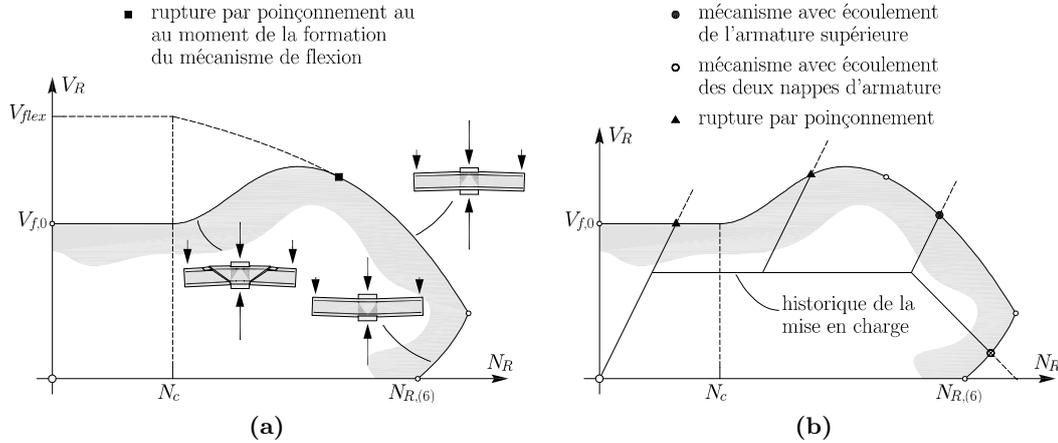
$$K_i = \ln 2 \frac{E_s \rho d}{r_c} \cong 0.69 \frac{E_s \rho d}{r_c} \quad (5.54a)$$

## 5.4 Diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne

Au chapitre 4 différents types de rupture ont été discutés et des modèles physiques pour les quantifier ont été proposés. En premier, il a été analysé (voir section 4.1) l'écrasement du béton

de la dalle entre les deux colonnes sous l'effet de la force  $N_{R,(6)}$  seule. Ensuite, des mécanismes plastiques pour le calcul de la charge de rupture par flexion de la dalle soumise aux forces  $V$  et  $N$  ont été développés à la section 4.2. Principalement, deux différents types de mécanismes sont possibles : un qui se développe avec la plastification des armatures supérieures, donc avec des forces  $V$  élevées, et l'autre qui plastifie les deux nappes d'armature qui se développe quand la force  $N$  a une influence majeure à celle de  $V$ .

Par contre dans ce chapitre (voir section 5.2), il a été développé un critère de rupture qui, combiné au comportement de la dalle dérivé selon les indications de la section 4.3, permet de calculer la force de rupture par poinçonnement  $V_f$  concomitante à la force  $N$  donnée.



**Fig. 5.32:** Diagramme d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne  $V-N$  : (a) diagramme avec tous les types de rupture possibles pour un joint colonnes-dalle et ; (b) vérification d'un joint pour différentes historiques de la mise en charge

Toutes les ruptures peuvent être représentées sur un diagramme d'interaction  $V-N$  comme montré à la figure 5.32(a). En premier lieu, ce diagramme indique l'enveloppe des ruptures et en plus à quel type de rupture il faut s'attendre. Cette deuxième indication est importante pour le fait que dépassée une certaine force sur la colonne supérieure, qui vaut  $N_{R,(6)}$ , la force  $V$  qui peut être appliquée à la dalle n'est plus bornée seulement vers le haut mais aussi vers le bas. Donc dans des cas pratiques, il est nécessaire de s'assurer qu'une force minimale  $V$  soit garantie à tous moments. Ceci est aussi valable dans l'autre sens. En effet, les forces  $N$  qui sont possibles, dépassée une certaine force sur la dalle  $V_{f,0}$ , sont bornées dans les deux sens. Il est important de noter que le diagramme d'interaction  $V-N$  est différent pour chaque dalle et il dépend, entre autre, de la position des points d'introduction des forces sur la dalle.

Pour pouvoir tracer un de ces diagrammes il faut résoudre pour tous les  $N$  et les différents types de rupture et, ensuite, retenir celles qui sont déterminantes. Ces forces sont : la plus petite entre celle du mécanisme avec plastification des armatures supérieures et celle de poinçonnement. La partie inférieure de la surface de rupture est par contre donnée par l'autre mécanisme de flexion (plastification au même moment des deux nappes). Après avoir tracé le diagramme, il est possible de vérifier la sécurité structurelle en dessinant, sur le même diagramme, la courbe de l'historique de la mise en charge du joint. Dans le dimensionnement d'un cas pratique, cette dernière courbe, correspond aux différentes situations de risque qui sollicitent l'élément dans les phases de construction et d'exploitation de la structure. Enfin, la vérification est faite en contrôlant qu'aucun point ne dépasse l'enveloppe des résistances, comme montré à la figure 5.32(b).

## **6 Propositions pour le dimensionnement et validations expérimentales**

Dans les chapitres précédents, des modèles physiques reproduisant le comportement des joints colonnes-dalle soumis à des forces sur les colonnes et sur la dalle ont été développés. De plus, il est proposé un critère de rupture qui permet, avec les modèles de comportement, de prédire la résistance au poinçonnement de ces éléments constructifs. En raison de leur complexité, ces modèles ne sont pas utilisables pour des applications pratiques. Pour cette raison, des méthodes simplifiées sont proposées dans la première partie de ce chapitre. Dans la deuxième partie du chapitre, tous les modèles présentés dans les chapitres précédents ainsi que les méthodes simplifiées, présentés dans la suite, sont comparés aux résultats expérimentaux afin de valider leur pertinence.

### **6.1 Méthodes simplifiées pour la vérification des joints colonnes-dalle**

Dans la suite, des méthodes simplifiées pour la vérification des joints colonnes-dalle sont proposées. Ces méthodes se basent sur des réflexions faites lors de l'application des modèles plus complexes et sont utilisables pour la conception et le dimensionnement des nouvelles structures ou bien pour la vérification des structures existantes.

A la fin de cette partie, des règles pour l'application des modèles aux planchers-dalles sont données. De cette façon, toutes les informations nécessaires au dimensionnement des joints colonnes-dalle des planchers réels ont été traitées.

#### **6.1.1 Résistance plastique des joints colonnes-dalle**

Sur la base des observations expérimentales, un modèle de confinement compatible applicable aux joints colonnes-dalle soumis seulement à des forces sur les colonnes a été développé. L'application de ce modèle à plusieurs cas a permis de démontrer qu'au moment de l'écrasement du béton entre les colonnes, les armatures de la dalle sont proches ou bien déjà complètement plastifiées. Ceci sera montré, pour les joints de la série PG IV, à la section 6.2.1. Sur la base de cette considération, il est donc possible de calculer la force de rupture, sans trop d'erreur, par un calcul plastique en considérant le confinement donné par l'effort de plastification de l'anneau [Gui10d]. De plus, comme il a été expliqué à la section 2.6, déjà une faible contrainte de confinement confère au béton un comportement assez ductile.

### Jointes colonnes-dalle chargés seulement sur les colonnes

Étant donné que pour l'analyse plastique le comportement de l'anneau n'est pas utile, pour ce calcul, il est préférable de garder la géométrie originale du joint sans la ramener en axisymétrie. Dans ce cas, l'effort de plastification  $n_{pl}$  est calculé par (voir figure 6.1 et comparer (4.40a)) :

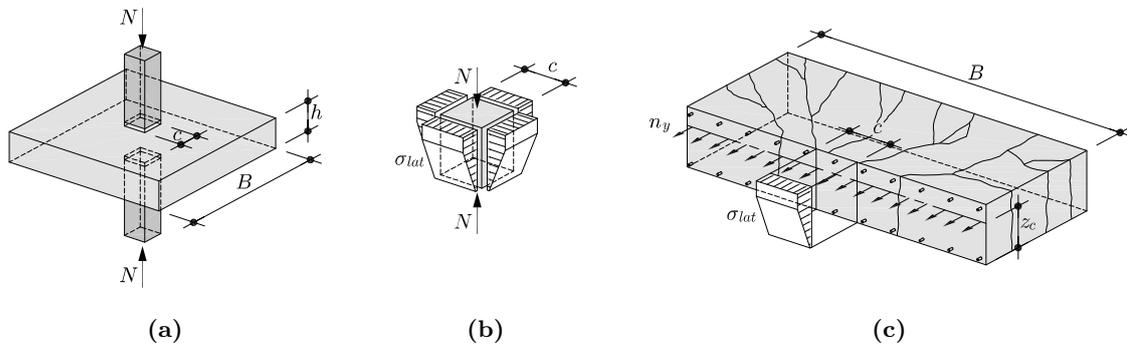
$$n_{pl} = n_y \frac{B}{c} \tag{6.1}$$

Si le joint présente une colonne circulaire il faut remplacer  $c$  par  $2 r_c$ .

Pour le calcul de  $\sigma_{lat,m}$ , les indications de la section 4.1.3, l'équation (4.65) ainsi que les diagrammes de la figure 4.22 restent encore valables à condition d'utiliser pour le rayon du cylindre  $R$  la valeur donnée en (4.116). Les diagrammes cités préalablement permettent aussi de trouver la valeur de  $k$  qui permet enfin de calculer la résistance du joint de la façon suivante :

$$N_R = A_c (f_c + k \sigma_{lat,m}) \tag{6.2}$$

Une très bonne approximation de la résistance du joint peut être calculée en utilisant des valeurs constantes pour  $k = 4.0$  et pour la hauteur de la zone plastique  $t = 1.25 R$ . Cette dernière approximation, déjà discutée à la section 4.1.4, donne  $t = 1.25 r_c$  pour des colonnes circulaires et  $t = 0.7 c$  dans le cas d'une colonne carrée.



**Fig. 6.1:** Jointe colonnes-dalle carrée chargée exclusivement par une force sur les colonnes : **(a)** géométrie du joint ; **(b)** géométrie et état de contraintes du prisme intérieur et ; **(c)** géométrie et état de contraintes de la dalle de confinement

### Jointes colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes

La partie précédente conclut que la résistance à l'écrasement des jointes colonnes-dalle, comme celui montré à la figure 6.1(a), peut être calculée sur la base d'une analyse plastique. De plus, il a aussi été expliqué que la distribution des contraintes de confinement a un effet important seulement sur la contrainte de confinement moyenne  $\sigma_{lat,m}$  et elle peut être calculée avec une hauteur de la zone plastique  $t = 1.25 R$ . Donc, afin de simplifier la procédure de vérification il suffit d'introduire une distribution simplifiée des contraintes latérales. Pour ceci, la distribution montrée à la figure 6.2(a) remplace celles de la figure 4.15. Les deux zones de contrainte constante sont délimitées par la position de la résultante  $n_{lat}$  et elles sont en équilibre avec cette résultante. Les intensités des deux contraintes sont donc définies et

elles valent :

$$\begin{aligned}\sigma_{lat,1} &= \frac{n_{lat}}{h} \frac{t_{lat}}{h - t_{lat}} \\ \sigma_{lat,2} &= \frac{n_{lat}}{h} \frac{h - t_{lat}}{t_{lat}}\end{aligned}\quad (6.3)$$

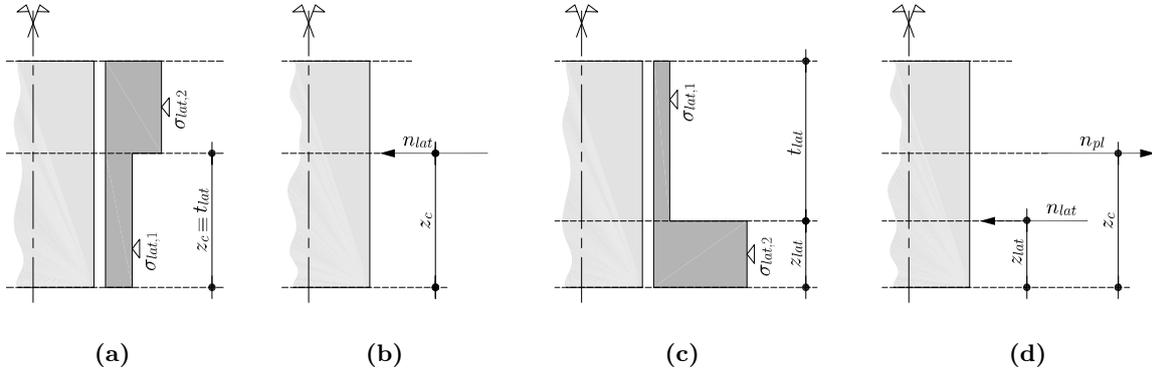
où  $t_{lat}$  est la distance entre la résultante des contraintes de confinement et le bord de la dalle le plus loin, donc :

$$t_{lat} = \begin{cases} z_{lat} & \text{si } z_{lat} \geq h/2, \\ h - z_{lat} & \text{si } z_{lat} < h/2. \end{cases}\quad (6.4)$$

Si la hauteur  $t$  est inférieure à  $t_{lat}$  seulement la contrainte de confinement inférieure  $\sigma_{lat,1}$  influence la résistance et donc  $\sigma_{lat,m} = \sigma_{lat,1}$ . Dans le cas contraire, aussi la deuxième zone, celle confinée par  $\sigma_{lat,2}$ , contribue à la résistance à l'écrasement du joint. Sur la base de cette considération il est possible d'exprimer la contrainte de confinement moyenne comme suit :

$$\sigma_{lat,m} = \frac{n_{lat}}{h} \left( \frac{h - 2t_{lat}}{t_{lat}} + 1 - h \frac{h - 2t_{lat}}{t_{lat}(h - t_{lat})} \left\langle 1 - \frac{t_{lat}}{t} \right\rangle \right)\quad (6.5)$$

où l'opérateur  $\langle x \rangle$  vaut  $x$  si  $x > 0$  et 0 si  $x \leq 0$ .



**Fig. 6.2:** Distribution simplifiée des contraintes de confinement sur le bord du béton entre les deux colonnes : **(a)** ; **(b)** distribution et résultante pour le cas des joints non chargés sur la dalle ( $V = 0$ ) ; **(c)** et ; **(d)** distribution et résultante dans la situation avec force sur la dalle

La force à disposition pour le confinement est fonction de la quantité d'armature de la dalle, du rapport entre la dimension de la dalle et celle de la colonne et encore de l'intensité de la force appliquée sur la dalle. En effet, dans le régime entre le point (1) et le (3) des diagrammes d'interaction décrits à la section 4.2.1, afin d'équilibrer la force appliquée sur la dalle il est nécessaire d'activer une partie de l'armature supérieure et, en même temps, de comprimer le béton de l'intrados. Ceci réduit donc l'armature utilisable pour le confinement sur une distance  $b_n \leq B$  qui est calculée en appliquant l'équilibre des moments pour la partie montrée à la figure 6.3(c). Dans ce régime, la résultante des contraintes de confinement est le plus bas possible afin de maximiser le bras de levier avec l'effort de traction des armatures et pour ceci, la valeur de  $z_{lat} = h/3$  est imposée. Cette valeur est celle qui garanti d'avoir du confinement sur toute la hauteur dans le cas d'une distribution linéaire. Ainsi, la distance  $b_n$  peut être calculée :

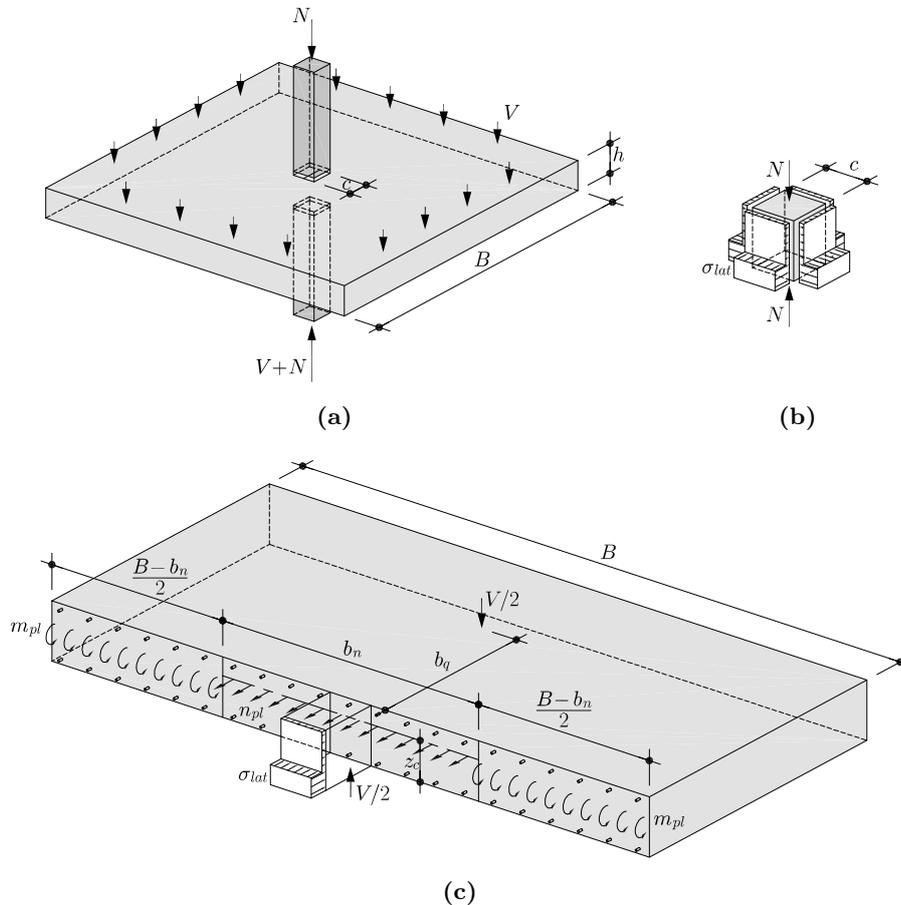
$$b_n = \frac{m_{pl} B - \frac{V}{2} b_q}{m_{pl} - \omega f_c h (z_c - h/3)} \leq B\quad (6.6)$$

où la position de l'effort normal de plastification de la dalle  $z_c$  est calculée avec (4.41), le moment plastique  $m_{pl}$  est calculé en considérant les seules armatures supérieures,  $b_q$  est le bras de levier de la résultante des forces qui agissent sur la partie de dalle et le taux mécanique d'armature  $\omega$  est calculé comme suit :

$$\omega = (\rho f_s + \rho' f_s') \frac{d}{f_c h} \quad (6.7)$$

La limitation imposée dans (6.6) est nécessaire parce que pour les régimes après le point (3) la valeur calculée de  $b_n$  est majeure de la dimension de la dalle  $B$ . Ceci signifie que toute l'armature de la dalle est disponible pour confiner le prisme en béton qui transmet la force  $N$ . Donc, le moment engendré par la force  $V$  est totalement équilibré par l'excentricité entre l'effort normal de plastification des armatures et la résultante des contraintes de confinement. Dans ces cas, il est nécessaire de calculer la valeur de  $z_{lat}$  qui remplace  $h/3$  dans (6.6) et qui satisfait  $b_n = B$ . Il est ainsi possible de calculer la position de la résultante des contraintes de confinement pour les régimes entre le point (3) et le (6) :

$$z_{lat} = z_c - \frac{V b_q}{2 B \omega f_c h} \quad (6.8)$$



**Fig. 6.3:** Jointe colonnes-dalle carrée chargée sur les colonnes et sur la dalle : (a) géométrie du joint ; (b) géométrie et état de contraintes du prisme intérieur et ; (c) géométrie et état de contraintes du reste de dalle

Une fois connue la dimension de la portion de dalle à disposition pour le confinement, il est possible de calculer l'intensité de la résultante des contraintes de confinement qui vaut :

$$n_{lat} = \omega f_c h \frac{b_n}{c} \quad (6.9)$$

Cet effort permet enfin de calculer la contrainte de confinement moyenne avec (6.5) ainsi que la résistance à l'écrasement.

$$N_R = A_c (f_c + 4.0 \sigma_{lat,m}) - \alpha V \quad (6.10)$$

Par simplicité, il est préférable d'exprimer la résistance en termes du taux mécanique effectif d'armature  $\tilde{\omega}$  qui considère la répartition du confinement :

$$\tilde{\omega} = \omega \left( \frac{h - 2 t_{lat}}{t_{lat}} + 1 - h \frac{h - 2 t_{lat}}{t_{lat} (h - t_{lat})} \left\langle 1 - \frac{t_{lat}}{t} \right\rangle \right) \quad (6.11)$$

De cette façon la résistance à l'écrasement est définie par :

$$N_R = A_c \left( f_c + 4.0 \tilde{\omega} f_c \frac{b_n}{c} \right) - \alpha V \quad (6.10a)$$

où le facteur  $\alpha$  considère si la dalle s'écrase en proximité de la colonne supérieure ( $\alpha = 0$ ) ou à l'inférieure ( $\alpha = 1$ ). Pour considérer l'incertitude sur la zone d'écrasement entre le point (4) et (5) du diagramme d'interaction, la valeur de  $\alpha$  est calculée sur la base de la position de  $n_{lat}$  de la manière suivante :

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{si } z_{lat} = h/3, \\ \frac{6 z_{lat}}{h} - 2 & \text{si } h/3 < z_{lat} \leq h/2, \\ 1 & \text{si } z_{lat} > h/2. \end{cases} \quad (6.12)$$

Enfin, il est encore nécessaire de contrôler que la contrainte de confinement moyenne ne dépasse pas la résistance à la compression simple du béton de la dalle. Cette condition est vérifiée de la façon suivante :

$$N_R \leq 5.0 A_c f_c - V \quad (6.13)$$

Le modèle plastique simplifié décrit ici est applicable aussi aux colonnes circulaires. Pour ceci, il suffit de substituer dans (6.9) et (6.10a) la dimension de la colonne carrée  $c$  par le diamètre de celle circulaire  $2 r_c$ . De plus, la valeur de la hauteur de la zone plastique vaut  $t = 1.25 r_c$  et non  $t = 0.7 c$ .

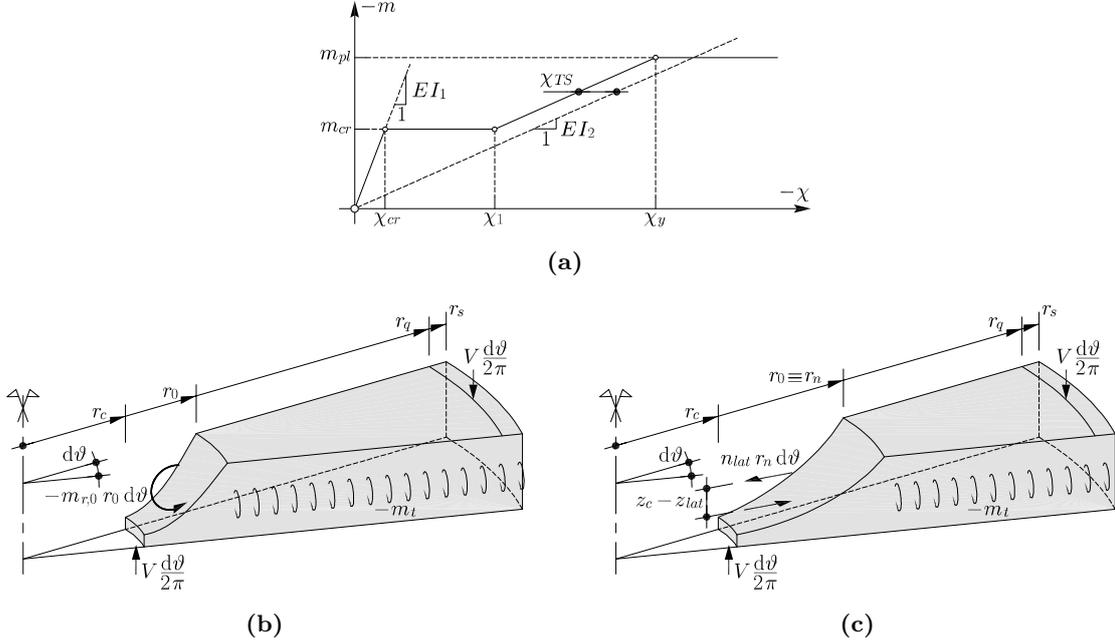
## 6.1.2 Résistance au poinçonnement des joints colonnes-dalle

La résistance au poinçonnement se calcule en comparant la courbe du comportement de la dalle avec un critère de rupture. Deux différents critères de rupture ont été proposés : un généralisé qui peut être utilisé pour toutes les situations de sollicitation du joint et un critère simplifié pour les joints colonnes-dalle avec colonnes superposées et fortement sollicitées. Pour l'approche simplifiée le deuxième critère (5.47) sera retenu en raison du fait qu'il est exprimé en fonction de la rotation de la dalle  $\psi$  qui peut être facilement calculée. Donc, il ne reste qu'à exprimer de façon simple la rotation de la dalle. Dans la suite, deux différentes méthodes sont données : une plus précise basée sur une loi quadrilinéaire du comportement flexionnel de la dalle et une exprimée par une loi exponentielle.

### Modèle quadrilinéaire

Muttoni [Mut08a] a proposé une loi analytique, pour des dalles axisymétriques, dérivée par l'intégration des efforts sur un élément de dalle comme celui montré à la figure 6.4(c) qui

tourne autour du bord de la colonne d'un angle  $\psi$ . Les efforts sont calculés sur la base du champ de déformation avec une loi quadrilinéaire du comportement flexionnel de la section (voir figure 6.4(a)). Cette méthode permet de calculer la courbe  $V-\psi$  pour un joint chargé seulement sur la dalle donc pour considérer l'effet de la force appliquée à la colonne supérieure  $N$  il est nécessaire de corriger le modèle. Pour ceci la dalle est séparée en deux parties : une qui équilibre les contraintes de confinement et l'autre qui permet l'équilibre de la force appliquée sur la dalle  $V$ .



**Fig. 6.4:** Modèle de comportement de la dalle quadrilinéaire : (a) relation moment-courbure  $m-\chi$  considérée ; (b) état de contraintes dans un secteur circulaire de dalle proposé par Muttoni [Mut08a] et ; (c) état de contraintes pour les joints fortement sollicités sur les colonnes

La dimension de la partie de dalle qui garantit le confinement  $r_n$  est calculée sur la base des mêmes considérations faites, pour la dalle carrée, afin de dériver (6.6). L'effort normal tangentiel  $n_t$  ainsi que le radial au tour de la colonne  $n_{r,0}$  sont ceux de plastification. L'équilibre des forces radiales, sur la portion de dalle montrée à la figure 6.4(b), permet donc de calculer la dimension de cette partie :

$$r_n = r_c \left( 1 + \frac{n_{lat} \gamma_B - n_{y,r}}{n_{y,t}} \right) \geq 0 \quad (6.14)$$

où les efforts normaux plastiques  $n_{y,r}$  et  $n_{y,t}$  sont calculés comme en (4.30) et la résultante des contraintes de confinement  $n_{lat}$  est calculée avec (6.5) en sachant que la contrainte moyenne vaut  $\sigma_{lat,m} = (N - N_c) / (4.0 A_c)$  et que la résultante est placée à  $z_{lat} = h/3$ . Cette position est choisie par le fait qu'une rupture par poinçonnement est attendue seulement pour le régime entre le point (0) et le (3) du diagramme d'interaction  $V-N$ . En effet, pour les régimes suivants, toute la dalle est fortement comprimée en direction radiale et le poinçonnement ne peut pas se produire. Dans ces cas la force sur la dalle est limitée par la valeur maximale du critère de rupture comme donnée en (5.47). La valeur de  $n_{lat}$  est enfin calculée avec :

$$n_{lat} = \frac{N - N_c}{4.0 A_c} \gamma_A h \left( 2 - \left\langle 2 - \frac{t}{2t - h} \right\rangle \right) \geq 0 \quad (6.15)$$

La déformation de la dalle selon la loi quadrilinéaire proposée par Muttoni est une rotation d'un corps rigide pour la partie extérieure à un rayon  $r_0 = r_c + d$  et en forme de dôme sphérique pour la partie intérieure. Cette hypothèse est reprise aussi pour le cas en question mais, en modifiant la position du rayon  $r_0$  qui doit être  $r_0 \geq r_n$ . Ceci est pour considérer la perte de rigidité enduite par l'effort du confinement qui permet à la zone plastique  $r \leq r_n$  de se déformer librement. Sur la base de ces considérations, il est possible de calculer le moment résultant sur la section tangentielle intérieure :

$$M_{r,0} = -m_{r,0} (r_0 - r_n) - n_{lat} \left( z_c - \frac{h}{3} \right) r_n \gamma_B \quad (6.16)$$

Tout le reste du modèle n'a pas été modifié par rapport à celui des joints non chargés sur la colonne supérieure. Pour cette raison, dans la suite la formulation finale du modèle est donnée sans explications supplémentaires.

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \left( -M_{r,0} + m_{pl} (r_y - r_0) + EI_2 \psi \ln \frac{r_1}{r_y} + \right. \\ \left. + EI_2 \chi_{TS} (r_1 - r_y) + m_{cr} (r_{cr} - r_1) + EI_1 \psi \ln \frac{r_s}{r_{cr}} \right) \quad (6.17)$$

avec :

$$r_y = \frac{\psi EI_2}{m_{pl} - \chi_{TS} EI_2} \quad \text{et} \quad r_0 \leq r_y \leq r_s$$

$$r_1 = \frac{\psi EI_2}{m_{cr} - \chi_{TS} EI_2} \quad \text{et} \quad r_0 \leq r_1 \leq r_s$$

$$r_{cr} = \frac{\psi EI_1}{m_{cr}} \quad \text{et} \quad r_0 \leq r_{cr} \leq r_s$$

### Loi exponentielle

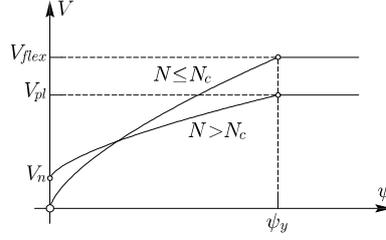
Pour les joints colonnes-dalle chargés seulement sur la dalle, la courbe  $V$ - $\psi$  peut être aussi approchée par une parabole d'exposant 3/2 [Mut08a]. Cette loi est exprimée pour atteindre la force de plastification de la dalle  $V_{flex}$  pour une rotation  $\psi_y$ , comme montré à la figure 6.5 ( $N \leq N_c$ ). Cette rotation est celle pour laquelle la courbure tangentielle à l'extrémité libre de l'élément de dalle  $r = r_s$  est égale à celle de plastification des armatures  $\chi_y$ . Donc au moment que la déformation dans les armatures tangentielles vaut  $\varepsilon_y = f_s / (\beta E_s)$ .

$$\psi_y = \chi_y r_s = \frac{f_s}{\beta E_s} \frac{r_s}{d - x_c} \approx 1.5 \frac{r_s}{d} \frac{f_s}{E_s} \quad (6.18)$$

où  $d - x_c$  est la distance entre l'axe neutre et la nappe d'armature supérieure. La loi exponentielle est donc définie de la façon suivante :

$$\psi = \psi_y \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} = 1.5 \frac{r_s}{d} \frac{f_s}{E_s} \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad (6.19)$$

La force appliquée à la colonne  $N$ , quand elle dépasse la résistance à la compression simple du béton, a principalement deux effets sur le comportement de la dalle : premièrement pendant la phase élastique fissurée, la rigidité est diminuée et deuxièmement la force de plastification



**Fig. 6.5:** Définition de la loi exponentielle pour les joints colonnes-dalle

est plus petite par rapport à celle sans  $N$ . Afin de considérer ces effets la loi exponentielle est transformée de la façon suivante :

$$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \frac{f_s}{E_s} \left( \frac{V - V_n}{V_{pl} - V_n} \right)^{3/2} \quad (6.19a)$$

Une formulation similaire est déjà proposée par la norme SIA [SIA 262] pour le calcul du comportement des dalles précontraintes en considérant l'effet du moment de décompression. Selon la formule précédente, la rotation de plastification  $\psi_y$  n'est pas fonction de la force appliquée sur les colonnes ce qui n'est pas trop loin de la réalité. La force  $V_n$  est celle directement équilibrée par l'excentricité entre la résultante des contraintes de confinement et la résultante des efforts de traction dans les armatures. Cette force est calculée, avec les mêmes hypothèses faites pour la zone de dalle qui équilibre le confinement dans la loi quadrilinéaire, de la façon suivante :

$$V_n = \frac{2 \pi n_{lat} r_c \gamma_B}{r_q - r_c} \left( z_c - \frac{h}{3} \right) \quad (6.20)$$

où la résultante des contraintes de confinement  $n_{lat}$  est calculée selon (6.15) et c'est le même effort à utiliser pour calculer  $\Delta u$  du critère de rupture (5.49). Par contre, la valeur de  $V_{pl}$  est directement prise par la branche plastique du diagramme d'interaction  $V-N$  construit selon les indications de la section 6.1.1. La valeur de  $V_n$  pour un élément de dalle carré, comme celui montré à la figure 6.3, est calculée de la façon suivante :

$$V_n = \frac{2 n_{lat} c}{b_q} \left( z_c - \frac{h}{3} \right) \quad (6.20a)$$

### 6.1.3 Prise en compte du frottement entre les plaques métalliques et le béton

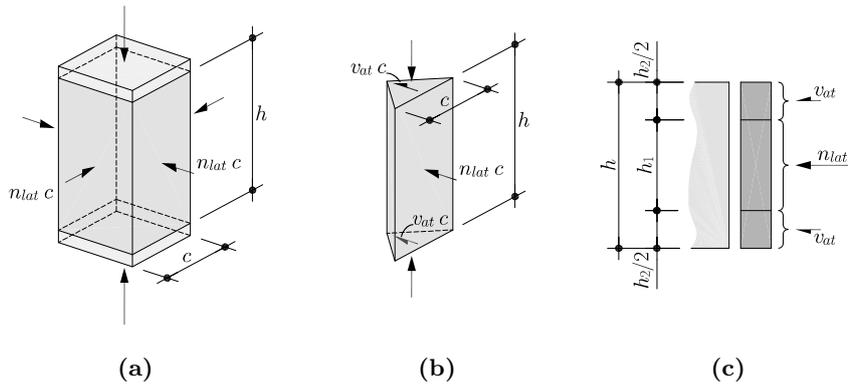
Les essais sur cubes décrits à la section 3.2 ont montré que l'interface plaque métallique - béton a une influence non négligeable sur la résistance à la compression des cubes. Cette influence est due au frottement entre les deux éléments qui empêche partiellement le gonflement du cube. Le résultat est une augmentation de la résistance à la compression mesurée. La littérature [Mut97] donne, pour des cubes en contact direct avec la plaque métallique, une résistance à la compression de  $f_{c,cube} \approx 1.25 f_c$ . Sur la base de cette valeur et en appliquant la théorie de la plasticité, il est possible de calculer l'angle de frottement entre la plaque métallique et le béton [Gui07a]. Selon cette analyse cet angle vaut  $\delta_{s-c} = 0.11 = 6.1^\circ$  ce qui signifie que le coefficient de frottement est  $\mu_{s-c} = \tan \delta_{s-c} \approx 0.11$ .

Pour un prisme comprimé entre deux plaques métalliques, l'effet du frottement peut être considéré par l'approche simplifiée donnée ci de suite qui tient en compte de l'élanement ( $h/c$ ) du prisme. En considérant l'action du frottement comme une action de confinement

additionnelle à celle faite par les forces extérieures, il peut être considéré avec un facteur  $\lambda_{at}$  qui multiplie la force  $N$  calculée en considérant seulement les contributions extérieures. En effet, le frottement confine les extrémités du prisme et donc l'action extérieure est plus efficace du fait qu'elle est répartie seulement sur la partie centrale.

Pour ceci le prisme comprimé longitudinalement entre deux plaques métalliques montré à la figure 6.6(a) est considéré. Chaque face latérale de cette partie, est confinée par un effort  $n_{lat} c$  par contre, les interfaces entre le béton et le métal garantissent un angle de frottement  $\delta$ . Ceci permet de connaître la résultante des contraintes de cisaillement produites par frottement sur chaque extrémité du prisme et pour chaque face latérale qui vaut :

$$v_{at} c = \sigma_3 \tan \delta \frac{c^2}{4} \quad (6.21)$$



**Fig. 6.6:** Effet du frottement entre les plaques d'appuis et le béton sur un prisme comprimé : (a) géométrie du prisme avec confinement ; (b) effort de frottement sur les extrémités du prisme et ; (c) contrainte de confinement engendrée par l'effort latéral et par celui de frottement

Cet effort confine le prisme sur une hauteur  $h_2/2$  par contre, l'effort  $n_{lat}$  est distribué sur le reste du prisme et donc  $h_1 = h - h_2$ . Cette dernière hauteur est calculée en égalisant la contrainte de confinement aux extrémités de celle centrale, comme il est montré à la figure 6.6(c) :

$$\frac{n_{lat}}{h_1} = \frac{2 \sigma_3 \tan \delta c^2/4}{c (h - h_1)} \quad \Rightarrow \quad h_1 = \frac{n_{lat} h}{\sigma_3 \tan \delta c/2 + n_{lat}} \quad (6.22)$$

La résistance plastique du prisme  $f_{cc,at}$  en considérant l'effet du frottement (à savoir égal à la contrainte longitudinale  $f_{cc,at} \equiv \sigma_3$ ) peut donc être calculée, en considérant une contrainte de confinement qui vaut  $n_{lat}/h_1$ , de la façon suivante :

$$f_{cc,at} = \frac{f_c + 4.0 \frac{n_{lat}}{h}}{1 - 4.0 \tan \delta \frac{c}{2h}} \quad (6.23)$$

La résistance plastique du prisme, sans compter le frottement, est par contre calculée en considérant une contrainte de confinement de  $n_{lat}/h$  et elle vaut :

$$f_{cc} = f_c + 4.0 \frac{n_{lat}}{h} \quad (6.24)$$

Le facteur  $\lambda_{at}$  est défini comme le rapport  $f_{cc,at}/f_{cc}$  qui vaut donc :

$$\lambda_{at} = \frac{1}{1 - 4.0 \tan \delta \frac{c}{2h}} \quad (6.25)$$

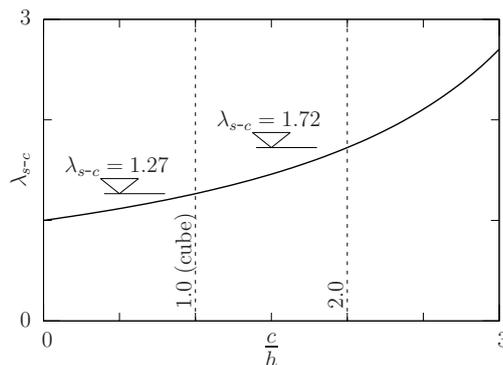
Il est important de rappeler que ce facteur est correct quand l'effet de l'effort latéral  $n_{lat}$  est prépondérant sur l'effet du frottement. En effet, dans le cas contraire, la hauteur  $h_2$  est trop grande par rapport à la dimension de la section du prisme  $c$  et l'effet du frottement ne peut pas se diffuser sur une hauteur si grande. Dans ce cas, la zone plastique se localise dans la partie centrale où le confinement est le plus petit. Si par contre, le prisme est peu élancé ( $h < 2t \approx 1.4c$ ) l'approche donnée ici est tout à fait applicable du fait que la zone plastique doit se développer sur toute la hauteur du prisme et donc le frottement est sûrement mobilisé. Cette dernière situation est représentative pour la majorité des joints colonnes-dalle qui se présentent dans la pratique.

### Evaluation de l'effet du frottement sur les joints colonnes-dalle

Comme le montrent les résultats des essais à la compression sur cubes effectués lors de cette recherche le frottement est fortement influencé par la nature de l'interface. En effet, la résistance mesurée sur les cubes, quand une couche de plâtre ainsi qu'une feuille de plastique ont été juxtaposées dans l'interface, est presque égale à celle mesurée sur cylindre  $f_{c,cube}/f_c = 1.01$ . Ce résultat montre que cette solution permet de pratiquement annuler le frottement. Ceci signifie que la couche de plâtre, qui pour des contraintes si élevées se trouve à l'état plastique, permet le gonflement libre du béton. Fort de ces conclusions, il est démontré que l'effet du frottement peut être négligé dans les cas qu'une telle interface est utilisée. En revanche, quand la plaque métallique est en contact direct avec le béton, la contribution donnée par le frottement sur la résistance à la compression du béton est à considérer.

Afin d'évaluer l'effet du frottement sur le comportement d'un joint colonnes-dalle avec interface acier-béton, le facteur  $\lambda_{s-c}$  est utilisé. En premier, le comportement du joint est calculé en négligeant le frottement et seulement à la fin, les forces sur la colonne  $N_c$  dérivées par cette analyse sont multipliées par le facteur pour ce type d'interface montré à la figure 6.7 et qui vaut (angle de frottement acier-béton  $\delta_{s-c} = 0.11$ ) :

$$\lambda_{s-c} = \frac{1}{1 - 0.21 \frac{c}{h}} \quad (6.25a)$$



**Fig. 6.7:** Evolution du facteur  $\lambda_{s-c}$  par rapport à l'inverse de l'élan-  
cement du prisme  $c/h$

Avec cette approche la distribution des contraintes de confinement sur la hauteur du cylindre est considérée comme constante. Néanmoins, l'erreur introduit, dans les situations où l'effort  $n_{lat}$  n'est pas centré, est négligeable et donc il est encore possible d'appliquer cette méthodologie.

### 6.1.4 Application aux planchers-dalles

Pour la vérification des joints colonnes-dalle d'un plancher-dalle comme celui montré à la figure 6.8(a) il est possible d'utiliser les méthodes simplifiées préalablement développées. Pour ceci, il faut ajouter la contribution de l'armature à mi-portée, qui est normalement nulle pour un élément de dalle isolé et qui aide à la transmission de la force appliquée sur la dalle selon le mécanisme de flexion déterminant. Par contre, il n'y a aucune contribution directe de cette armature sur l'augmentation de résistance à la compression du joint. La figure 6.8(a) indique aussi le mécanisme normalement déterminant pour un plancher-dalle à trame régulière presque carrée qui sera utilisé pour les explications suivantes. Néanmoins, la procédure montrée peut être appliquée à d'autres géométries ou mécanismes et consiste dans des règles qui permettent de construire la partie plastique du diagramme d'interaction  $V-N$  (voir section 6.1.1). Ensuite, l'autre partie de diagramme, celle liée au poinçonnement, peut être trouvée, sur la base des résistances plastiques, à l'aide de la méthode de calcul selon la loi exponentielle (voir section 6.1.2).

L'élément de dalle de référence est montré à la figure 6.3 et les dimensions à définir sont donc : celle de la colonne ( $c$  pour une colonne à section carrée ou  $r_c$  pour une circulaire) ; celle de l'élément de dalle isolé  $B$  et le bras de levier de la force appliquée sur la dalle  $b_q$ . Toutes les autres dimensions et propriétés du joint sont par contre maintenues égales à celles du plancher-dalle analysé. Le taux d'armature de la nappe supérieure  $\rho$  et celui de l'inférieure  $\rho'$ , à utiliser dans la méthode de calcul du diagramme d'interaction  $V-N$ , sont ceux sur la ligne de rupture qui se développe entre les colonnes (« ligne de rupture 1 » de la figure 6.8(a)). La longueur de cette ligne de rupture définit la dimension de la dalle de référence dans le cas d'une colonne intérieure et donc, pour ce cas,  $B = L_0$ . Pour les colonnes de bord et d'angle, l'augmentation de la résistance à la compression transversale à la dalle peut être considérée seulement si un porte-à-faux, comme celui montré à la figure 6.8(a), est prévu. Dans ce cas, la longueur de la dalle de référence est  $B = 2 L_0$ . Pour ce qui concerne la forme et la dimension de la colonne, elles sont prises égales à celles de la structure réelle.

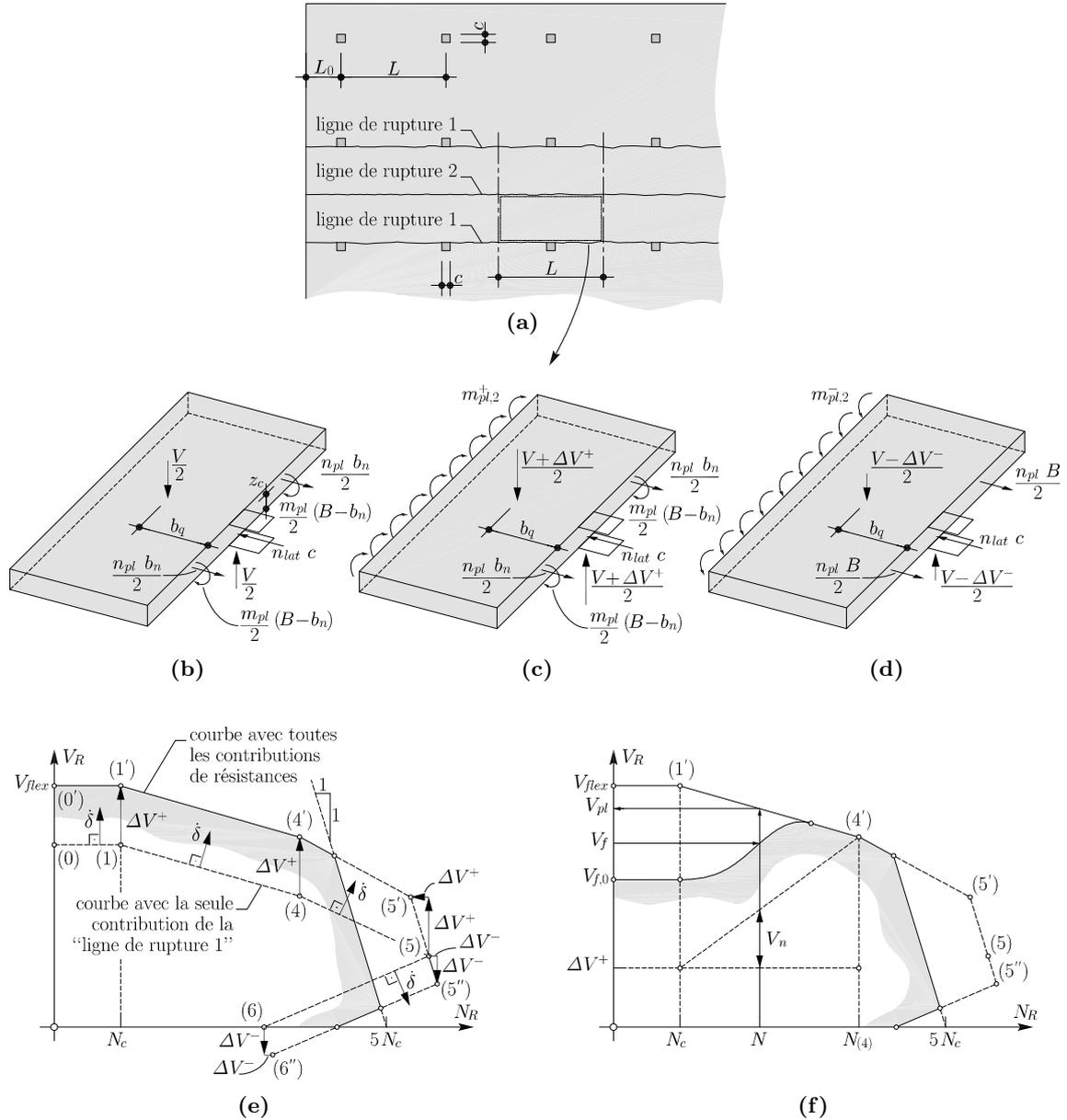
La position de la résultante de la force sur un panneau de dalle est fonction du mécanisme de rupture considéré. Le bras de levier de cette force  $b_q$  est calculé en imposant que la force de rupture associée au mécanisme du plancher-dalle soit la même que celle du mécanisme de l'élément de dalle de référence montré à la figure 6.8(b). Pour le mécanisme considéré ici, le bras de levier vaut donc :

$$b_q = \frac{L - 2c + c^2/L}{4} \approx \frac{L - 2c}{4} \quad (6.26)$$

dans le cas des colonnes circulaires, la dimension de la colonne  $c$ , dans cette formule, est substituée par  $2r_c$  comme il a déjà été fait à la section 6.1.1.

En premier, le diagramme d'interaction  $V-N$  est dérivé en considérant seulement la contribution de la ligne de rupture entre les colonnes et les dimensions données préalablement, comme montré aux figures 6.8(b) et (e). Ensuite, la contribution de l'armature à mi-portée (« ligne de rupture 2 » de la figure 6.8(a)) calculée selon le mécanisme considéré ici, sera ajoutée. Cette contribution vaut :

$$\Delta V^{+,-} = 2 \frac{m_{pl,2}^{+,-} B}{b_q - c/2} \quad (6.27)$$



**Fig. 6.8:** Construction du diagramme d'interaction  $V-N$  pour un joint intérieur d'un plancher-dalle à trame carrée : (a) géométrie et mécanisme déterminant de flexion du plancher-dalle ; (b) élément de dalle de référence avec la seule contribution des armatures de la « ligne de rupture 1 » ; (c) élément de dalle de référence avec toutes les contributions de résistance pour une rotation plastique vers le bas ; (d) et pour une rotation plastique vers le haut ; (e) partie plastique du diagramme d'interaction  $V-N$  et ; (f) diagramme d'interaction avec la courbe de la rupture par poinçonnement

où le moment plastique positif sur la « ligne de rupture 2 »  $m_{pl,2}^+$  est celui qui plastifie les armatures de la nappe inférieure, respectivement, le moment négatif  $m_{pl,2}^-$  considère les armatures de la nappe supérieure. En accord avec la condition statique de plasticité [Joh62], la contribution donnée par le moment positif est à utiliser quand la rotation plastique du panneau de dalle se fait vers le bas (cas typique voir figure 6.8(c)). Dans le cas contraire, quand la rotation se fait vers le haut, le moment négatif est utilisé (figure 6.8(d)). La direction des déplacements de la dalle peuvent être facilement identifiés sur le diagramme d'interaction

$V$ - $N$  par la direction du vecteur des déplacements plastiques  $\dot{\delta}$  montré, pour chaque régime, à la figure 6.8(e). Pour les régimes entre (0) et (5), le vecteur  $\dot{\delta}$  est dirigé vers le haut et donc le déplacement de la dalle se produit vers le bas (dans la direction de la force  $V$ ). Dans ce cas, la contribution  $\Delta V^+$  est ajoutée à la résistance calculée en considérant seulement la ligne de rupture entre les colonnes (voir figure 6.8(e)). Par contre, en régime entre (5) et (6) la dalle se déplace vers le haut (vecteur  $\dot{\delta}$  dirigé vers le bas) et la contribution  $\Delta V^-$  est considérée comme montré à la figure 6.8(e). Pour les points (5) et (6), la contribution est considérée au niveau de la force appliquée sur la dalle  $V$  et même sur la force des colonnes  $N$ . Ceci du fait que la rupture par écrasement, dans ces régimes, se produit sur la partie inférieure de la dalle qui est sollicitée par la somme des deux forces et donc en augmentant une des deux, l'autre doit diminuer de la même valeur.

Les valeurs de la force de plastification  $V_{pl}$  prises du diagramme d'interaction ci construit sont ensuite utilisées afin de calculer la force de rupture par poinçonnement. Pour ceci, la méthode selon la loi exponentielle décrite à la section 6.1.2 est appliquée comme montré à la figure 6.8(f). La figure montre aussi la manière de dériver graphiquement la valeur de  $V_n$  à utiliser dans la loi exponentielle. Ensuite, la valeur de la force de rupture par poinçonnement  $V_f$  est trouvée en itérant sur la valeur de  $V$  dans le comportement de la dalle (6.19a) et dans le critère de rupture (5.47). Afin d'appliquer cette méthode il est encore nécessaire de définir le rayon de la dalle équivalente  $r_s$  à introduire en (6.19a) pour le calcul de la courbe  $V$ - $\psi$ . Cette dimension vaut la moitié de la longueur de la ligne de rupture du mécanisme déterminant [Mut07] et dans le cas présent  $r_s = L/2$ .

## Application aux cas non symétriques

Dans la majorité des planchers-dalles les points d'appuis ne sont pas disposés sur une trame symétrique et régulière. Dans ces situations l'approche simplifiée préalablement décrite reste applicable. Pour ceci, il est nécessaire d'identifier les mécanismes plastiques de flexion susceptibles de devenir déterminants et de les analyser en considérant les effets des efforts de confinement. La résolution des mécanismes est plus simple si elle est effectuée en deux parties comme il l'a été montré pour le cas du plancher-dalle à trame carrée et régulière. Dans un premiers temps, la contribution seule des lignes de rupture qui interviennent dans l'équilibre des efforts de confinement est considérée. Ensuite, il faut ajouter la contribution de toutes les autres lignes de rupture. Après avoir trouvé le mécanisme déterminant, qui peut être différent pour chaque intensité de l'effort de confinement, la partie plastique du diagramme d'interaction est construite.

La résistance au poinçonnement est par contre calculée, sur la base de la force de rupture par flexion  $V_{pl}$  préalablement calculée. En effet, la loi exponentielle décrite à la section 6.1.2 donne de bonnes estimations de la courbe  $V$ - $\psi$  également pour les cas non symétriques. Le rayon de la dalle équivalente  $r_s$  à utiliser dans (6.19a) est fonction du mécanisme déterminant et est toujours pris comme étant égal à la moitié de la longueur de la ligne de rupture [Mut07]. Le critère de rupture est utilisable aussi pour des planchers-dalles non symétriques. Pour ceci, le taux d'armature  $\rho$  à introduire en (5.48) est calculé en considérant l'armature qui traverse, à proximité de la colonne, la ligne de rupture qui équilibre l'effort de confinement. Cette procédure permet donc de compléter le diagramme d'interaction par la partie de la rupture par poinçonnement de la dalle.

Si la courbe de comportement de la dalle est calculée avec d'autres méthodes, il est important de considérer, dans la comparaison avec le critère de rupture, la rotation maximale de la dalle. En effet, la rupture par poinçonnement est un phénomène fragile et des redistributions des efforts ne sont pas possibles.

## Effet du frottement entre les plaques métalliques et le béton

Une grande attention doit être portée à l'effet du frottement entre les plaques métalliques et le béton de la dalle. En effet, en cas de rupture par poinçonnement le frottement a un effet négatif du fait qu'une plus petite compression est introduite radialement par le confinement. Au contraire, le frottement augmente la résistance plastique du joint colonnes-dalle. Sur la base de ces considérations, du fait que l'estimation de l'angle de frottement est assez difficile et que sa valeur dépend fortement du traitement de l'interface, il est conseillé de le négliger pendant la dérivation de la partie plastique du diagramme d'interaction  $V-N$ . Ensuite, pour le calcul de la force de rupture par poinçonnement il est nécessaire de diviser par le facteur  $\lambda_{s-c}$ , calculé selon (6.25a), l'intégrale des contraintes de confinement  $n_{lat}$ , trouvée selon l'analyse plastique. Cette valeur est ainsi introduite en (5.49) pour l'estimation de  $\Delta u$  selon le critère de rupture simplifié.

## 6.2 Validation expérimentale des modèles théoriques

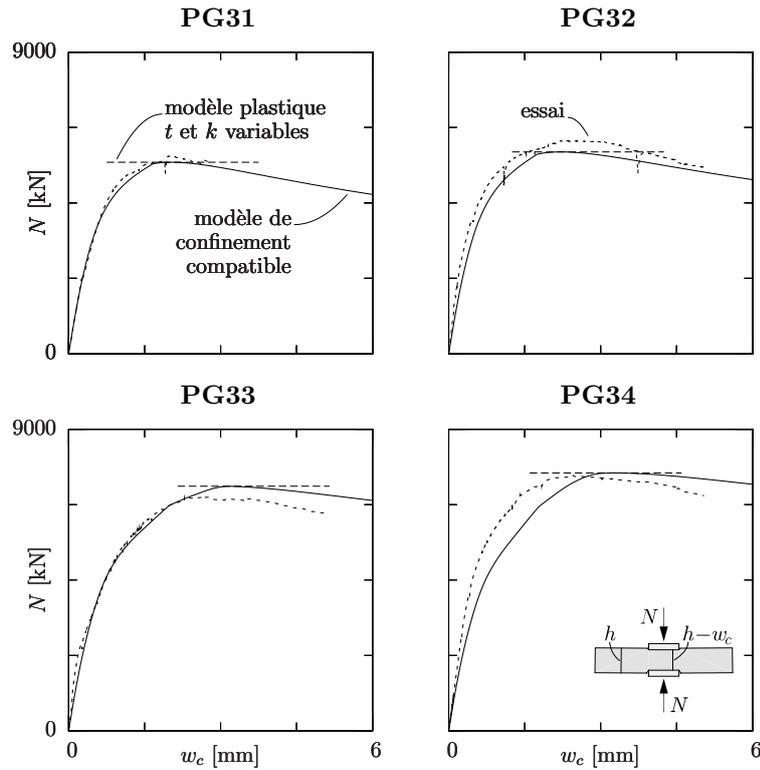
Dans la suite les résultats dérivés à l'aide des modèles théoriques, développés au chapitre 4, ainsi que les critères de rupture, proposés au chapitre 5, seront comparés avec les résultats expérimentaux. Ces derniers résultats ont été présentés au chapitre 3.

### 6.2.1 Modèle de confinement compatible et résistance plastique des joints colonnes-dalle chargés seulement sur les colonnes

Le modèle de confinement compatible présenté au chapitre 4 a été appliqué aux joints colonnes-dalle de la série PG IV. Les courbes calculées sont comparées aux expérimentales à la figure 6.9. Il est possible de voir que le comportement complet est très bien estimé par le modèle, aussi bien sur la courbe avant le pic que sur la partie après le pic. Le tableau 6.1 compare les valeurs de rupture pour les joints de la série PG I et la série PG IV. Les résistances des joints de la série PG I et série PG IV calculées avec l'approche plastique, présentée à la section 6.1.1, sont reportées dans le même tableau. Il est important de rappeler que les plaques métalliques d'appuis des essais de la série PG I étaient en contact direct avec le béton de la dalle. Ceci permet un certain frottement entre les deux éléments avec une conséquente augmentation de la résistance à l'écrasement. Ceci a été considéré dans les analyses selon les indications de la section 6.1.3.

Ce modèle permet de contrôler l'évolution de la contrainte moyenne de confinement  $\sigma_{lat,m}$  tout le long de la mise en charge comme est montré à la figure 6.10. Il est donc possible de démontrer qu'au moment où la force  $N_c$  atteint la valeur de rupture, l'anneau de confinement est presque complètement plastifié.

La figure 6.11 compare la méthode de dimensionnement simplifiée, donnée à la section 6.1.1, aux résultats des essais chargés seulement sur les colonnes des séries PG. La précision sur l'estimation de la résistance est bonne sauf pour la dalle PG14 à cause de l'extrême différence entre le taux d'armature supérieur et l'inférieur. En raison du fait que cet effet est considéré, par ce modèle, de façon simple et donc une erreur majeure est commise quand l'excentricité de la résultante des efforts dans les armatures par rapport au centre de la dalle est grande.



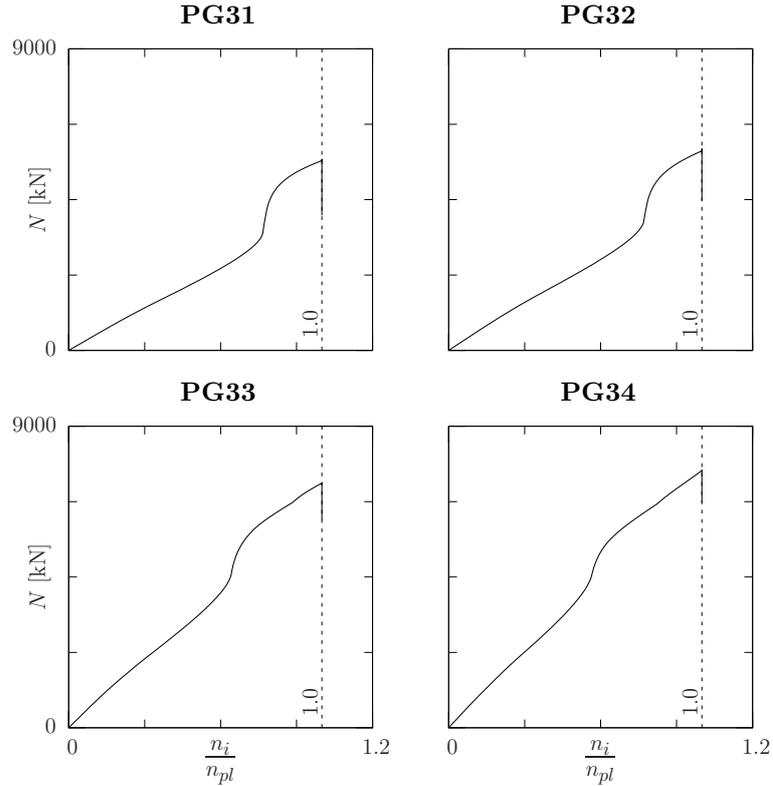
**Fig. 6.9:** Comparaison des courbe force-changement d'épaisseur  $N-w_c$  calculées et mesurées pour les joints colonnes-dalle de la série PG IV

Essai :	Mesures essais		Conf. comp.		Modèle plastique	
	$N_{R,test}$ [kN]	$w_{c,R,test}$ [mm]	$N_{R,calc}$ [kN]	$w_{c,R,calc}$ [mm]	$N_{R,calc}$ [kN]	$N_{R,calc}$ [kN]
PG14*	6249	-	5880 (1.06)	2.84	5878 (1.06)	5787 (1.08)
PG17*	5514	-	5883 (0.94)	2.93	5882 (0.94)	5667 (0.97)
PG31	5898	2.05	5713 (1.03)	2.03 (1.01)	5713 (1.03)	5751 (1.03)
PG32	6354	2.32	6021 (1.06)	2.22 (1.05)	6021 (1.06)	5938 (1.07)
PG33	6969	2.77	7297 (0.96)	3.17 (0.87)	7299 (0.95)	7044 (0.99)
PG34	7622	2.43	7693 (0.99)	3.30 (0.74)	7693 (0.99)	7615 (1.00)
	Moyenne :		1.01	0.92	1.01	1.02
	COV :		0.05	0.15	0.05	0.04

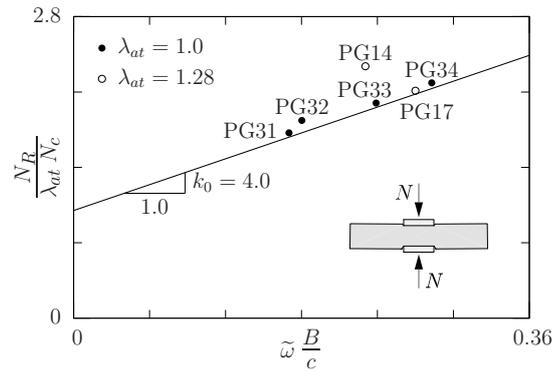
**Tab. 6.1:** Comparaison de la résistance et du changement d'épaisseur à la rupture calculés selon différents approches avec ceux mesurés lors des essais : \* essais pour lequel le frottement entre la plaque et le béton de la dalle a été considéré

## 6.2.2 Comportement et résistance des joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes

Les essais des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle ont montré deux types de rupture. Soit par poinçonnement de la dalle ou par écrasement du béton entre



**Fig. 6.10:** Evolution de l'effort de confinement tout le long de la mise en charge calculée selon le modèle de confinement compatible pour les joints de la série PG IV



**Fig. 6.11:** Comparaison entre le modèle de résistance à l'écrasement simplifié et les essais de joints chargés seulement sur les colonnes des séries PG

les colonnes avec formation d'un mécanisme plastique de flexion au niveau de la dalle. Les modèles proposés dans les chapitres précédents permettent de calculer la résistance de ces éléments et de discerner laquelle des ruptures est à attendre. Dans la suite, les résultats de ces modèles sont comparés aux résultats expérimentaux.

## Poinçonnement des joints colonnes-dalle

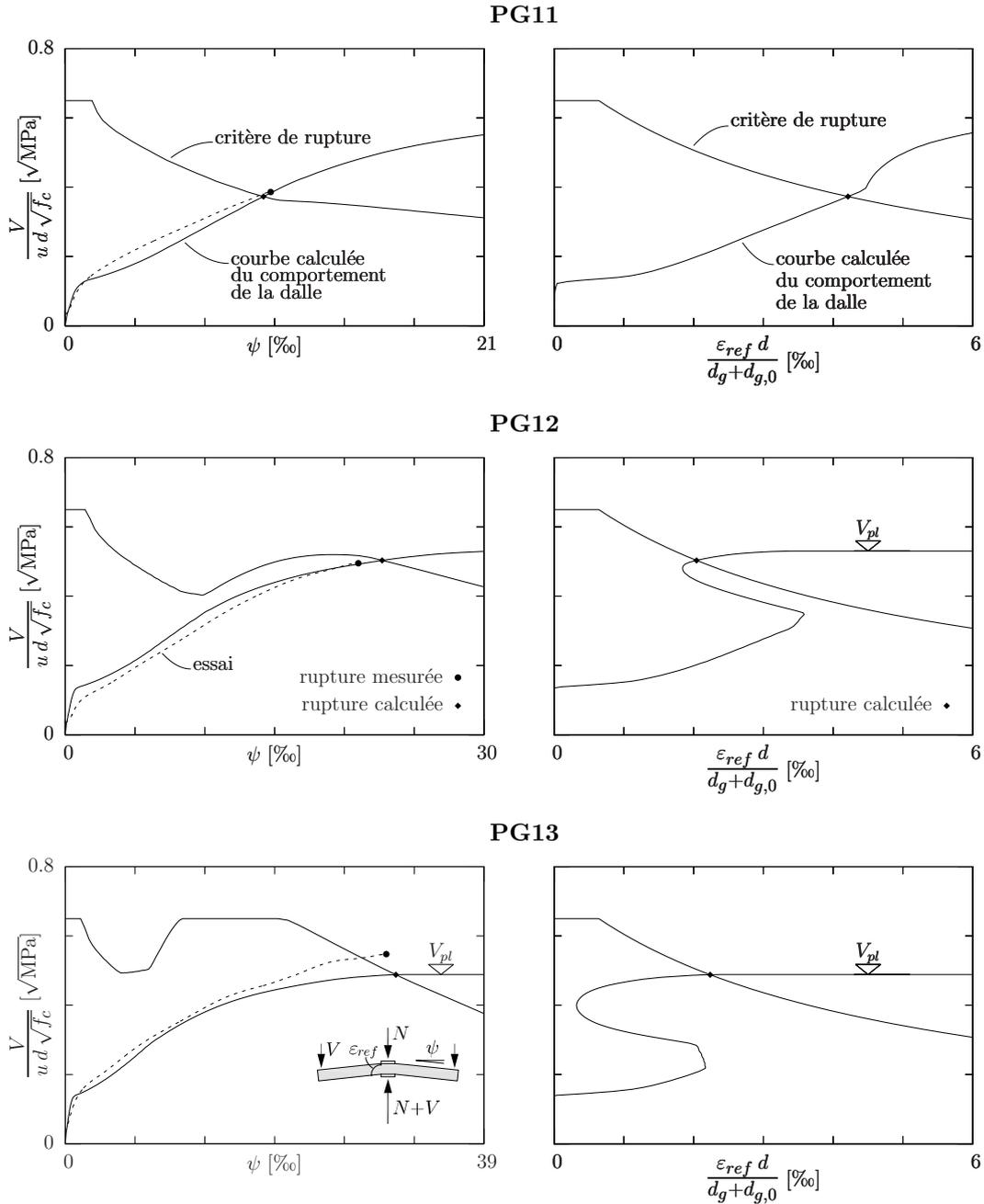
Le comportement des joints colonnes-dalle avec force sur la dalle et sur la colonne est dérivé grâce au modèle proposé à la section 4.3 afin de le comparer avec le critère de rupture par poinçonnement généralisé (voir section 5.2). Les diagrammes des figures de 6.12 à 6.14 comparent les courbes force sur la dalle-rotation de l'extrémité de la dalle ( $V-\psi$ ) calculées à l'aide de ce modèle avec celles mesurées lors des essais. Pour une meilleure compression, en plus de ces courbes, celles de l'évolution de la déformation de référence définies par le critère de rupture  $\varepsilon_{ref}$  sont aussi montrées. Les analyses montrées dans les figures de 6.12 à 6.15 ont été faites en augmentant la force sur la dalle et celle sur la colonne comme lors des essais (voir figure 3.7). Après avoir atteint les forces de rupture de l'essai, la force de la dalle a été augmentée en gardant constante celle sur la colonne supérieure à  $N = N_{R,test}$ .

Essai :	Mesures essais			Calculs modèle		
	$V_{R,test}$ [kN]	$N_{R,test}$ [kN]	$\psi_{R,test}$ [‰]	$V_{R,calc}$ [kN]	$N_{R,calc}$ [kN]	$\psi_{R,calc}$ [‰]
PG11*	763	0	10.3	736 (1.04)	0	9.9 (1.04)
PG12*	957	3868	21.0	976 (0.98)	3945	23.3 (0.90)
PG13*	1027*	6611	29.9	946 (1.09)	6089	28.6 (1.05)
PG19	860	0	12.1	873 (0.99)	0	12.6 (0.96)
PG35	894*	6577	43.5	917 (0.97)*	6748	30.7 (1.42)
PG20	1094	0	9.2	1056 (1.04)	0	9.5 (0.97)
PG21	1105	4227	10.3	1034 (1.07)	3955	9.9 (1.04)
PG22	1428	7275	17.2	1509 (0.95)	7687	16.7 (1.03)
PG36	1543	8364	16.9	1600 (0.96)	8674	17.1 (0.99)
			Moyenne :	1.01		1.04
			COV :	0.05		0.14

**Tab. 6.2:** Comparaison de la résistance et de la rotation de la dalle à la rupture calculées à l'aide du modèle numérique et du critère de rupture au poinçonnement généralisé avec celles mesurées lors des essais : \* essais pour lequel le frottement entre la plaque et le béton de la dalle a été considéré ; \* rupture par poinçonnement après formation du mécanisme de flexion  $V_R = V_{pl}$

Les valeurs à rupture calculées avec ce modèle sont résumées dans le tableau 6.2. A la différence des courbes, ces résultats ont été obtenus en gardant le rapport entre la force sur les colonnes et celle sur la dalle constant, et égal à celui des forces de rupture de l'essai, tout le long de la mise en charge ( $N/V = N_{R,test}/V_{R,test}$ ). Une bonne précision des prédictions du modèle sur les forces ainsi que sur la rotation de la dalle a été obtenue. La plus grande différence entre les valeurs mesurées et celles calculées est donnée par l'essai PG13. Pour cet essai le modèle prédit que la dalle poinçonne avant d'atteindre la force de plastification malgré le fait que l'essai a été arrêté sur le plateau plastique sans avoir la rupture par poinçonnement. Néanmoins, le modèle prédit la formation du mécanisme plastique pour une force sur la dalle de  $V_{pl} = 953$  kN et sur la colonne de  $N = 6135$  kN et donc très proches ( $V_{pl}/V_{R,calc} = 1.01$ ).

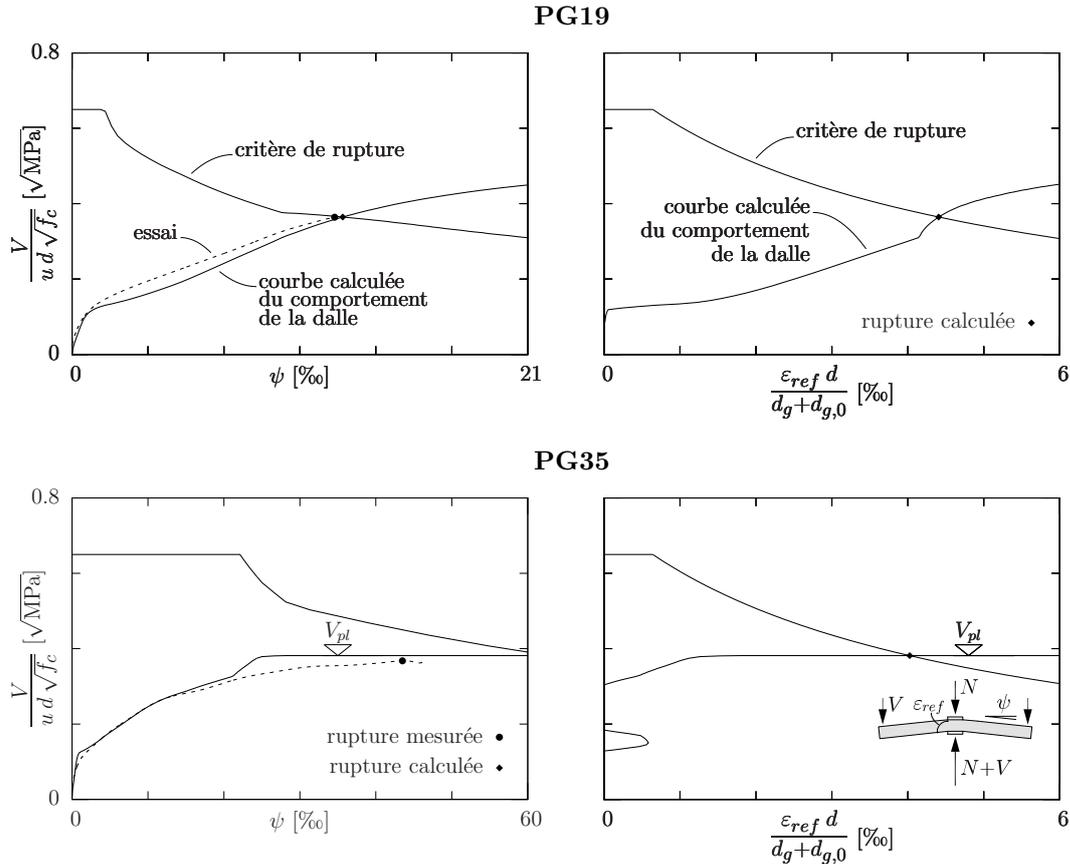
L'effet de la force sur la colonne est très bien visible sur les diagrammes de l'essai PG12 montrés à la figure 6.12. En effet, la courbe de la déformation de référence se trouve très proche du critère de rupture au moment où la contrainte transversale à la dalle dépasse la valeur de la résistance à la compression (en considérant le frottement). A ce moment la partie de béton entre les colonnes gonfle afin d'activer la contrainte de confinement nécessaire pour résister à l'augmentation de la force  $N$ . Ainsi, les fissures tangentielles se referment (diminution de  $\varepsilon_{ref}$ ) et la résistance au poinçonnement peut augmenter malgré l'augmentation de la pente



**Fig. 6.12:** Modélisation des essais  $\rho_{nom} = 0.75\%$  – série PG I et comparaison avec les mesures expérimentales (le frottement entre les plaques d’appuis et la dalle à été considéré)

de la dalle. Ensuite, les effets de la flexion radiale qui ouvrent ces fissures prévalent sur l’effet du confinement qui les referment et donc, la déformation de référence  $\varepsilon_{ref}$  recommence à augmenter jusqu’à la rupture par poinçonnement.

Les courbes calculées de la déformation de référence  $\varepsilon_{ref}$  des dalles PG22 et PG36, montrées à la figure 6.14, ne sont pas lisses à cause du fait que le calcul a été fait en suivant le chemin de charge des essais. Pour ces deux joints, le chemin suivi est très irrégulier et cette déformation est assez sensible à la variation de la force sur la colonne. En effet, cette mesure considère, entre autre, l’action de la contrainte de confinement sur l’alentour de la colonne qui est directement liée à la contrainte transversale à la dalle. Par contre, la pente de la dalle  $\psi$  comme il est possible de voir est bien moins sensible à ces variations.

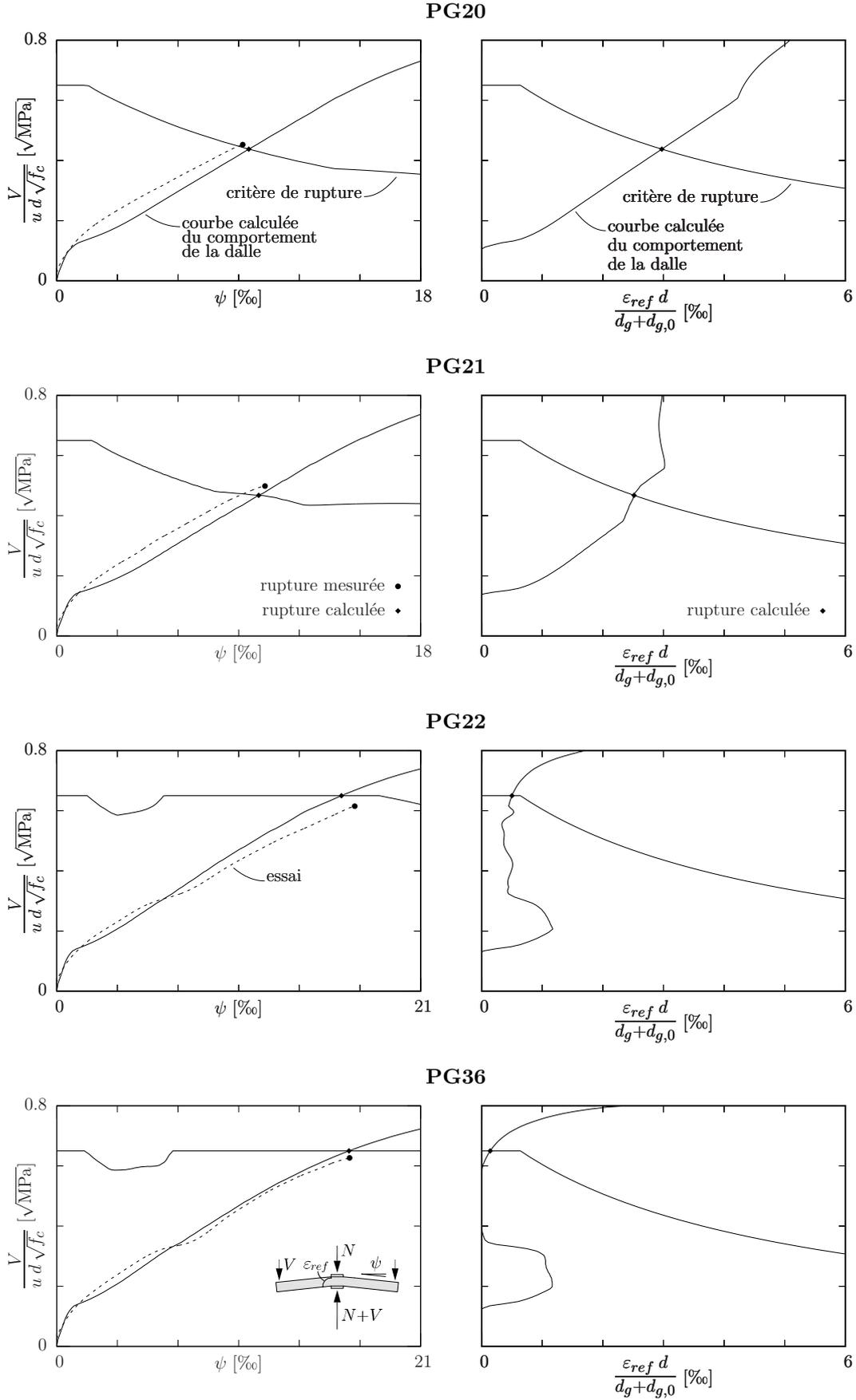


**Fig. 6.13:** Modélisation des essais  $\rho_{nom} = 0.75\%$  – série PG III  
et comparaison avec les mesures expérimentales

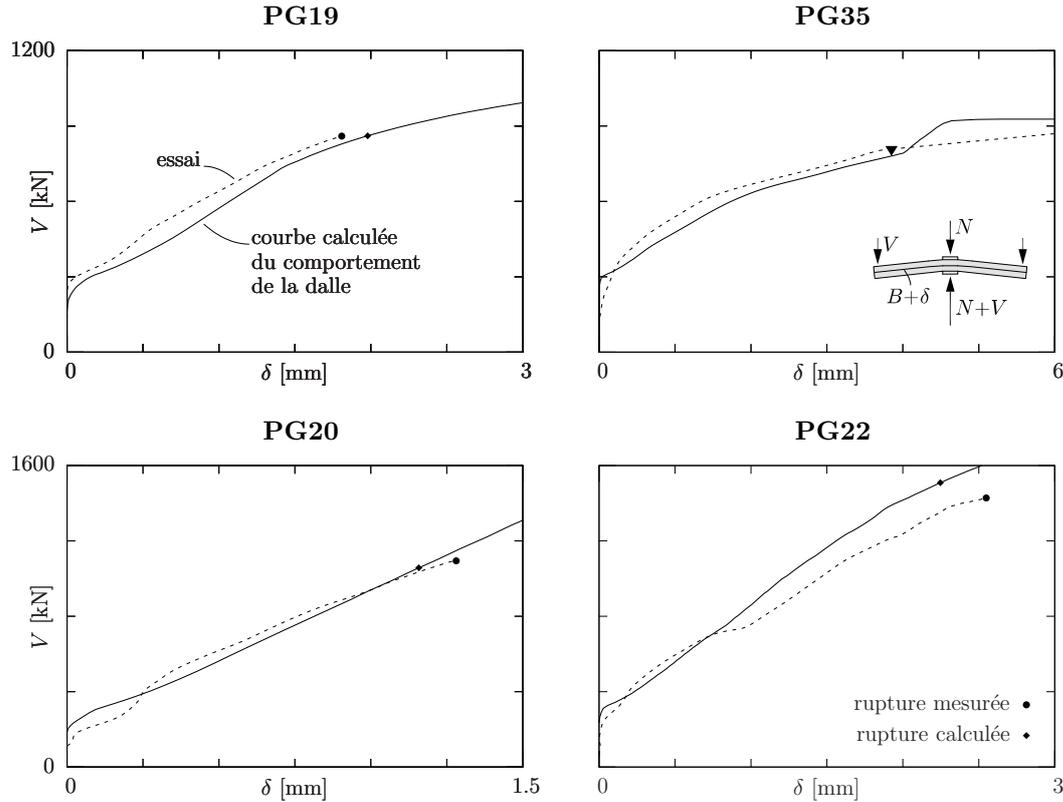
La comparaison des courbes de comportement de la dalle montre une bonne affinité entre modèle et essais. Les joints avec force sur la colonne présentent des différences plus importantes par rapport à ceux chargés seulement sur la dalle. Ceci est à reconduire à la sensibilité du comportement à la force sur la colonne. En effet, une légère différence sur la résistance à la compression simple du béton  $f_c$  change fortement la force de confinement nécessaire. Un autre paramètre qui peut influencer le comportement est le frottement sur l'interface plaque d'appuis-béton qui est évalué de façon simplifiée (voir section 6.1.3). Malgré ça, les forces de rupture, qui sont résumées au tableau 6.2, présentent des écarts contenus du fait que l'erreur faite sur l'estimation de la pente de la dalle  $\psi$  est bien majeure à celle faite sur la déformation de contrôle définie par le critère de rupture  $\varepsilon_{ref}$ .

### Courbes de dilatance de la dalle

Le modèle proposé permet d'évaluer les courbes de dilatance  $V$ - $\delta$  de façon à les comparer à celles mesurées (figure 6.15). Ces courbes sont importantes afin d'évaluer l'effet de la force sur la colonne  $N$ . En effet, les contraintes de confinement sont équilibrées par des efforts de traction tangentiels qui introduisent une dilatance supplémentaire à celle due aux effets de la flexion. La comparaison montre que le calcul de la dilatance par le modèle est bon ce qui indique donc une prise en compte correcte de l'effet du confinement.



**Fig. 6.14:** Modélisation des essais  $\rho_{nom} = 1.50\%$  – série PG III et comparaison avec les mesures expérimentales

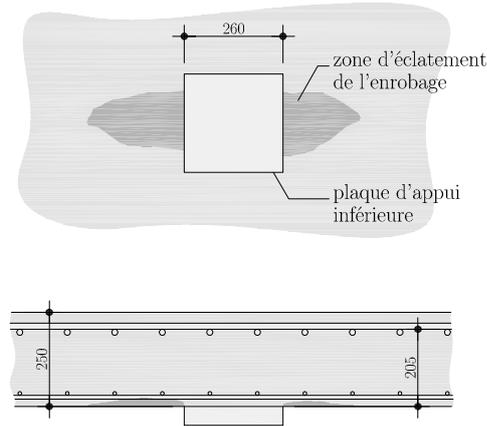


**Fig. 6.15:** Comparaison entre les courbes de dilatance calculées et celles mesurées lors des essais des séries PG II et PG III (▼ : l'instrument de mesure a été perdu, la suite de la courbe est une estimation)

### Comportement de la dalle soumise à des grandes rotations

Il a été démontré qu'il est possible, en appliquant une force sur la colonne supérieure assez grande, d'empêcher la rupture par poinçonnement de la dalle. Ceci implique la formation d'un mécanisme de flexion qui nécessite, afin de plastifier les armatures les plus éloignées de la colonne, des rotations tangentielles importantes au tour de la zone d'appuis. En effet, lors de l'essai PG35, où le mécanisme plastique de flexion s'est développé, l'éclatement de l'enrobage proche de la colonne sur l'axe fort, comme montré à la figure 6.16 a été observé. Dans ce cas, le moment plastique diminue sur une partie des lignes de rupture par conséquence, la force de plastification  $V_{pl}$  diminue par rapport à celle calculée avec le comportement rigide-parfaitement plastique. Etant donné que, à pente égale, les déformations du béton sur l'intrados de la dalle augmentent avec l'augmentation du taux d'armature (axe neutre plus haut) ce phénomène est plus probable dans des dalles très armées. C'est pour cette raison que lors des essais de poinçonnement classiques cette situation ne se produit pas en raison du fait que les rotations à la rupture par poinçonnement des dalles moyennement ou très armées sont faibles (comparer essais PG19 et PG20).

Les essais des joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes ne sont pas les seules situations où il est possible de développer le mécanisme plastique avant le poinçonnement pour des dalles moyennement armées. En effet, ce type phénomène peut se produire aussi pour des dalles fortement armées à la flexion et avec armature de poinçonnement. Dans ces cas, la force de plastification mesurée est toujours inférieure à celle calculée à l'aide de la méthode des lignes de rupture donc, en admettant un comportement de la section en béton armé rigide-parfaitement plastique. Ceci a été observée pour la dalle d'essais PL7 de Muttoni et al. [Mut10] reportée à l'annexe A. Pour cet essai, la force de plastification mesurée est de



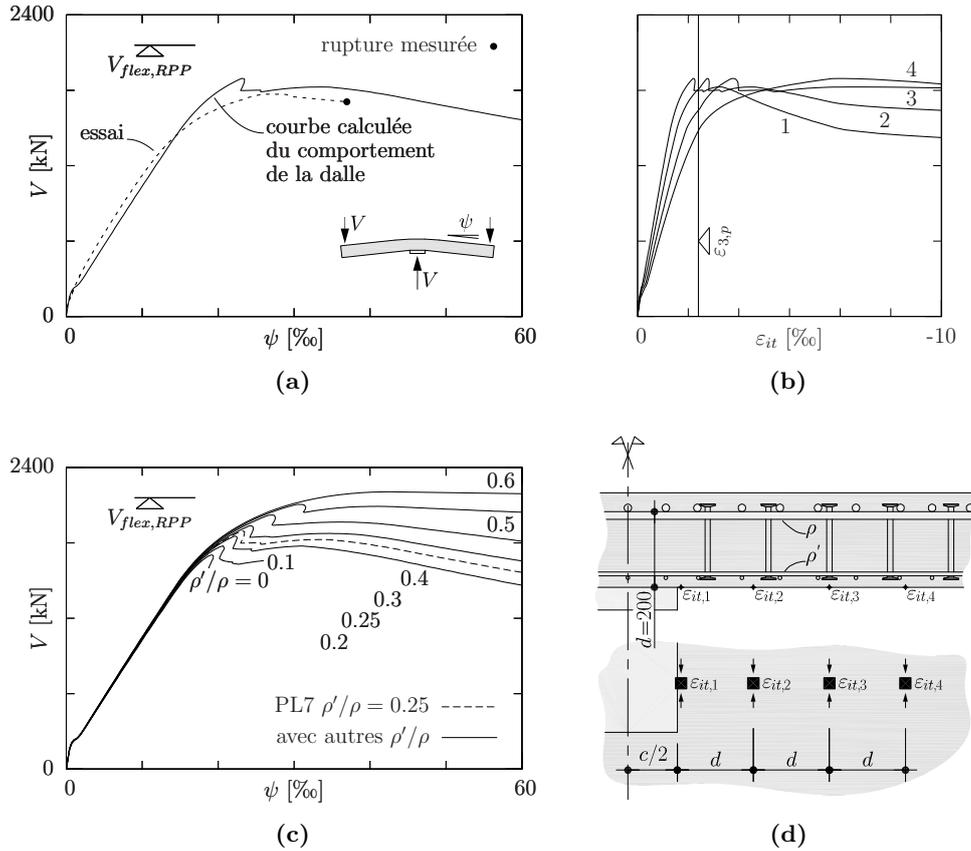
**Fig. 6.16:** Zones d'éclatement de l'enrobage sur l'intrados de la dalle de l'essai PG35

$V_{flex, test} = 1773$  kN ; par contre le résultat de l'analyse plastique à l'aide des lignes de rupture est de  $V_{flex, RPP} = 2159$  kN. Cette valeur a été calculée en réduisant la résistance du béton par le facteur de fragilité  $\eta_{f_c}$  donné en (6.28) [Mut97].

$$\eta_{f_c} = \left( \frac{f_{c0}}{f_c} \right)^{1/3} \leq 1.0 \quad \text{où : } f_{c0} = 20 \text{ MPa} \quad (6.28)$$

Une différence de 20% sur la force de plastification ne peut être attribuée qu'à un comportement non parfaitement plastique dû à la concentration des rotations au droit de la colonne. Cette affirmation peut être vérifiée à l'aide du modèle de comportement proposé dans cette recherche qui utilise une loi constitutive du béton qui considère la phase adoucissante. Le résultat de cette étude est montré à la figure 6.17(a) où la courbe  $V-\psi$  expérimentale est comparée à celle calculée. Cette comparaison confirme le fait que la différence est due à l'éclatement du béton qui réduit la capacité portante des zones proches de la colonne. Pour une meilleure compréhension, à la figure 6.17(b) sont montrées les courbes de l'évolution des déformations tangentielles de la surface inférieure de la dalle  $\varepsilon_{it}$  calculées à différentes distances depuis le centre  $r$ . Ces déformations montrent qu'il faut s'attendre à l'éclatement de l'enrobage quand la force vaut environ  $V = 1500$  kN. De plus, la rupture du béton comprimé intéresse une zone qui s'étend jusqu'à  $2d$  depuis le bord de la colonne au moment où la force maximale a été atteinte.

Dans la pratique un tel comportement n'est pas acceptable. En effet, la capacité de déformation est largement inférieure à celle attendue et il existe le risque d'une rupture fragile. Des mesures doivent donc être prises afin d'améliorer le comportement des planchers dalles qui présentent une forte armature de poinçonnement. Pour ceci, il suffit de disposer une armature comprimée, en nappe inférieure, suffisante. La figure 6.17(c) montre différentes analyses de la dalle PL7 en faisant varier le taux d'armature inférieur  $\rho'$ . Ces résultats montrent la forte influence de ce paramètre. En effet, cette armature permet de compenser la perte de l'enrobage et ainsi d'améliorer la ductilité de la section. Pour le cas en question, avec un taux d'armature inférieur  $\rho' = 0.60 \rho$  la force de plastification est pratiquement égale à  $V_{flex, RPP}$  et la ductilité nécessaire est donc garantie. Cette armature est à disposer sur une distance restreinte au tour de la colonne où il faut s'attendre la concentration des déformations.



**Fig. 6.17:** Comportement de la dalle d'essai PL7 [Mut10] pour des grandes rotations : (a) comparaison des courbes  $V$ - $\psi$  mesurée et calculée avec la force de plastification complète calculée avec les lignes de rupture; (b) courbes  $V$ - $\epsilon_{it}$  calculées en différents points de l'intrados; (c) effet de l'armature comprimée sur la ductilité de la dalle et; (d) points de calcul de la déformation tangentielle inférieure  $\epsilon_{it}$

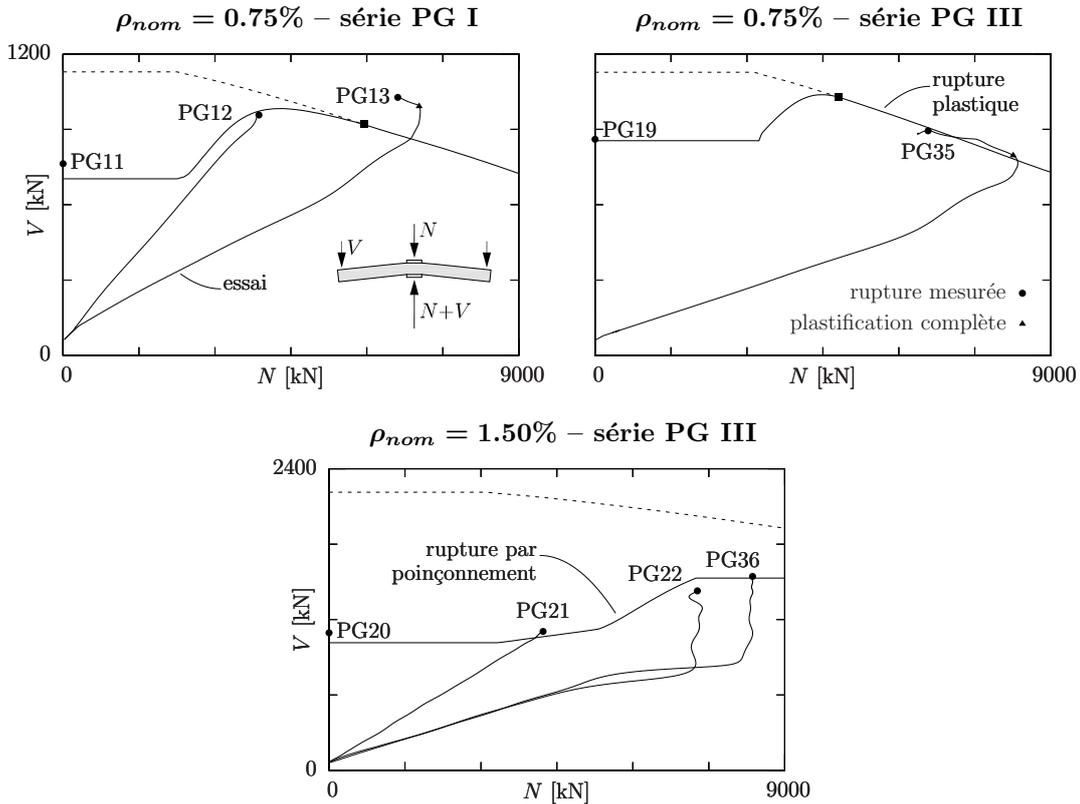
### 6.2.3 Diagrammes d'interaction force sur la dalle - force sur la colonne

Dans l'introduction, il a été dit que l'effet de l'interaction entre la force appliquée sur la dalle et celle sur les colonnes peut être représentée sous forme d'un diagramme  $V$ - $N$ . Ce type de diagrammes est une façon simple pour analyser les joints colonnes-dalle à la rupture et représente l'enveloppe des forces de rupture possibles. Pour les joints colonnes-dalle deux types de ruptures sont possibles : soit une rupture plastique par formation d'un mécanisme de flexion qui est généralement accompagné par l'écrasement du béton entre les colonnes soit, une rupture fragile par poinçonnement. Dans la suite, les diagrammes d'interaction pour les dalles d'essais sont comparés aux résultats expérimentaux. En premier, la comparaison est faite avec les diagrammes construits avec les modèles physiques développés dans les chapitres précédents. Ensuite, la même comparaison est faite pour les méthodes simplifiées, décrites à la section 6.1.

#### Modèles théoriques de calcul de la résistance des joints

A la figure 6.18 les diagrammes d'interaction pour les joints de la série PG I et série PG III sont comparés à la courbe suivie lors des essais. Ces diagrammes ont été calculés avec le modèle pour le comportement proposé à la section 4.3 et le critère généralisé (5.37). L'enve-

loppe plastique est, par contre, dérivée avec l'approche complète décrite à la section 4.2.2. La géométrie du joint et les propriétés mécaniques des matériaux utilisées sont des valeurs moyennes déterminées par celles des essais de chaque groupe.



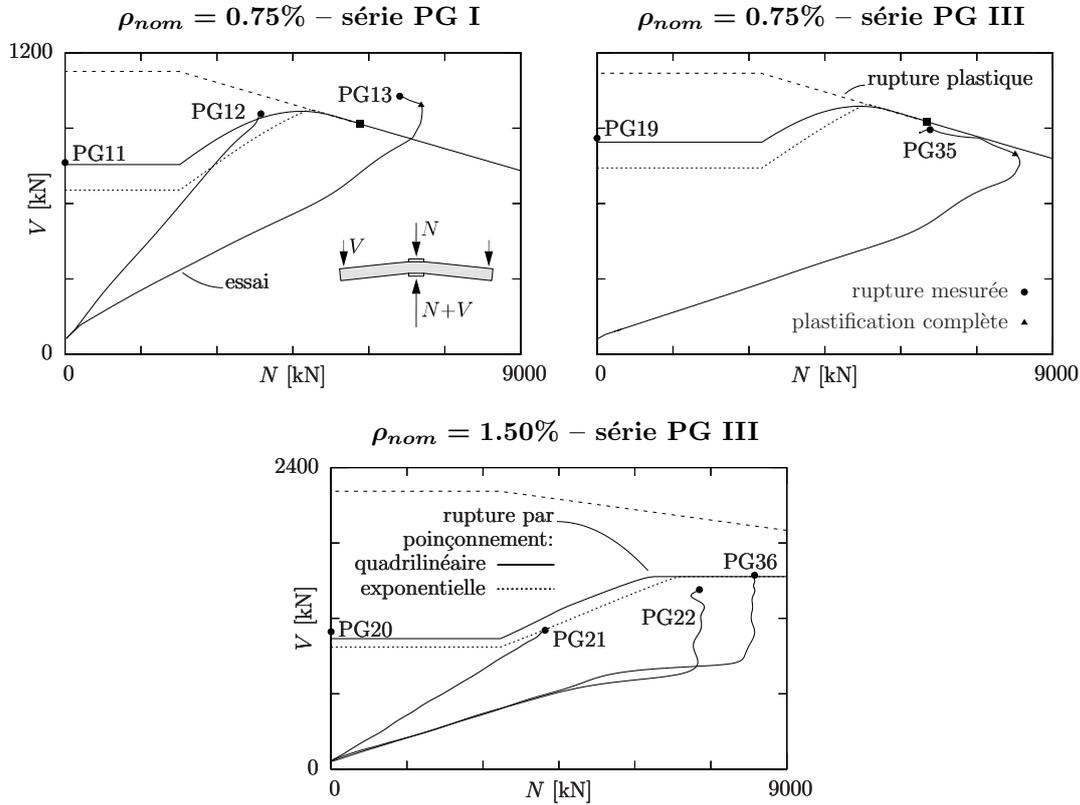
**Fig. 6.18:** Diagrammes d'interaction  $V$ - $N$  des essais des séries PG (■ : point pour lequel la méthode prédit le poinçonnement à la formation du mécanisme plastique de flexion)

La comparaison montre une bonne précision sur l'estimation des forces de rupture pour le poinçonnement comme pour la partie plastique. Il est aussi intéressant de noter que la partie plastique de la courbe de mise en charge des essais PG13 et PG35, donc à partir de la plastification complète des armatures de la dalle, est bien reproduite par le modèle proposé. Par contre, le moment auquel la dalle de l'essai PG35 a poinçonné ne correspond pas à celui prédit par le diagramme d'interaction (croisement entre la branche plastique et celle de la rupture par poinçonnement). Ceci est probablement dû à l'éclatement du béton de l'intrados sur les côtes de la colonne causé par l'importante rotation de la dalle à la rupture qui a été atteinte ( $\psi_R = 43.5\%$ ). Ceci a provoqué une réduction locale de la hauteur statique et donc aussi du périmètre de contrôle par conséquence, la résistance au poinçonnement diminue.

### Méthodes simplifiées pour la vérification des joints

Les approches simplifiées présentées aux sections 6.1.1 et 6.1.2 permettent également de dériver les diagrammes d'interaction  $V$ - $N$ . Pour les construire, la résistance à l'écrasement pour tous les  $V$  entre 0 et  $V_{flex}$  doit être calculée. Ces calculs se font sur la base de l'analyse plastique montrée à la section 6.1.1. De plus, la courbe pour la rupture au poinçonnement doit être considérée selon une des lois de comportement de la dalle (section 6.1.2) et le critère de rupture simplifié (section 5.3). Pour rappel, ce critère considère l'ouverture de la fissure critique sur la base du produit  $\psi d$ , où la rotation de la dalle  $\psi$  est calculée par la loi de

comportement de la dalle, et une correction  $\Delta u$  qui est fonction de la force  $N$  appliquée aux colonnes. Cette procédure a été appliquée aux différents groupes de joints des séries PG. Les résultats sont reportés à la figure 6.19. La comparaison montre que les résultats diffèrent peu de ceux de la méthode complète et donc confirment que la procédure simplifiée est tout à fait applicable pour des cas pratiques.



**Fig. 6.19:** Diagrammes d'interaction  $V-N$  des essais des séries PG construits avec les méthodes simplifiées (■ : point pour lequel le modèle prédit le poinçonnement à la formation du mécanisme plastique de flexion)

Le tableau 6.3 résume les résultats de l'analyse des joints colonnes-dalle chargés sur la dalle et sur les colonnes des différentes séries PG. Les valeurs dans ce tableau ont été calculées en cherchant le rapport  $N_{R,calc}/V_{R,calc}$  égal à celui de l'essai  $N_{R,test}/V_{R,test}$ . Cette façon de procéder est en accord avec la théorie de la plasticité où les forces augmentent simultanément. La dispersion des résultats est contenue et du même ordre de grandeur de celle trouvée pour les modèles physiques. Pour toutes les dalles des séries PG le bras de levier de la force appliquée sur la dalle vaut  $b_q = 860$  mm.

La rupture par poinçonnement calculée avec la loi exponentielle pour le joint PG12 est bien inférieure à celle de l'essai  $V_{R,test}/V_{R,calc} = 1.30$ . Comme est montré par le diagramme d'interaction de la figure 6.19, le chemin de charge suivi lors de l'essai reste très proche à la courbe de résistance au poinçonnement jusqu'à la rupture. Donc, la différence réelle est bien inférieure à celle préalablement donnée. Cet exemple montre clairement l'importance de l'historique du chargement du joint sur sa sécurité structurelle. Ainsi, pour les cas pratiques il est indispensable de contrôler toutes les situations de charge en exploitation et surtout en construction. En effet, c'est normalement dans cette situation que l'effort normal est inférieur et donc une rupture par poinçonnement est plus probable. De plus, dans le cas où une rupture par poinçonnement est attendue, il est indispensable d'être prudents sur l'intensité de la force

Essai :	Mesures essais		Loi quadrilinéaire		Loi exponentielle	
	$V_{R,test}$ [kN]	$N_{R,test}$ [kN]	$V_{R,calc}$ [kN]	$N_{R,calc}$ [kN]	$V_{R,calc}$ [kN]	$N_{R,calc}$ [kN]
PG11	763	0	784 (0.97)	0	674 (1.13)	0
PG12*	957	3868	887 (1.08)	3586	728 (1.31)	2940
PG13*	1027*	6611	893 (1.15)*	5748	893 (1.15)*	5748
PG19	860	0	850 (1.01)	0	742 (1.16)	0
PG35	894*	6577	917 (0.97)*	6745	917 (0.97)*	6745
PG20	1094	0	1057 (1.04)	0	989 (1.11)	0
PG21	1105	4227	1225 (0.90)	4687	1015 (1.09)	3884
PG22	1428	7275	1509 (0.95)	7687	1509 (0.95)	7687
PG36	1543	8364	1600 (0.96)	8674	1600 (0.96)	8674
	Moyenne :		1.00		1.09	
	COV :		0.07		0.11	

**Tab. 6.3:** Comparaison de la résistance des joints colonnes-dalle chargés sur les colonnes et sur la dalle des séries PG calculée avec la loi quadrilinéaire et celle exponentielle avec celle mesurée lors des essais : \* essais pour lequel le frottement entre la plaque et le béton de la dalle a été considéré ; ★ rupture par poinçonnement après formation du mécanisme de flexion  $V_R = V_{pl}$

sur les colonnes adoptée pour la vérification.

## 7 Conclusions et travaux futurs

Les contributions théoriques et expérimentales de cette thèse permettent une meilleure compréhension du phénomène du poinçonnement symétrique des dalles en béton armé. De plus, les effets sur le comportement de la dalle de la force transmise entre les colonnes d'un joint colonnes-dalle ont été étudiés.

Le travail expérimental, conduit dans le cadre de cette thèse, a permis de démontrer que, pour les joints colonnes-dalle, il existe une forte interaction entre les forces appliquées sur la dalle et celle appliquée sur les colonnes. Lors des essais, deux types de ruptures ont été observés : des ruptures par formation d'un mécanisme plastique et des ruptures par poinçonnement de la dalle. Lors du travail théorique, des modèles qui permettent le calcul du comportement de ce type d'éléments ont été développés. La combinaison entre le comportement du joint et un critère de rupture, qui est aussi proposé dans ce travail, permet le calcul de la force de rupture par poinçonnement. Des méthodes simplifiées qui permettent le calcul de la force de rupture d'un joint colonnes-dalle soumis à des forces sur la dalle et sur les colonnes sont données. Ces méthodes, à la différence des modèles préalablement cités, sont d'application facile à des cas pratiques et de ce fait sont utilisables pour la conception et le dimensionnement des nouvelles structures ou pour la vérification des structures existantes. En résumant, les outils développés dans cette thèse permettent le calcul de la résistance des joints colonnes-dalle en considérant l'interaction entre les forces appliquées sur la dalle et celle sur les colonnes.

### 7.1 Conclusions

Dans la suite une liste des conclusions les plus importantes de cette thèse, séparée par thèmes, est donnée.

#### **Comportement et résistance des joints colonnes-dalle avec plaques métalliques**

1. Le béton de la dalle qui se trouve entre les colonnes peut résister à des contraintes verticales qui dépassent sa résistance à la compression simple. Ceci en raison du confinement qui est garanti par le reste de la dalle qui l'entoure.
2. La déformation horizontale de cette zone, imposée par les efforts de flexion de la dalle, ne diminue pas la résistance à la compression de cette zone. La raison de ceci est encore le confinement qui rend le comportement du béton plus ductile.
3. Si la contrainte transversale à la dalle dépasse la résistance à la compression simple du béton, des contraintes radiales de compression sont nécessaires afin de confiner cette zone.
4. Ces contraintes engendrent un effort radial de compression dans la dalle qui a deux conséquences principales : la rigidité et la résistance à la flexion de la dalle diminuent ; par contre, la résistance au poinçonnement est augmentée. Le premier effet est dû au

fait que l'effort radial de compression est compensé par des efforts, dans les armatures tangentiels, de traction. Par contre, le deuxième effet est comparable à l'augmentation de la résistance au poinçonnement des dalles avec précontrainte droite centrée.

5. L'augmentation de résistance au poinçonnement est accompagnée par une augmentation significative de la ductilité de la dalle.
6. Une approche plastique permet de calculer la force de rupture du joint par formation du mécanisme de flexion. Ensuite, il est nécessaire de vérifier qu'il ne casse pas, à un niveau de force inférieur, par poinçonnement.
7. Tous les outils nécessaires à ces vérifications sont développés dans cette thèse.

### **Théorie de la fissure critique et critère de rupture au poinçonnement**

1. L'augmentation de résistance au poinçonnement apportée par la force appliquée sur les colonnes résulte de l'ouverture de la fissure critique qui est réduite par la compression radiale. Ce comportement est en accord avec la théorie de la fissure critique.
2. Un nouveau critère de rupture généralisé permet, avec le modèle de comportement, de calculer la force de rupture des joints colonnes-dalle avec tous types de sollicitation. Il est possible de considérer l'effet de la force sur les colonnes avec une réduction de l'ouverture de la fissure critique dans le critère de rupture de Muttoni [Mut08a].
3. Le critère de rupture au poinçonnement proposé par Muttoni peut être validé de façon théorique par une analyse de la force transmise à travers la fissure critique. Les mécanismes qui permettent la transmission de cette force sont l'engrènement des granulats et la résistance à la traction résiduelle.

### **Comportement du béton confiné**

1. En appliquant une contrainte latérale à un élément en béton, le comportement mécanique est amélioré. Une plus grande ductilité et une plus grande résistance sont observées.
2. Sur la base d'une loi constitutive pour le béton confiné proposée ici et qui reproduit ce comportement, elle a été démontrée l'influence des déformations transversales imposées sur la résistance à la compression du béton. Cette influence est fortement réduite par la contrainte de confinement et, pour des applications pratiques, elle peut être négligée déjà pour des faibles compressions latérales.
3. Sur la base de la théorie de la plasticité, il est possible de calculer l'augmentation de résistance du béton confiné par des contraintes modérées. De plus, cette méthode permet aussi d'analyser des situations avec une contrainte latérale non constante sur la hauteur de l'élément.

## **7.2 Travaux futurs**

Certaines problématiques liées au domaine des joints colonnes-dalle n'ont pas encore une connaissance satisfaisante. De plus, des nouvelles problématiques ont été mises en évidence par cette thèse. Dans la suite, les thèmes possibles, parmi les plus importants, pour des recherches futures sont cités :

1. Les types de joints colonnes-dalle suivants méritent d'être étudiés du fait qu'ils peuvent se présenter dans des cas pratiques :

- joints colonnes-dalle sans plaques métalliques avec forces sur la dalle et sur les colonnes ;
  - dalle chargée par des forces excentrées ;
  - éléments de bord et d'angle et ;
  - dalle avec armature de poinçonnement.
2. Effectuer des essais sur des joints colonnes-dalle soumis à des contraintes transversales plus élevées de celles des séries conduites jusqu'à présent (surface des colonnes réduites). De cette façon, il est possible d'avoir une meilleure compréhension des limites de l'augmentation de la résistance au poinçonnement. De plus, le bon comportement, à l'état limite de service, du joint avec la solution constructive proposée peut être vérifié.
  3. Valider le critère de rupture généralisé pour d'autres types de chargement du joint. Par exemple des dalles précontraintes ou des dalles avec d'autres conditions de bord (effort normal, moment de flexion, ...).
  4. Unifier le critère de rupture d'effort tranchant et celui de poinçonnement en introduisant l'effet de la courbure de la zone de rupture. Ceci permet l'analyse de la résistance au poinçonnement pour des très grandes colonnes.
  5. Compléter les données expérimentales sur l'effet de la taille maximale des granulats. Pour ceci, des essais avec des très grands granulats ainsi que des essais avec des petits granulats (ou avec des bétons légers) sont nécessaires.
  6. Améliorer la cinématique de la fissure critique dans la dérivation du critère de rupture afin de mieux considérer les propriétés du béton (résistance des granulats, courbe granulométrique, taille maximale des granulats, type de béton, ...).



# Bibliographie

- [ACI318] **ACI American Concrete Institute**; *ACI 318-08 – Building Code Requirements for Structural Concrete*; ACI; 2008.
- [Alv98] **Alvarez M.**; *Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton*; Thèse de doctorat; no. 12719, ETHZ; Zürich, 1998.
- [And63] **Andersson J.L.**; *Punching of Concrete Slabs with Shear Reinforcement*; Rapport d'essais No. 212; Transactions of the Royal Institute of Technology; Stockholm, 1963.
- [Ans98] **Ansari F., Li Q.**; *High-Strength Concrete Subjected to Triaxial Compression*; ACI Materials Journal; Vol. 95 (6), 1998; 747 – 755.
- [Aok71] **Aoki Y., Seki H.**; *Shearing Strength and Cracking in Two-Way Slabs Subjected to Concentrated Load*; dans *Cracking, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slab Systems*; Detroit; 1971; ACI Publication, Vol. SP-30; pp. 103 – 126.
- [Att96] **Attard M., Setunge S.**; *Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete*; ACI Materials Journal; Vol. 93 (5), 1996; 1 – 11.
- [Bel95] **Belarbi A., Hsu C.T.T.**; *Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression*; ACI Structural Journal; Vol. 92 (5), 1995; 562 – 573.
- [Bia60] **Bianchini A.C., Woods R.E., Kesler C.E.**; *Effect of floor concrete strength on column strength*; ACI Journal Proceedings; Vol. 56 (5), 1960; 1149 – 1169.
- [Bir08] **Birkle G., Dilger W.H.**; *Influence of Slab Thickness on Punching Shear Strength*; ACI Structural Journal; Vol. 105 (2), 2008; 180 – 188.
- [Bro71] **Brotchie J.F., Holley M.J.**; *Membrane Action in Slabs*; dans *Cracking, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slab Systems*; Detroit; 1971; ACI Publication, Vol. SP-30; pp. 345 – 377.
- [Bro90] **Broms C.E.**; *Punching of Flat Plates - A question of Concrete Properties in Biaxial Compression and Size Effect*; ACI Structural Journal; Vol. 87 (3), 1990; 292 – 304.
- [Bro05] **Broms C.E.**; *Concrete Flat Slabs and Footings Design Method for Punching and Detailing for Ductility*; Thèse de doctorat; bulletin 80, Kugl Tekniska Högskolans; Stockholm, 2005.
- [Can01] **Candappa D.C., Sanjayan J.G., Setunge S.**; *Complete Triaxial Stress-Strain Curves of High-Strength Concrete*; Journal of Materials in Civil Engineering; Vol. 13 (3), 2001; 209 – 215.
- [Che82] **Chen W.F.**; *Plasticity in Reinforced Concrete*; McGraw-Hill, New York; 1982; 474 pp.

- 
- [Che88] **Chen W.F., Han D.J.**; *Plasticity for Structural Engineers*; Springer – Verlag, New York; 1988; 606 pp.
- [Cos93] **Cosenza E., Greco C., Manfredi G.**; *The Concept of Equivalent Steel*; Bulletin d'Information No. 218; Comité Euro-International du Béton (CEB); Lausanne, 1993.
- [Cox61] **Cox A.D., Eason G., Hopkins H.G.**; *Axially Symmetric Plastic Deformations in Soils*; Philosophical Transactions of the Royal Society of London - Series A, Mathematical and Physical Sciences; Vol. 254 (1036), 1961; 1 – 45.
- [CSA-A23.3] **CSA Canadian Standard Association**; *CSA A23.3-04 – Design of concrete structures*; CSA; 2004; 214 pp.
- [Dah92] **Dahl K.K.B.**; *A Failure Criterion for Normal and High Strength Concrete*; Report r. 286; Departement of structural Engineering, Technical University of Denmark; Lyngby, 1992.
- [DIN1045-1] **DIN Deutsches Institut für Normung**; *DIN1045-1 – Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton*; DIN, Berlin; 2008.
- [Dru61] **Drucker D.C.**; *On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis*; Publications of Internation Association for Bridgre and Structural Engineering; Vol. 21, 1961; 49 – 59.
- [EC2] **CEN Comité Européen de Normalisation**; *Eurocode 2 : Design of concrete structures – Part 1-1 : General rules and rules for buildings*; CEN, Brussels; 2004; 225 pp.
- [Els56] **Elstner R.C., Hognestad E.**; *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*; Journal of the American Concrete Institute; Vol. 28 (1), 1956; 29 – 58.
- [Ets94] **Etse G., Willam K.**; *Fracture Energy Formulation for Inelastic Behavior of Plain Concrete*; Journal of Engineering Mechanics; Vol. 120 (9), 1994; 1983 – 2011.
- [Exn83] **Exner H.**; *Plasticitetsteori for Coulomb Materialer*; Thèse de doctorat; Serie R, No 175, Technical University of Denmark, 1983.
- [Fen68] **Fenwick R.C., Paulay T.**; *Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams*; Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers; Vol. 94 (ST 10), 1968; 2325 – 2350.
- [Fer03] **Fernández Ruiz M.**; *Evaluación no lineal de los efectos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero*; Thèse de doctorat; Universidad Politécnica de Madrid; Madrid, 2003.
- [Fer07] **Fernández Ruiz M., Muttoni A., Gambarova P.G.**; *Relationship between nonlinear creep and cracking of concrete under uniaxial compression*; Journal of Advanced Concrete Technology; Vol. 5 (3), 2007; 383 – 393.
- [Fer09] **Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement*; ACI Structural Journal; Vol. 106 (4), 2009; 485 – 494.
- [Gam91] **Gamble W.L., Klinar J.D.**; *Test of High-Strength Concrete Columns with Intervening Floor Slabs*; Journal of Structural Engineering; Vol. 117 (5), 1991; 1462 – 1476.
- [Gom91] **Gomes R.B.**; *Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement*; Thèse de doctorat; Polytechnic of Central London; London, 1991.

- [Gua04] **Guandalini S., Muttoni A.**; *Essais de poinçonnement symétrique des dalles en béton armé sans armature à l'effort tranchant*; Rapport d'essais; no. 00.03-r1; EPFL – IS – IS-BETON; Lausanne, Suisse, 2004.
- [Gua06] **Guandalini S.**; *Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé*; Thèse de doctorat; no. 3380, EPFL; Lausanne, 2006.
- [Gua09] **Guandalini S., Burdet O.L., Muttoni A.**; *Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios*; ACI Structural Journal; Vol. 106 (1), 2009; 87 – 95.
- [Gui07a] **Guidotti R.**; *Étude du comportement structural des joints colonnes - dalle dans les planchers dalle en béton armé*; Rapport du travail de diplôme; EPFL; Lausanne, 2007.
- [Gui07b] **Guidotti R., Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Influence de l'effort normal des colonnes sur la résistance au poinçonnement des dalles en béton armé*; Rapport d'essais; dalles PG11 à PG18 - R01; EPFL – IIC – IS-BETON; Lausanne, 2007.
- [Gui09] **Guidotti R., Muttoni A., Fernández Ruiz M.**; *Concrete Slab Assembling System and Method for Assembling a Concrete Slab between a Supporting and a Supported Column*; Office européen des brevets : Application Number EP 09180602.6, décembre 2009.
- [Gui10a] **Guidotti R., Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Durchstanzen von Flachdecken bei hohen Stützenlasten*; Beton- und Stahlbetonbau; Vol. 108 (1), 2010; 19 – 26.
- [Gui10b] **Guidotti R., Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec colonnes continues fortement sollicitées*; Rapport d'essais; dalles PG21, 22, 35 et 36 - R01; EPFL – IIC – IBETON; Lausanne, 2010.
- [Gui10c] **Guidotti R., Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Essais de poinçonnement de dalles en béton vibré et béton autocompactant avec différentes tailles maximales du granulat*; Rapport d'essais; cemsuisse 200703 - 08.02 - R01; EPFL – IIC – IBETON; Lausanne, 2010.
- [Gui10d] **Guidotti R., Fernández Ruiz M., Muttoni A.**; *Crushing and Flexural Strength of Slab-Column Joints*; Journal of Structural Engineering, soumis pour publication, 2010.
- [Hal96] **Hallgren M.**; *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*; Thèse de doctorat; bulletin 23, Kugl Tekniska Högskolan; Stockholm, 1996.
- [Har06] **Hars E.**; *Zum Querkraftwiderstand von Stahl- und Spannbetonträgern mit Dünnen Stegen*; Thèse de doctorat; no. 3551, EPFL; Lausanne, 2006.
- [Has98] **Hassanzadeh G.**; *Betonplattor på pelare Dimensioneringsmetoder för plattor med icke vidhäftande spännarmering*; Rapport d'essais; bulletin 43; Kugl Tekniska Högskolan; Stockholm, 1998.
- [Hew75] **Hewitt B.E., de V. Batchelor B.**; *Punching Shear Strength of Restrained Slabs*; Journal of the Structural Division; Vol. 101 (ST9), 1975; 1837 – 1853.
- [Hil83] **Hillerborg A.**; *Analysis of a Single Crack*; dans *Fracture mechanics of concrete*, réd. W. F.H.; Elsevier Science, Amsterdam; 1983; pp. 223 – 249.
- [Hil92] **Hill J.M., Wu Y.H.**; *Some axially symmetric flows of Mohr-Coulomb compressible granular materials*; Proceedings : Mathematical and Physical Sciences; Vol. 438 (1902), 1992; 67 – 93.

- 
- [Hog64] **Hognestad E., Elstner R.C., Hanson J.A.**; *Sheer Strength of Reinforced Structural Lightweight Aggregate Concrete Slabs*; Journal of the American Concrete Institute; Vol. 61 (6), 1964; 643 – 656.
- [Hor91] **Hordijk D.A.**; *Local approach to fatigue of concrete*; Thèse de doctorat; Technische Universiteit Delft; Delft, 1991.
- [Hor92] **Hordijk D.A.**; *Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses*; Heron; Vol. 37 (1), 1992.
- [Imr96] **Imran I., Pantazopoulou S.J.**; *Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress*; ACI Materials Journal; Vol. 93 (5), 1996; 589 – 601.
- [Joh62] **Johansen K.W.**; *Yield-line Theory*; Cement and Concrete Association; 1962.
- [Kan64] **Kani G.N.J.**; *The riddle of shear failure and its solution*; Journal of the American Concrete institute; Vol. 61 (4), 1964; 441 – 467.
- [Kau98] **Kaufmann W., Marti P.**; *Structural concrete : Cracked Membrane Model*; Journal of Structural Engineering; Vol. 124 (12), 1998; 1467 – 1475.
- [Kin60] **Kinnunen S., Nylander H.**; *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*; Rap. tech. 158; Transactions of the Royal Institute of Technology; Stockholm, 1960.
- [Kol05] **Kollegger J.**; *Pre-Fabricated Element Made from High-Strength Concrete for Support/Floor Junctions*; Weltorganisation für geistiges Eigentum : Nach dem Vertrag über die internationale Zusammenarbeit auf dem Gebiet des Patentwesens (PCT) veröffentlichte internationale Anmeldung WO 2005/098160 A1, Avril 2005.
- [Lah92] **Lahlou K., Aïtcin P.C., Chaallal O.**; *Behaviour of high-strength concrete under confined stresses*; Cement & Concrete Composites; Vol. 14, 1992; 185 – 193.
- [Lu07] **Lu X., Hsu C.T.T.**; *Stress-Strain Relations of High-Strength Concrete under Triaxial Compression*; Journal of Materials in Civil Engineering; Vol. 19 (3), 2007; 261 – 268.
- [Man08] **Mansur M.A., Vinayagam T., Tan K.H.**; *Shear Transfer across a Crack in Reinforced High-Strength Concrete*; Journal of Materials in Civil Engineering; Vol. 20 (4), 2008; 294 – 302.
- [Mat74] **Mattock A.H.**; *Effect of aggregate type on single direction shear transfer strength in monolithic concrete*; Report SM 74(2); Departement of civil Engineering, University of Washington, 1974.
- [MC90] **CEB Comité Euro-International du Béton - FIP Fédération Internationale de la Précontrainte**; *CEB-FIP Model Code 90 – Design of Concrete Structures*; CEB-FIP; 1993; 460 pp.
- [McH00a] **McHarg P.J., Cook W.D., Mitchell D., Yoon Y.S.**; *Benefits of Concentrated Slab Reinforcement and Steel Fibers on Performance of Slab-Column Connections*; ACI Structural Journal; Vol. 97 (2), 2000; 225 – 235.
- [McH00b] **McHarg P.J., Cook W.D., Mitchell D., Yoon Y.S.**; *Improved Transmission of High-Strength Concrete Column Loads through Normal Strength Concrete Slabs*; ACI Structural Journal; Vol. 97 (1), 2000; 157 – 165.
- [Mil84] **Millard S.G., Johnson R.P.**; *Shear transfer across cracks in reinforced concrete due to aggregate interlock and to dowel action*; Magazine of Concrete Research; Vol. 36 (126), 1984; 9 – 21.

- [Min10] **Minnert J., Blatt M.**; *Design Concept for Butt-Jointed in-situ Concrete Columns According to Eurocode 2*; dans *3rd fib International Congress*, éd. fib Fédération Internationale du Béton; Washington; 2010; p. 12.
- [Moe61] **Moe J.**; *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads*; Bulletin D47; Portland Cement Association – Research and Development Laboratories; Skokie, 1961.
- [Moo54] **Moody K.G., Viest I.M., Elstner R.C., Hognestad E.**; *Shear Strength of Reinforced Concrete Beams – Part 1 : Tests of Simple Beams*; ACI Journal; Vol. 51 (4), 1954; 317 – 332.
- [Müh03] **Mühlbauer S., Stenzel G.**; *Kompaktstützen aus hochfestem Beton - Konstruktion und Bemessung*; Beton- und Stahlbetonbau; Vol. 98 (11), 2003; 678 – 686.
- [Mut89] **Muttoni A.**; *Die Anwendbarkeit der Plasizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*; Thèse de doctorat; no. 8906, ETHZ; Zürich, 1989.
- [Mut91] **Muttoni A., Schwartz J.**; *Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement*; IABSE Colloquium; Vol. 62, 1991; 703 – 708.
- [Mut97] **Muttoni A., Schwartz J., Thürlimann B.**; *Design of Concrete Structures with Stress Fields*; Birkhäuser, Basel; 1997; 143 pp.
- [Mut03] **Muttoni A.**; *Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkarftbewehrung*; Beton- und Stahlbetonbau; Vol. 98 (2), 2003; 74 – 98.
- [Mut04] **Muttoni A., Burdet O.**; *Conception et dimensionnement des éléments de structures, béton armé – polycopié cours 5<sup>ème</sup> semestre*; EPFL – ENAC – IS-BETON, Lausanne; 2004.
- [Mut07] **Muttoni A., Fernández Ruiz M., Guandalini S.**; *Poinçonnement des ponts-dalles*; dans *Nouveaux acquis de la recherche sur les ponts*; SIA Société suisse des Ingénieurs et des Architectes, Zürich; 2007; Documentation D 0223; pp. 85 – 94.
- [Mut08a] **Muttoni A.**; *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*; ACI Structural Journal; Vol. 105 (4), 2008; 440 – 450.
- [Mut08b] **Muttoni A., Fernández Ruiz M.**; *Shear Strength of members without Transverse Reinforcement as Function of Critical Shear Crack Width*; ACI Structural Journal; Vol. 105 (2), 2008; 163 – 172.
- [Mut10] **Muttoni A., Fernández Ruiz M., Lips S.**; *Durchstanzversuche an Deckenauschnitten mit Durchstanzbewehrung*; Rapport d'essais; no. 08.01-R1; EPFL – IIC – IBETON; Lausanne, 2010.
- [New79] **Newman J.B.**; *Concrete under Complex Stresses*; dans *Development in Concrete technology - 1*, éd. F.D. Lydon; Applied Science Publishers, London; 1979.
- [Nie99] **Nielsen M.P.**; *Limit Analysis and Concrete*; CRC Press; 1999; II éd.; 908 pp.
- [Nyl77] **Nylander H., Kinnunen S., Ingvarsson H.**; *Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med spänd och ospänd armering*; Test Report No. 123; KTH; Stockholm, 1977.
- [Osp97] **Ospina C.E., Alexander S.D.B.**; *Transmission of High-Strength Concrete Column Loads through Concrete Floors*; Test Report No. 214; University of Alberta; Edmonton, 1997.

- 
- [Osp98] **Ospina C.E., Alexander S.D.B.**; *Transmission of Interior Concrete Column Loads through Floors*; Journal of Structural Engineering; Vol. 124 (6), 1998; 602 – 610.
- [Ott77] **Ottosen N.S.**; *A Failure Criterion for Concrete*; Journal of the Engineering Mechanics Division; Vol. 103 (4), 1977; 527 – 535.
- [Phi65] **Phillips A., Sierakowski R.L.**; *On the Concept of the Yield Surface*; Acta Mechanica; Vol. 1 (1), 1965; 29 – 35.
- [Pin08] **Pinho Ramos A., Lúcio V.J.G.**; *Post-Punching Behaviour of Prestressed Concrete Flat Slabs*; Magazine of Concrete Research; Vol. 60 (4), 2008; 245 – 251.
- [Pra79] **Pralong J., Brändli W., Thürlimann B.**; *Durchstanzversuche an Stahlbeton- und Spannbetonplatten*; Rapport d'essais 7305-3; ETHZ; Zürich, 1979.
- [Red09] **Redaelli D.**; *Comportement et modélisation des éléments de structure en béton fibré à ultra-hautes performances avec armatures passives*; Thèse de doctorat; no. 4298, EPFL; Lausanne, 2009.
- [Reg93] **Regan P.E., Al-Hussaini A., Ramdane K.E., Xue H.Y.**; *Behaviour of High Strength Concrete Slabs*; dans *Proceedings of the International Conference "Concrete 2000"*; University of Dundee; E & FN Spon; 1993; Vol. 1; pp. 761 – 773.
- [Ric28] **Richart F.E., Brandtæg A., Brown R.L.**; *A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses*; Bulletin 185; University of Illinois – Engineering Experiment Station, 1928.
- [Rin04] **Rinnhofer G.**; *Verbindung von Beton-Fertigbauteilen*; Office européen des brevets : Europäische Patentanmeldung EP 1 426 508 A2, Juin 2004.
- [Rin07] **Rinnhofer G.**; *Betonstütze*; Office européen des brevets : Europäische Patentanmeldung EP 1 749 949 A2, février 2007.
- [Rin08] **Rinnhofer G., Burtscher S.L., Kollegger J.**; *Stützen- Deckenknoten für Schleuderbetonstützen*; Beton- und Stahlbetonbau; Vol. 103 (9), 2008; 609 – 616.
- [Rin09] **Rinnhofer G., Burtscher S.L., Kollegger J.**; *Berechnung von Stützen-Deckenknoten für Schleuderbetonstützen*; Beton- und Stahlbetonbau; Vol. 104 (9), 2009; 599 – 608.
- [Rob68] **Robinson J.R., Demorieux J.M.**; *Essais de Traction-Compression sur Modèles d'Ame de Poutre en Béton Armé*; Rapport d'essais; Institut de Recherches Appliquées du Béton Armé; Paris, 1968.
- [Set93] **Setunge S., Attard M.M., Darvall P.L.**; *Ultimate Strength of Confined very high Strength Concretes*; ACI Structural Journal; Vol. 90 (6), 1993; 632 – 641.
- [Sfe02] **Sfer D., Carol I., Gettu R., Etse G.**; *Study of the Behavior of Concrete under Triaxial Compression*; Journal of Engineering Mechanics; Vol. 128 (2), 2002; 156 – 163.
- [Sha04] **Shah A.A.**; *Column-Slab Joint in High-Rise Buildings*; Thèse de doctorat; Universität Leipzig; Leipzig, 2004.
- [Sha05] **Shah A.A., Dietz J., Tue N.V., Koenig G.**; *Experimental Investigation of Column-Slab Joints*; ACI structural journal; Vol. 102 (1), 2005; 103 – 113.

- [She85] **Shehata I.A.**; *Theory of Punching in Concrete Slabs*; Thèse de doctorat; Polytechnic of Central London; London, 1985.
- [SIA 262] **SIA Société suisse des Ingénieurs et des Architectes**; *SIA 262 – Construction en béton*; SIA, Zürich; 2003; 90 pp.
- [Tas07] **Tassinari L., Muttoni A., Fernández Ruiz M.**; *Influence de l'élanement de dalles en béton armé sur leur résistance au poinçonnement*; Rapport d'essais; EPFL – ENAC – IS-BETON; Lausanne, 2007.
- [Tay65] **Taylor R., Hayes B.**; *Some tests on the Effect of Edge Restraint on Punching Shear in Reinforced Concrete Slabs*; Magazine of Concrete Research; Vol. 17 (50), 1965; 39 – 44.
- [Tol88] **Tolf P.**; *Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning*; Rapport d'essais; bulletin 146; Kugl Tekniska Högskolan; Stockholm, 1988.
- [Ula03] **Ulag T.**; *Betonbauteile mit Stab-und Lamellenbewehrung : Verbund-und Zuggliedmodellierung*; Thèse de doctorat; no. 15062, ETHZ; Zürich, 2003.
- [Ula07] **Ulag T., Vogel T.**; *Concrete Members with Plate Reinforcement : Mechanical Bond Analysis*; Structural Concrete; Vol. 8 (4), 2007; 165 – 173.
- [Vaz07] **Vaz Rodrigues R.**; *Shear Strength of Reinforced Concrete Bridge Deck Slabs*; Thèse de doctorat; no. 3739, EPFL; Lausanne, 2007.
- [Vec86] **Vecchio F.J., Collins M.P.**; *The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear*; ACI Structural Journal; Vol. 83 (2), 1986; 219 – 231.
- [Wal80] **Walraven J.C.**; *Aggregate Interlock : A theoretical and experimental analysis*; Thèse de doctorat; Delft University of Technology; Delft, 1980.
- [Wal81a] **Walraven J.C.**; *Fundamental Analysis of Aggregate Interlock*; Journal of the Structural Division; Vol. 107 (11), 1981; 2245 – 2270.
- [Wal81b] **Walraven J.C.**; *Theory and Experiments on the Mechanical Behaviour of cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading*; Heron; Vol. 26 (1A), 1981.
- [Wal02] **Walter Bau-Aktiengesellschaft**; *Ausbildung eines Knotenpunktes zwischen einer Stahlbetonstütze und einer Flachdecke aus Stahlbeton in einem Geschossbau*; Deutsches Patent- und Markenamt : Gebrauchsmusterschrift DE 201 20 678 U1, Mars 2002.
- [Wei03] **Weiske R.**; *Bewehrungselement*; Deutsches Patent- und Markenamt : Offenlegungsschrift DE 103 24 291 A1, Mai 2003.
- [Xie95] **Xie J., Elwi E., MacGregor J.G.**; *Mechanical Properties of Three High-Strength Concretes Containing Silica Fume*; ACI Materials Journal; Vol. 92 (2), 1995; 1 – 11.



# Annexes



# A Essais utilisés pour cette recherche

Dans la suite, les données des joints d'essais utilisés pour cette thèse sont résumées. La figure A.1 montre les différents types de géométrie et définit les notations utilisées dans les tableaux des pages suivantes.

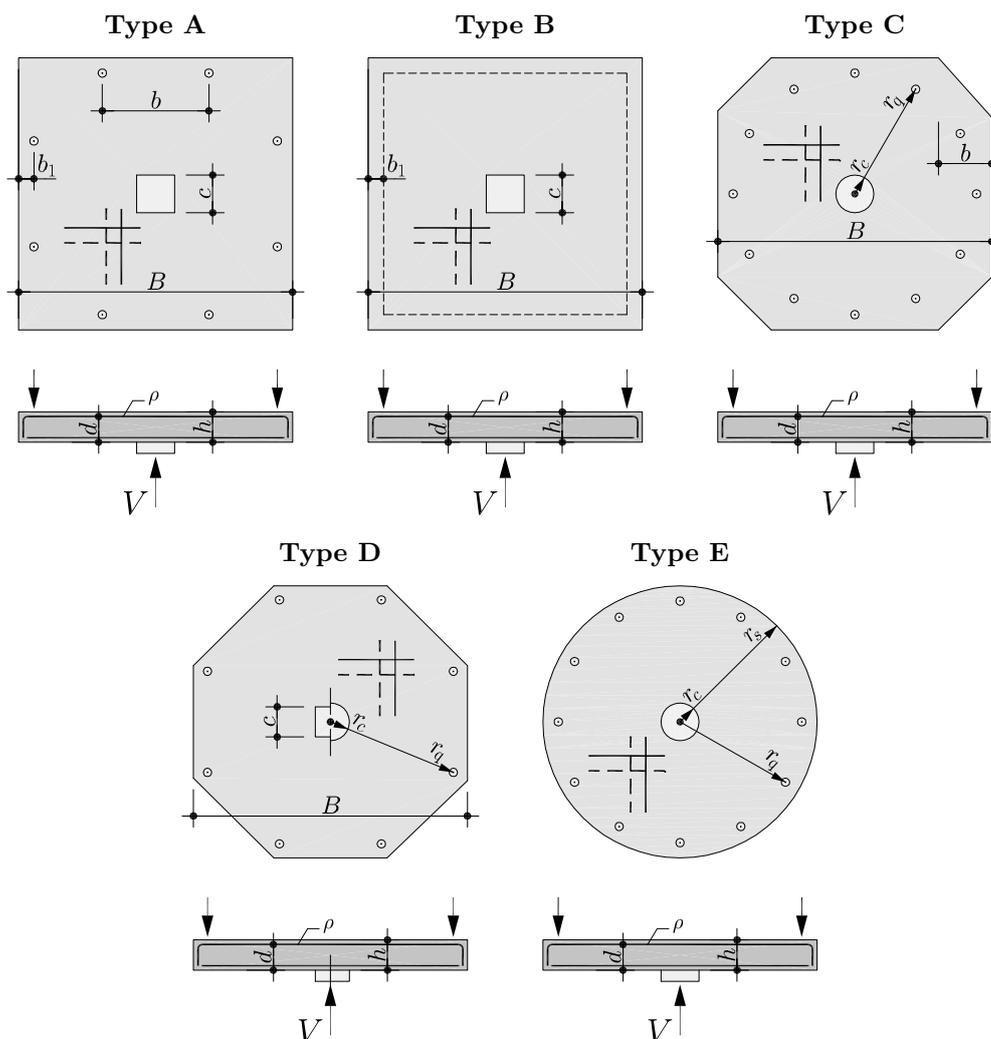


Fig. A.1: Géométrie type des joints d'essai

Auteur : Essai :	Type (1)	$B; r_s$ [mm]	$c; r_c$ [mm]	$b$ [mm]	$b_1$ [mm]	$r_q$ [mm]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ [%]	$f_c$ [MPa]	$f_s$ [MPa]	$d_g$ [mm]	$\psi_R$ [%]	$V_R$ [kN]	c.g. (2)	Particularité
1960 – Kinnunen et Nylander – [Kin60]																
IA15a-5	E	920	75			855	149	117	0.788	27.1	456	32	15.4	255	×	
IA15a-6	E	920	75			855	151	118	0.781	26.6	469	32	15.3	275	×	
IA30a-24	E	920	150			855	158	128	1.008	26.7	471	32	15.2	430	×	
IA30a-25	E	920	150			855	154	124	1.041	25.4	466	32	15.0	408	×	
IA30d-32	E	920	150			855	155	123	0.500	26.6	463	32	38.0	258		
IA30d-33	E	920	150			855	156	125	0.492	27.0	477	32	37.0	258		
1961 – Moe – [Moe61]																
H1	B	1829	254	1778			152	114	1.140	26.0	328	38.1	23.7	371		
S1-60	B	1829	254	1778			152	114	1.045	23.3	399	38.1	22.2	389	×	
S1-70	B	1829	254	1778			152	114	1.045	24.5	482	38.1	17.2	392	×	
R2	B	1829	152	1778			152	114	1.140	26.5	328	9.5	13.4	311	×	
1964 – Hognestad et al. – [Hog64]																
H1-L3	B	1829	254	1778			152	114	1.140	30.0	329	4	14.1	311	×	(3)
H1-L4	B	1829	254	1778			152	114	1.140	27.4	329	4	13.5	311	×	(3)
1979 – Pralong et al. – [Pra79]																
P5	D	1412	150			1298	191	159	1.209	27.1	515	16	11.7	569	×	(4)
1988 – Tolf – [Tol88]																
S2.1	E	1270	125			1200	240	200	0.792	24.2	657	32	9.6	603	×	
S2.2	E	1270	125			1200	240	199	0.796	22.9	670	32	10.7	600	×	
S2.3	E	1270	125			1200	240	200	0.317	25.4	668	32	9.0	489	×	
S2.4	E	1270	125			1200	240	197	0.321	24.2	664	32	8.0	444	×	

Auteur : Essai :	Type (1)	$B; r_s$ [mm]	$c; r_c$ [mm]	$b$ [mm]	$b_1$ [mm]	$r_q$ [mm]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ [%]	$f_c$ [MPa]	$f_s$ [MPa]	$d_g$ [mm]	$\psi_R$ [%]	$V_R$ [kN]	c.g. (2)	Particularité
1993 – Regan et al. – [Reg93]																
1	E	850	75			686	125	98	0.613	88.0	550	10		224	×	
2	E	850	75			686	125	98	0.613	56.0	550	10		212	×	
3	E	850	75			686	125	98	0.613	27.0	550	10		169	×	
4	E	850	75			686	125	98	0.613	58.0	550	10		233	×	
5	E	850	75			686	125	98	0.613	54.0	550	5		190	×	(5)
6	E	850	75			686	125	98	0.613	102.0	550	10		233	×	
21	E	850	75			686	125	98	1.273	42.0	550	20		286	×	
22	E	850	75			686	125	98	1.273	84.0	550	20		405	×	
23	E	850	75			686	125	100	0.878	56.0	550	20		341	×	
24	E	850	75			686	125	98	1.273	45.0	550	5		270	×	(5)
25	E	850	75			686	125	100	1.294	33.0	550	10		244	×	
26	E	850	75			686	125	100	1.294	38.0	550	20		294	×	
27	E	850	75			686	125	102	1.042	34.0	550	20		227	×	
1996 – Hallgren – [Hal96]																
HSC0	E	1270	125			1200	240	200	0.792	90.3	643	18	14.1	965	×	
HSC1	E	1270	125			1200	245	200	0.792	91.3	627	18	13.1	1021	×	
HSC2	E	1270	125			1200	240	194	0.816	85.7	620	18	10.9	889	×	
HSC4	E	1270	125			1200	240	200	1.113	91.6	596	18	12.0	1041	×	
HSC6	E	1270	125			1200	239	201	0.591	108.8	633	18		960	×	
HSC9	E	1270	125			1200	239	201	0.315	84.1	634	18	34.0	565		
1998 – Hassanzadeh – [Has98]																
B1	C	2600	125	500		1190	220	190	0.286	45.6	582	12	31.2	439	×	
2000 – McHarg et al. – [McH00a]																
NU	A	2300	225	750	150		150	109	1.123	30.0	434	20	17.2	306	×	

Auteur : Essai :	Type (1)	$B; r_s$ [mm]	$c; r_c$ [mm]	$b$ [mm]	$b_1$ [mm]	$r_q$ [mm]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ [%]	$f_c$ [MPa]	$f_s$ [MPa]	$d_g$ [mm]	$\psi_R$ [%]	$V_R$ [kN]	c.g. (2)	Particularité
2004 – Guandalini et Muttoni – [Gua04]																
PG1	A	3000	260	1200	120		250	210	1.496	27.7	573	16	8.9	1023	×	
PG2	A	3000	260	1200	120		250	210	0.249	40.5	552	16	30.1	440		
PG3	A	6000	520	2400	420		500	456	0.331	32.4	520	16	8.4	2153	×	
PG4	A	3000	260	1200	120		250	210	0.249	32.2	541	4	24.4	408	×	
PG5	A	3000	260	1200	120		250	210	0.324	29.3	555	16	24.7	550	×	
PG6	A	1500	130	600	60		125	96	1.497	34.7	526	16	11.7	238	×	
PG7	A	1500	130	600	60		125	100	0.733	34.7	550	16	22.3	241	×	
PG8	A	1500	130	600	60		125	117	0.286	34.7	525	16	31.8	140		
PG9	A	1500	130	600	60		125	117	0.229	34.7	525	16	42.1	115		
PG10	A	3000	260	1200	120		250	210	0.324	28.5	577	16	22.3	540	×	
2007 – Guidotti et al. – Annexe B ou [Gui07b]																
PG11	A	3000	260	1200	120		250	208	0.771	31.5	538	16	10.3	763	×	
PG12	A	3000	260	1200	120		250	198	0.810	34.5	538	16	21.0	957	×	(7) $N_R = 3868$ kN
PG13	A	3000	260	1200	120		250	195	0.822	33.9	538	16	29.9	1027		(7) $N_R = 6611$ kN
2007 – Tassinari et al. – [Tas07]																
PT1	A	3000	130	1200	195		125	104	0.489	25.7	632	16	27.2	150		
PT2	A	3000	130	1200	195		125	104	0.725	20.8	530	16	25.6	182	×	
PT3	A	2000	130	800	130		125	104	0.489	21.1	632	16	27.3	165	×	
PT4	A	2000	130	800	130		125	100	0.754	21.4	530	16	16.9	165	×	
PT5	A	1500	130	600	98		125	100	0.509	27.5	632	16	24.7	178	×	
PT6	A	1500	130	600	98		125	100	0.737	21.8	530	16	21.4	212	×	
PT7	A	1000	130	400	65		125	100	0.509	22.1	632	16	20.2	181	×	
PT8	A	1000	130	400	65		125	100	0.754	22.2	530	16	14.3	221	×	
PT9	A	750	130	300	49		125	100	0.490	29.0	632	16	14.4	196	×	
PT10	A	750	130	300	49		125	100	0.737	22.4	530	16	10.7	185	×	
2008 – Birke et Dilger – [Bir08]																
1	D	2248	250			1000	160	124	1.443	36.2	488	14	16.1	483	×	(6)
7	D	3172	300			1500	230	190	1.239	35.0	531	20	14.3	825	×	(6)
10	D	3911	350			1900	300	260	1.057	31.4	524	20	7.9	1046	×	(6)

Auteur : Essai :	Type (1)	$B; r_s$ [mm]	$c; r_c$ [mm]	$b$ [mm]	$b_1$ [mm]	$r_q$ [mm]	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho$ [%]	$f_c$ [MPa]	$f_s$ [MPa]	$d_g$ [mm]	$\psi_R$ [%]	$V_R$ [kN]	c.g. (2)	Particularité
2008 – Pinho Ramos et Lúcio – [Pin08]																
AR9	A	2300	200	1000	150		100	80	1.665	37.2	481	32	25.5	251	×	
2010 – Guidotti et al. – Annexe C ou [Gui10c]																
PG19	A	3000	260	1200	120		250	206	0.781	46.2	510	16	12.1	860	×	BV16
PG20	A	3000	260	1200	120		250	201	1.563	51.7	551	16	9.2	1094	×	BV16
PG23	A	3000	260	1200	120		251	199	0.808	41.0	510	32	11.6	839	×	BV32
PG24	A	3000	260	1200	120		252	194	1.619	39.8	551	32	10.5	1102	×	BV32
PG25	A	3000	260	1200	120		253	203	0.792	45.0	510	8	14.3	935		SCC8
PG26	A	3000	260	1200	120		254	204	1.540	41.0	551	8	10.3	1175		SCC8
PG27	A	3000	260	1200	120		255	200	0.804	44.9	510	16	14.4	900	×	SCC16
PG28	A	3000	260	1200	120		256	202	1.555	43.3	551	16	9.5	1098	×	SCC16
PG29	A	3000	260	1200	120		257	203	0.792	39.7	510	32	12.1	854	×	SCC32
PG30	A	3000	260	1200	120		258	201	1.563	36.6	551	32	9.0	1049	×	SCC32
2010 – Guidotti et al. – Annexe D ou [Gui10b]																
PG21	A	3000	260	1200	120		250	195	1.611	47.3	551	16	10.3	1105	×	(7) $N_R = 4227$ kN
PG22	A	3000	260	1200	120		250	200	1.571	48.4	551	16	17.2	1428	×	(7) $N_R = 7275$ kN
PG35	A	3000	260	1200	120		250	205	0.785	49.6	510	16	43.5	894		(7) $N_R = 6577$ kN
PG36	A	3000	260	1200	120		250	207	1.518	49.5	551	16	16.9	1543	×	(7) $N_R = 8364$ kN
2010 – Muttoni et al. – [Mut10]																
PL7	A	3000	260	1200	120		250	200	1.571	35.8	583	16	32.0	1773		(8) $\rho_w = 0.91\%$

(1) Géométrie type selon la figure A.1.

(2) Essai utilisé pour la dérivation du critère de rupture généralisé.

(3) Essai comme le H1 de la série de Moe [Moe61] mais avec granulats légers.

(4) Colonne circulaire.

(5) Granulats légers.

(6) Colonne carrée.

(7) Joint colonnes-dalle avec force sur la dalle et sur les colonnes.

(8) Dalle avec armature de poinçonnement.



**B Rapport d'essai : PG série I**

**C Rapport d'essai : PG série II**

**D Rapport d'essai : PG série III**

**E Rapport d'essai : PG série IV**

Ces documents sont disponibles à l'adresse :

<http://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Guidotti/>







**roberto guidotti**  
via chiblee 30  
6514 sementina  
(suisse)

né le 14 décembre 1981

e-mail : roberto.guidotti@epfl.ch

## formation

---

- 10.2003–08.2007      **diplôme d'ingénieur civil, école polytechnique fédérale de lausanne**; master of science msc, spécialisation : ingénierie structurale; lausanne (suisse).
- 10.1999–09.2002      **diplôme d'ingénieur civil, scuola professionale della svizzera italiana**; bachelor of science; manno (suisse).

## expériences professionnelles

---

- 09.2007–              **ingénieur civil**; muttoni & fernández, ingénieurs conseils sa; écublens (suisse).
- 09.2007–              **assistant-doctorant**; laboratoire de construction en béton de l'école polytechnique fédérale de lausanne; lausanne (suisse).
- 12.2002–10.2003      **ingénieur civil**; ingegneri pedrazzini sagl; lugano (suisse).
- 10.2002–10.2003      **assistant**; dipartimento strutture de l'accademia di architettura; mendrisio (suisse).

## publications et brevets

---

- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *crushing and flexural strength of slab-column joints*; journal of structural engineering; soumis pour publication.
- burdet o., guidotti r., muttoni a.**; *utilisation des bétons autocompactants pour les planchers-dalles*; rapport ibeton; cemsuisse 200703 - 08.02-R02, 2010.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *durchstanzen von flachdecken bei hohen stützenlasten*; beton- und stahlbetonbau; vol. 108(1), 2010; 19 – 26.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec colonnes continues fortement sollicitées*; epfl – iic – ibeton, lausanne; rapport d'essais : dalles PG21, 22, 35 et 36 - R01, 2010.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *essais de compression de joints colonnes-dalle en béton armé*; epfl – iic – ibeton, lausanne; rapport d'essais : dalles de PG31 à PG34 - R01, 2010.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *essais de poinçonnement de dalles en béton vibré et béton autocompactant avec différentes tailles maximales du granulat*; epfl – iic – ibeton, lausanne; rapport d'essais : cemsuisse 200703 - 08.02 - R01, 2010.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *concrete slab assembling system and method for assembling a concrete slab between a supporting and a supported column*; office européen des brevets; application number : ep 09180602.6, décembre 2009.
- guidotti r., fernández ruiz m., muttoni a.**; *influence de l'effort normal des colonnes sur la résistance au poinçonnement des dalles en béton armé*; epfl – iic – is-beton, lausanne; rapport d'essais, 2007.

