

à ma mère Francesca
et à mon père Marco

Préface

Depuis une dizaine d'années, le poinçonnement des dalles en béton armé représente un domaine important de recherche au laboratoire de construction en béton. Les travaux effectués jusqu'à présent concernent des problèmes essentiellement symétriques et traitent des dalles sans armature de poinçonnement ou avec armatures transversales verticales. Ces recherches ont montré que la théorie de la fissure critique représente un outil très performant pour expliquer le phénomène du poinçonnement et calculer la résistance ainsi que la capacité de déformation. La thèse de M. Tassinari traite deux aspects distincts du poinçonnement : le poinçonnement non symétrique des dalles sans armature de poinçonnement (portées et/ou armatures différentes dans les deux directions ; colonnes intérieures avec moments d'encastrement ; colonnes de bord et colonnes d'angle) ainsi que le poinçonnement symétrique des dalles avec barres d'armature relevées. Le thème du poinçonnement non symétrique a été étudié afin d'élargir l'application de la théorie de la fissure critique à tous les cas pratiques. Ce travail a été effectué dans le cadre de la révision partielle de la norme SIA 262 et les résultats ont pu être intégrés dans le projet du Model Code 2010 de la fib (le chapitre concernant le poinçonnement de ces deux normes étant basé sur la théorie de la fissure critique). Le thème du poinçonnement avec barres d'armature relevées a été étudié dans le cadre d'une recherche sur les ponts-dalles précontraints financée par l'Office Fédéral des Routes. En effet, alors qu'un certain nombre de ponts réalisés dans les années '50, '60 et '70 ont encore été réalisés avec des barres d'armature relevées, les méthodes de calcul disponibles sont assez rudimentaires et la vérification de ces structures présente plusieurs inconnues.

La recherche de M. Tassinari montre encore une fois que la théorie de la fissure critique est très efficace pour décrire le comportement à l'état limite ultime des dalles en béton armé et représente un pas en avant important en vue de ses applications pratiques.

Lausanne, avril 2011

Prof. Dr Aurelio Muttoni

Remerciements

La recherche présentée dans cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Construction en Béton de la Faculté ENAC de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Je tiens à remercier le Professeur A. Muttoni, directeur du laboratoire, membre du jury ainsi que directeur de cette recherche, pour ses conseils, pour son soutien et pour ses encouragements.

Je tiens à remercier les membres du jury, à savoir le Professeur J-P Lebet, président du jury et directeur du Laboratoire de Construction Métallique (ICOM) de l'EPFL, le Docteur M. Alvarez Blanco de l'Office Fédérale de Routes (OFROU), la Professeure K. Beyer directrice du Laboratoire du génie parasismique et dynamique des structures de l'EPFL et le Professeur D. Coronelli du Département du génie structurel du Polytechnique de Milan.

Le groupe de travail et le personnel de l'IBETON ont rendu ma permanence agréable et m'ont offert une aide importante pour le développement de ma recherche. Merci à tous les collègues de laboratoire qui ont été à mes côtés pendant cette période, au Docteur Miguel Fernández Ruiz et au Docteur Olivier Burdet pour leur compétences scientifiques et leurs conseils qui ont eu un rôle déterminant dans ma recherche, et à Yvonne Buehl pour son aide et sa disponibilité.

Je tiens à remercier Gilles Guignet, Gerald Rouge, Patrice Gallay et Sylvain Demierre qui m'ont aidé pendant la réalisation des campagnes d'essais grâce à leurs compétences techniques.

Un remerciement spécial va au Dr Juan Sagaseta Albajar et à Carlos Pascual Agulló (doctorant) pour l'aide et le soutien qui m'ont donné, pour leur amitié et pour les inoubliables moments passés dans le laboratoire et en dehors.

Finalement, un remerciement très important va à ma famille et en particulier à ma mère et mon père qui m'ont toujours aidé, soutenu et encouragé inconditionnellement dans mes choix tant professionnels que privés. Je remercie de tout cœur mon amie Laetitia Porta qui m'a toujours encouragé et réconforté.

Résumé

Le poinçonnement des dalles en béton armé est un phénomène qui engendre la rupture de la dalle dans la région autour de la zone d'application de forces concentrées. Cette rupture est caractérisée par une grande fragilité, ce qui rend ce phénomène particulièrement dangereux. Ce mode de rupture gouverne généralement le dimensionnement et la vérification des planchers-dalles et des ponts-dalles.

La théorie de la fissure critique proposée par le Prof. Muttoni permet de calculer la résistance au poinçonnement des cas axisymétriques. Le but de cette recherche est d'étudier les cas non symétriques et d'adapter la théorie pour le calcul de la résistance au poinçonnement de ces cas. Le critère de rupture proposé par le Prof. Muttoni, permet d'estimer la résistance au poinçonnement d'une dalle en fonction de sa rotation radiale. Un modèle performant qui reproduit le comportement des dalles dans des conditions plus générales est nécessaire pour déterminer la résistance au poinçonnement des dalles non symétriques.

Le comportement de la dalle en termes de déformée et de rotation avant la rupture dépend principalement des caractéristiques flexionnelles de la dalle. Un modèle du comportement flexionnel des dalles en béton armé est développé dans cette thèse. Il tient compte du comportement non linéaire du béton et de l'acier d'armature, est applicable aux cas non symétriques et permet d'étudier des structures complexes comme, par exemple, les planchers-dalles avec des portées inégales et les ponts-dalles. Ce modèle permet de représenter correctement le comportement de dalles avec des dispositions d'armatures et de charges quelconques.

Les résultats et l'analyse des essais en laboratoire sur une série de dalles non symétriques au moyen du modèle a permis de développer une procédure de calcul de la résistance au poinçonnement qui tient compte de la redistribution de l'effort tranchant autour des zones d'application des forces concentrées. Cette procédure permet d'obtenir une estimation très précise de la charge de rupture ainsi que des rotations de la dalle à la rupture dans les deux directions perpendiculaires. Ainsi, elle fournit un instrument très utile pour le dimensionnement et l'évaluation de la résistance des structures existantes.

Pour simplifier les calculs et ne pas recourir à un calcul non linéaire de la dalle, un modèle analytique a été développé. En combinaison avec le critère de rupture, il permet l'adaptation de la théorie de la fissure critique aux cas de poinçonnement des

colonnes intérieures avec moment, des colonnes de bord et des colonnes d'angle. La comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux montre que ce modèle atteint une bonne précision dans le calcul de la résistance au poinçonnement et de la déformation de rupture de colonnes intérieures avec moment, de colonnes de bord et de colonnes d'angle. Ce travail a servi à la validation de la formulation de la première version provisoire complète du Code Modèle 2010.

Un autre thème traité dans cette thèse concerne le comportement des dalles renforcées avec des barres d'armature relevées. Il s'agit d'une méthode utilisée souvent dans le passé et qui est encore utilisée dans certains cas particuliers. Un modèle fiable est donc nécessaire pour le dimensionnement des barres relevées et pour l'évaluation des structures existantes. C'est pourquoi, dans le cadre de cette étude, une série d'essais de cinq dalles symétriques avec armature de poinçonnement composée par des barres relevées a été effectuée. Les mesures des déformations sur ces barres ont permis de mieux comprendre les mécanismes d'activation de l'armature et de développer un modèle, cohérent avec la théorie de la fissure critique, qui est capable de reproduire le profil de déformation des barres relevées. Ce modèle permet de calculer la contribution des barres relevées, qui doit être ajoutée à celle du béton estimée avec le critère de rupture, pour obtenir la résistance au poinçonnement.

Mots-clés : béton armé, poinçonnement, poinçonnement non symétrique, poinçonnement excentré, dalles, planchers-dalles, ponts-dalles, théorie de la fissure critique, essais, moment non balancé, armature de poinçonnement, barres relevées, analyse non linéaire, méthode des différences finies, Code Modèle 2010.

Summary

Punching shear of reinforced concrete flat slabs supported on columns is a failure mode in which the slab fractures around the column. This type of failure is sudden and can be catastrophic in nature. Punching shear generally governs the ultimate limit state design of flat slabs and slab bridges.

The Critical Shear Crack Theory (CSCT) developed by Prof. Muttoni can be used to calculate the punching shear strength in axis-symmetrical cases. The main objective of this work was to investigate non-symmetrical cases of punching shear and to extend the CSCT to such cases. The failure criterion proposed by Prof. Muttoni allows estimating the punching shear strength in terms of the slab rotation in the radial direction. A more general model is needed to predict the punching shear strength of slabs with non-symmetrical conditions.

A numerical model was developed, which is based on the finite difference method, to predict the flexural behaviour of flat slabs. It takes into account the non-linear behaviour of concrete and reinforcement steel and can be applied to non-symmetrical cases and complex structures such as flat slabs with different span length in each direction and slab bridges. Moreover, this model satisfactorily predicts the behaviour of slabs with orthogonal reinforcement and general load cases.

A series of punching shear tests on non-symmetrical slabs was carried out to validate an analytical approach which considers the redistribution of shear stresses along the perimeter. This refined approach provides accurate predictions of strength and slab rotations in both orthogonal directions at failure. Moreover, this approach can be a useful tool for the structural assessment of existing structures.

An analytical model is also presented which extends the CSCT to punching shear cases of internal columns with moment transfer, edge columns, and corner columns, which are commonly found in practice. The comparison between the analytical and experimental results shows that the approach developed combined with the failure criterion used in the CSCT provides accurate predictions of strength and deformation capacity for internal columns with moment transfer, edge columns, and corner columns. This work was also used to validate the formulation of the first complete draft of the Model Code 2010.

In this work, the punching shear behaviour of flat slabs with bent-up bars was also investigated. Bent-up bars were commonly used in the past and are still used nowadays

for particular design situations. A reliable model is needed to design structures and to assess existing structures with bent-up bars. To address this, five punching shear tests were performed on symmetrical slabs with bent-up bars. The strain measurements along the reinforcement bars provided a better understanding of the anchorage mechanisms. A model was developed, which is consistent with the CSCT and provides satisfactory predictions of the distribution of strains along the bent-up bar. The proposed model can be used to calculate the contribution of the bent-up bars, which needs to be added to the concrete contribution from the CSCT to obtain the punching shear strength.

Keywords : reinforced concrete, punching shear, non-symmetrical punching shear, eccentric punching shear, slabs, flat slabs, slab bridges, critical shear crack theory, tests, unbalanced moment, shear reinforcement, bent-up reinforcement, non-linear analysis, finite difference method, Model Code 2010.

Riassunto

Il punzonamento delle piastre in calcestruzzo armato con appoggi puntiformi e/o soggette ad azioni concentrate è un fenomeno che produce la rottura delle regioni adiacenti alle zone di applicazione delle forze. Si tratta di un tipo di rottura di natura fragile, motivo per il quale tale fenomeno è particolarmente pericoloso. Questo modo di rottura è generalmente determinante nel dimensionamento e nella verifica di diverse tipologie di membrature strutturali, quali solai piani o ponti a piastra.

La teoria della fessura critica proposta dal Prof. Muttoni consente il calcolo della resistenza al punzonamento nei casi assialsimmetrici. Lo scopo di questa ricerca è di studiare i casi non simmetrici e adattare la teoria al calcolo della resistenza al punzonamento in questi casi. Il criterio di rottura proposto dal Prof. Muttoni permette di calcolare la resistenza al punzonamento di una piastra in funzione della sua rotazione radiale. Un modello in grado di riprodurre il comportamento delle piastre in condizioni non simmetriche è quindi necessario per determinare la resistenza al punzonamento.

Il comportamento della piastra in termini di deformata e rotazioni prima della rottura per punzonamento è determinato essenzialmente dalle sue caratteristiche flessionali. Il modello di comportamento flessionale delle piastre in calcestruzzo armato sviluppato in questa tesi, che tiene conto del comportamento non lineare del calcestruzzo e dell'acciaio d'armatura, può essere applicato a strutture non simmetriche e permette di studiare strutture complesse come, ad esempio, solai con luci delle campate differenti tra loro e ponti a piastra. Il modello permette inoltre di tener conto di disposizioni di armatura e configurazioni di carico qualunque.

L'analisi dei risultati di prove di carico in laboratorio su una serie di piastre non simmetriche ha consentito di sviluppare di un metodo di calcolo della resistenza al punzonamento che tiene conto della redistribuzione dello sforzo di taglio intorno alla regione di applicazione delle forze concentrate. Questo metodo permette di ottenere una stima precisa del carico e delle rotazioni della piastra alla rottura e fornisce uno strumento utile per il dimensionamento e la valutazione della resistenza di strutture esistenti.

È stato sviluppato un modello analitico volto a calcolare la resistenza al punzonamento senza la necessità di effettuare un calcolo non lineare della piastra. Tale modello, opportunamente combinato con il criterio di rottura, permette di adattare la teoria della fessura critica al calcolo della resistenza al punzonamento nel caso di piastre appoggiate

su colonne interne con momento, colonne di bordo e colonne d'angolo. Il confronto tra i risultati analitici e quelli sperimentali ha mostrato che con questo modello si ottiene una buona precisione del calcolo della resistenza e della deformazione della piastra a rottura nei casi menzionati. Questo studio ha consentito inoltre di validare la formulazione proposta nella prima versione provvisoria completa del Codice Modello 2010.

Un altro tema trattato in questa ricerca è il comportamento delle piastre rinforzate con barre piegate. Le barre piegate sono state largamente utilizzate in passato come armatura a punzonamento e sono ancora impiegate in alcuni casi particolari. È quindi necessario disporre di un modello per il dimensionamento di queste barre e per la verifica di strutture esistenti nelle quali è impiegato questo sistema d'armatura a punzonamento. Per tale motivo è stata eseguita una serie di prove di laboratorio su piastre con barre piegate. La misura delle deformazioni sulle barre piegate ha consentito di comprendere meglio il loro meccanismo d'attivazione e di sviluppare un modello che permette di riprodurre il profilo delle deformazioni delle barre piegate. Questo modello consente di calcolare la componente delle barre piegate, che deve essere aggiunta a quella del calcestruzzo calcolata tramite il criterio di rottura, per ottenere la resistenza al punzonamento.

Parole chiave : calcestruzzo armato, punzonamento, punzonamento non simmetrico, punzonamento con eccentricità, piastre, solai, ponti a piastra, teoria della fessura critica, prove di laboratorio, momento non bilanciato, armatura a punzonamento, barre piegate, analisi non lineare, metodo delle differenze finite, Codice Modello 2010.

Zusammenfassung

Das Durchstanzen von Stahlbetondecken ist ein Phänomen, bei welchem sich eine Bruchzone rund um die Zone der lokalen Krafteinleitung bildet. Diese Bruchart ist äusserst spröde und deshalb ausgesprochen gefährlich. Durchstanzen ist normalerweise das kritische Bemessungskriterium von Flachdecken und Plattenbrücken.

Die von Prof. Muttoni vorgeschlagene Theorie des kritischen Schubrisses ermöglicht die Ermittlung des Durchstanzwiderstandes von axialsymmetrischen Fällen. Das Ziel dieser Arbeit ist die Behandlung der nichtsymmetrischen Platten und die Erweiterung der genannten Theorie auf diese Fälle. Das von Prof. Muttoni vorgeschlagene Bruchkriterium ermöglicht die Berechnung des Durchstanzwiderstandes einer Platte als Funktion ihrer Rotation radial zur Stütze. Ein erweitertes Modell ist notwendig, um das Verhalten von Platten unter allgemeinen Bedingungen zu reproduzieren und den Durchstanzwiderstand von nicht symmetrischen Platten zu bestimmen.

Das Verformungs- und Rotationsverhalten einer Platte vor dem Bruch wird grösstenteils von den Biegeeigenschaften der Platte beeinflusst. Das in dieser Arbeit entwickelte Modell zum Biegeverhalten von Platten, welches das nichtlineare Verhalten von Beton und Bewehrungsstahl berücksichtigt, ist auf nichtsymmetrische Fälle anwendbar und ermöglicht das Studium komplexer Strukturen wie Flachdecken mit variablen Stützweiten und Plattenbrücken. Das Modell ermöglicht die korrekte Wiedergabe des Verhaltens orthogonal bewehrter Platten mit variabler Lastanordnung.

Die Resultate und die Analyse einer Versuchsserie von nichtsymmetrischen Platten dienen der Überprüfung eines Berechnungsablaufs zur Ermittlung des Durchstanzwiderstandes, welcher die Umverteilung der Querkräfte um die lokale Krafteinleitung berücksichtigt. Dieser Berechnungsablauf ermöglicht die sehr präzise Bestimmung der Bruchlast und der Plattenrotation in den beiden Hauptrichtungen im Bruchzustand. Es bildet damit ein sehr nützliches Instrument zur Bemessung und zur Überprüfung des Widerstandes bestehender Strukturen.

Die Entwicklung eines vereinfachten analytischen Modells dient der Vereinfachung der Berechnung und verhindert, dass nichtlineare Berechnungen ausgeführt werden müssen. In Kombination mit dem Bruchkriterium ermöglicht es die Anpassung der Theorie des kritischen Schubrisses auf die Fälle des Durchstanzens von innenliegenden Stützen und Momentenbeanspruchung, Rand- und Eckstützen. Ein Vergleich der Resultate der analytischen Berechnung mit den Versuchswerten zeigt, dass das Modell,

in Kombination mit dem Bruchkriterium, für den Bruchwiderstand und die Verformung in allen drei Fällen hinreichend präzise Werte liefert. Durch diese Arbeit konnte die Formulierung der ersten kompletten, provisorischen Version des Model Code 2010 überprüft werden.

In dieser Arbeit wird im Weiteren auf das Verhalten von bewehrten Platten mit aufgebogener Bewehrung eingegangen. Diese, in der Vergangenheit oft angewendete Methode der Bewehrungsführung, wird heutzutage noch vereinzelt in speziellen Fällen angewendet. Daher ist zur Dimensionierung und zur Überprüfung bestehender Strukturen ein zuverlässiges Modell notwendig. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Versuchsserie von fünf symmetrischen Platten getestet, bei welchen die Durchstanzbewehrung aus aufgebogenen Bewehrungsstäben bestand. Die Verformungsmessung an den aufgebogenen Bewehrungen ermöglichten ein besseres Verständnis des Verankerungsmechanismus und die Entwicklung eines Bemessungsmodells, welches mit der Theorie des kritischen Schubrisses in Einklang steht. Mit dem entwickelten Modell lässt sich das Profil der Bewehrungsverformung zuverlässig reproduzieren. Es ermöglicht beim Bruchkriterium die Berücksichtigung aufgebogener Bewehrung und die Ermittlung des Durchstanzwiderstandes von Platten mit aufgebogenen Bewehrungsstäben.

Stichworte : Stahlbeton, Durchstanzen, nicht symmetrisches Durchstanzen, exzentrisches Durchstanzen, Platten, Flachdecken, Plattenbrücken, Theorie des kritischen Schubrisses, Versuche, unausgeglichenes Moment, Durchstanzbewehrung, aufgebogene Bewehrung, nichtlineare Analyse, Finite Differenz Methode, Model Code 2010.

Table des matières

Préface	iii
Remerciements	v
Résumé	vii
Summary	ix
Riassunto	xi
Zusammenfassung	xiii
Notation	xxix
1 Introduction	1
1.1 Généralités	1
1.2 Définitions	2
1.3 Objectifs et contenu de cette thèse	3
1.4 Contributions personnelles	6
2 Etat des connaissances	7
2.1 Poinçonnement symétrique	7
2.1.1 Approche de la Théorie de la fissure critique	8
2.2 Poinçonnement non symétrique	18
2.3 Poinçonnement excentré	20
2.3.1 Transmission du moment entre la colonne et la dalle et concen- tration de l'effort tranchant	24
2.3.2 Approches pour le calcul de l'effort tranchant maximal	25

2.3.3	Transmission du moment entre la colonne et la dalle	30
2.3.4	Comparaison des différentes approches	35
3	Analyse non linéaire du comportement flexionnel des dalles en béton armé	37
3.1	Flexion des plaques élastiques	38
3.2	Modèle pour le comportement flexionnel des dalles en béton armé . . .	40
3.2.1	Equation aux différences finies	41
3.2.2	Conditions aux bords	43
3.2.3	Loi constitutive	47
3.3	Méthode de résolution	55
3.4	Comparaison avec les essais	56
4	Poinçonnement non symétrique des dalles en béton armé	61
4.1	Approche par niveaux pour la détermination de la courbe charge–rotation	61
4.2	Approche générale pour l’estimation de la courbe charge–rotation (niveau III)	62
4.2.1	Influence de la disposition des armatures sur la courbe charge–rotation	67
4.2.2	Influence des portées sur la courbe charge–rotation	72
4.2.3	Comparaison de la courbe charge–rotation avec les essais de la littérature	75
4.3	Approche simplifiée pour l’estimation de la courbe charge–rotation (niveau II)	79
4.4	Approche simplifiée de niveau I	82
4.5	Facteur d’excentricité pour le calcul de la résistance au poinçonnement excentré	82
4.6	Comparaison avec les essais de poinçonnement excentré	83
4.6.1	Validation expérimentale	85
4.6.2	Calcul de la valeur caractéristique de la résistance au poinçonnement	90
4.7	Poinçonnement non symétrique et étude de la redistribution de l’effort tranchant	91
4.7.1	Distribution non uniforme des rotations et de la résistance . . .	92
4.7.2	Discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle	94

4.7.3	Application à l'analyse des essais réalisés	95
4.7.4	Calcul de la résistance au poinçonnement avec redistribution . . .	97
5	Poinçonnement des dalles en béton armé avec barres d'armature relevées	101
5.1	Modes de rupture d'une dalle avec barres relevées	102
5.2	Activation des barres relevées	103
5.3	Série d'essais effectués	104
5.4	Profil des déformations dérivé du comportement flexionnel de la dalle .	107
5.5	Adhérence des barres droites et courbes	109
5.6	Modèle d'activation des barres relevées	110
5.6.1	Hypothèses de base, loi constitutive de l'acier et loi d'adhérence acier-béton	110
5.6.2	Profil des contraintes et des déformations	111
5.6.3	Procédure pour le calcul du profil des contraintes et des défor- mations	114
5.6.4	Validation du modèle d'activation des barres relevées	116
5.7	Rupture à l'intérieur de la zone renforcée et modèle pour le dimension- nement	119
5.8	Autres modes de rupture	122
5.8.1	Rupture à l'extérieur de la zone renforcée	122
5.8.2	Rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui	123
5.9	Comparaison avec les essais	124
6	Conclusions et travaux futurs	129
	Bibliographie	133
	Annexes	143
A	Normes : Eurocode 2, Code Modèle 1990 et ACI318-08	145
A.1	Eurocode 2 (EC2)	145
A.2	Code Modèle CEB-FIP 1990	150
A.3	ACI 318-08	150

B Essais de poinçonnement excentré	155
C Rapport d'essais. Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec armature non symétrique	161
D Rapport d'essais. Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec avec barres relevées	163
Curriculum vitae	165

Table des figures

1.1	Rupture par poinçonnement d'un joint dalle–colonne.	2
1.2	Cas d'effondrement de structures par poinçonnement : (a) parking sur plusieurs étages en phase de construction (Piper Row Car Park, Wolverhaston, 1997) ; (b) pont–dalle [Les2007].	2
1.3	Différents types de poinçonnement de dalles en béton armé : (a) poinçonnement axisymétrique ; (b) poinçonnement symétrique ; (c) poinçonnement non symétrique (sans excentricité) ; (d) poinçonnement excentré.	3
1.4	Calcul de la charge de rupture par poinçonnement d'une dalle axisymétrique avec la théorie de la fissure critique.	4
2.1	Evolution de la fissuration de la face tendue d'une dalle d'essais. Adaptée de [Gua2005].	7
2.2	Champs de contraintes selon la théorie de la plasticité proposés par Drucker : (a) poutre soumise à une charge uniforme ; (b) poutre soumise à une charge concentrée. Adaptée de [Dru1961]	9
2.3	Influence de la fissuration sur la résistance ultime des poutres : (a) et (b) essais EA1 avec barres nervurées et EB1 avec barres lisses effectués par Leonhardt et Walther [Leo1962], fissuration et champ de contraintes plastique ; (c) comparaison entre la charge de rupture et la charge plastique pour les poutres EA1 et EB1 ; (d) et (e) essais BP0 et BP1 effectués par Muttoni et Thürlimann [Mut1986], fissuration et champ de contraintes plastique ; (f) comparaison entre la charge de rupture et la charge plastique pour les poutres BP0 et BP1. Adaptée de [Mut2008b].	10
2.4	Théorie de la fissure critique : (a) section critique pour une poutre soumise à des forces concentrées ; (b) détermination de la déformation longitudinale ε	11
2.5	Comparaison entre le critère de rupture à l'effort tranchant des poutres donnée par l'éq. (2.3) et les résultats d'essais de poutres avec charge concentrée et répartie.	12

2.6	(a) Fissuration sur la coupe d'une dalle à la rupture et définition de la rotation ψ de la dalle. (b) Schéma d'un élément de dalle axisymétrique à l'extérieur de la fissure critique et confiné entre deux fissures radiales	13
2.7	Courbes charge–rotation des dalles de la série d'essais de Kinnunen et Nylander. Dalles circulaires avec armatures orthogonales. Deux valeurs de ρ indiquent les taux d'armature de la zone centrale et périphérique de la dalle, voir [Kin1960]. Adaptée de [Mut2008a].	13
2.8	Application de la théorie de la fissure critique aux dalles symétriques : (a) relation entre l'ouverture de la fissure et la rotation de la dalle ; (b) déplacement rigide d'un morceau de dalle extérieur à la zone de fissuration tangentielle ; (c) diminution de la résistance à cause de la fissure critique ; (d) comparaison entre le critère de rupture, éq. (2.5), et les essais de poinçonnement symétriques de différents chercheurs. Adaptée de [Mut2008a].	15
2.9	Méthode de détermination de la charge et de la rotation de rupture d'une dalle symétrique selon la théorie de la fissure critique.	16
2.10	(a) Élément de dalle axisymétrique. (b) Relation moment–courbure quadrilinéaire pour une section en béton armé.	16
2.11	Division en zones du critère de rupture selon différents types de rupture d'une dalle.	17
2.12	Essai d'une dalle avec armatures de flexion non symétriques.	18
2.13	Comportement des dalles PT33 et PT34 (annexe C).	20
2.14	Rupture par poinçonnement d'une dalle sur une colonne intérieure sans excentricité (à gauche), rupture par poinçonnement d'une dalle sur une colonne intérieure avec excentricité (au centre) et rupture par poinçonnement d'une dalle sur une colonne de bord (à droite). Tirée de [VD1985]. 21	21
2.15	Méthode des champs de cisaillement : (a) modèle sandwich ; (b) équilibre du noyau et composantes v_x et v_y ; (c) effort rasant et effort tranchant par unité de longueur dans une coupe perpendiculaire à la direction de l'effort rasant. Adaptée de [Mut2008c].	22
2.16	Concentration de l'effort tranchant due au moment non balancé représentée avec la méthode des champs de cisaillement. Champs de cisaillement calculés pour la série B de Anis [Ani1970]. Dalles appuyées sur colonnes internes de côté $c = 203$ mm. Moment dirigé vers le bas.	23
2.17	Coupe après la rupture de la dalle P30A testée par Kruger ($e/c = 1.067$, $c = 300$ mm). La charge était appliquée en direction verticale vers le bas au sommet de la pièce en forme de L Tirée de [Kru1999].	23

2.18	Mécanisme de transmission du moment entre la dalle et la colonne par moments de flexion, moments de torsion et efforts tranchants.	24
2.19	Efforts internes et contraintes de cisaillement verticales sur la section de contrôle selon Moe. Adaptée de [Moe1961].	26
2.20	Distribution de la contrainte de cisaillement : (a) approche élastique–plastique selon Regan [Reg1981]; (b) approche rigide–plastique du Code Modèle 1990 [CEB1993] et de l’Eurocode 2 [EC2–2004].	29
2.21	Efforts sur une section de contrôle rectangulaire de la dalle selon l’étude de Mast. Adaptée de [Mas1970].	34
2.22	Fractions de moment de l’équation (2.35) en fonction de b_1/b_2 ($\nu = 0.2$).	35
2.23	Comparaison entre différentes expressions du facteur de transmission du moment K	36
2.24	Réduction du périmètre de contrôle calculée avec différents approches.	36
3.1	Discrétisation d’une plaque par la méthode des différences finies.	42
3.2	Zone fissuré d’une dalle en béton armé.	48
3.3	Diagramme moment–courbure quadrilinéaire.	50
3.4	Influence du facteur β_t sur la courbe charge–rotation de la dalle PT34 (annexe C).	52
3.5	Relation entre le taux d’armature ρ et le facteur β_t dans le cas de la torsion pure selon le modèle de Marti et Kong [Mar1987a].	54
3.6	Charge produisant un état de torsion pure dans une dalle carrée.	54
3.7	Calcul des rigidités sécantes.	56
3.8	Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge–rotation de dalles symétriques de la série d’essais de Guidotti [Gui2010] et des dalles avec barres relevées testées par l’auteur (annexe D).	57
3.9	Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge–rotation dans deux directions perpendiculaires des dalles de la série d’essais de dalles non symétriques testées par l’auteur (annexe C).	57
3.10	Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge–déplacement vertical. Série d’essais « SC » de Walker et Regan [Wal1987, Reg1979] avec épaisseur $h = 125$ mm. $V =$ charge sur une colonne, $Q = 4V =$ charge totale sur la dalle.	58

3.11	Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge-déplacement vertical. Série d'essais « SC » de Walker et Regan [Wal1987, Reg1979] avec épaisseur $h = 80$ mm. $V =$ charge sur une colonne, $Q = 4V =$ charge totale sur la dalle.	59
4.1	Illustration schématique du rapport entre précision et complexité de calcul dans un approche par niveaux [Mut2003a, Mut2010].	62
4.2	Définition des paramètres nécessaires pour l'estimation des rotations d'un plancher-dalle à trame rectangulaire $\ell_x \times \ell_y$ avec $\ell_x > \ell_y$ au moyen de l'équation (4.1) : (a) r_s ; (b) m_s pour les colonnes centrales; (c) m_s pour les colonnes de bord; (d) m_s pour les colonnes d'angle.	65
4.3	Définition de la bande d'appui pour le calcul des paramètres m_{si} et m_{Ri} de l'équation (4.1).	66
4.4	Analyse numérique effectuée sur un plancher-dalle à trame carré : (a) schéma de la disposition des armatures; (b) charge appliquée; (c) mécanismes considérés (global 1 et local 2).	68
4.5	Déformées et rotations des planchers-dalles analysés pour devers niveaux de charge : 20–40–60–80–90% de V_{flex} (voir tableau 4.1 et figure 4.4).	69
4.6	Courbes charge-rotation des planchers-dalles analysés calculées avec le modèle non linéaire (ligne continue) et avec l'équation (2.7) (ligne discontinue).	70
4.7	Comparaison entre les courbes charge-rotation des planchers-dalles analysés calculées avec le modèle non linéaire (ligne continue) et estimées avec l'équation (4.4).	71
4.8	Schéma (a) du plancher-dalle à trame rectangulaire analysé et (b) de la charge appliquée.	73
4.9	Vue 3D de la déformée des planchers PD1 et PD2 à divers niveaux de charge : 30–60–90–99% de V_{flex} . Représentation de de un quart de dalle.	74
4.10	Comparaison des courbes charge-rotation résultant du calcul non linéaire des planchers analysés avec celles estimées avec l'équation (4.4).	74
4.11	Comparaison des courbes charge-rotation expérimentales des essais de poinçonnement de dalles sur colonnes intérieures de la littérature avec les courbes charge-rotation calculées avec l'équation (4.4).	76
4.12	Comparaison des courbes charge-rotation de la série d'essais d'Anderson [And1966] avec les courbes charge-rotation calculées avec l'équation (4.4). Colonnes de bord.	77

4.13	Comparaison des courbes charge–rotation de la série d’essais d’Ingvarsson [Ing1974] avec les courbes charge–rotation calculées avec l’équation (4.4). Colonnes d’angle.	78
4.14	Périmètre de contrôle simplifié pour le calcul de la distance entre le centre de la colonne et le centroïde du périmètre de contrôle : (a) colonne de bord ; (b) colonne d’angle.	80
4.15	Valeurs de a_{\max} et de t de l’équation (4.8) pour les différents types de colonnes.	81
4.16	Effet de l’excentricité sur le rapport V/m_s . Comparaison entre les valeurs déterminées avec l’analyse élastique–linéaire des essais de la littérature et la formule (4.8) : (a) colonnes centrales avec moment ; (b) colonnes d’angle ; (c) et (d) colonnes de bord, dans tous les essais avec colonnes de bord $e_{uy} = 0$	81
4.17	Calcul de la résistance au poinçonnement excentré selon la théorie de la fissure critique et double effet de l’excentricité sur la charge de rupture.	83
4.18	Diverses méthodes d’essais de poinçonnement excentré : (b) application de forces verticales non symétriques à la dalle ; (b) application de forces horizontales ; (c) application de la charge verticale excentrée ; (b) mesure de la réaction horizontale d’une colonne d’angle ou de bord.	84
4.19	Comparaison des différentes méthodes de calcul de la résistance au poinçonnement : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d’angle. Critère de rupture moyen.	87
4.20	Réduction de la résistance au poinçonnement due à l’excentricité de la réaction de la colonne. Comparaison avec l’équation (4.11) : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d’angle.	88
4.21	Comparaison des différentes méthodes de calcul de la résistance au poinçonnement : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d’angle. Critère de rupture caractéristique.	91
4.22	Distribution de (a) la rotation radiale et (b) de la résistance par unité de longueur le long du périmètre de contrôle. Dalle PT34 à $V = 800$ kN.	92
4.23	(a) variation de la rotation et (b) de la résistance par unité de longueur correspondante le long de l’angle du périmètre de contrôle. Dalle PT23 (avec armature non symétrique et chargé symétrique).	94
4.24	Discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle.	95
4.25	Etude de la redistribution de l’effort tranchant d’une dalle non symétrique. Exemple de la dalle PT34 (annexe C).	96
4.26	Etude de la redistribution de l’effort tranchant pour les dalles d’essai PT23, PT33 et PT34 (annexe C).	97

4.27	Etude de la redistribution effectuée pour la dalle PT34 avec le calcul des courbes charge-rotation avec la méthode du niveau III et avec les courbes charge-rotation de l'essai.	98
4.28	Etude de la redistribution effectuée pour la dalle PT33 avec calcul non linéaire des courbes charge-rotation, niveau IV.	99
5.1	Plancher-dalle avec champignon. Tirée de [Mai1926].	101
5.2	Exemple d'utilisation des barres relevées. Moulin Roland, Brême, 1910. Tirée de [Gös1991].	102
5.3	Modes de rupture par poinçonnement d'une dalle avec barres relevées. .	103
5.4	Disposition des barres relevées et de l'armature longitudinale des dalles PT41 à PT45.	105
5.5	Schéma de la disposition des jauges de déformation sur les barres relevées des dalles PT41 à PT45.	106
5.6	Modes de rupture des dalles PT41 à PT45 et représentation schématique des barres relevées disposées dans les dalles.	106
5.7	Courbes charge-rotation des dalles PG19 et PG20 et des dalles PT41 à PT45.	107
5.8	Calcul des déformations des barres relevées par un calcul en section. . .	108
5.9	Comparaison du profil des déformations d'une barre relevée calculé à partir du comportement flexionnel de la dalle avec le profil dérivé des mesures expérimentales pour différents niveaux de charge. Dalle PT42, barre X (voir annexe D).	109
5.10	(a) Loi constitutive de l'acier et (b) loi d'adhérence acier-béton utilisées pour le modèle d'activation des barres relevées.	111
5.11	Profil (a) des contraintes et (b) des déformations supposés le long d'une barre relevée.	112
5.12	Hypothèses du modèle.	112
5.13	Comportement cinématiques simplifié de la dalle et relation entre la courbure radiale de la région de dalle à l'intérieur de la fissure critique et la rotation ψ	114
5.14	Comparaison entre les déformations ε_{s0} au point $s = 0$ mesurées lors des essais et les déformations calculées.	115
5.15	Comparaison entre le profil des déformations des barres relevées calculé avec le modèle proposé et le profil mesuré pour différents niveaux de charge. Dalle PT41.	117

5.16	Comparaison entre le profil des déformations des barres relevées calculé avec le modèle proposé et le profil mesuré pour différents niveaux de charge. Dalle PT42.	118
5.17	Calcul de la résistance au poinçonnement à l'intérieur de la zone renforcée. Adaptée de [FR2009a].	119
5.18	Courbe interpolée pour le critère de rupture à l'intérieur de la zone renforcée.	121
5.19	Calcul de la résistance au poinçonnement à l'extérieur de la zone renforcée par les armature de poinçonnement.	122
5.20	Définition de la hauteur statique réduite des barres relevées et du périmètre de contrôle à l'extérieur de la zone renforcée.	123
5.21	Calcul de la résistance au poinçonnement par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui.	124
5.22	Analyses des dalles d'essais avec $\alpha = 45^\circ$. Différents critères de rupture et différents modèles d'activation des barres relevées.	126
5.23	Analyses des dalles d'essais avec $\alpha = 30^\circ$. Différents critères de rupture et différents modèles d'activation des barres relevées.	127
A.1	(a) Périmètre de contrôle de base pour colonnes intérieures et (b) distribution de la contrainte de cisaillement due au moment extérieur selon l'Eurocode 2.	147
A.2	Périmètre de contrôle pour des colonnes de bord selon l'Eurocode 2 : (a) périmètre de base ; (b) périmètre réduit.	148
A.3	Périmètre de contrôle pour des colonnes d'angle selon l'Eurocode 2 : (a) périmètre de base ; (b) périmètre réduit.	148
A.4	Périmètres de contrôle selon la norme ACI et notation selon Di Stasio et Van Buren [DS1960].	153

Liste des tableaux

3.1	Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).	43
3.2	Résumé des conditions aux bords des plaques.	43
3.3	Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).	44
3.4	Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).	46
4.1	Données principales des planchers-dalles de l'analyse paramétrique. . .	67
4.2	Données principales des planchers de l'analyse paramétrique.	73
4.3	Résultats de l'analyse élastique.	73
4.4	Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes intérieures avec moment.	89
4.4	Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes de bord.	89
4.4	Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes d'angle.	89
4.5	Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul en termes de valeurs caractéristiques et moyennes.	90
4.6	Calcul de la charge et des rotations de rupture des dalles d'essai avec la méthode de la redistribution. Analyses effectuées avec la méthode du niveau III et du niveau IV.	98
5.1	Caractéristiques principales des dalles d'essais avec barres relevées et des dalles PG19 et PG20 sans barres relevées.	104
5.2	Résultats statistiques de l'analyse des dalles d'essai avec barres relevées.	128
A.1	Valeurs de k pour le calcul de β , éq. (A.2)	146
B.1	Dalles sur colonnes intérieures avec moment	156
B.2	Dalles sur colonnes d'angle.	157

B.3 Dalles sur colonnes de bord.	158
B.3 Dalles sur colonnes de bord.	159

Notation

Majuscules latines

E	module d'élasticité
E_c	module d'élasticité du béton
E_s	module d'élasticité de l'acier d'armature passive
E_{sh}	module d'écroûissage de l'acier d'armature passive
D	rigidité flexionnelle par unité de longueur d'une section de dalle
D_x, D_y	rigidité flexionnelle par unité de longueur d'une section de dalle perpendiculaire à l'axe x , resp. y
D_{xy}	rigidité torsionnelle par unité de longueur d'une section de dalle perpendiculaire à l'axe x
G	module de cisaillement
K	facteur définissant la part de moment transférée par effort tranchant
M	moment de flexion
P	point
V_c	contribution du béton à la résistance au poinçonnement
$V_{R,ext}$	résistance au poinçonnement (rupture à l'extérieur de la zone renforcée par les armatures de poinçonnement)
$V_{R,écr}$	résistance au poinçonnement (rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui)
$V_{R,in}$	résistance au poinçonnement (rupture à l'intérieur de la zone renforcée par les armatures de poinçonnement)
V_s	contribution de l'armature de poinçonnement à la résistance au poinçonnement

Minuscules latines

a	portée de cisaillement de la poutre
b	largeur, dimension du périmètre de contrôle

b_0	longueur du périmètre de contrôle
$b_{0,ext}$	longueur du périmètre de contrôle (rupture à l'extérieur de la zone renforcée par les armatures de poinçonnement)
$b_{0,écr}$	longueur du périmètre de contrôle (rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui)
b_s	largeur de la bande d'appui
b_{sr}	largeur de la bande d'appui réduite
c	dimension de la colonne carrée, hauteur de l'axe neutre dans la phase élastique fissurée
d	hauteur statique, hauteur statique moyenne dans le cas de plusieurs nappes d'armature
d_v	hauteur statique réduite des armatures de poinçonnement
d_g	diamètre maximal du granulat
d_{g0}	diamètre du granulat de référence
e	excentricité
f_b	résistance d'adhérence
f_c	résistance à la compression du béton sur cylindre
f_{ct}	résistance à la traction du béton
f_s	limite d'écoulement de l'acier d'armature passive
h	hauteur, épaisseur
k	constante
k_e	facteur de réduction du périmètre de contrôle (facteur d'excentricité)
k_{sys}	facteur qui dépend de l'efficacité de l'armature de poinçonnement
l	longueur, portée
l_x, l_y	portée dans la direction x , resp. y
m_R	résistance à la flexion par unité de longueur, résistance à la flexion par unité de longueur dans la bande d'appui
m_s	moment moyen par unité de longueur pour le calcul de l'armature de flexion de la bande d'appui
m_x, m_y	moment de flexion par unité de longueur d'une section de dalle perpendiculaire à l'axe x , resp. y
m_{xy}	moment de torsion par unité de longueur d'une section de dalle perpendiculaire à l'axe x
n	nombre
q	charge par unité de surface ou de longueur
r	rayon, rayon de courbure, effort tranchant effectif

r_0	distance entre l'axe de la colonne et la fissure de poinçonnement au niveau des armatures tendues
r_s	rayon pour lequel le moment radial s'annule (mesuré par rapport à l'axe de la colonne), rayon d'une dalle de forme circulaire
s	coordonnée curviligne
v	effort tranchant par unité de longueur
v_R	résistance au poinçonnement par unité de longueur
v_x, v_y	effort tranchant par unité de longueur d'une section de dalle perpendiculaire à l'axe x , resp. y
w	déplacement vertical, ouverture de fissure
x	coordonnée horizontale, direction
y	coordonnée horizontale, direction
z	coordonnée verticale, direction

Lettres grecques

Ω	aire
α	angle
β	angle, facteur qui tient compte de la concentration de l'effort tranchant
β_s	shear retention factor
β_t	facteur qui tient compte de la perte de rigidité torsionnelle d'une dalle fissurée (torsion retention factor)
ε	déformation
λ	rapport entre les portées d'un plancher-dalle à trame rectangulaire
μ_f	coefficient de frottement acier-béton
ν	coefficient de Poisson
ρ	taux géométrique de l'armature de flexion tendue
σ	contrainte
τ	contrainte de cisaillement
τ_b	contrainte d'adhérence
τ_R	contrainte limite de cisaillement
χ	courbure
ψ	rotation

Indices

<i>c</i>	du béton
<i>calc</i>	résultat calculé
<i>cr</i>	de fissuration
<i>el</i>	élastique
<i>flex</i>	de formation du mécanisme de flexion
max	valeur maximale
<i>pl</i>	plastique
<i>r</i>	dans la direction radiale
<i>s</i>	de l'acier
<i>t</i>	dans la direction tangentielle
<i>test</i>	de l'essai
<i>w</i>	de l'armature de poinçonnement
<i>x</i>	dans la direction <i>x</i>
<i>y</i>	d'écoulement, dans la direction <i>y</i>
<i>z</i>	dans la direction <i>z</i>
<i>R</i>	de rupture
<i>TS</i>	du tension stiffening

Notations particulières

∅	diamètre
---	----------

Chapitre 1

Introduction

1.1 Généralités

Les dalles en béton armé appuyées sur colonnes sont un système fréquemment employé dans les structures du génie civil comme les bâtiments, les parkings et les ponts. Ce système structural est particulièrement avantageux par rapport au système traditionnel des dalles reposant sur sommiers car il permet une plus grande liberté dans la disposition des colonnes, des épaisseurs généralement plus petites et une simplicité de coffrage accrue. Ceci conduit à des structures plus légères et à des bénéfices économiques et architecturaux. En revanche, l'utilisation d'appuis ponctuels engendre des efforts concentrés dans les dalles qui rendent ces structures particulièrement sensibles au phénomène de poinçonnement qui en gouverne généralement le dimensionnement. Ce phénomène est caractérisé par une rupture très localisée dans la zone autour de la colonne qui pénètre à travers la dalle, fig. 1.1. Si la dalle n'est pas munie d'armatures d'effort tranchant, la rupture se manifeste de manière très fragile et sans aucun avertissement. De plus, si des précautions spéciales ne sont pas prises pour garantir une résistance résiduelle après la rupture, la dalle risque de se décrocher des colonnes et de tomber au sol. Par conséquent, la dalle perd toute possibilité de redistribution des efforts, ce qui provoque l'effondrement progressif de la structure. La figure 1.2 présente deux cas de rupture par poinçonnement qui ont également amené à l'effondrement progressif de la structure.

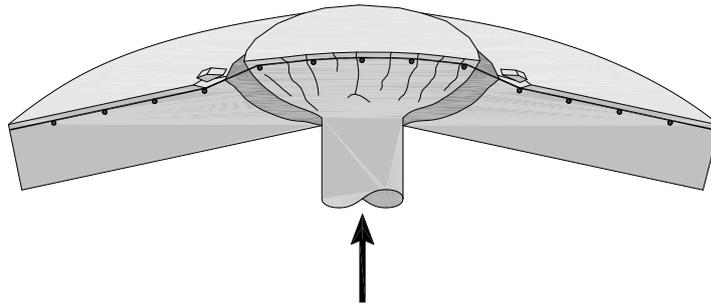


Fig. 1.1 – Rupture par poinçonnement d’un joint dalle–colonne.

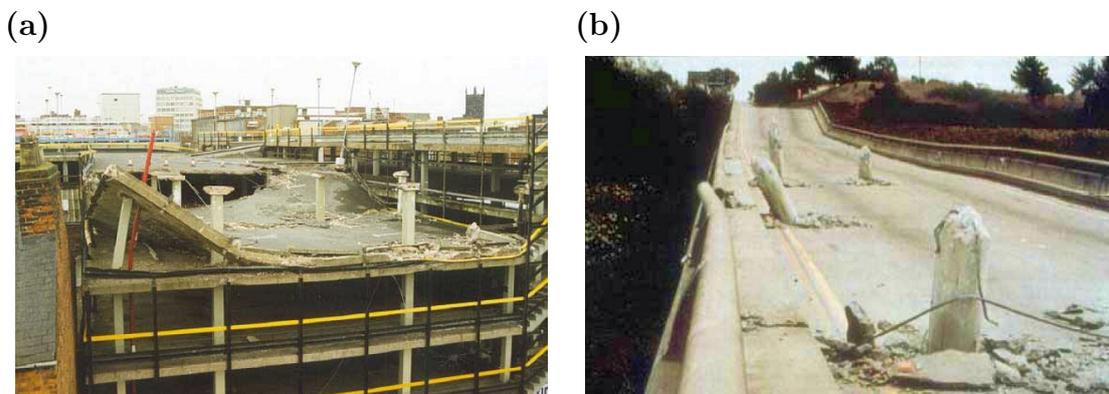


Fig. 1.2 – Cas d’effondrement de structures par poinçonnement : (a) parking sur plusieurs étages en phase de construction (Piper Row Car Park, Wolverhpton, 1997) ; (b) pont–dalle [Les2007].

1.2 Définitions

En général, on peut distinguer deux types de poinçonnement : le poinçonnement *symétrique* et le poinçonnement *non symétrique* ou *asymétrique*. On parle de poinçonnement symétrique si la géométrie, la charge, les conditions d’appuis et la constitution de l’élément structurel (matériau et armatures) peuvent être considérés symétriques par rapport à deux axes de symétrie comme montré aux figures 1.3a,b . Lorsque la symétrie est relative à tous les axes radiaux, on se trouve dans le cas particulier du *poinçonnement axisymétrique*.

Si une de ces conditions vient à manquer, on rentre dans le cadre du poinçonnement non symétrique. Dans ce cas, on peut encore distinguer deux domaines différents : le poinçonnement non symétrique *sans excentricité* ou *centré*, fig. 1.3c et le poinçonnement non symétrique *avec excentricité* ou *excentré*, fig. 1.3d. La différence entre ces deux domaines est que dans le cas du poinçonnement excentré, les conditions de non symétrie conduisent à l’apparition d’un moment de flexion à transférer de la dalle à la colonne. Ce moment est appelé *moment non balancé* [Kru1999] ou *moment d’encastrement*. Le phénomène de transmission du moment entre la dalle et la colonne constitue l’un des problèmes principaux de l’étude du poinçonnement excentré.

Par la suite, afin d'avoir une exposition plus aisée, on fera référence aux types de poinçonnement introduits préalablement avec la terminologie suivante :

Poinçonnement symétrique

en faisant référence aux cas avec double symétrie axiale, fig. 1.3a,b

Poinçonnement non symétrique

en faisant référence aux cas non symétriques ou avec simple symétrie axiale, mais sans excentricité, fig. 1.3c

poinçonnement excentré

en faisant référence aux cas non symétriques avec excentricité, fig. 1.3d

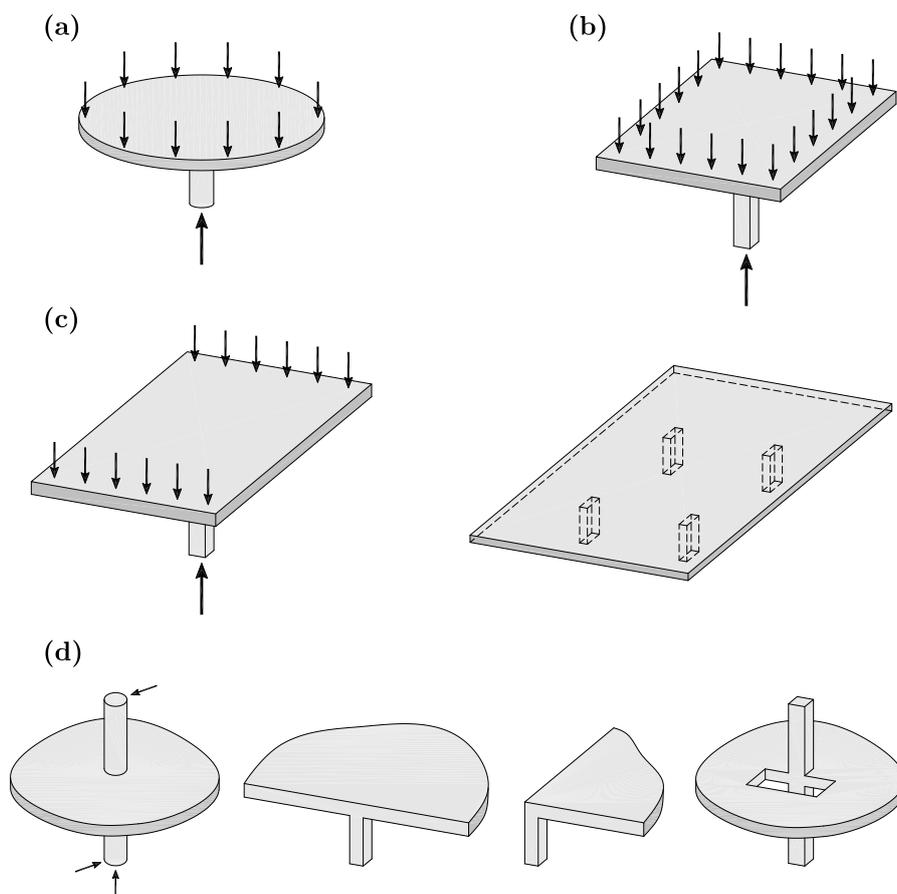


Fig. 1.3 – Différents types de poinçonnement de dalles en béton armé : (a) poinçonnement axisymétrique; (b) poinçonnement symétrique; (c) poinçonnement non symétrique (sans excentricité); (d) poinçonnement excentré.

1.3 Objectifs et contenu de cette thèse

Cette étude s'inscrit dans le cadre de la recherche sur le poinçonnement de dalles en béton armé actuellement en cours dans le LABORATOIRE DE CONSTRUCTION EN BÉTON ARMÉ (IBETON) de l'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE.

En 1991 Muttoni and Schwartz [Mut1991] ont constaté que la résistance au poinçonnement d'une dalle est corrélée à la rotation de la dalle autour de la colonne. Suivant cette approche, le critère de rupture proposé par Muttoni [Mut2003b] définit la résistance au poinçonnement en fonction de la rotation de la dalle autour de la colonne comme montré à la figure 1.4. Plus cette rotation augmente, plus la résistance de la dalle au poinçonnement diminue. En d'autres termes, plus la dalle est rigide, plus sa résistance est élevée.

Selon la théorie de la fissure critique proposée par Muttoni [Mut2008a], la résistance au poinçonnement est donnée par l'intersection de la courbe du critère de rupture avec la courbe de comportement de la dalle qui est représentée par la courbe charge-rotation de la dalle, fig. 1.4. La connaissance de la courbe de comportement de la dalle est donc fondamentale pour le calcul de la résistance au poinçonnement.

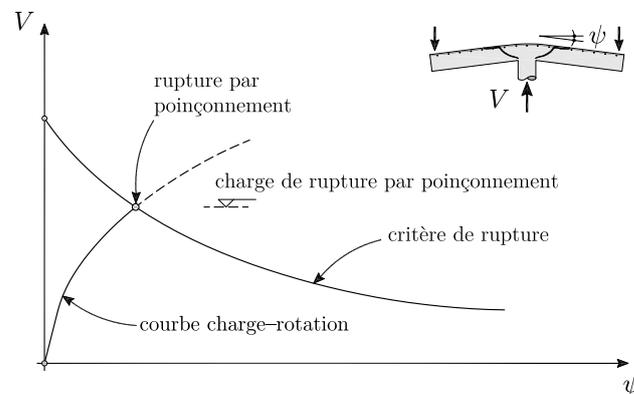


Fig. 1.4 – Calcul de la charge de rupture par poinçonnement d'une dalle axisymétrique avec la théorie de la fissure critique.

La théorie de la fissure critique a été appliquée au poinçonnement axisymétrique de dalles sans armature de poinçonnement par Muttoni [Mut2008a] et Guandalini [Gua2005]. Les modèles développés par ces auteurs permettent d'obtenir les courbes de comportement des dalles axisymétriques. Ensuite, cette théorie a été adaptée par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] au cas du poinçonnement axisymétrique de dalles avec armature de poinçonnement composée par goujons et étriers. Cependant, le cas des barres relevées n'a pas encore été traité.

Les objectifs principaux de cette recherche sont les suivants :

- le développement d'un modèle performant qui reproduit le comportement de dalles dans de conditions non axisymétriques et qui permet d'étudier des structures complexes comme des planchers-dalles avec des portées inégales ou des ponts-dalles
- l'adaptation de la théorie de la fissure critique pour le calcul de la résistance au poinçonnement excentré et, plus précisément, dans le cas des dalles sur colonnes intérieures avec moment et sur colonne de bord et d'angle
- l'adaptation de la théorie de la fissure critique pour le calcul de la résistance au poinçonnement des dalles orthotropes et avec chargement non axisymétrique.

- l’adaptation de la théorie de la fissure critique pour le calcul de la résistance au poinçonnement des dalles avec armature de poinçonnement composée par des barres relevées

Pour atteindre ces objectifs, une recherche des essais de poinçonnement excentré existants dans la littérature a été effectuée. De plus, deux séries d’essais sur des éléments de dalle ont été effectuées. La première (huit essais) avait comme but l’étude des dalles orthotropes (annexe C) et la seconde (cinq essais) avait comme but l’étude de dalles avec barres d’armature relevées (annexe D).

Cette thèse traite deux thèmes qui peuvent être considérés comme distincts :

1. le poinçonnement non symétrique des dalles sans armature de poinçonnement (chapitres 2, 3 et 4)
2. le poinçonnement symétrique des dalles avec barres d’armature relevées (chapitre 5)

Ce rapport de thèse est organisé de la façon suivante :

- dans le chapitre 2, un bref état de l’art relatif au poinçonnement symétrique, non symétrique et excentré est présenté
- dans le chapitre 3, on présente un modèle pour le comportement flexionnel des dalles en béton armé. Ce modèle, qui tient compte du comportement non linéaire du béton et de l’acier d’armature, est applicable aux cas non symétriques et permet d’étudier des structures complexes comme des planchers–dalles avec des portées inégales ou des ponts–dalles. De plus, il permet de représenter correctement le comportement de dalles avec une armature orthotrope et des dispositions de charges quelconques
- dans le chapitre 4, l’adaptation de la théorie de la fissure critique au poinçonnement excentré et non symétrique est abordée. Un modèle analytique pour l’estimation de la courbe charge–rotation est développé. Ce modèle ne nécessite pas de calcul non linéaire de la dalle et simplifie le calcul de la résistance au poinçonnement. Les résultats du modèle analytique sont comparés avec les résultats expérimentaux des essais de la littérature et des essais effectués dans le cadre de cette étude
- dans le chapitre 5, la théorie de la fissure critique est adaptée au cas du poinçonnement symétrique des dalles avec barres d’armature relevées. Les différents modes de rupture sont considérés. On développe un modèle qui permet de reproduire le profil des déformations et des contraintes dans les barres relevées. Ce modèle permet d’inclure dans le critère de rupture l’effet des barres relevées. Un modèle pour le dimensionnement est également présenté. Les résultats de ces modèles sont comparés avec les données expérimentales.
- les conclusions et les travaux futurs sont présentés au chapitre 6

1.4 Contributions personnelles

Une liste des contributions personnelles apportées par cette thèse est donnée par la suite :

Contributions expérimentales

- exécution d’une campagne expérimentale pour l’étude du poinçonnement de dalles sans armature de poinçonnement en conditions non symétriques
- exécution d’une campagne expérimentale de dalles renforcées avec barres d’armature relevées qui a permis de mesurer de manière détaillée le profil de déformation dans les barres ainsi que son activation progressive et d’étudier l’influence des barres relevées sur la résistance au poinçonnement

Contributions à la modélisation numérique des dalles en béton armé

- développement d’un modèle pour le comportement flexionnel des dalles en béton armé qui permet d’étudier des structures complexes et non axisymétriques (comme par exemple des planchers–dalles avec des portées inégales ou des ponts–dalles). Ce modèle permettant de représenter correctement le comportement des dalles avec une armature orthotrope et des dispositions de charges quelconques
- développement d’un modèle d’activation des barres d’armature relevées, cohérent avec les hypothèses de base de la théorie de la fissure critique, qui permet de dériver le profil de déformations et des contraintes dans les barres en tenant compte des conditions d’adhérence des barres

Contributions théoriques

- extension du modèle analytique pour le calcul de la courbe charge–rotation dans le cas du poinçonnement symétrique proposé par Muttoni [Mut2008a] au cas du poinçonnement non symétrique et excentré
- extension de la théorie de la fissure critique pour tenir compte de la redistribution de l’effort tranchant dans le poinçonnement non symétrique
- adaptation de la théorie de la fissure critique au cas du poinçonnement de dalles avec barres relevées

Chapitre 2

Etat des connaissances

2.1 Poinçonnement symétrique

Dans le poinçonnement symétrique, la surface de rupture prend la forme d'un cône tronqué comme le montre la figure 1.1. Pour les dalles sans armature de poinçonnement, l'inclinaison de ce cône varie généralement entre 25° et 35° . Par la suite, afin de mieux comprendre comment a lieu la rupture par poinçonnement, on présente une description du comportement des dalles en béton armé sous charges ponctuelles.

La figure 2.1 montre l'évolution de la fissuration de la face tendue d'une dalle d'essais [Gua2005]. Initialement, la dalle se comporte élastiquement et elle se déforme sans se fissurer jusqu'à la charge de fissuration V_{cr} pour laquelle une fissure tangentielle se forme en correspondance de la projection du périmètre de la colonne. Lorsque la charge augmente, cette fissure engendre une redistribution des efforts qui provoque la formation d'autres fissures radiales et tangentielles. A partir d'un certain niveau de charge, il n'y a plus de nouvelles fissures qui se forment et l'incrément de charge engendre l'augmentation de l'ouverture des fissures existantes. Dans cette phase, les fissures se propagent dans l'épaisseur de la dalle. En particulier, à 50–60 % de la charge de rupture, à cause de l'effort tranchant, les fissures tangentielles proches de la colonne s'inclinent en direction de la colonne même en prenant une forme conique. Pour cette

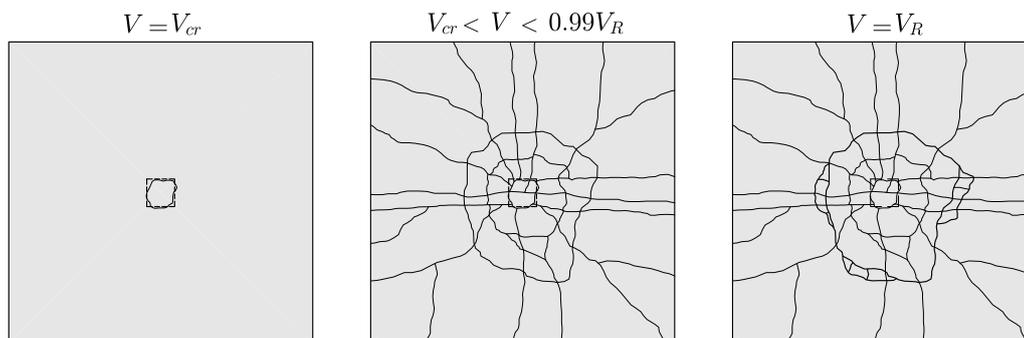


Fig. 2.1 – Evolution de la fissuration de la face tendue d'une dalle d'essais. Adaptée de [Gua2005].

raison, ces fissures inclinées sont souvent appelées *fissures d'effort tranchant*. La rupture se produit lorsqu'une de ces fissures tangentielles devient *critique* et atteint la surface inférieure comprimée au droit du périmètre de la colonne. Cette fissure va former le cône de poinçonnement et une grande fissure tangentielle apparaît en surface. Cette fissure-ci ne donne toutefois pas la dimension réelle du cône de poinçonnement car les nappes d'armature tendue sont arrachées par le cône.

Le première modèle mécanique complète pour le poinçonnement symétrique a été présenté en Suède par Kinnunen et Nylander en deux publications, respectivement en 1960 et 1963 [Kin1960, Kin1963]. Ce modèle a l'avantage de permettre une bonne compréhension du comportement de la dalle. Cependant, malgré la bonne corrélation de ce modèle avec les résultats expérimentaux, celui-ci n'a jamais été employé dans les normes à cause de sa complexité. Plus tard, le modèle a été étendu pour tenir compte d'autres facteurs comme, par exemple, l'effet goujon [She1989, Bro2000] mais ces extensions, souvent de nature empirique, ont eu pour effet de le compliquer encore et de s'éloigner de la nature physique du modèle.

En 2008, Muttoni [Mut2008a] a proposé une méthode pour l'estimation de la résistance au poinçonnement symétrique de dalles en béton armé basée sur la *théorie de la fissure critique* (Critical shear crack theory – CSCT) dont les bases ont été introduites par Muttoni et Schwartz en 1991 [Mut1991]. Cette méthode sera utilisée comme base dans le cadre de cette recherche et elle sera étendue aux cas de poinçonnement non symétrique centré et excentré (chapitre 4). C'est pourquoi, dans cette section, les bases théoriques et expérimentales qui ont amené à son développement seront résumées. Plus de détails sont donnés dans les références [Mut2008a, Mut2008b].

2.1.1 Approche de la Théorie de la fissure critique

Dans ce qui suit, les bases de la théorie de la fissure critique seront présentées. Cette théorie a été initialement développée pour le calcul de la résistance à l'effort tranchant des poutres sans étriers [Mut2008b] et pour la résistance au poinçonnement des dalles sans armature de poinçonnement [Mut2008a]. Bien que dans la suite l'on se focalise essentiellement sur l'application aux dalles, certains aspects concernant les poutres seront repris.

Application aux poutres

La validité de la théorie de la plasticité pour les poutres a été originellement étudiée par Drucker [Dru1961] qui utilisa les champs de contraintes plastiques de la figure 2.2a,b comme systèmes porteurs d'une charge concentrée ou répartie. Selon la solution plastique de Drucker, la poutre atteint la rupture par flexion lors de l'écoulement des barres d'armature tendues. Cette solution s'est ensuite avérée inappropriée car elle pouvait donner des résultats incohérents par rapport aux mesures expérimentales.

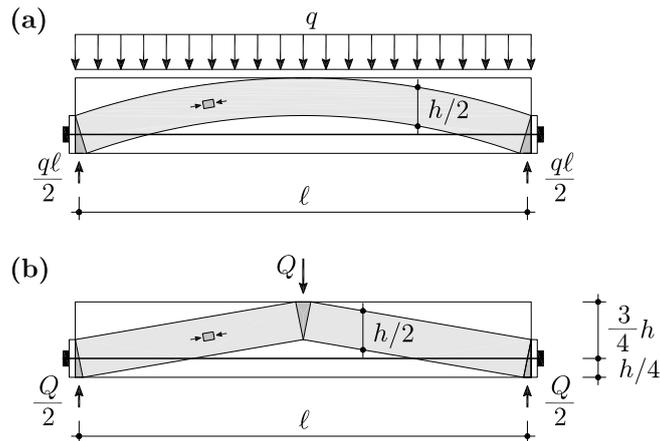


Fig. 2.2 – Champs de contraintes selon la théorie de la plasticité proposés par Drucker : (a) poutre soumise à une charge uniforme ; (b) poutre soumise à une charge concentrée. Adaptée de [Dru1961]

Plus précisément, la charge de rupture était sur-estimée pour certaines poutres, ce qui conduisait à un dimensionnement du côté de l'insécurité. La raison pour laquelle la théorie de la plasticité n'est pas applicable dans ces cas sera expliquée par la suite.

La figure 2.3a,b montre deux poutres testées par Leonhardt et Walther [Leo1962]. Les deux poutres ont la même géométrie avec un rapport entre la portée de cisaillement (shear span) et la hauteur statique $a/d = 2.77$. La différence est que la première, EA1, est renforcée avec des barres à adhérence améliorée alors que la seconde, EB1, est renforcée avec des barres lisses. La poutre EB1 a atteint le 86% de la résistance V_{pl} calculée avec la théorie de la plasticité alors que la EA1 a atteint seulement le 50%, fig. 2.3c. L'origine de cette différence est que, dans la poutre EA1, une fissure de flexion se propage en direction diagonale dans la zone de la bielle de compression inclinée en réduisant sa résistance et, ensuite, une rupture abrupte et prématurée a lieu avant l'écoulement des armatures. Cette fissure est appelée *fissure critique*. Par contre, dans la poutre EB1, l'incapacité des barres lisses à répartir les fissures fait en sorte que celles-ci se concentrent dans la zone au-dessous de la charge et que seule une partie de la fissure inclinée se propage dans la bielle de compression inclinée.

Pour confirmer cette explication, Muttoni et Thürlimann [Mut1986] ont effectué un essai similaire en contrôlant l'ouverture de la fissure inclinée. Deux poutres avec $a/d = 2.44$ ont été testées. Dans les deux poutres, BP0 et BP1, on a utilisé des barres nervurées mais dans la deuxième une armature minimale pour contrôler l'ouverture des fissures a été placée dans la zone de la bielle de compression où la fissure inclinée était attendue, fig. 2.3d,e. Il faut remarquer que cette armature verticale ne peut pas fonctionner comme étrier car elle n'entoure pas les armatures inférieures tendues. La charge de rupture de la poutre BP0 était 50% de la résistance prévue par la théorie de la plasticité alors que la poutre BP1 a atteint la résistance V_{pl} , fig. 2.3f.

L'influence de la propagation de la fissure inclinée sur la résistance ultime des poutres est fortement corrélée avec le rapport a/d . Cette corrélation est représentée

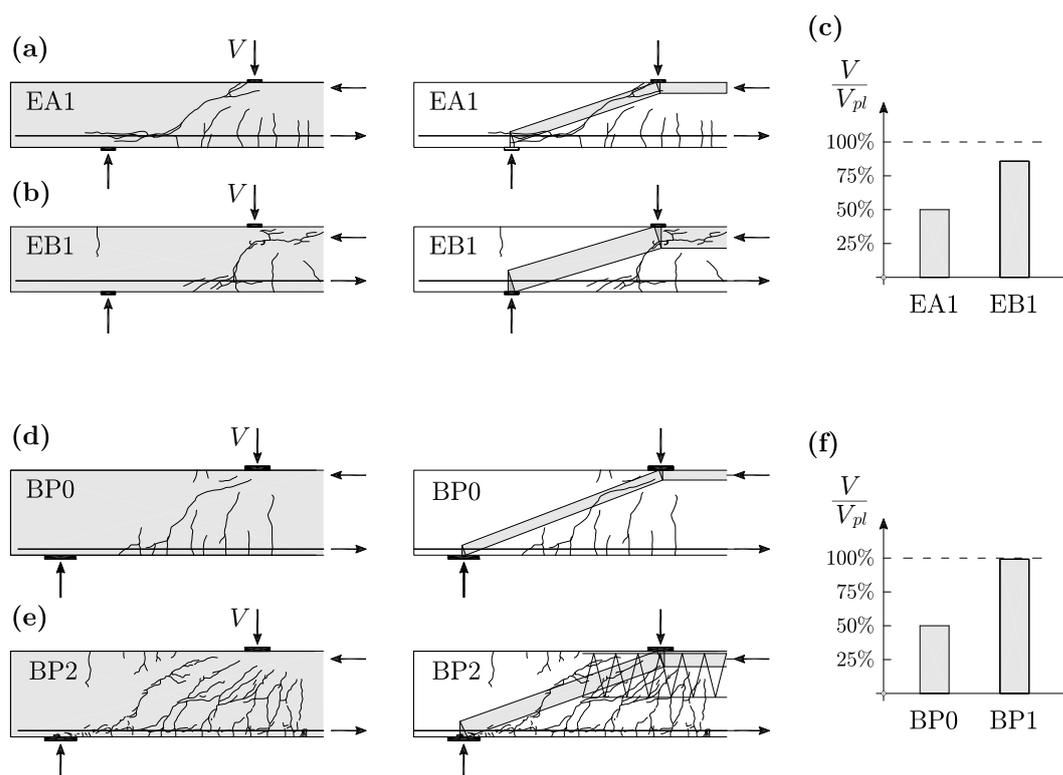


Fig. 2.3 – Influence de la fissuration sur la résistance ultime des poutres : (a) et (b) essais EA1 avec barres nervurées et EB1 avec barres lisses effectués par Leonhardt et Walther [Leo1962], fissuration et champ de contraintes plastique; (c) comparaison entre la charge de rupture et la charge plastique pour les poutres EA1 et EB1; (d) et (e) essais BP0 et BP1 effectués par Muttoni et Thürlimann [Mut1986], fissuration et champ de contraintes plastique; (f) comparaison entre la charge de rupture et la charge plastique pour les poutres BP0 et BP1. Adaptée de [Mut2008b].

par la *vallée de Kani* [Kan1966, Kan1979]. Plus de détails sur ce phénomène et ses implications sur la théorie de la fissure critique appliquée aux poutres sont donnés en [Mut2008b].

D'après l'étude de Moody et al [Moo1954], la résistance à l'effort tranchant est corrélée avec la racine carrée de f_c . De plus, sur la base du phénomène décrit ci-dessus, l'on peut formuler l'hypothèse que la résistance à l'effort tranchant est fonction de l'ouverture de la fissure critique et de sa rugosité qui est corrélée avec la taille maximale des granulats d_g [Wal1981]. Selon la théorie de la fissure critique, la résistance à l'effort tranchant est définie de la façon suivante [Mut2008b] :

$$\frac{V_R}{bd} = \sqrt{f_c} f(w, d_g) \quad (2.1)$$

où w est l'ouverture de la fissure critique et d_g est le diamètre maximal du granulat du béton.

L'ouverture de la fissure critique est considérée comme étant proportionnelle au produit entre une déformation longitudinale de référence ε et l'hauteur statique de la

poutre d , c'est-à-dire :

$$w \propto \varepsilon d \quad (2.2)$$

La déformation longitudinal ε est calculée dans une section critique à une hauteur $0.6d$ du bord comprimé de la poutre comme montré à la figure 2.4. Pour ce faire, on considère valable l'hypothèse des sections planes de Navier–Bernoulli et un comportement élastique linéaire du béton en négligeant sa résistance à la traction. La position de la section critique dépend du système statique et des charges appliquées. A titre d'exemple, dans le cas d'une poutre soumise à des forces concentrées elle se situe à une distance $0.5d$ du point d'introduction de la force comme montré à la figure 2.4a

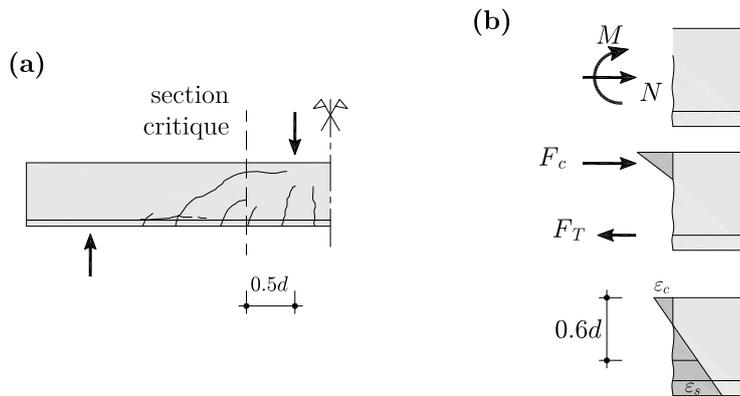


Fig. 2.4 – Théorie de la fissure critique : (a) section critique pour une poutre soumise à des forces concentrées ; (b) détermination de la déformation longitudinale ε

L'expression analytique proposée pour l'évaluation de la résistance à l'effort tranchant est la suivante [Mut2003b, Mut2008b] :

$$\frac{V_R}{bd\sqrt{f_c}} = \frac{1/3}{1 + 120 \frac{\varepsilon d}{d_{g0} + d_g}} \quad (2.3)$$

où d_{g0} est la taille du granulat de référence dont la valeur est fixée à 16 mm. Le critère de rupture donné par l'équation (2.3) permet de tenir compte de la diminution de la résistance suite à l'ouverture de la fissure critique représentée par εd et de l'influence de la rugosité de la fissure qui dépend de la taille maximale du granulat d_g . La figure 2.5 montre la comparaison entre l'expression (2.3) et des essais de poutres avec charge concentrée et répartie.

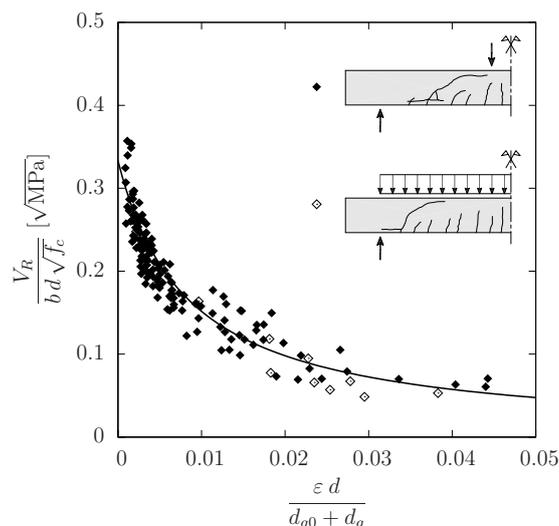


Fig. 2.5 – Comparaison entre le critère de rupture à l’effort tranchant des poutres donnée par l’éq. (2.3) et les résultats d’essais de poutres avec charge concentrée et répartie.

Application au poinçonnement symétrique des dalles sans armature de poinçonnement

La rupture par poinçonnement symétrique des dalles sans armature de poinçonnement est, dans certains aspects, un phénomène très similaire à la rupture par effort tranchant des poutres sans armature d’effort tranchant. Dans les deux cas, le mode de rupture est soudain et fragile et concerne une région localisée de la structure. Cependant, il existe des différences importantes qui font que les deux phénomènes doivent être traités différemment. En effet, les efforts dans une dalle se transmettent de façon bidirectionnelle et, dans les zones d’appuis ponctuels, ces efforts se concentrent en engendrant des contraintes très élevées.

Pour comprendre comment la théorie décrite auparavant pour les poutres peut être étendue au poinçonnement symétrique, il est nécessaire d’introduire le concept de rotation de la dalle ψ . D’après la description du comportement d’une dalle symétrique présentée au paragraphe 2.1, on remarque que les fissures radiales se propagent jusqu’au bord de la dalle alors que les fissures tangentielles restent concentrées dans l’entourage de la colonne. Lorsqu’une de ces fissure devient critique, la rupture par poinçonnement a lieu. Cela indique que les courbures radiales restent aussi limitées dans la zone proche de la colonne et que la surface à l’extérieur de cette zone reste pratiquement rectiligne. Cette constatation est représentée schématiquement à la figure 2.6a. Selon ce comportement, il est raisonnable d’admettre que la portion de dalle délimitée par deux fissures radiales en-dehors de la fissure critique se comporte comme un corps rigide et qu’elle pivote autour d’un centre de rotation d’une rotation ψ comme montré à la figure 2.6b. Une constatation similaire a été faite par Kinnunen et Nylander en 1960 [Kin1960] comme hypothèse de base pour le comportement cinématique de la dalle.

La figure 2.7 présente les courbes charge–rotation des dalles de la série d’essais symétriques effectuée par Kinnunen et Nylander [Kin1960]. Le comportement de ces

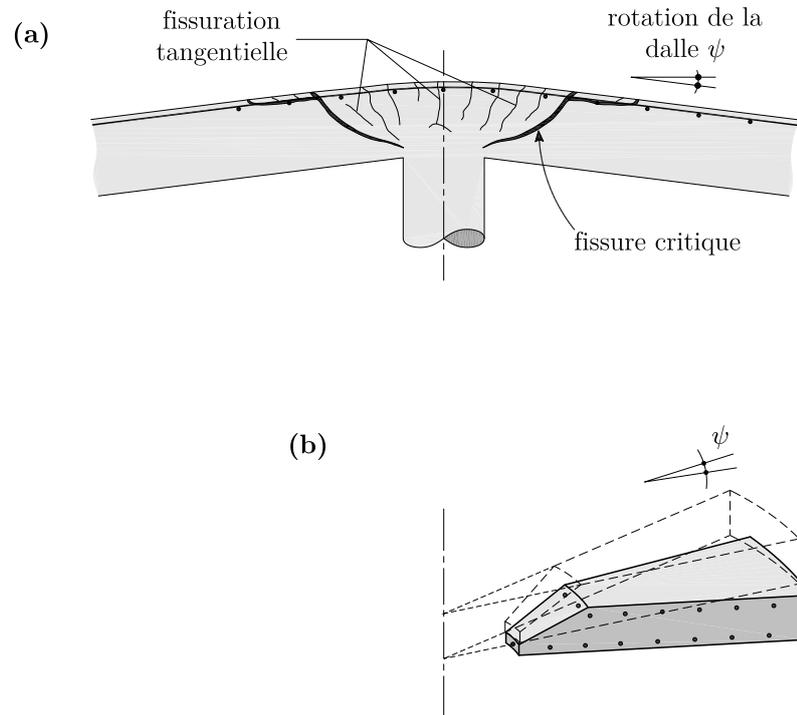


Fig. 2.6 – (a) Fissuration sur la coupe d'une dalle à la rupture et définition de la rotation ψ de la dalle. (b) Schéma d'un élément de dalle axisymétrique à l'extérieur de la fissure critique et confiné entre deux fissures radiales

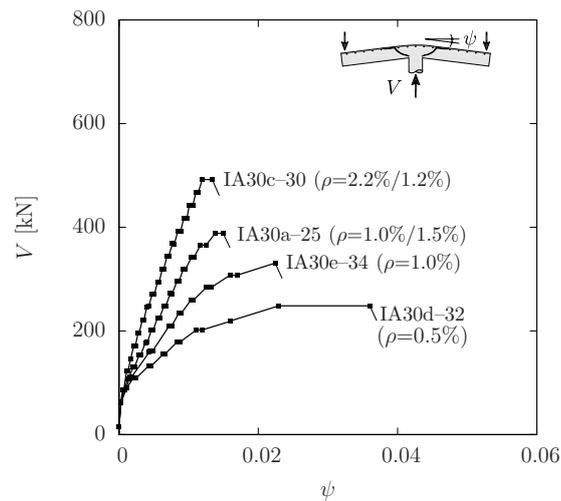


Fig. 2.7 – Courbes charge–rotation des dalles de la série d'essais de Kinnunen et Nylander. Dalles circulaires avec armatures orthogonales. Deux valeurs de ρ indiquent les taux d'armature de la zone centrale et périphérique de la dalle, voir [Kin1960]. Adaptée de [Mut2008a].

dalles montre que la résistance diminue au fur et à mesure que la rotation maximale augmente. Une explication possible de ce phénomène a été donnée par Muttoni et Schwartz [Mut1991] de la façon suivante : la résistance est réduite à cause d'une fissure critique qui se propage dans la bielle comprimé qui transmet la force verticale à la colonne comme montré à la figure 2.8a. Selon Muttoni et Schwartz [Mut1991], l'ouverture de la fissure critique est proportionnelle à la rotation ψ et à la hauteur statique de la dalle d , fig. 2.8b, ainsi :

$$w \propto \psi d \quad (2.4)$$

Grâce à cette hypothèse, le critère de rupture par poinçonnement est formulé de la manière suivante [Mut2003b, Mut2008a] :

$$\frac{V_R}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (2.5)$$

Dans cette équation, b_0 est le périmètre de contrôle qui est situé à la distance $d/2$ du bord de la colonne, comme indiqué à la figure 2.8c.

La comparaison entre l'équation (2.5) et les résultats de plusieurs séries d'essais symétriques est donnée à la figure 2.8d. Celle-ci met en évidence la corrélation entre la résistance au poinçonnement et la grandeur ψd représentative de l'ouverture de la fissure critique.

La rotation ψ de la dalle est ainsi équivalente à la déformation ε de la poutre qui a été discutée précédemment. Pendant le chargement, la rotation développée par la dalle est fonction de la charge appliquée et, ainsi, pour estimer la résistance au poinçonnement la loi de comportement de la dalle doit être déterminée. Cette loi est appelée *courbe charge-rotation* et elle sera indiquée avec la notation $V - \psi$. L'intersection entre la courbe $V - \psi$ et le critère de rupture donné par l'équation (2.5), fournit le point de rupture de la dalle, c'est-à-dire la charge V_R et la rotation ψ_R . Ce procédé est schématiquement montré à la figure 2.9.

La courbe charge-rotation est composée d'une première partie linéaire qui représente le comportement élastique-linéaire de la dalle jusqu'à la charge de fissuration V_{cr} . Ensuite, on trouve une partie à pente variable qui définit la phase de fissuration, de fissuration stabilisée et de plastification jusqu'à la charge V_{flex} dans laquelle l'on atteint l'activation du mécanisme de flexion qui dépend du système statique et de la configuration de la charge. A ce niveau, la courbe devient théoriquement horizontale et les déformations augmentent indéfiniment. En réalité, dans cette dernière partie, l'on observe généralement une légère pente vers le haut à cause de l'écrouissage de l'acier des armatures.

Pour le calcul de la charge de rupture V_R , la relation charge-rotation doit être déterminée. Dans le cas d'un essai de laboratoire, la charge et la rotation peuvent être

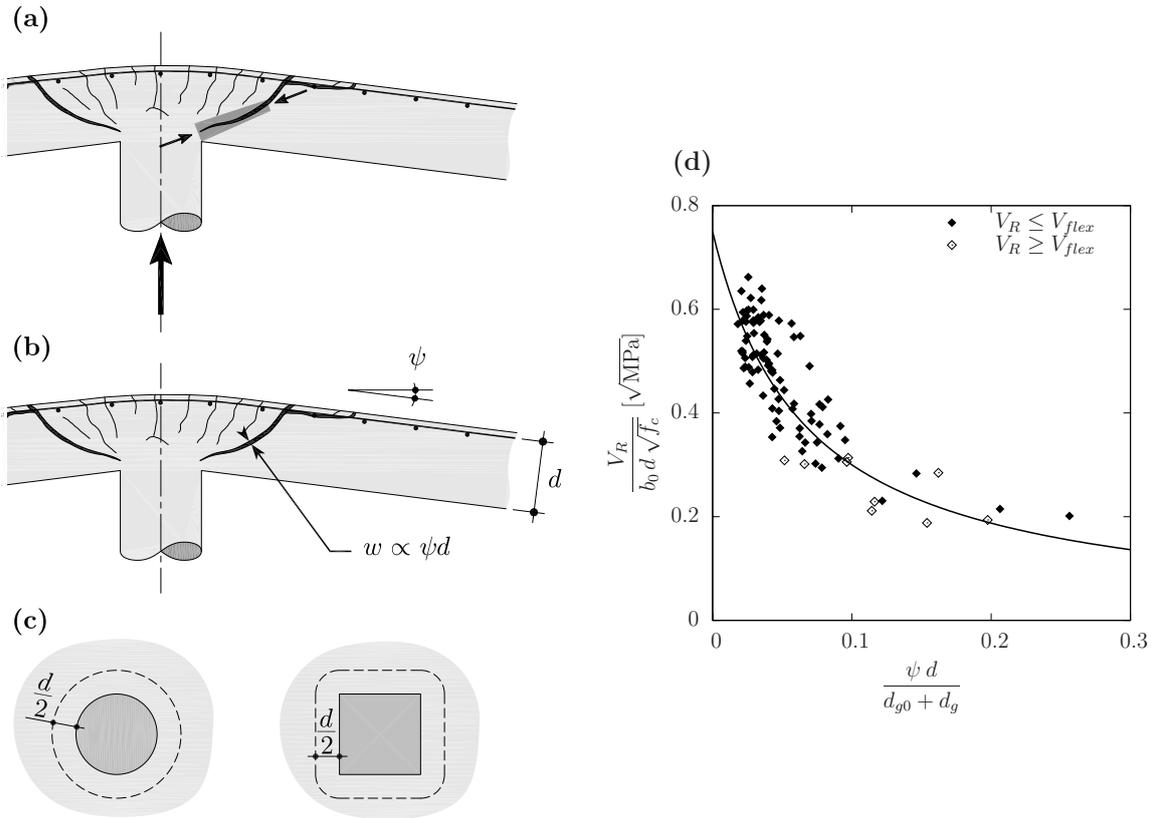


Fig. 2.8 – Application de la théorie de la fissure critique aux dalles symétriques : (a) relation entre l’ouverture de la fissure et la rotation de la dalle ; (b) déplacement rigide d’un morceau de dalle extérieur à la zone de fissuration tangentielle ; (c) diminution de la résistance à cause de la fissure critique ; (d) comparaison entre le critère de rupture, éq. (2.5), et les essais de poinçonnement symétriques de différents chercheurs. Adaptée de [Mut2008a].

mesurées au moyen d’instruments spécifiques. Par contre, la détermination analytique de la courbe $V - \psi$ comporte des difficultés à cause du comportement non linéaire des dalles. Plusieurs approches peuvent être adoptées pour aborder ce problème. La méthode générale consiste à résoudre les équations des dalles en tenant compte de la non linéarité des matériaux. Ceci peut être fait par la méthode des éléments finis ou celle des différences finies. Ces méthodes donnent des informations précises sur le comportement de la dalle. En revanche, elles demandent généralement des efforts de calcul importants. C’est pourquoi des méthodes approchées sont souvent nécessaires. Un modèle numérique a été développé par Guandalini [Gua2005] pour le cas d’une dalle axisymétrique. Dans le cas axisymétrique d’un élément de dalle circulaire isolé, fig. 2.10a, une courbe analytique a été dérivée par Muttoni [Mut2008a] en admettant un comportement cinématique simplifié de la dalle similaire à celui décrit précédemment et un diagramme moment–courbure quadrilinéaire des sections en béton armé, fig. 2.10b. Sur la face tendue, on admet que la fissure critique est située à une distance d du bord de la colonne, qui correspond au rayon r_0 . A l’extérieur de r_0 , la déformée est supposée être de forme conique avec une rotation constante ψ . Dans cette région, les

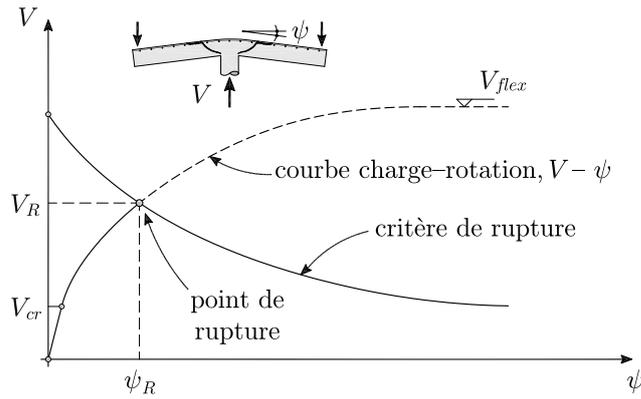


Fig. 2.9 – Méthode de détermination de la charge et de la rotation de rupture d’une dalle symétrique selon la théorie de la fissure critique.

moments radiaux diminuent rapidement. Par contre, à l’intérieur, les moments radiaux et tangentiels sont admis constants la force verticale est introduite dans la colonne avec une bielle inclinée qui est placée à l’extérieur de la fissure critique. Par conséquent, compte tenu que les courbures sont également admises constantes, dans cette région, on admet une déformée sphéroïdale de courbure égale à ψ/r_0 . Avec la notation de la figure 2.10, la relation moment–courbure qui l’en dérive est donnée par l’expression suivante [Mut2008a] :

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \left(\begin{aligned} & -m_r r_0 + m_R \langle r_y - r_0 \rangle + EI_1 \psi \langle \ln(r_1) - \ln(r_y) \rangle + \\ & EI_1 \chi_{TS} \langle r_1 - r_y \rangle + m_{cr} \langle r_{cr} - r_1 \rangle + EI_0 \psi \langle \ln(r_s) - \ln(r_{cr}) \rangle \end{aligned} \right) \quad (2.6)$$

où r_{cr} , r_1 et r_y sont les rayons où la courbure tangentielle est égale respectivement à χ_{cr} , χ_1 et χ_y et l’opérateur $\langle x \rangle$ donne x si $x \geq 0$ et 0 si $x \leq 0$. La procédure pour obtenir cette relation est expliquée en détail dans [Mut2008a].

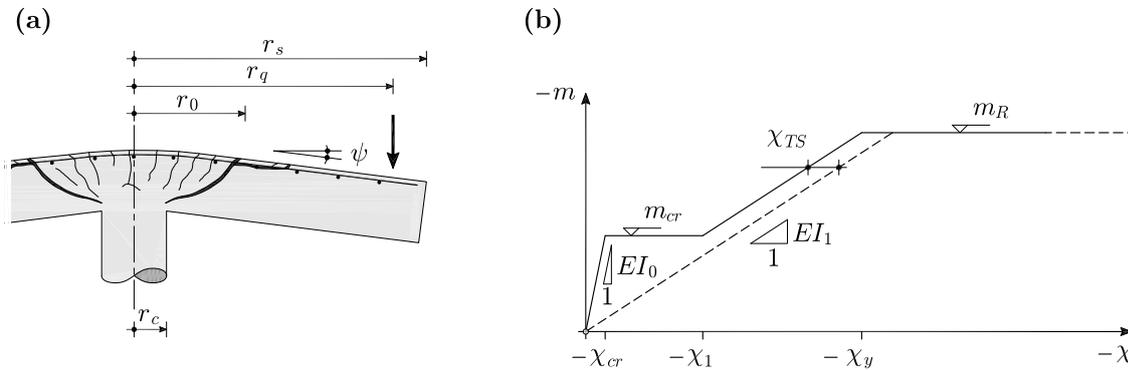


Fig. 2.10 – (a) Élément de dalle axisymétrique. (b) Relation moment–courbure quadrilinéaire pour une section en béton armé.

Muttoni [Mut2008a] propose également une relation analytique simplifiée pour l’estimation de la relation charge–rotation d’un élément de dalle circulaire chargé axisy-

métriquement. Cette formule est de type parabolique avec un exposant égal à 3/2 :

$$\psi = 1.5 \frac{r_s}{d} \frac{f_s}{E_s} \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad (2.7)$$

où r_s est le rayon de la dalle, fig. 2.10.

Toutes ces approches sont strictement valables dans le cadre du poinçonnement symétrique. Néanmoins, dans le cas non symétrique centré, la formule simplifiée (2.7) peut être utilisée pour l'estimation de la rotation maximale en obtenant des solutions conservatrices de la charge de rupture ([Sag2009, Sag2011]). Dans le chapitre 4 une méthode par niveaux qui permet d'obtenir différents degrés de précision avec différentes difficultés de calcul sera introduite. Dans ce contexte, la formule analytique (2.7) sera étendue aux cas de poinçonnement non symétrique et excentré.

En ce qui concerne le comportement de la dalle au moment de la rupture, on peut diviser formellement le critère de rupture en trois zones, comme montré à la figure 2.11. Dans la « zone P », la rupture a clairement lieu par poinçonnement. Dans la « zone FP », la rupture se produit par poinçonnement après avoir atteint la charge V_{flex} . Ceci signifie que la dalle a complètement développé le mécanisme de rupture prévu par la théorie de la plasticité et que les armatures des lignes de rupture ont atteint l'écoulement. La « zone T » est une zone de transition entre les deux autres zones. Dans cette zone, le mécanisme de rupture n'est pas complètement développé et la rupture est de type mixte. On remarque que dans la Zone FP on peut aussi avoir une rupture par flexion « pure », c'est-à-dire avec rupture des barres d'armature de flexion. Ceci est possible, par exemple, dans des dalles très faiblement armées. Ainsi, ces trois zones peuvent être distinguées par rapport au taux d'armature de flexion : on a la zone des ρ forts, moyens et faibles. Cette distinction est moins générale que la précédente, toutefois, la série de Kinnunen et Nylander montrée à la figure 2.7 en représente un exemple.

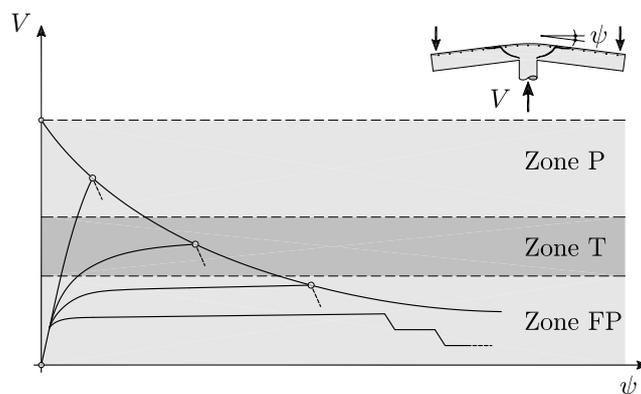


Fig. 2.11 – Division en zones du critère de rupture selon différents types de rupture d'une dalle.

2.2 Poinçonnement non symétrique

Comme déjà mentionné, on utilise l'expression *poinçonnement non symétrique* pour faire référence au poinçonnement non symétrique sans excentricité. Dans les structures du génie civil, on rencontre très souvent ce problème dans les bâtiments et les parkings avec des planchers-dalles et dans les ponts-dalles. Les causes de l'asymétrie peuvent être diverses et agir simultanément. Les causes les plus fréquentes sont données ci-dessous :

- asymétrie de la charge
- portées différentes dans les deux directions
- colonnes rectangulaires
- quantité d'armature de flexion différente dans les deux directions

L'asymétrie de la charge et des portées a toujours lieu dans les ponts-dalles. Dans les planchers-dalles des bâtiments et des parkings, les exigences architectoniques et fonctionnelles imposent souvent des irrégularités géométriques comme des colonnes rectangulaires et des portées différentes qui amènent aux situations de non symétrie centrée. Typiquement, dans ces cas, le dimensionnement de la dalle conduit à une disposition des armatures de flexion différente dans les deux directions perpendiculaires.

À titre d'exemple, la figure 2.12 montre une dalle d'essais armée avec deux taux d'armature de flexion différents dans les deux directions et chargée symétriquement. On peut constater que la déformation de la dalle dans la direction des armatures faibles est nettement plus prononcée que dans l'autre direction.

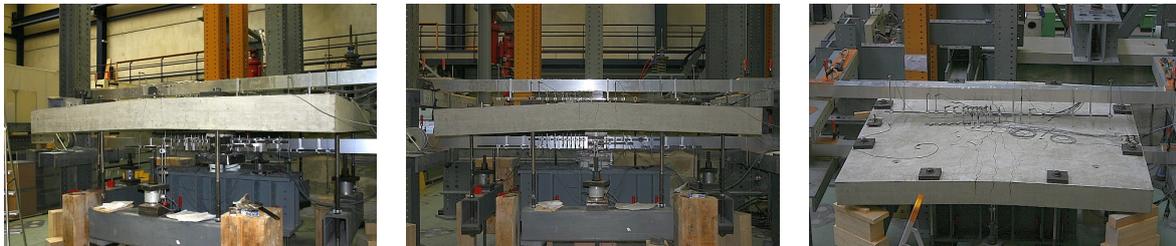


Fig. 2.12 – Essai d'une dalle avec armatures de flexion non symétriques.

La non symétrie a une influence importante sur le comportement global de la dalle ainsi que sur le comportement local autour de la colonne, notamment sur la distribution de l'effort tranchant et sur la distribution de la résistance. Ceci peut être expliqué par les concepts de la théorie de la fissure critique. Les conditions de non symétrie provoquent des rotations non uniformes autour de la colonne auxquelles sont associées des ouvertures de fissures différentes. C'est pourquoi, la résistance n'est pas uniformément répartie autour du périmètre de contrôle [Sag2011].

Il faut remarquer que jusqu'ici la plupart des recherches ont été consacrées au poinçonnement symétrique et excentré. Le nombre d'essais de poinçonnement non symétrique disponible dans la littérature est très limité [Haw1971, Nyl1977, Reg1988].

C'est pourquoi, dans le cadre de cette thèse, une série d'essais dédiée à ce sujet a été réalisée (voir annexe C).

Actuellement, l'influence de la non symétrie sur la résistance au poinçonnement est prise en compte de manière sensiblement différente par les normes. Par exemple, la norme américaine ACI318–08 ne tient pas du tout compte du taux d'armature de flexion, ni de la configuration de la charge et des portées différentes dans le calcul de la résistance. Par conséquent, les effets dus à l'asymétrie sont complètement négligés. Selon Eurocode 2, par contre, ces effets sont déterminés de manière empirique en faisant un calcul pour une dalle symétrique équivalente ayant un taux d'armature égal à la moyenne géométrique des taux relatifs aux deux directions parallèles aux armatures longitudinales (voir annexe A).

La théorie de la fissure critique peut être adaptée au cas non symétrique avec l'utilisation du critère de rupture en combinaison avec la courbe de comportement de la dalle qui donne la rotation maximale [Sag2009]. Ceci équivaut à considérer une dalle symétrique qui a les mêmes caractéristiques que la direction faible de la dalle non symétrique originale. Cette méthode donne, en général, une estimation conservatrice de la charge ultime et de la capacité de déformation de la dalle.

La figure 2.13 montre les courbes charge–rotation des dalles d'essais PT33 et PT34 mesurées dans les deux directions perpendiculaires. Sur la même figure, le critère de rupture et les schémas de l'exécution du test sont également indiqués. La dalle PT33 est caractérisée par un ρ dans la direction faible égal à la moitié de celui dans la direction forte et un chargement symétrique. Par contre, dans le cas de la PT34, l'armature est la même dans les deux directions et le chargement est non symétrique, fig. 2.13. Sur cette figure, V_{R0} indique la charge de rupture prévue selon le critère de la rotation maximale et V_R indique la charge de rupture mesurée lors de l'essai. La différence entre ces deux charges est faible mais les rotations associées diffèrent largement. La dalle PT33 a clairement développé un mécanisme flexionnel avec une augmentation prononcée d'une des deux rotations sans incrément significatif de la charge. Le point de rupture se trouve donc dans la zone FP. Par contre, le point de rupture de la dalle PT34 se trouve plutôt dans la zone T de transition (voir figure 2.11). Malgré le fait que ces types de rupture soient caractérisés par des grandes déformations, la rupture des dalles a lieu par poinçonnement (voir annexe C). C'est précisément dans de tels cas que les déformations risquent d'être sous-estimées. Cependant, la charge ultime est contrôlée par le mécanisme de flexion.

L'explication de ce comportement fait appel à la *redistribution de l'effort tranchant*. Selon la théorie de la fissure critique, la résistance est fonction de la déformation de la dalle. Dans le comportement décrit auparavant, les zones aux voisinage de la colonne dans la direction faible sont soumises à des déformations (rotations) plus importantes et atteignent leur résistance ultime alors que les autres zones ont encore une réserve de résistance. Pendant que les déformations augmentent, une partie de l'effort tranchant des zones plus déformées peut alors migrer vers les zones qui ont encore une capacité

résistante. De cette manière, les déformations et la charge peuvent augmenter encore. Généralement, l'incrément de charge est limité. Par contre, l'augmentation de ductilité que l'on peut atteindre peut être significative. Ce thème sera traité au chapitre 4.

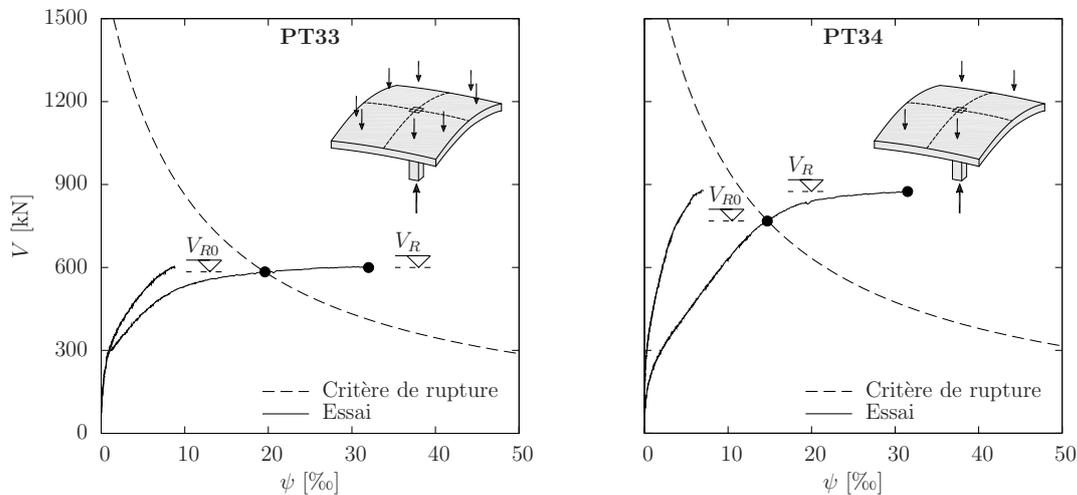


Fig. 2.13 – Comportement des dalles PT33 et PT34 (annexe C).

L'application de la théorie de la fissure critique selon le critère de la rotation maximale au cas non symétrique s'avère pratique pour le dimensionnement et donne des prédictions raisonnables de la charge de rupture [Sag2009]. Cette approche est actuellement utilisée dans la norme suisse SIA 262 de 2003. Cependant, pour obtenir des estimations plus précises, la redistribution de l'effort tranchant doit être prise en compte. Pour ce faire, les déformations, voire les rotations, de plusieurs directions doivent être déterminées. Au chapitre 3, il sera présentée une méthode de calcul des déformations des dalles tenant compte du comportement non linéaire des matériaux. Au chapitre 4, l'approche simplifiée proposée dans [Mut2008a] sera étendue pour tenir compte de la non symétrie (centrée et excentrée) et le sujet de la redistribution sera traité.

2.3 Poinçonnement excentré

La figure 2.14 montre l'état de fissuration en surface à la rupture d'une dalle symétrique avec colonne centrale, d'une dalle avec colonne centrale chargée avec une excentricité et d'une dalle avec colonne de bord. On constate l'asymétrie de la fissuration en surface de la dalle chargée avec excentricité et la similarité existant entre la rupture d'une dalle appuyée sur une colonne centrale sous l'action combinée de la charge verticale et d'un moment et la rupture d'une dalle appuyée sur une colonne de bord, ces deux cas étant des cas particuliers de poinçonnement excentré.

L'action combinée de la charge verticale et du moment engendre principalement deux effets qui ont une influence prépondérante sur la résistance au poinçonnement : le premier est une concentration des l'effort tranchant par unité de longueur et le second est une augmentation de l'ouverture de la fissure critique. Le premier augmente les

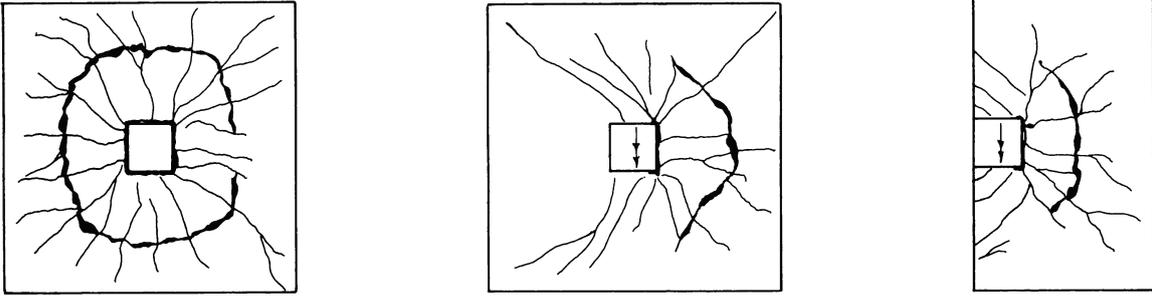


Fig. 2.14 – Rupture par poinçonnement d’une dalle sur une colonne intérieure sans excentricité (à gauche), rupture par poinçonnement d’une dalle sur une colonne intérieure avec excentricité (au centre) et rupture par poinçonnement d’une dalle sur une colonne de bord (à droite). Tirée de [VD1985].

efforts locaux et le second diminue la résistance par unité de longueur. Ces deux effets ont pour conséquence une diminution de la charge de rupture.

La concentration de l’effort tranchant par unité de longueur causée par l’introduction du moment peut être constaté à l’aide de la méthode des champs de cisaillement [VR2007, VR2008, Mut2008c, FR2009b]. Cette méthode consiste à utiliser le modèle sandwich de Marti [Mar1990] pour étudier l’équilibre entre les efforts de réduction (moments et efforts tranchants) et les forces développées dans le béton et dans l’armature de la dalle, fig 2.15a. Les moments de flexion et de torsion sont repris par des efforts de compression et de traction dans les couches externes au moyen des armatures tendues et du béton comprimé. Le noyau reprend les efforts tranchants [Mut2008c]. Les composantes en direction x et y de l’effort rasant v_0 qui agit sur une coupe horizontales du noyau sont égales aux efforts tranchants par unité de longueur qui agissent sur les sections de dalle perpendiculaires aux directions correspondants 2.15b. Si v_x et v_y sont les efforts tranchants qui agissent sur les sections perpendiculaires aux directions x et y , l’intensité de l’effort rasant v_0 est définie comme suite (fig. 2.15c) :

$$v_0 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (2.8)$$

et la direction de l’effort rasant v_0 est donnée par l’angle ϑ mesuré par rapport l’axe x qui est défini de la manière suivante :

$$\vartheta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right) \quad (2.9)$$

Sur une section de dalle parallèle à la direction de l’effort rasant, l’effort tranchant est nul. Sur une section de dalle perpendiculaire à la direction de l’effort rasant l’effort tranchant est maximale et son intensité est égale à celle de l’effort rasant v_0 . L’effort rasant v_0 est représenté avec des lignes tangentes dans chaque point à sa direction. L’épaisseur de chaque ligne est proportionnelle à l’intensité de l’effort rasant et donc à l’intensité de l’effort tranchant qui agit sur la section de dalle perpendiculaire à la ligne. De cette façon, on obtient la représentation du champ de cisaillement.

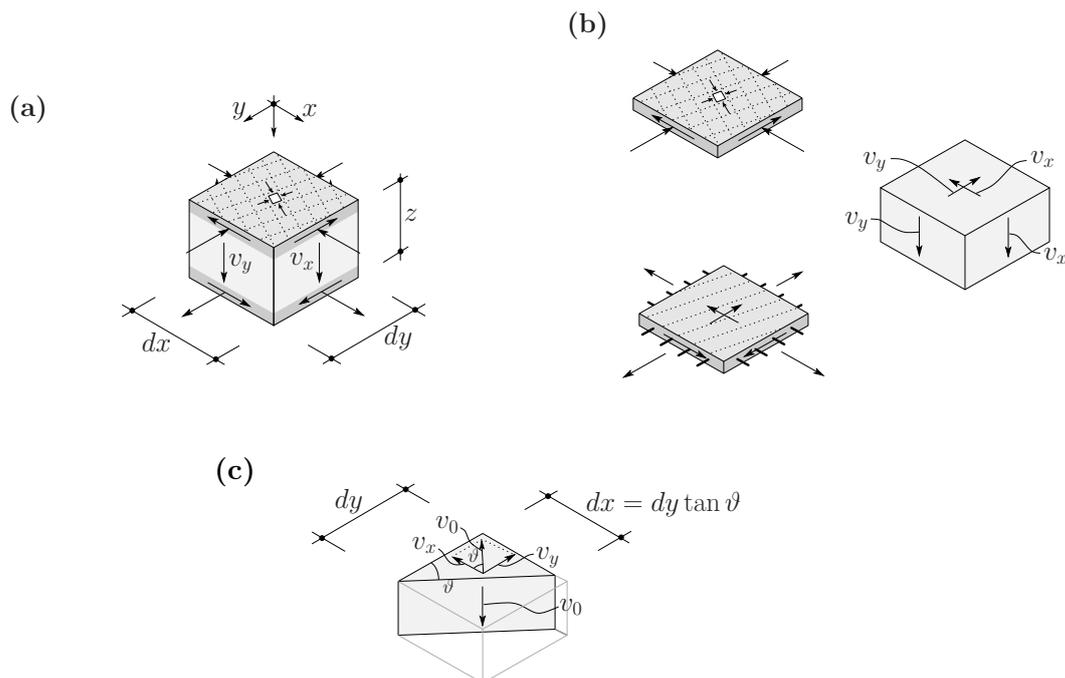


Fig. 2.15 – Méthode des champs de cisaillement : (a) modèle sandwich ; (b) équilibre du noyau et composantes v_x et v_y ; (c) effort rasant et effort tranchant par unité de longueur dans une coupe perpendiculaire à la direction de l'effort rasant. Adaptée de [Mut2008c].

A titre d'exemple, la figure 2.16 montre une analyse effectuée avec cette méthode des dalles de la série d'essais conduite par Anis [Ani1970]. Les efforts tranchants sont calculés au moyen d'un calcul élastique–linéaire en supposant le béton non fissuré. Cette série d'essais est composée de six dalles carrées qui ont été essayées avec une excentricité variable. Sur la figure 2.16, la ligne noire plus épaisse représente l'effort tranchant principal le long du périmètre de contrôle placé à une distance $d/2$ du bord de la colonne. Pour la dalle B2, qui est chargée symétriquement, $e = 0$ et la distribution de l'effort tranchant le long du périmètre de contrôle peut être considérée comme uniforme. Par contre, sur les côtés du périmètre parallèles à l'axe du moment (côtés verticales), lorsque l'excentricité augmente, l'effort se concentre sur un côté et il diminue sur le côté opposé (dalles B3 et B4) jusqu'à s'annuler (dalle B5) voire changer de signe (dalles B6 et B7).

Le second effet du moment est une augmentation de l'ouverture de fissure dans les zones où l'effort tranchant dû au moment non balancé s'ajoute à celui engendré par les charges verticales. Ce phénomène peut être observé à la figure 2.14. La surface de rupture de la dalle au centre de cette figure est caractérisée par une fissure tangentielle très importante à droite alors que la partie de gauche ne montre pas de fissure tangentielle en surface. La figure 2.17 montre la coupe après la rupture de la dalle P30A testée par Kruger [Kru1999] avec un rapport $e/c = 1.067$. Dans cette figure, on voit la formation d'une grande fissure inclinée du côté où l'effet du moment s'ajoute à celui de la charge verticale. Par contre, de l'autre côté il n'y a pratiquement pas de fissure inclinée.

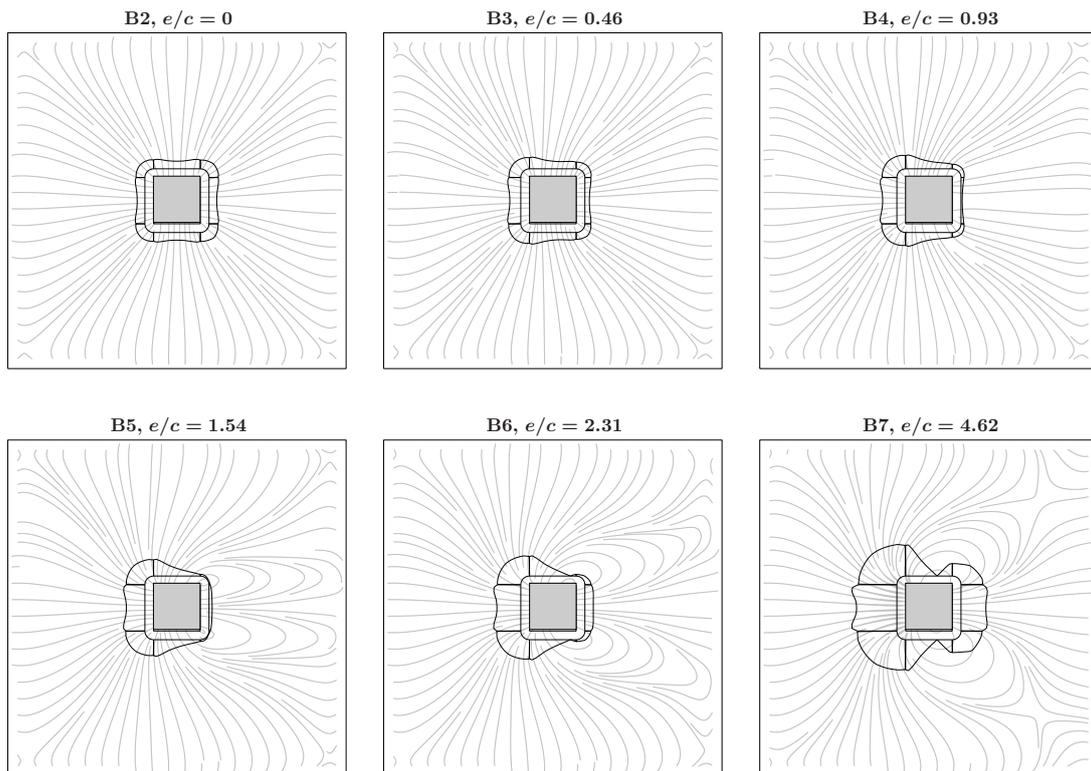


Fig. 2.16 – Concentration de l'effort tranchant due au moment non balancé représentée avec la méthode des champs de cisaillement. Champs de cisaillement calculés pour la série B de Anis [Ani1970]. Dalles appuyées sur colonnes internes de côté $c = 203$ mm. Moment dirigé vers le bas.

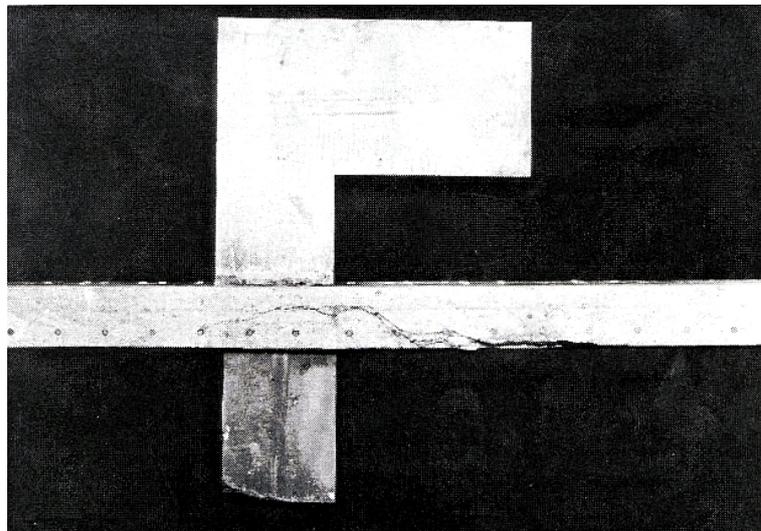


Fig. 2.17 – Coupe après la rupture de la dalle P30A testée par Kruger ($e/c = 1.067$, $c = 300$ mm). La charge était appliquée en direction verticale vers le bas au sommet de la pièce en forme de L Tirée de [Kru1999].

2.3.1 Transmission du moment entre la colonne et la dalle et concentration de l'effort tranchant

Dans le poinçonnement excentré, le moment non balancé est transmis à la dalle par les moments de flexion et de torsion ainsi que par des efforts tranchant verticaux comme le montre la figure 2.18. Les efforts tranchants dans la dalle engendrés par le moment transféré s'ajoutent donc à ceux dus à la charge verticale en sorte que la distribution de l'effort tranchant qui en résulte est complexe.

La contribution des trois modes de transmission est difficile à déterminer analytiquement ou expérimentalement, c'est pourquoi l'estimation de l'effort tranchant maximal est un problème pour lequel plusieurs solutions, parfois discordantes, ont été proposées [Mas1970].

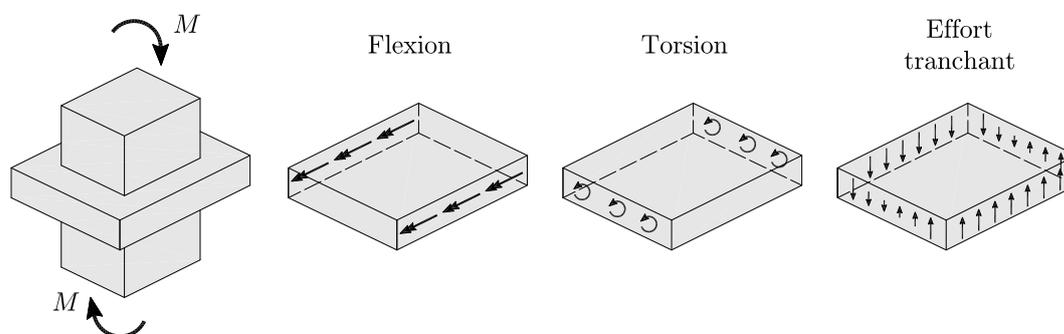


Fig. 2.18 – Mécanisme de transmission du moment entre la dalle et la colonne par moments de flexion, moments de torsion et efforts tranchants.

Comme ce problème a fait l'objet de la recherche de plusieurs auteurs, les expressions qui ont été dérivées sont généralement différentes. Cependant, dans tous les traitements, on peut reconnaître l'expression générale suivante pour l'effort tranchant maximal v_{\max} par unité de longueur :

$$v_{\max} = \beta \frac{V}{b_0} \quad (2.10)$$

où V est la réaction verticale de la colonne, b_0 est le périmètre de contrôle et β est un facteur qui tient compte de l'effort tranchant additionnel du au moment non balancé.

Une approche alternative est celle proposée par la norme suisse SIA 262 de 2003 [SIA2003] qui réduit le périmètre le périmètre de contrôle au moyen d'un facteur k_e pour tenir compte de l'excentricité e . Ainsi,

$$v_{\max} = \frac{V}{k_e b_0} \quad (2.11)$$

Certains auteurs et normes font référence à la contrainte de cisaillement τ en lieu de l'effort tranchant par unité de longueur v . De manière similaire, dans la littérature,

on utilise souvent le concept de *section de contrôle*, ou *section critique*, qui est définie comme la projection du périmètre de contrôle le long de la hauteur statique de la dalle. Comme la contrainte de cisaillement est considérée constante le long de la hauteur statique de la dalle d , le rapport entre τ et v est défini par la relation $\tau = v/d$. Ainsi :

$$\tau_{\max} = \beta \frac{V}{b_0 d} \quad (2.12)$$

L'expression du facteur β est ce qui distingue les différentes approches. Néanmoins, on peut reconnaître la forme générale suivante :

$$\beta = 1 + \eta \frac{e}{\emptyset} \quad (2.13)$$

où \emptyset est une dimension qui tient compte des propriétés géométriques de la section de contrôle, $e = M/V$ est l'excentricité de la réaction due au moment à transférer et η est un facteur qui dépend de la portion de moment transférée par effort tranchant et du choix de \emptyset .

2.3.2 Approches pour le calcul de l'effort tranchant maximal

Approche de Moe

Dans son étude, Moe [Moe1961] utilise comme périmètre de contrôle le périmètre de la colonne. Ensuite, il admet que la distribution des contraintes autour de la colonne est très complexe et que, pour dériver des expressions analytiques, des simplifications doivent être faites. Il suppose alors que les contraintes de cisaillements verticales sont uniformément réparties le long de l'hauteur statique de la dalle. Ensuite, il suppose que ces contraintes sont constantes sur les faces perpendiculaires au plan de symétrie et qu'il varie linéairement sur les autres faces, fig. 2.19. On remarque que Moe utilise la notion de contrainte de cisaillement.

Le moment extérieur M doit être équilibré par les efforts internes. Selon la notation de la figure 2.19, l'équation d'équilibre du joint prend la forme :

$$M = M_f + 2M_t + M_v \quad (2.14)$$

où M_v est la partie de moment reprise par effort tranchant et $M_f = M_{f,II} - M_{f,I}$. A partir de cette équation, Moe admet la simplification suivante :

$$M_v = M - (M_f + 2M_t) = KM \quad (2.15)$$

où K est un facteur que Moe détermine expérimentalement. Ce facteur tient compte du fait qu'une partie du moment M est reprise par le moment de flexion M_f et qu'une partie est reprise par moment de torsion dû aux contraintes horizontales sur les faces parallèles à l'axe de symétrie. En d'autres termes, dans l'étude de Moe, $KM = M_v$

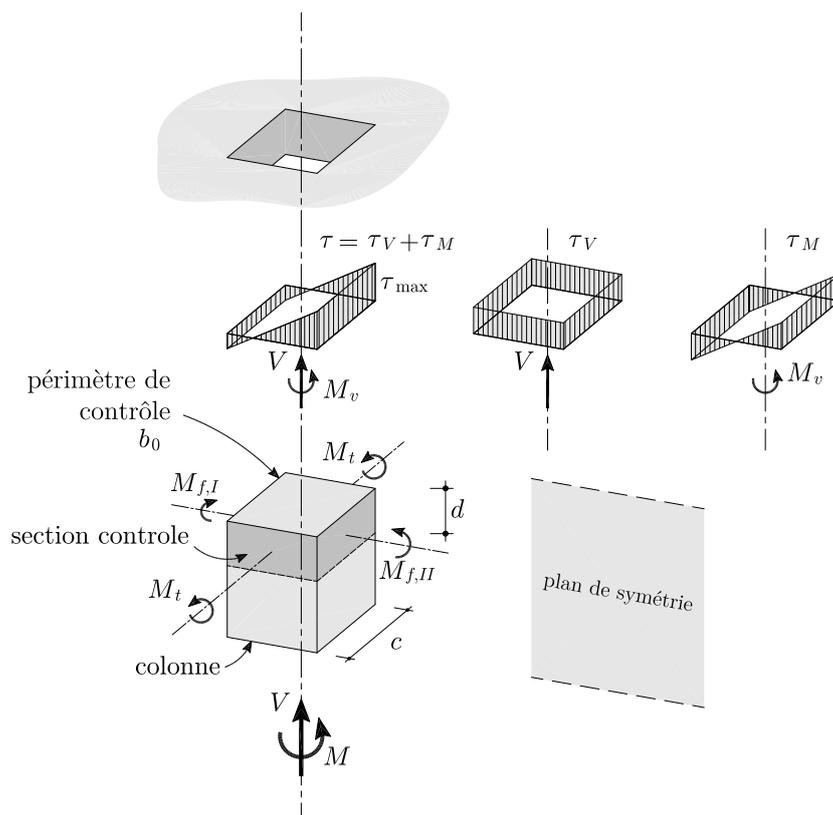


Fig. 2.19 – Efforts internes et contraintes de cisaillement verticales sur la section de contrôle selon Moe. Adaptée de [Moe1961].

est le moment qui engendre seulement des contraintes de cisaillement verticales sur la section de contrôle.

Grâce aux hypothèses formulés, Moe calcule la contrainte verticale maximale de la manière suivante :

$$\tau_{\max} = \tau_V + \tau_M = \frac{V}{4cd} + \frac{3KM}{4c^2d} = \left(1 + \frac{3Ke}{c}\right) \frac{V}{4cd} = \beta \frac{V}{4cd} \quad (2.16)$$

Cette équation peut être écrite de manière plus générale comme suit :

$$\tau_{\max} = \tau_V + \tau_M = \frac{V}{b_0d} + \frac{KM}{I} \bar{c} \quad (2.17)$$

Pour une colonne carrée on a :

$$I = \frac{c^3d}{6} + \frac{c^3d}{2} = \frac{2}{3} c^3d \quad \text{et} \quad \bar{c} = c/2 \quad (2.18)$$

En termes d'effort tranchant par unité de longueur et de facteur β , l'équation (2.16) peut être écrite de la manière suivante :

$$v_{\max} = \tau_{\max} d = \beta \frac{V}{b_0} \quad (2.19)$$

avec $b_0 = 4c$ et :

$$\beta = 1 + \frac{3Ke}{c} \quad (2.20)$$

Approche de Di Stasio et Van Buren et de l'ACI-ASCE Committee 326

Di Stasio et Van Buren [DS1960] utilisent un approche différent par rapport à celui de Moe. Dans leur traitement, ils remarquent que, sur les faces parallèles au plan de symétrie, on n'est pas en présence d'une torsion de Saint-Venant car le gauchissement est empêché. L'équation d'équilibre qu'ils dérivent est similaire à celle de Moe, éq (2.15), cependant ils calculent la contrainte verticale avec le moment suivant :

$$M_v + 2M_t = M - M_f \quad (2.21)$$

en considérant qu'il est repris par des contraintes de cisaillement verticales et par des contraintes de cisaillement horizontales sur les faces parallèles au plan de symétrie. Di Stasio et Van Buren suggèrent une méthode pour le calcul de M_f [DS1960]. Ceci ayant été jugé trop compliqué par l'ACI-ASCE Committee 326, ce dernier décide d'utiliser la même simplification que celle formulée par Moe. En d'autres termes, le Committee 326 utilise l'hypothèse suivante [ACI326-62] :

$$M - M_f = KM \quad (2.22)$$

On constate que le coefficient K de l'équation (2.22) ne représente pas exactement le même phénomène que celui de l'équation (2.15) de Moe. En effet, d'après les équations (2.21) et (2.22), KM est la portion de moment qui est reprise par contraintes de cisaillement verticales et horizontales, conformément à l'approche de Di Stasio et Van Buren (voir [DS1960]).

Sur la base des recherches effectuées par Di Stasio et Van Buren et par Moe, le Committee 326 propose de calculer la contrainte de cisaillement verticale maximale de la manière suivante :

$$\tau_{\max} = \frac{V}{b_0 d} + \frac{KM}{J} \bar{c} \quad (2.23)$$

où J et \bar{c} sont des grandeurs qui dépendent de la section de contrôle. Dans la littérature et dans la norme américaine ACI 318-08, on fait référence au paramètre J comme étant une propriété de la section de contrôle analogue au moment d'inertie polaire [Mac2009, ACI318-08].

À titre d'exemple, pour une colonne carrée on a :

$$J = \frac{c^3 d}{6} + \frac{c^3 d}{2} + \frac{cd^3}{6} = \frac{2}{3}c^3 d + \frac{cd^3}{6} = I + \frac{cd^3}{6} \quad \text{et} \quad \bar{c} = c/2 \quad (2.24)$$

La dernière partie de cette équation montre la relation entre le paramètre J et le paramètre I utilisé par Moe (voir paragraphe précédent).

La formulation de Di Stasio et Van Buren, modifiée par le Committee 326, a été ensuite adoptée par la norme américaine ACI318-63 de 1963 [ACI318-63, ACI318-65], et elle est aussi employée dans la norme américaine actuelle ACI 318-08. Néanmoins, le paramètre J a été plusieurs fois critiqué à cause de l'ambiguïté de sa définition et de la contribution négligeable du terme de torsion ($< 3\%$ pour les colonnes rectangulaires).

Par la suite, des modifications qui reviennent à l'usage du moment d'inertie défini par Moe, ont été proposées. Voir, à ce propos, les références [Gha1989, Elg1996a, Elg1996b, Meg1998, Meg2000].

Quant à la valeur du facteur de transmission du moment K , le Committee 326 proposa d'utiliser $K = 0.20$ sur la base de l'analyse des essais disponibles [ACI326-62]. Ceci signifie que le 20% du moment externe est transmis par des contraintes verticales et horizontales. Ensuite, Hanson et Hanson ont analysé une série d'essais plus étendue avec la méthode des diagrammes d'interaction et ont conclu qu'avec $K = 0.40$ l'on obtient de meilleures estimations de la charge de rupture [Han1968]. On peut noter que, sur ce sujet, on trouve des contradictions dans la littérature. Si les approches de Moe et du Committee 326 doivent donner la même contrainte, il est évident que les rapports K/I de Moe et K/J du Committee doivent être égaux. Cependant, on peut constater que le terme $cd^3/6$, qui distingue J de I , est relativement petit et il ne suffit pas pour compenser les variations de K données par les différents auteurs. Si le coefficient K tient compte des contraintes horizontales il devrait être plus grand pour inclure l'effet du moment de torsion. Toutefois, par rapport à la valeur utilisée par Moe, $K = 1/3$, le Committee 326 a indiqué $K = 0.20$ alors que Hanson et Hanson ont indiqué $K = 0.40$.

Le problème de l'inconsistance entre les valeurs de K est typiquement lié à l'hypothèse sur la distribution de la contrainte de cisaillement nécessaire pour dériver des équations pratiques. L'approche de Nölting, qui sera exposée plus bas, représente une façon de contourner ce problème.

Dans [DS1960] les auteurs ont proposé une expression de J pour les colonnes intérieures et de bord de forme rectangulaire. Par contre, les colonnes d'angle ne sont pas traitées. La définition générale de J et les expressions qu'il prend dans les différents cas sont traitées à l'annexe A.

Approche de Regan, Code Modèle 1990 et de l'Eurocode 2

La dérivation de la contrainte maximale selon Regan [Reg1981] se base sur l'hypothèse de la distribution de contraintes élastique-plastique schématiquement représentée à la figure 2.20a. Cette distribution a été ensuite remplacée par la distribution rigide-plastique de la figure 2.20b, qui est employée dans le Code Modèle 1990 [CEB1993] et dans l'Eurocode 2 [EC2-2004]. C'est pourquoi, par la suite, la méthode dérivant de cette dernière hypothèse sera présentée.

Avec la distribution rigide-plastique de la figure 2.20b, la contrainte maximale prend la forme suivante :

$$\tau_{\max} = \frac{V}{b_0 d} + \frac{KM}{W_1 d} \quad (2.25)$$

où :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| d\ell \quad (2.26)$$

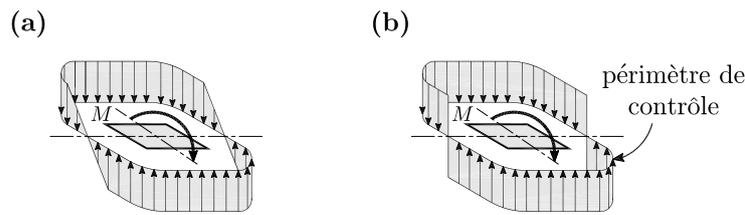


Fig. 2.20 – Distribution de la contrainte de cisaillement : (a) approche élastique–plastique selon Regan [Reg1981]; (b) approche rigide–plastique du Code Modèle 1990 [CEB1993] et de l’Eurocode 2 [EC2–2004].

Dans cette relation, K représente la composante de moment qui est transmise par effort tranchant et e est la distance par rapport à l’axe du moment M du segment $d\ell$ du périmètre de contrôle. Dans [Reg1981], Regan ne détermine pas le coefficient K de manière expérimentale. Au contraire, il se base sur le travail de Mast qui calcule les composantes de transmission du moment par une analyse élastique non fissurée d’un plancher–dalle avec colonnes rectangulaires [Mas1970]. Cette étude est présentée plus loin. Une des conclusions principales de l’étude de Mast est que l’interaction des trois modes de transmission est influencée par l’orientation de la colonne par rapport à la direction du moment appliqué. Il propose finalement une relation entre K et le rapport entre les dimensions de la colonne tenant compte l’orientation du moment, éq. (2.42). Celle-ci est ensuite adoptée par Regan. Par contre, dans les normes mentionnées, les valeurs de K sont données sous forme de tableau en fonction du rapport entre les dimensions de la colonne. Ce tableau figure à l’annexe A (tableau. A.1), dans lequel une discussion plus détaillée sur les paramètres K et W_1 est présentée.

Approche de Nölting

Nölting [Nöl2001] contourne le problème de la distribution des contraintes en admettant directement un facteur d’excentricité de la forme (2.13). Celui-ci, écrit avec la notation de Nölting, prend la forme suivante :

$$\beta = 1 + \eta \frac{e}{\ell_c} \quad (2.27)$$

où η a la même fonction de K , e est l’excentricité de la réaction et ℓ_c est le diamètre d’un cercle qui a la même surface que la colonne. Encore une fois, Nölting estime la valeur de $\eta = 1$ de manière expérimentale sur la base de plusieurs séries d’essais disponibles.

Il est intéressant de constater que, grâce à l’adoption de la grandeur ℓ_c , on évite le problème de l’hypothèse sur la distribution des contraintes autour de la colonne. Ceci a comme conséquence très avantageuse de simplifier le calcul car tous les types et toutes les formes des colonnes sont traitées de la même façon. En revanche, on constate qu’avec le facteur β de Nölting on ne tient pas compte de l’orientation de la colonne par rapport au moment. Ce qui peut paraître inconsistant. En fait, on remarque qu’une colonne avec la dimension parallèle au plan de symétrie prépondérante devrait transmettre plus de moment par effort tranchant. Ce phénomène est, en partie, compensé par

l'augmentation du bras de levier de l'effort tranchant. Dans les approches présentées plus haut, l'augmentation du bras de levier est pris en compte dans les propriétés I , J ou W_1 de la section de contrôle qui augmentent à cause de l'allongement de la colonne.

Approche de la norme SIA 262 de 2003

La norme SIA 262 de 2003 [SIA2003] utilise une approche différente par rapport a celles de l'Eurocode 2 et de l'ACI318-08. La norme SIA 262 de 2003 fait référence à l'effort tranchant par unité de longueur v . Pour tenir compte de l'excentricité, elle propose de réduire le périmètre de contrôle par le facteur suivant :

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e}{\ell_c}} \quad (2.28)$$

où e est l'excentricité et ℓ_c est le diamètre d'un cercle de surface équivalente à la surface d'appui.

On remarque que les approches exposée précédemment peuvent être formulées en termes de réduction du périmètre de contrôle. Le facteur de réduction du périmètre de contrôle est représenté par $1/\beta$.

2.3.3 Transmission du moment entre la colonne et la dalle

Il a déjà été remarqué que le phénomène de transmission du moment entre la colonne et la dalle est très complexe et que l'utilisation du facteur K est seulement une manière simplifiée de traiter le problème. Dans les approches pour le calcul de l'effort tranchant maximal qui ont été présentées précédemment, le facteur K apparaît dans l'expression du facteur β . Dans ce qui suit, l'évolution de ce facteur est brièvement présentée.

Di Stasio et Van Buren

Dans leur développement, Di Stasio et Van Buren n'ont pas introduit de facteur K [DS1960]. Ils dérivent le moment transféré du moment externe par soustraction du moment $M_f = M_{f,II} - M_{f,I}$. (voir équation (2.21) et figure 2.19). Les moments $M_{f,I}$ et $M_{f,II}$ sont les moments qui produisent la contrainte maximale admise dans le béton comprimé ou l'acier tendu selon un calcul sectionnel dans les sections de la section de contrôle perpendiculaires au plan de symétrie [DS1960, Han1968].

Ensuite, ils supposent que le moment non balancé est responsable des contraintes de cisaillement verticales sur les faces de la section de contrôle ainsi que des contraintes horizontales sur les faces perpendiculaires au moment et ils introduisent le concept de moment d'inertie combiné, J , pour le calcul de la contrainte de cisaillement verticale maximale.

Moe

Moe [Moe1961] détermine le facteur K expérimentalement, en supposant que la rupture par poinçonnement a lieu lorsque la contrainte de cisaillement maximale atteint la même valeur de la contrainte limite de cisaillement τ_R d'une dalle chargée symétriquement. Moe remarque que cette hypothèse est discutable. En effet, compte tenu que l'état de sollicitation de la zone critique est différent dans les deux cas, il n'y a pas de raison de supposer que la contrainte ultime soit la même. De plus, il note que l'état de sollicitation pourrait être influencé par les conditions de bord et que d'autres essais seraient nécessaires pour obtenir plus d'informations sur ce sujet.

Selon l'étude de Moe, la contrainte τ_R peut être estimée au moyen de la formule suivante :

$$\frac{\tau_R}{\sqrt{f_c}} = \frac{V_R}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{15 \left(1 - 0.075 \frac{c}{d}\right)}{1 + 5.25 \frac{b_0 d \sqrt{f_c}}{V_{flex}}} \quad (2.29)$$

Grâce à l'équation précédente, la charge de rupture est obtenue au moyen de l'équation (2.16) avec la condition $\tau_{\max} = \tau_R$, ainsi :

$$V_R = \frac{4 c d \tau_R}{1 + \frac{3Ke}{c}} = \frac{V_{R0}}{1 + \frac{3Ke}{c}} \quad (2.30)$$

Moe utilise cette équation pour calibrer K avec les résultats des essais. Il conclut que $K = 1/3$ donne des résultats satisfaisants pour les séries d'essais qu'il analyse.

Il faut noter que Moe est le premier à critiquer la valeur de K qu'il admet. Il constate que celle-ci est basée sur l'analyse statistique d'une série d'essais limitée de dalles sur des colonnes internes carrées et que d'autres valeurs pourraient être requises pour d'autres configuration de colonnes. A titre d'exemple, une étude sur ce sujet a été faite pour des colonnes d'angle par Zaghlool et al [Zag1970]. Dans cette étude, les chercheurs concluent que, pour obtenir des estimations raisonnables de la charge de rupture, on doit supposer une valeur de $K = 1/25$ qui est bien différente de à celle de Moe.

ACI-ASCE Committee 326

Plus tard, l'ACI-ASCE Committee 326 [ACI326-62] analyse une série de 25 essais de dalles avec colonnes carrées disponibles à cette époque. Cette série, qui comprenait des dalles avec évidements, était composée de 10 essais effectués par Moe, 10 essais effectués par Hanson et 5 essais effectués par Frederik et Pollauf [Fre]. Sur la base de ces essais, le Committee 326 cherche la valeur de K pour la formule (2.23) avec une procédure similaire à celle de Moe. Cependant, le Committee 326 utilise une contrainte de rupture $\tau_R = 4\sqrt{f_c}$ et une section de contrôle placée à $d/2$ du bord de la colonne. Le Committee base son analyse sur la variable $\tau_{test}/\sqrt{f_c}$ et, avec $K = 0.20$, il trouve

un coefficient de variation égal à 0.26 et une moyenne de 4.47. Comme la contrainte maximale proposée était $4\sqrt{f_c}$, le Committee 326 fixe $K = 0.20$ comme valeur acceptable et du côté de la sécurité, tout en admettant que l'analyse expérimentale utilisée ne doit pas être considérée exhaustive et que d'autres essais devraient être effectués pour la compléter.

Hanson et Hanson

Quelques années plus tard, Hanson et Hanson [Han1968] remarquent que les études analytiques et expérimentales étaient limitées et réalisent une série de 17 essais des dalles comprenant des colonnes rectangulaires, des colonnes d'angle et de bord ainsi que des colonnes intérieures avec évidements. Ensuite, ils étudient leur série et celles étudiées par le Committee 326 avec la méthode des diagrammes d'interaction dont le concept est brièvement décrit par la suite.

De la relation (2.17), avec $\tau_{\max} = \tau_R$ on peut tirer l'équation suivante :

$$V_R = b_0 d \left(\tau_R - M_R \frac{K}{I} \bar{c} \right) \quad (2.31)$$

On remarque alors qu'avec les définitions ci-dessous :

$$V_0 = \tau_R b_0 d \quad \text{et} \quad M_0 = \frac{\tau_R I}{K \bar{c}} \quad (2.32)$$

on peut écrire l'équation du diagramme d'interaction comme suit :

$$\frac{V_R}{V_0} = 1 - \frac{M_R}{M_0} \quad (2.33)$$

Cette expression peut être adaptée pour dériver les diagrammes d'interaction pour les différentes approches exposées auparavant. Ceci est expliqué de façon détaillée dans [Han1968].

De l'observation critique des diagrammes d'interaction des théories de Di Stasio et Van Buren, Moe et de la méthode proposée par l'ACI-ASCE Committee 326, ils concluent que : (a) la méthode de Di Stasio et Van Buren est très conservatrice à cause de la contrainte maximale admise, de plus cette méthode n'est pas très consistante car elle donne des degrés de sécurité différents en fonction du moment extérieur ; (b) la méthode de Moe donne des résultats raisonnablement consistants et conservateurs ; la méthode de l'ACI-ASCE Committee 326 est clairement non conservatrice pour certains essais si le calcul est effectué avec $K = 0.20$ mais le problème peut être résolu si l'on admet $K = 0.40$.

La révision de l' ACI 318-63

Une formule pour K tenant compte de la taille et de l'orientation de la colonne par rapport au moment appliqué a été proposé pour la première fois dans la révision de la

Norme ACI 318–63 en 1970 [ACI1970]. En fait, l'étude réalisée par Hanson et Hanson avait été jugée valable pour des colonnes intérieures et carrées. Selon les auteurs de la révision, une formule généralisée était nécessaire pour traiter des cas plus généraux comme des colonnes rectangulaires, d'angle et de bord. La relation proposée d'après une communication privée entre Van Buren et Hanson le 14 mai 1968, avait la forme suivante [ACI1970] :

$$K = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} \quad (2.34)$$

et elle était formulée pour une section de contrôle placée à une distance $d/2$ du bord de la colonne. On peut remarquer que cette équation donne $K = 0.40$ pour une colonne carrée.

Dans la même année, Mast [Mas1970] confirme la validité de cette équation sur la base de l'analyse exposée plus bas.

Par la suite, la formule a été étendue pour considérer des sections de contrôle plus distantes de la colonne pour l'application au cas de dalles avec armature de poinçonnement. De plus, des modifications ont été proposées pour les colonnes d'angle et de bord et aussi pour tenir compte des effets non linéaires dus à la fissuration du béton. Ces modifications ont été proposées initialement de manière empirique sur la base de calculs élastiques et de résultats expérimentaux [Elg1996a, Elg1996b]. En suite, elles ont également été validées par des analyses non linéaires [Meg2000]. Cependant, dans la norme américaine actuelle [ACI318–08], l'expression du facteur K , qui est appelé γ_v , est essentiellement la même.

L'étude de Mast par la théorie élastique linéaire des dalles

En 1968, Mast publie une étude analytique de la liaison dalle-colonne dont le but était de déterminer le rapport entre les trois modes de transmission du moment de la colonne à la dalle : par moment de flexion, moment de torsion et par effort tranchant [Mas1968].

Sur une section de contrôle de dimensions $b_1 \times b_2$, fig. 2.21, la somme des moments dus aux effort internes doit équilibrer le moment extérieur. L'équation d'équilibre peut être écrite de la façon suivante [Mas1968, Mas1970] :

$$M = M_{m_x} + M_{m_{xy}} + M_{v_x} + M_{v_y} = 4 \int_0^{b_2/2} m_x dy + 4 \int_0^{b_1/2} m_{xy} dx + 4 \frac{b_1}{2} \int_0^{b_2/2} v_x dx + 4 \int_0^{b_1/2} v_y x dx \quad (2.35)$$

Mast dérive les expressions des termes de l'équation ci-dessus sur la base des solutions en séries double de Fourier des équations de la théorie élastique des dalles (méthode de Navier) données dans [Gir1959]. Celles-ci peuvent être écrites sous la

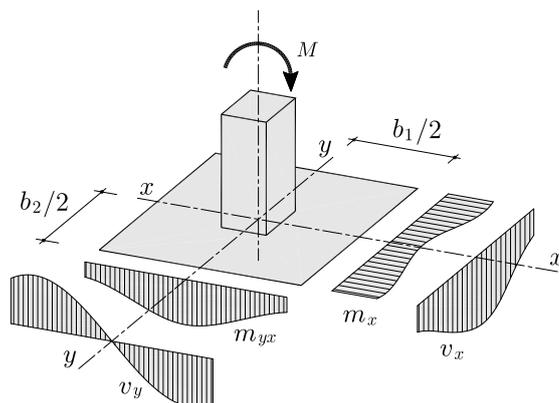


Fig. 2.21 – Efforts sur une section de contrôle rectangulaire de la dalle selon l'étude de Mast. Adaptée de [Mas1970].

forme suivante [Mas1968, Mas1970] :

$$M_{m_x} = \frac{2M}{\pi} \left[\arctan \left(\frac{1}{b_1/b_2} \right) - \frac{1-\nu}{2} \frac{b_1/b_2}{1+(b_1/b_2)^2} \right] \quad (2.36)$$

$$M_{m_{xy}} = \frac{M}{\pi} (1-\nu) \frac{b_1/b_2}{1+(b_1/b_2)^2} \quad (2.37)$$

$$M_{v_x} = \frac{2M}{\pi} \frac{b_1/b_2}{1+(b_1/b_2)^2} \quad (2.38)$$

$$M_{v_y} = \frac{2M}{\pi} \left[\arctan (b_1/b_2) - \frac{b_1/b_2}{1+(b_1/b_2)^2} \right] \quad (2.39)$$

La figure 2.22 montre l'allure des fractions de moment par rapport au moment total M en fonction de la variable b_1/b_2 .

Selon Mast, le facteur K est défini de la manière suivante :

$$K = 1 - \frac{M_{m_x}}{M} \quad (2.40)$$

Ceci représente la partie de moment transféré par les contraintes verticales et horizontales (torsion) conformément à la théorie de Di Stasio et Van Buren, éq. (2.21).

Si on veut définir K de manière conforme à la théorie de Moe, on obtient la relation suivante :

$$K = 1 - \frac{M_{m_x} + M_{m_{xy}}}{M} \quad (2.41)$$

qui est utilisée par Regan [Reg1981].

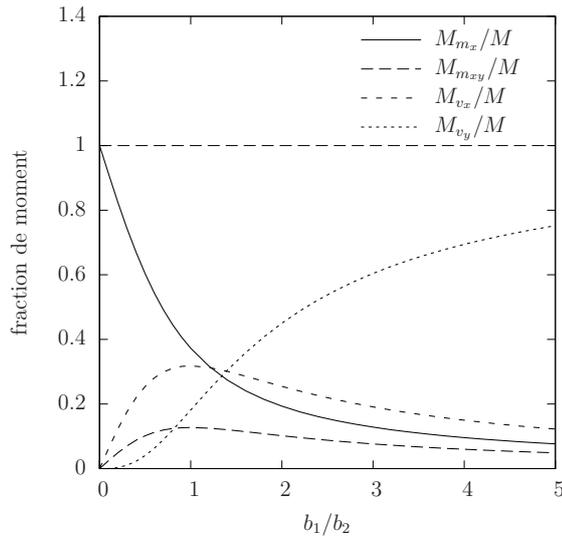


Fig. 2.22 – Fractions de moment de l'équation (2.35) en fonction de b_1/b_2 ($\nu = 0.2$).

Regan

Regan suppose une distribution des contraintes élastique–plastique comme celle de la figure 2.20a [Reg1981]. Cependant, pour le calcul de la contrainte maximale, il utilise un facteur de transmission dérivé de l'étude de Mast, qui se base sur la théorie élastique linéaire.

Étant donné que Regan, tout comme Moe, considère que le moment qui n'engendre que des contraintes verticales, le facteur K est défini par l'équation (2.41). Grâce aux expressions analytiques dérivées par Mast, l'équation (2.41) prend la forme suivante :

$$K = 1 - \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{1}{b_1/b_2} \right) \quad (2.42)$$

qui est celle donnée dans [Reg1981].

Le Code Modèle 1990 et l'Eurocode 2

Le Code Modèle 1990 et l'Eurocode 2 utilisent une approche différente de celle de la norme ACI318–08. Ces deux normes n'utilisent pas de formule analytique mais présentent le facteur K sous forme d'un tableau en fonction du rapport entre les deux dimensions de la colonne et de son orientation par rapport au moment. Ce sujet est exposé de manière plus exhaustive à l'annexe A (voir Tab. A.1).

2.3.4 Comparaison des différentes approches

La figure 2.23 présente la comparaison des facteurs K calculés avec différents approches et normes (voir paragraphes 2.3.2 et 2.3.3). La réduction du périmètre de

contrôle calculée avec les différentes approches exposés précédemment pour une colonne carrée est montrée à la figure 2.24, en fonction du rapport entre l'excentricité e et le côté de la colonne c . Ces comparaisons montrent que les approches proposées par les divers auteurs et normes tiennent compte de l'effet de l'excentricité de manière sensiblement différente.

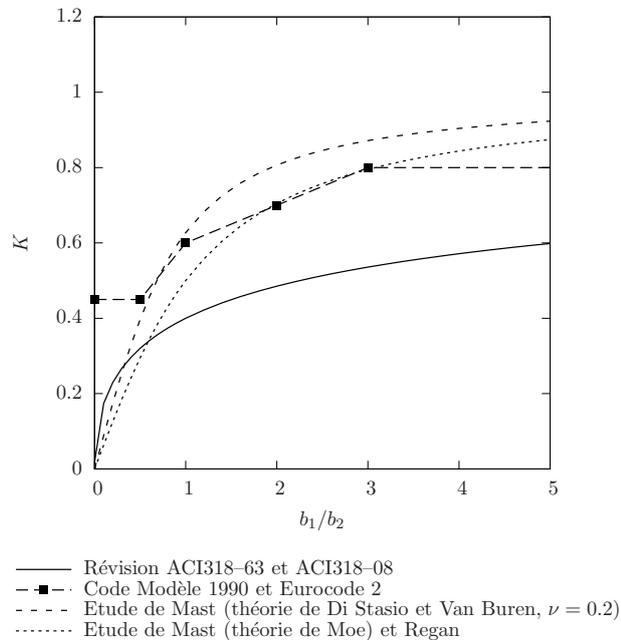


Fig. 2.23 – Comparaison entre différentes expressions du facteur de transmission du moment K .

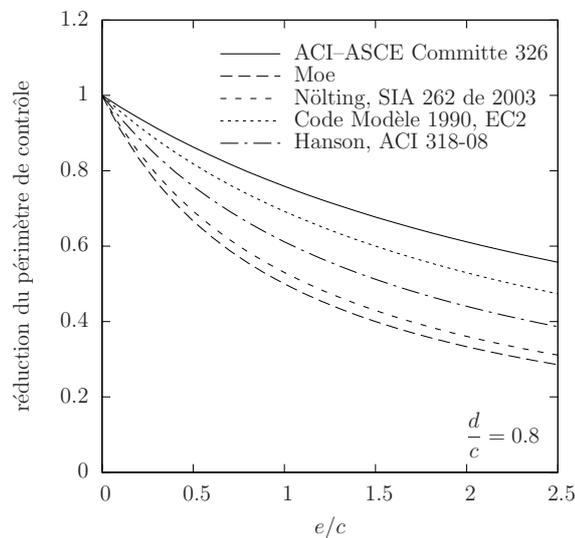


Fig. 2.24 – Réduction du périmètre de contrôle calculée avec différentes approches.

Chapitre 3

Analyse non linéaire du comportement flexionnel des dalles en béton armé

Dans le chapitre 2, on a vu que l'évaluation de la résistance au poinçonnement d'une dalle en béton armé avec la théorie de la fissure critique nécessite de la détermination de la courbe charge-rotation de la dalle. Pour ce faire, il est nécessaire de tenir compte de la non linéarité du comportement de la dalle due au comportement non linéaire du béton et de l'acier d'armature. Comme il a été souligné par Guandalini [Gua2005], le comportement de la dalle avant la rupture par poinçonnement est principalement déterminé par ses caractéristiques flexionnelles. Sur cette base il a proposé un modèle pour le calcul de la courbe charge-rotation dans le cas du poinçonnement axisymétrique. Le modèle développé dans ce chapitre est applicable aux cas non symétriques et permet d'étudier des structures complexes comme les planchers-dalles avec des portées inégales et les ponts-dalles. Ce modèle permet de représenter correctement le comportement de dalles avec une armature orthotrope et des dispositions de charges quelconques.

Dans le cas d'une dalle en béton armé, la non linéarité du comportement de la dalle réduit fortement la possibilité de résolution analytique des équations qui gouvernent le problème. L'approche numérique par éléments finis ou par différences finies est alors nécessaire. La méthode des éléments finis bénéficie du grand avantage de la généralité d'application et de la facilité d'application à des cas de géométrie et conditions de bord complexes. Celle-ci est la raison principale pour laquelle la méthode des différences finies a dans le passé été abandonnée en faveur de celle des éléments finis. Toutefois, la méthode des éléments finis présente des problèmes non triviaux de type numérique et de programmation liés à la construction de l'élément employé. Dans ce contexte, le choix d'un élément spécifique doit en principe être justifié sur la base des résultats expérimentaux.

La présente étude n'est pas orientée vers la construction et la validation d'un élément fini. En effet, les problèmes numériques et opérationnels liés à ce sujet sortent du but de cette recherche. Il faut aussi noter que les essais de laboratoire comportent généralement

des géométries et des conditions aux bords simples. C'est pourquoi, dans le cadre de cette recherche, la méthode des différences finies a été choisie comme outil de résolution, tout en sachant que la méthode des éléments finis est considérée comme une solution plus générale et plus flexible.

Dans le cas des dalles de matériau élastique-linéaire, les schémas par différences finies pour résoudre l'équation différentielle d'équilibre sont relativement simples car il s'agit d'un problème gouverné par l'opérateur biharmonique. Dans le cas non linéaire, l'équation des dalles ne peut pas être réduite à l'équation biharmonique car la rigidité de la dalle n'est pas constante.

Dans ce chapitre, un schéma par différences finies pour la résolution de l'équation non linéaire de dalles est dérivé et, pour valider la méthode, les résultats numériques et expérimentaux sont comparés.

L'application de la méthode des différences finies pour des dalles rectangulaires a été initialement développée au Danemark par Nielsen [Nie1920] et en Allemagne par Marcus [Mar1932] pour le calcul élastique linéaire. A titre d'exemple, dans la littérature on trouve également des applications pratiques pour les dalles de ponts biais [Jen1941].

3.1 Flexion des plaques élastiques

La flexion d'une plaque élastique dans un repère cartésien (O, x, y, z) est gouvernée par les équations d'équilibre suivantes [Tim1959] :

$$\begin{aligned} v_{x,x} + v_{y,y} &= -q \\ m_{x,x} + m_{yx,y} - v_x &= 0 \\ m_{y,y} - m_{xy,x} - v_y &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

où, pour l'opération de dérivation partielle, la notation suivante a été employée :

$$(\)_{,x} = \frac{\partial(\)}{\partial x} \quad (\)_{,y} = \frac{\partial(\)}{\partial y} \quad (3.2)$$

Dans les relations ci-dessus, v et m indiquent respectivement l'effort tranchant et le moment de flexion ou de torsion par unité de longueur. q est la charge verticale selon l'axe z appliquée à la plaque.

En faisant appel à la condition

$$m_{yx} = -m_{xy} \quad (3.3)$$

qui découle du fait que $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, les équations précédentes peuvent être combinées pour obtenir l'équation d'équilibre en termes de moments :

$$m_{x,xx} - 2m_{xy,xy} + m_{y,yy} = -q \quad (3.4)$$

qui est une équation différentielle aux dérivées partielles de deuxième ordre.

Plaques isotropes

Si on néglige l'influence de l'effort tranchant sur la déformation de la plaque (hypothèse de Love–Kirchhoff [Lov1920, Kir1850]) la relation entre moments et courbures peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

où D est la rigidité flexionnelle de la plaque définie de la manière suivante :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.6)$$

Négliger la déformation due à l'effort tranchant comporte une erreur sur le calcul des flèches qui est négligeable si l'épaisseur de la plaque est petite par rapport aux autres dimensions. Dans le cas où l'épaisseur est supérieure à 1/20 de la portée, cette erreur n'est plus négligeable et la théorie de Reissner–Mindlin est préférable [Tas2009].

En considérant les courbures comme positives si elles sont convexes vers le bas, on obtient la relation suivante entre courbures et déplacements verticales :

$$\begin{aligned} \chi_x &= -w_{,xx} \\ \chi_y &= -w_{,yy} \\ \chi_{xy} &= w_{,xy} \end{aligned}$$

Ces relations, en combinaison avec les équations d'équilibre, conduisent à l'équation d'équilibre en termes de déplacement :

$$w_{,xxxx} + 2w_{,xyxy} + w_{,yyyy} = \frac{q}{D} \quad (3.7)$$

qui peut aussi être écrite comme :

$$\Delta^2 w = \frac{q}{D} \quad (3.8)$$

où $\Delta^2 = \Delta\Delta$ est l'opérateur biharmonique et Δ est l'opérateur de Laplace.

Plaques orthotropes

Si on suppose que les propriétés mécaniques de la plaque sont symétriques par rapport à trois plans, la relation entre moments et courbures prend la forme :

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & \bar{D} & 0 \\ \bar{D} & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

où :

$$D_x = \frac{E_x h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad D_y = \frac{E_y h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad (3.10)$$

$$D_{xy} = \frac{Gh^3}{6} \quad \bar{D} = \frac{\nu_{yx}E_x h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} = \frac{\nu_{xy}E_y h^3}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \quad (3.11)$$

Pour caractériser le comportement mécanique d'une dalle orthotrope il faut connaître les quatre constantes élastiques E_x , E_y , ν_{xy} et G ou le quatre rigidités D_x , D_y , \bar{D} et D_{xy} .

3.2 Modèle pour le comportement flexionnel des dalles en béton armé

Dans le cas du béton armé, la relation entre moments et courbures est généralement non linéaire. Plus spécifiquement, à cause de la fissuration, la rigidité de la dalle dépend de l'état de déformation et ainsi du niveau de charge.

Dans ce qui suit, on suppose que la dalle est orthotrope et on admet que l'effet de Poisson est négligeable lorsque la dalle se fissure, c'est-à-dire $\nu_{xy} = \nu_{yx} = 0$. Ainsi, la loi constitutive peut être formulée de la façon suivante :

– si la dalle n'est pas fissurée :

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

– si la dalle est fissurée :

$$\begin{Bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

A l'état fissuré, les rigidités D_x , D_y et D_{xy} ne sont pas égales pour tous les points de la dalle. Ceci implique que l'équation d'équilibre (3.4) ne peut plus être écrite en termes de déplacements sous la forme biharmonique car les dérivées des rigidités par rapport aux axes x et y sont à considérer. Ainsi, l'équation d'équilibre pour l'état fissuré de la dalle prend la forme suivante :

$$(D_x w_{,xx})_{,xx} + 2(D_{xy} w_{,xy})_{,xy} + (D_y w_{,yy})_{,yy} = q \quad (3.14)$$

Dans cette étude, on utilisera l'approche par différences finies pour la résolution de l'équation (3.14). Cette méthode consiste à remplacer l'équation différentielle (3.14) par une équation aux différences finies. Cette procédure est bien connue dans le cas de l'équation (3.8) [Tim1959]. Il n'en va pas de même pour le cas de l'équation (3.14). C'est pourquoi, dans ce qui suit, l'équation aux différences finies pour la résolution de l'équation (3.14) sera dérivée. Ensuite, ce schéma sera utilisé pour la résolution numérique du problème. Le calcul des rigidités D_x , D_y et D_{xy} sera traité plus loin.

3.2.1 Equation aux différences finies

Pour transformer l'équation différentielle (3.14) en une équation aux différences finies, on considère la plaque continue comme un ensemble discret de points qui forment une maille rectangulaire d'espacements λ_x et λ_y . Ensuite, l'on considère un point $P \equiv C$ de la plaque sur cette maille en correspondance de la ligne i et de la colonne j comme montré à la figure 3.1.

En ce point les dérivées des moments peuvent être approximées de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 m_{x,xx}^P &\approx -\frac{1}{\lambda_x^2} [1 \quad -2 \quad 1] \begin{Bmatrix} m_x^{PO} \\ m_x^{PC} \\ m_x^{PE} \end{Bmatrix} \\
 m_{x,yy}^P &\approx -\frac{1}{\lambda_y^2} [1 \quad -2 \quad 1] \begin{Bmatrix} m_y^{PN} \\ m_y^{PC} \\ m_y^{PS} \end{Bmatrix} \\
 m_{xy,xy}^P &\approx -\frac{1}{\lambda_x \lambda_y} [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1] \begin{Bmatrix} m_{xy}^{P\overline{SE}} \\ m_{xy}^{P\overline{SO}} \\ m_{xy}^{P\overline{NO}} \\ m_{xy}^{P\overline{NE}} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Dans ces relations, m^{PI} , avec $I = C, N, S, O, E \dots$, est le moment au point de position I par rapport au point $P \equiv C$ selon la figure 3.1. Les moments évalués aux points ne faisant pas partie de la maille (points indiqués avec une barre) sont calculés comme moyenne des moments des quatre points voisins.

Les relations moment–courbure approximées au point générique P peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned}
 m_x^P &\approx -\frac{D_x^P}{\lambda_x^2} [1 \quad -2 \quad 1] \begin{Bmatrix} w^{PO} - r_\lambda^2 \nu w^{PN} \\ w^{PC} - r_\lambda^2 \nu w^{PS} \\ w^{PE} - r_\lambda^2 \nu w^{PS} \end{Bmatrix} \\
 m_y^P &\approx -\frac{D_y^P}{\lambda_y^2} [1 \quad -2 \quad 1] \begin{Bmatrix} w^{PN} - r_\lambda^{-2} \nu w^{PO} \\ w^{PC} - r_\lambda^{-2} \nu w^{PS} \\ w^{PS} - r_\lambda^{-2} \nu w^{PE} \end{Bmatrix} \\
 m_{xy}^P &\approx -\frac{D_{xy}^P}{\lambda_x \lambda_y} [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1] \begin{Bmatrix} w^{P\overline{SE}} \\ w^{P\overline{SO}} \\ w^{P\overline{NO}} \\ w^{P\overline{NE}} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

où $r_\lambda = \frac{\lambda_y}{\lambda_x}$. On remarque que, pour l'évaluation des relations ci-dessus à l'état fissuré on adopte $\nu = 0$.

Grâce aux relations ci-dessus, l'équation (3.14) peut être écrite au point $P \equiv C$ de la figure 3.1 sous la forme suivante :

$$\sum_{P=C,N,S,O,E\dots} \Pi_P w^P \approx q \quad (3.17)$$

où les coefficients Π_P sont donnés dans le tableau 3.1.

Cette équation est composée de 13 termes correspondant aux déplacements inconnus indiqués à la figure 3.1. En combinaison avec le tableau 3.1 et la figure 3.1, l'équation (3.17) fournit le schéma par différences finies de l'équation (3.14). Pour poursuivre la résolution du problème, les conditions aux bords doivent aussi être écrites en termes de différences finies.

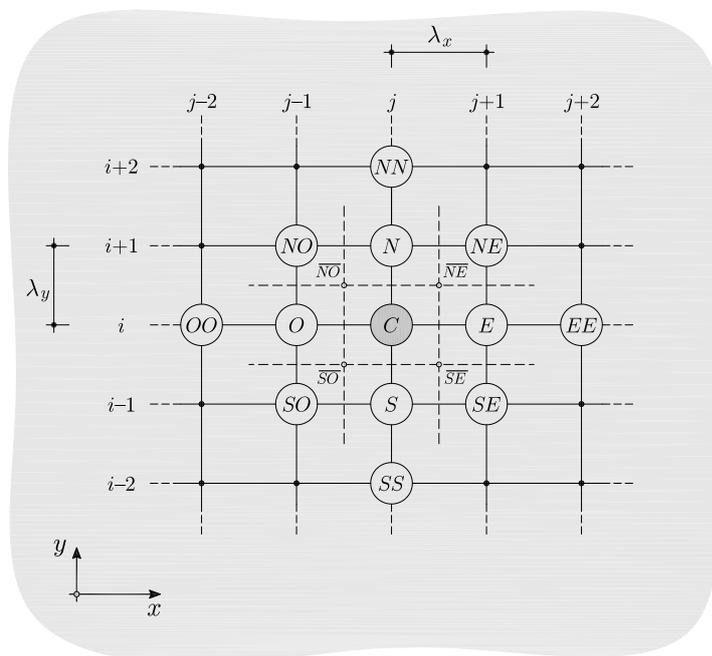


Fig. 3.1 – Discrétisation d'une plaque par la méthode des différences finies.

Tab. 3.1 – Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).

Equation	$(D_x w_{,xx})_{,xx} + 2(D_{xy} w_{,xy})_{,xy} + (D_y w_{,yy})_{,yy} = q$
Déplacement	Coefficient
w^C	$\frac{D_x^O + 4D_x^C(1 + r_\lambda^2 \nu) + D_x^E}{\lambda_x^4} + \frac{D_y^N + 4D_y^C(1 + r_\lambda^{-2} \nu) + D_y^S}{\lambda_y^4} + \frac{2}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} (D_{xy}^{\overline{NO}} + D_{xy}^{\overline{NE}} + D_{xy}^{\overline{SO}} + D_{xy}^{\overline{SE}})$
w^N	$-2 \left(\frac{D_y^N(1 + r_\lambda^{-2} \nu) + D_y^C}{\lambda_y^4} + \frac{\nu D_x^C + D_{xy}^{\overline{NO}} + D_{xy}^{\overline{NE}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right)$
w^S	$-2 \left(\frac{D_y^S(1 + r_\lambda^2 \nu) + D_y^C}{\lambda_y^4} + \frac{\nu D_x^C + D_{xy}^{\overline{SO}} + D_{xy}^{\overline{SE}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right)$
w^O	$-2 \left(\frac{D_x^O(1 + r_\lambda^2 \nu) + D_x^C}{\lambda_x^4} + \frac{\nu D_y^C + D_{xy}^{\overline{NO}} + D_{xy}^{\overline{SO}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right)$
w^E	$-2 \left(\frac{D_x^E(1 + r_\lambda^2 \nu) + D_x^C}{\lambda_x^4} + \frac{\nu D_y^C + D_{xy}^{\overline{NE}} + D_{xy}^{\overline{SE}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2} \right)$
w^{NN}	$\frac{D_y^N}{\lambda_y^4}$
w^{SS}	$\frac{D_y^S}{\lambda_y^4}$
w^{OO}	$\frac{D_x^O}{\lambda_x^4}$
w^{EE}	$\frac{D_x^E}{\lambda_x^4}$
w^{NO}	$\frac{\nu(D_x^O + D_y^N) + 2D_{xy}^{\overline{NO}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2}$
w^{NE}	$\frac{\nu(D_x^E + D_y^N) + 2D_{xy}^{\overline{NE}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2}$
w^{SO}	$\frac{\nu(D_x^O + D_y^S) + 2D_{xy}^{\overline{SO}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2}$
w^{SE}	$\frac{\nu(D_x^E + D_y^S) + 2D_{xy}^{\overline{SE}}}{\lambda_x^2 \lambda_y^2}$

3.2.2 Conditions aux bords

Comme dans le cas de l'équation (3.14), les conditions aux bords peuvent être exprimées sous la forme de l'équation (3.17). Cette équation contient des coefficients et des déplacements inconnus différents selon la condition à vérifier sur le bord considéré. Le tableau 3.2 résume les cas possibles et les conditions à satisfaire.

Tab. 3.2 – Résumé des conditions aux bords des plaques.

Type de bord	Conditions
<i>bord simplement appuyé</i>	$w = 0, m_f = 0$ (*)
<i>bord encastré</i>	$w = 0, \psi = 0$
<i>bord libre</i>	$r = 0$ (**), $m_f = 0$

 (*) m_f = moment de flexion.

 (**) r = effort tranchant effectif.

Condition de moment de flexion nul

En considérant, par exemple, le moment dans la direction x , l'on obtient la condition suivante :

$$m_x = D_x(w_{,xx} + \nu w_{,yy}) = 0$$

Au point $P \equiv C$ du bord, la relation précédente en termes de différences finies devient :

$$\frac{D_x^C}{\lambda_x^2} [1 \quad -2 \quad 1] \begin{Bmatrix} w^O - r_\lambda^2 \nu w^N \\ w^C - r_\lambda^2 \nu w^E \\ w^E - r_\lambda^2 \nu w^S \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.18)$$

où l'index P a été omis par simplification.

Les coefficients qui permettent d'écrire la condition ci-dessus sous la forme (3.17) pour les directions x et y sont donnés au tableau 3.3.

Tab. 3.3 – Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).

Equation	$m_x = 0$	$m_y = 0$
Déplacement	Coefficient	Coefficient
w^C	$-\frac{2}{\lambda_x^2}(1 + r_\lambda^2 \nu)$	$-\frac{2}{\lambda_y^2}(1 + r_\lambda^{-2} \nu)$
w^N	$\frac{\nu}{\lambda_y^2}$	$\frac{1}{\lambda_y^2}$
w^S	$\frac{\nu}{\lambda_y^2}$	$\frac{1}{\lambda_y^2}$
w^O	$\frac{1}{\lambda_x^2}$	$\frac{\nu}{\lambda_x^2}$
w^E	$\frac{1}{\lambda_x^2}$	$\frac{\nu}{\lambda_x^2}$

Condition d'effort tranchant effectif nul

L'effort tranchant effectif dans une section perpendiculaire à l'axe x est définis comme [Tim1959, Red2004] :

$$r_x = v_x - m_{xy,y} \quad (3.19)$$

Grâce à la deuxième condition d'équilibre du système (3.1), on peut définir l'effort tranchant v_x de la manière suivante :

$$v_x = m_{x,x} - m_{xy,y} \quad (3.20)$$

ainsi, la condition d'effort tranchant effectif nul peut être écrite en termes de moments :

$$r_x = m_{x,x} - 2m_{xy,y} = 0 \quad (3.21)$$

Au point $P \equiv C$ du bord, l'on a :

$$m_{x,x}^C \approx \frac{1}{2\lambda_x} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_x^O \\ m_x^E \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

$$m_{xy,y}^C \approx \frac{1}{\lambda_y} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_{xy}^{\bar{N}} \\ m_{xy}^{\bar{S}} \end{Bmatrix} \quad (3.23)$$

Les relations ci-dessus, en combinaison avec les équations (3.16), permettent de dériver les coefficients nécessaires pour écrire l'équation (3.19) sous la forme (3.17). Ceux-ci sont donnés au tableau 3.4.

Tab. 3.4 – Coefficients Π_P pour l'équation (3.17).

Equation	$r_x = 0$	$r_y = 0$
Déplacement	Coefficient	Coefficient
w^C	$\frac{D_x^O - D_x^E}{2\lambda_x^3}$	$\frac{D_y^N - D_y^S}{2\lambda_y^3}$
w^N	—	$-\frac{D_y^N}{\lambda_y^3}(1 + r_\lambda^{-2}\nu) - \frac{D_{xy}^O + 2D_{xy}^C + D_{xy}^E}{2\lambda_x^2\lambda_y}$
w^S	—	$\frac{D_y^S}{\lambda_y^3}(1 + r_\lambda^{-2}\nu) + \frac{D_{xy}^O + 2D_{xy}^C + D_{xy}^E}{2\lambda_x^2\lambda_y}$
w^O	$-\frac{D_x^O}{\lambda_x^3}(1 + r_\lambda^2\nu) - \frac{D_{xy}^N + 2D_{xy}^C + D_{xy}^S}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	—
w^E	$\frac{D_x^E}{\lambda_x^3}(1 + r_\lambda^2\nu) + \frac{D_{xy}^N + 2D_{xy}^C + D_{xy}^S}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	—
w^{NN}	—	$\frac{D_y^N}{2\lambda_y^3}$
w^{SS}	—	$-\frac{D_y^S}{2\lambda_y^3}$
w^{OO}	$\frac{D_x^O}{2\lambda_x^3}$	—
w^{EE}	$-\frac{D_x^E}{2\lambda_x^3}$	—
w^{NO}	$\frac{D_{xy}^N + D_{xy}^C + \nu D_x^O}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	$\frac{D_{xy}^O + D_{xy}^C + \nu D_y^N}{2\lambda_x^2\lambda_y}$
w^{NE}	$-\frac{D_{xy}^N + D_{xy}^C + \nu D_x^E}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	$\frac{D_{xy}^E + D_{xy}^C + \nu D_y^N}{2\lambda_x^2\lambda_y}$
w^{SO}	$\frac{D_{xy}^S + D_{xy}^C + \nu D_x^O}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	$-\frac{D_{xy}^O + D_{xy}^C + \nu D_y^S}{2\lambda_x^2\lambda_y}$
w^{SE}	$-\frac{D_{xy}^S + D_{xy}^C + \nu D_x^E}{2\lambda_x\lambda_y^2}$	$-\frac{D_{xy}^E + D_{xy}^C + \nu D_y^S}{2\lambda_x^2\lambda_y}$

3.2.3 Loi constitutive

La modélisation des dalles en béton armé présente des difficultés importantes par rapport à la représentation du matériau. Des simplifications sont généralement nécessaires et elles doivent ensuite être justifiées par rapport aux résultats expérimentaux.

En ce qui concerne à la représentation du matériau, l'étude non linéaire des dalles et des coques peut être poursuivie avec deux approches différentes qui peuvent être formulées de la façon suivante [Han1973] : (a) approche des rigidités équivalentes ; (b) approche par couches.

La première est une approche macroscopique dans laquelle l'on utilise une relation globale entre moments et courbures, qui est dérivée des propriétés en section de la dalle. Dans ce cas, la structure est représentée par son plan moyen et ses propriétés en section. A titre d'exemple, cette approche a été utilisée par Jofriet et McNeice [Jof1971] pour les dalles et par Bell [Bel1970] pour les coques en béton armé.

Le seconde approche fait appel aux lois constitutives de l'acier et du béton séparément ainsi qu'à la compatibilité entre les deux matériaux constituant la structure. Contrairement à la première approche, la variation des propriétés du matériau sur l'épaisseur doit être prise en compte. Ceci nécessite la modélisation de la structure par couches discrètes dans l'épaisseur. Chaque couche est traitée de la même manière qu'un panneau en béton armé et la compatibilité des déformations entre les couches est établi au moyen d'hypothèses supplémentaires. Cette méthode est efficace en combinaison avec la méthode des éléments finis et a été beaucoup développée dans le siècle passé (voir par exemple les références [Han1973, Lin1973, Lin1973, Pol1993]).

Approche des rigidités équivalentes

Cette approche consiste à employer une loi constitutive du type (3.9). Les rigidités D de la matrice constitutive sont calculées au moyen d'un calcul en section en fonction de l'état de la région de dalle considérée, qui peut être non fissurée ou fissurée.

A l'état non fissuré, le problème est relativement simple car les rigidités donnée par la théorie de l'élasticité peuvent être considérées comme étant valables. De plus, compte tenu de la faible participation des armatures de flexion à la rigidité de la dalle non fissurée, celle-ci peut généralement être considérée comme isotrope. Par contre, à l'état fissuré, le problème devient beaucoup plus complexe.

Si les fissures sont parallèles à l'une des deux couches d'armature tendue, le problème se réduit à un cas spécial de dalle orthotrope et les rigidités peuvent être calculées au moyen de la méthode de l'analyse sectionnelle des sections en béton armé. Dans le cas contraire, fig. 3.2, on est dans un cas d'anisotropie générale et la matrice constitutive n'a plus la forme de l'équation (3.9) mais elle devient une matrice complète. On peut alors penser à changer de repère et se placer sur un repère (n, t) parallèle aux axes principaux d'orthotropie, Fig 3.2, dans lequel la loi constitutive est de la forme (3.9) [Jof1971]. A ce stade, les rigidités flexionnelles dans une direction quelconque par rapport aux

nappes d'armature doivent être calculées, ce qui constitue l'inconvénient principal de cette méthode.

Cette méthode a été proposée par Jofriet et MecNeice en 1971 [Jof1971]. Pour résoudre le problème du calcul des rigidités flexionnelles dans une direction quelconque, les chercheurs ont fait appel à la formule de Branson [Bra1963] et les rigidités fissurées dans une direction quelconque ont été calculées en utilisant les aires d'armature équivalentes. Les expressions analytiques des aires équivalentes ont été dérivées sur la base du travail de Lenschow et Sozen [Len1966] et elles sont données dans [Jof1971]. Il faut signaler que l'étude de Jofriet et MecNeice n'inclut pas le comportement de la dalle après la plastification des armatures.

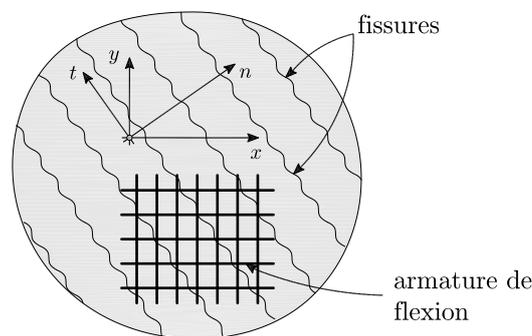


Fig. 3.2 – Zone fissurée d'une dalle en béton armé.

Approche par couches

Dans cette approche, la dalle est discrétisée dans l'épaisseur par une série de couches parallèles. À chaque couche correspond une loi constitutive entre contraintes et déformations qui dépend du matériau dont elle est composée. Selon certains auteurs, les armatures peuvent être représentées par des couches d'acier continues auxquelles on attribue une rigidité uniquement dans la direction de l'armature, c'est-à-dire que le module de cisaillement $G = 0$ (voir par exemple [Han1973, Lin1975, Kab1986]). Cependant, pour les couches de béton, plusieurs modèles de comportement peuvent être utilisés. Ces modèles se différencient, entre autres, par la façon de traiter le tension stiffening et la transmission des contraintes de cisaillement à l'état fissuré. À titre d'exemple, Polak et Vecchio [Pol1993] ont appliqué le comportement prévu par la théorie modifiée du champ de compression (Modified Compression-field Theory) [Vec1986].

Des modèles rhéologiques simplifiés ont été employés, par exemple, par Hand [Han1973], Lin et Scordelis [Lin1975] et Kabir [Kab1986]. La simplification principale concerne la transmission de la contrainte de cisaillement à l'état fissuré qui représente un problème fondamental de l'approche par couches. De plus, on suppose qu'après la fissuration, le béton perd totalement la rigidité dans la direction perpendiculaire aux fissures. Ainsi, la relation contrainte-déformation dans le repère (n, t) avec l'axe n perpendiculaire à la direction des fissures est donnée par [Han1973, Lin1975, Kab1986] :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_t \\ \sigma_n \\ \tau_{tn} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_s G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_t \\ \varepsilon_n \\ \gamma_{tn} \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

Dans cette relation, β_s est un coefficient appelé *shear retention factor (SRF)* qui est introduit dans la relation constitutive pour estimer le module de cisaillement G effectif après la fissuration ($\beta_s \leq 1$) [Han1973, Sui1973, Lin1975, Kab1986]. Ce facteur a été originalement employé pour aborder le problème des poutres par Suidan et Schnobrich [Sui1973], qui proposent $\beta_s = 0.5$, et pour les dalles par Hand et al. [Han1973], qui utilisent $\beta_s = 0.4$. Les valeurs utilisées par les différents chercheurs sont généralement choisies de manière empirique afin de bien représenter les résultats expérimentaux. Tout de même, le choix de cette valeur est également basé sur les considérations suivantes : (a) des valeurs trop petites génèrent des problèmes de stabilité numérique et causent des comportements trop flexibles ; (b) des valeurs proches de 1 induisent des comportements trop rigides ; (c) les solutions obtenues avec des valeurs qui varient entre 0.1 et 0.5 sont pratiquement identiques. Des considérations supplémentaires sur l'emploi de ce facteur dans l'analyse non linéaire des structures en béton armé peuvent être trouvées entre autres dans [Han1973, Sui1973, Lin1975, Béd1983, Kab1986, Sag2008].

Loi constitutive adoptée

Dans cette étude, pour représenter le comportement de la dalle après la fissuration, on utilise la loi constitutive donnée par l'équation (3.13). Les valeurs des rigidités flexionnelles D , D_x et D_y des équations (3.12) et (3.13) sont calculées à partir d'un diagramme moment–courbure quadrilinéaire comme celui montré à la figure 3.3. Les éléments nécessaires pour le calcul du diagramme sont décrits par la suite :

EI_0 est la rigidité de la dalle non fissurée :

$$EI_0 = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

EI_1 est la rigidité de la dalle fissurée en considérant un comportement élastique–linéaire du béton et de l'acier :

$$EI_1 = \rho E_s d^3 \left(1 - \frac{c}{d}\right) \left(1 - \frac{c}{3d}\right)$$

avec :

$$c = \rho \frac{E_s}{E_c} d \left(\sqrt{1 + \frac{2E_c}{\rho E_s}} - 1 \right)$$

m_{cr} est le moment de fissuration qui, en négligeant l'effet des armatures avant la fissuration, peut être calculé comme suit :

$$m_{cr} = \frac{f_{ct} h^2}{6}$$

χ_{cr} est la courbure de fissuration donnée par :

$$\chi_{cr} = \frac{m_{cr}}{EI_0}$$

m_R est la résistance à la flexion. En négligeant l'armature de compression on a :

$$m_R = \rho f_s d^2 \left(1 - \frac{\rho f_s}{2 f_c} \right)$$

χ_{TS} Ce termes représente de manière approximée la diminution de courbure due au tension stiffening. Dans cette étude ce terme est supposé constant et égal à [Mut2008a] :

$$\chi_{TS} = \frac{1}{6h} \frac{f_{ct}}{\rho E_s}$$

χ_1 est la courbure au début de la phase de fissuration stabilisée :

$$\chi_1 = \frac{m_{cr}}{EI_1} - \chi_{TS}$$

χ_y est donnée par :

$$\chi_y = \frac{m_R}{EI_1} - \chi_{TS}$$

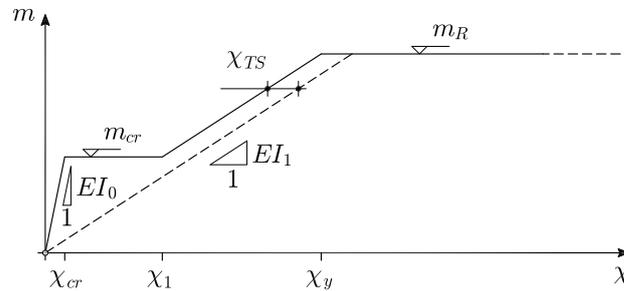


Fig. 3.3 – Diagramme moment–courbure quadrilatère.

La rigidité à la torsion D_{xy} est calculée avec la formule suivante :

$$D_{xy} = \beta_t (1 - \nu) \sqrt{D_x D_y} \quad (3.25)$$

où β_t est un facteur qui tient compte la perte de rigidité torsionnelle causées par la fissuration de la dalle. Par analogie avec le shear retention factor β_s , dans ce qui suit, ce facteur sera appelé *torsion retention factor (TRF)*. La corrélation de la rigidité torsionnelle avec la moyenne géométrique des rigidités flexionnelles a également été recommandée par Timoshenko et Woinowsky–Kreiger [Tim1959] sur la base du travail de Huber [Hub1914, Hub1929] et elle est aussi utilisée par Reddy [Red2004].

A titre d'exemple, une analyse paramétrique de l'influence de β_t sur la courbe charge–rotation de la dalle d'essai PT34 (annexe C) calculée avec le modèle est montrée à la figure 3.4. D'après cette analyse, on constate la nécessité d'un facteur β_t de valeur

inférieure à 1. En effet, avec des valeurs trop grandes, $\beta_t = 1,1/2$, on obtient de courbes trop rigides. Par contre, avec des valeurs trop petites, $\beta_t = 1/16$, on obtient un comportement de la dalle trop flexible et, parfois, des problèmes numériques. On remarque, en outre, que les solutions calculées avec des valeurs qui varient entre $1/6$ et $1/12$ sont numériquement très similaires. Ces constatations sont analogues à celles qui ont été faites par d'autres auteurs à propos du shear retention factor [Han1973, Béd1983, Kab1986]. C'est pourquoi, dans ce qui suit, la valeur de β_t est prise égale à $1/8$. Dans un modèle non linéaire par élément finis, Vaz Rodrigues [VR2007] a utilisé la même valeur pour la réduction du module de cisaillement G en obtenant une bonne corrélation entre les résultats numériques et expérimentaux.

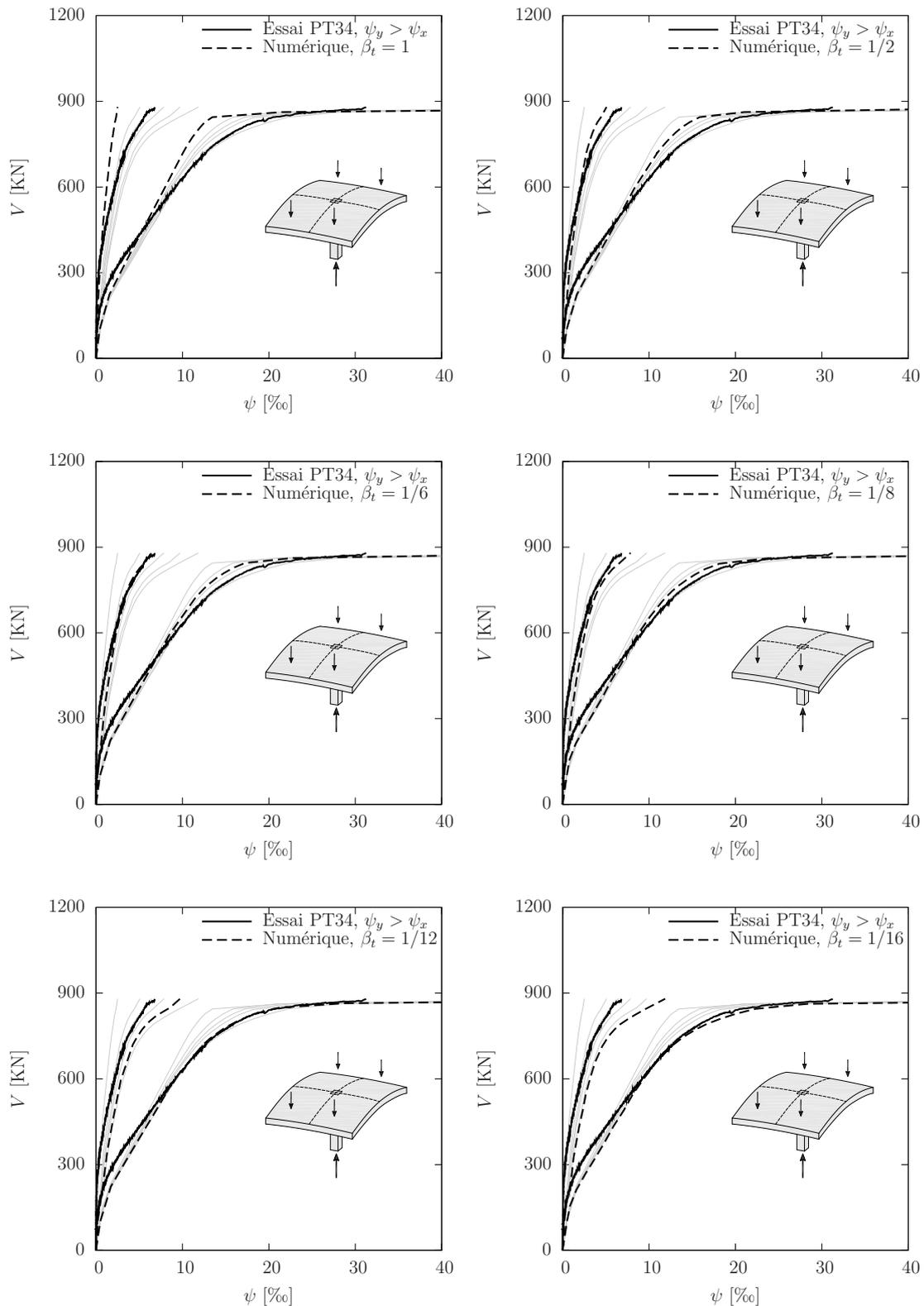


Fig. 3.4 – Influence du facteur β_t sur la courbe charge–rotation de la dalle PT34 (annexe C).

« Shear retention factor » et « Torsion retention factor »

Le shear retention factor β_s représente, de manière locale, la perte de rigidité au cisaillement du béton armé. Dans l'approche par couches, cette perte locale est accom-

pagnée d'une perte de rigidité torsionnelle de la dalle. Ceci a été constaté par Hand et al [Han1973] lors de la modélisation numérique avec la méthode par couches d'une dalle sollicitée à la torsion pure, fig. 3.6, testée par Cardenas et Sozen [Car1968]. En utilisant $\beta_s = 0$, des solutions instables étaient obtenues pour des charges très inférieures à celles des essais [Han1973]. Le facteur β_t a été introduit dans le modèle développé dans ce chapitre pour reproduire la perte de rigidité à la torsion de la dalle lors de la fissuration. Il reproduit donc de manière globale l'effet local du β_s . A différence du facteur β_s , qui définit le module de cisaillement à l'état fissuré en fonction de celui élastique, le facteur β_t est défini de manière que la rigidité torsionnelle à l'état fissuré soit proportionnelle à la rigidité flexionnelle à l'état fissure. Ce qui permet de tenir compte de l'influence du taux d'armature de flexion dans la rigidité torsionnelle à l'état fissuré. Le fait que ce facteur soit constant est discutable. Il semble raisonnable de penser que la réduction soit fonction de l'état de sollicitation car celui-ci influence l'état de fissuration de la dalle.

Des modèles analytiques pour la torsion pure des dalles ont été proposés par Nielsen [Nie1971] et Marti and Kong [Mar1987a]. Ces modèles ont été ensuite validés sur la base d'essais de torsion pure de dalles en béton armé [Mar1987b]. L'état de torsion pure est caractérisé par ($m_x = m_y = 0, m_{xy} = -m_{yx} \neq 0$) et il peut être reproduit avec le système statique de la figure 3.6. Dans ce cas, l'état de déformation de la dalle se simplifie de telle manière que l'on peut dériver un diagramme moment-courbure de torsion quadrilatérale similaire à celui pour la flexion. Ceci a été fait avec deux approches différentes par Nielsen [Nie1971] et par Marti et Kong [Mar1987a]. Dans le cas d'une armature de flexion symétrique dans les deux directions, l'expression pour le moment de torsion à l'état fissuré prend la forme suivante [Mar1987a] :

$$m_{xy} = \frac{E_c h^3}{24} (4\alpha^3 - 3\alpha + 1) \chi_{xy} \quad (3.26)$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2} + 2\bar{\rho}n - \sqrt{2n\bar{\rho}(1 + 2n\bar{\rho})} \\ n &= \frac{E_s}{E_c} \\ \bar{\rho} &= \rho \frac{d}{h} \end{aligned}$$

d'où :

$$D_{xy} = \frac{m_{xy}}{\chi_{xy}} = \frac{E_c h^3}{24} (4\alpha^3 - 3\alpha + 1) \quad (3.27)$$

D'après les équations ci-dessus, on remarque l'influence du taux d'armature de flexion ρ sur la rigidité torsionnelle fissurée dans le cas de la torsion pure. D'après l'équation (3.25), on peut écrire :

$$\beta_t = \frac{D_{xy}}{(1 - \nu)\sqrt{D_x D_y}} \quad (3.28)$$

Pour une dalle symétrique ($\rho_x = \rho_y = \rho$) on a, à l'état fissuré $D_x = D_y = EI_1$. La figure 3.5 présente la relation entre le taux d'armature ρ et le facteur β_t dans le cas de la torsion pure selon le modèle de Marti et Kong [Mar1987a] pour une dalle avec armature symétrique disposées en direction parallèle aux axes x et y . D'après cette analyse on constate que pour la torsion pure on a des valeurs de β_s supérieures à $1/8$. Généralement, les dalles sont sollicitées à la torsion et la flexion simultanément. Dans ce cas, il est raisonnable de penser que cette combinaison d'efforts engendre une perte de rigidité torsionnelle additionnelle. Le facteur $\beta_t = 1/8$ utilisé dans cette étude tient compte de la perte ultérieure de rigidité en présence des moments de flexion.

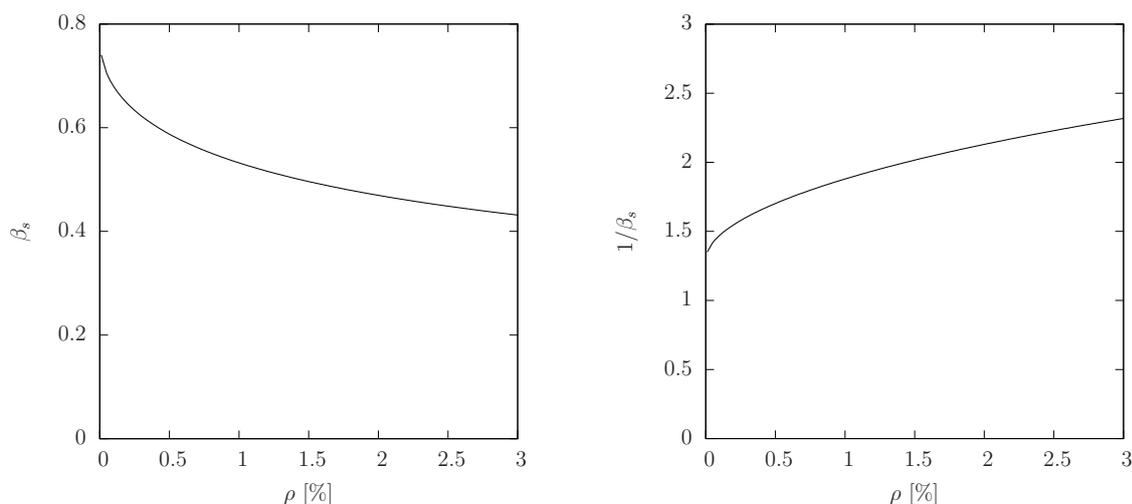


Fig. 3.5 – Relation entre le taux d'armature ρ et le facteur β_t dans le cas de la torsion pure selon le modèle de Marti et Kong [Mar1987a].

Le modèle de Nielsen–Marti est valable seulement si la dalle se trouve dans un état de torsion pure et si elle est symétrique par rapport à son plan moyen. Par contre, elle peut être non symétrique par rapport aux deux directions perpendiculaires. Toutefois, ces conditions se présentent rarement dans des cas réels. L'extension du modèle aux cas généraux est complexe car les équations ne peuvent plus être résolues de manière analytique. L'extension de ce modèle par voie numérique peut être envisagée en utilisant la méthode des éléments finis avec un approche par par couches.

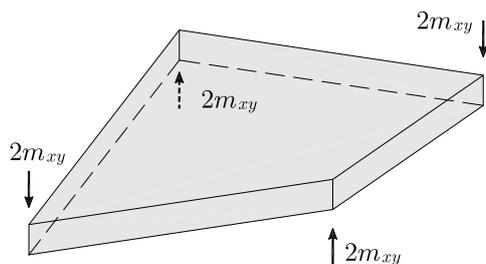


Fig. 3.6 – Charge produisant un état de torsion pure dans une dalle carrée.

3.3 Méthode de résolution

Les étapes principales de la méthode de résolution sont décrites par la suite. La charge est divisée en niveaux et pour chaque niveau, plusieurs itérations sont nécessaires pour calculer la déformée correspondante. La convergence est considérée comme atteinte lorsque la différence entre les déformations calculées dans deux itérations successives est inférieure à la tolérance souhaitée.

Lors de la première itération, on considère la dalle comme non fissurée. A chaque itération, l'équation (3.17), évaluée en tous les points de la maille, donne un système d'équations de la forme :

$$\tilde{\mathbf{K}}\mathbf{w} = \tilde{\mathbf{Q}}$$

où \mathbf{w} et $\tilde{\mathbf{Q}}$ sont respectivement les vecteurs des déplacements et des charges et $\tilde{\mathbf{K}}$ est la matrice des rigidités sécantes. Ce système contient plus de variables que d'équations car les équations écrites aux points aux bords incluent comme inconnues les déformations w des points virtuels qui sont placés à l'extérieur de la dalle. Grâce aux équations des conditions aux bords

$$\bar{\mathbf{K}}\mathbf{w} = \mathbf{0}$$

on obtient les équations nécessaires pour la résolution du problème.

Le système d'équations prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}} \\ \bar{\mathbf{K}} \end{bmatrix} \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \implies \mathbf{K}\mathbf{w} = \mathbf{Q}$$

et la solution est :

$$\mathbf{w} = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{Q}$$

Ensuite, les courbures sont calculés à partir du vecteur \mathbf{w} par dérivation partielle :

$$\mathbf{w} \Rightarrow \chi_x, \chi_y$$

Les rigidités sécantes à utiliser dans la prochaine itération peuvent être dérivées des diagrammes moment–courbure quadrilatéraux des directions x et y comme montré à la figure 3.7 :

$$\chi_x, \chi_y \Rightarrow m_x, m_y \Rightarrow D_x, D_y$$

et la rigidité à la torsion dans un point P est calculée de la façon suivante :

$$D_{xy,P} = \begin{cases} (1 - \nu)D & \text{si } m_{x,P} \text{ et } m_{y,P} \leq m_{cr} \\ \beta_t(1 - \nu)\sqrt{D_{x,P} D_{y,P}} & \text{si } m_{x,P} \text{ ou } m_{y,P} \geq m_{cr} \end{cases}$$

Une nouvelle matrice \mathbf{K} peut donc être évaluée. La procédure est répétée jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait. Ensuite, l'on passe au niveau de charge suivant.

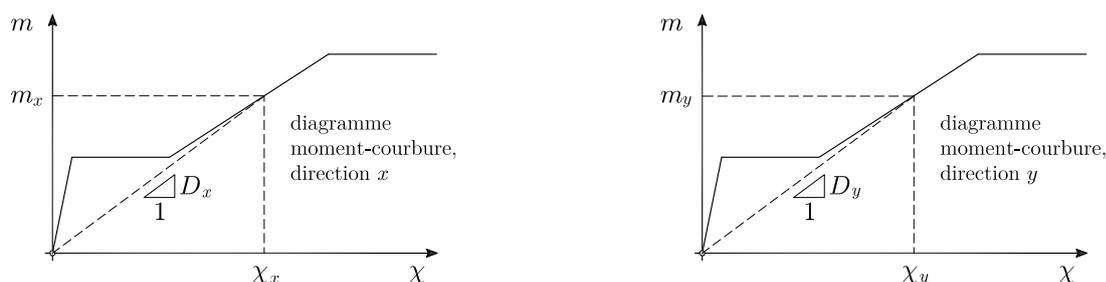


Fig. 3.7 – Calcul des rigidités sécantes.

3.4 Comparaison avec les essais

Pour vérifier les résultats du modèle exposé dans ce chapitre, une série de comparaisons a été effectuée avec des résultats expérimentaux. Par la suite, des comparaisons significatives seront montrées pour des cas de poinçonnement symétrique, non symétrique et excentré. La figure 3.8 montre la comparaison des courbes charge–rotation pour des dalles d’essai symétriques. Les dalles PT41 et PT42 font partie de la série d’essais de dalles avec barres relevées qui est décrite à l’annexe D. Les dalles PG19 et PG20 font partie d’une série d’essais de dalles effectuée par Guidotti [Gui2010]. La figure 3.9 montre la comparaison des courbes charge–rotation pour les dalles PT23, PT33 et PT34 de la série d’essais décrite à l’annexe C.

Les figures 3.10 et 3.11 montrent les comparaisons avec la série d’essais de dalles sur colonnes d’angle effectuée par Walker et Regan [Wal1987]. Cette série consiste en des planchers–dalles appuyés aux angles sur quatre colonnes. Compte tenu de la taille importante des colonnes par rapport à l’épaisseur de la dalle, les joints dalle–colonne ont été considérés comme des encastresments. La comparaison a été faite entre le déplacement vertical calculé et mesuré au centre de la dalle. Un cas particulièrement significatif est celui de la dalle SC11, fig. 3.11, qui est rectangulaire. Dans ce cas, la comparaison a été faite à trois endroits : au point central et aux deux points à mi–portée des côtés long et court de la dalle, fig. 3.11.

D’après les comparaisons présentées, on constate que le modèle et la technique de résolution numérique présentés dans ce chapitre permettent de reproduire avec une bonne approximation le comportement des dalles analysées jusqu’à la formation du mécanisme de flexion.

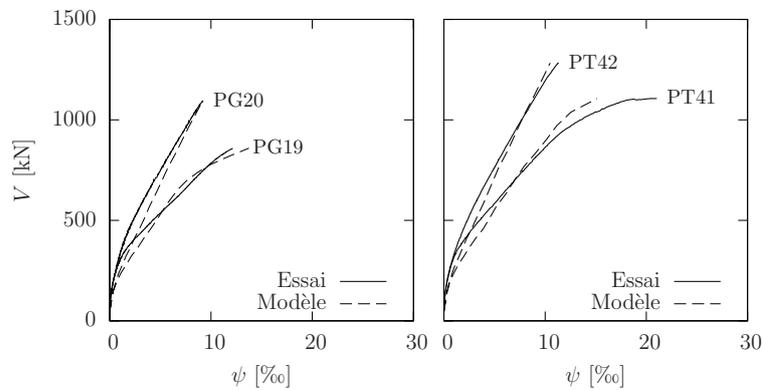


Fig. 3.8 – Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge-rotation de dalles symétriques de la série d’essais de Guidotti [Gui2010] et des dalles avec barres relevées testées par l’auteur (annexe D).

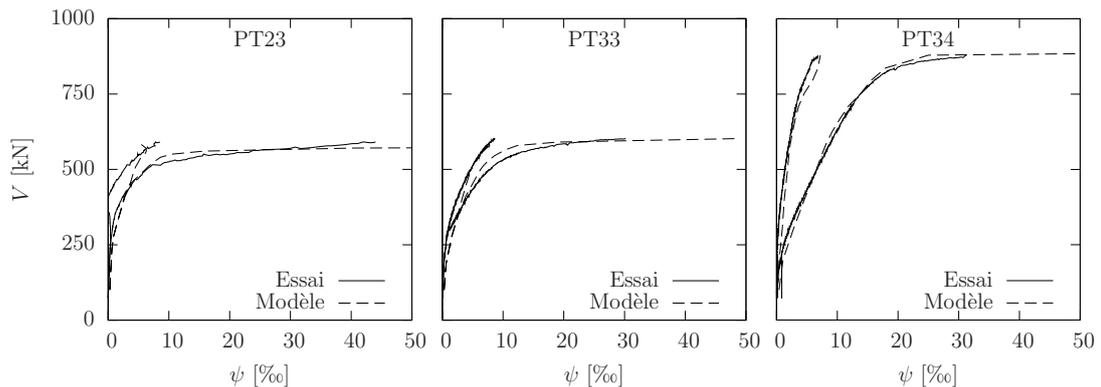


Fig. 3.9 – Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge-rotation dans deux directions perpendiculaires des dalles de la série d’essais de dalles non symétriques testées par l’auteur (annexe C).

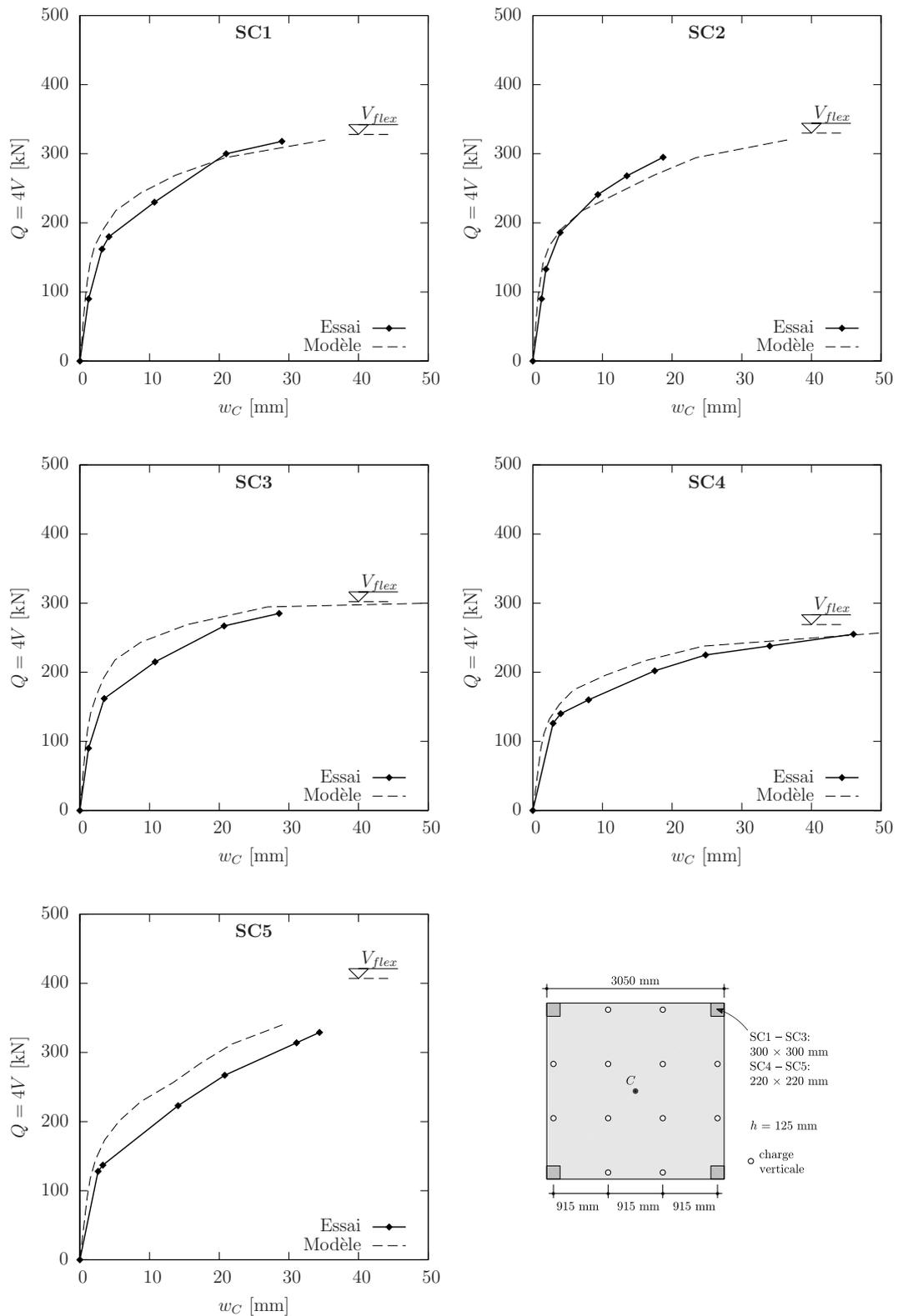


Fig. 3.10 – Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge-déplacement vertical. Série d'essais « SC » de Walker et Regan [Wal1987, Reg1979] avec épaisseur $h = 125$ mm. V = charge sur une colonne, $Q = 4V$ = charge totale sur la dalle.

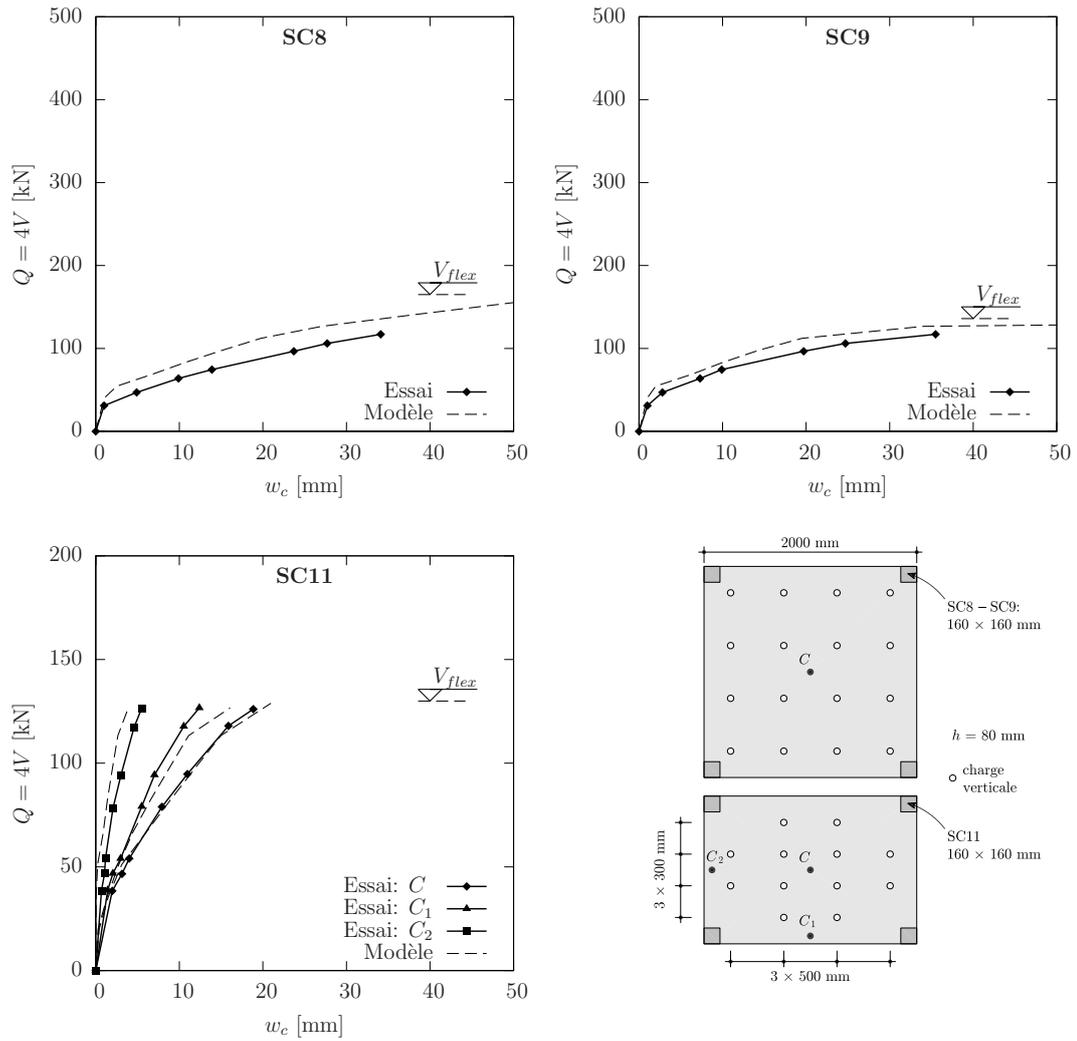


Fig. 3.11 – Comparaison entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux : courbes charge–déplacement vertical. Série d’essais « SC » de Walker et Regan [Wal1987, Reg1979] avec épaisseur $h = 80$ mm. V = charge sur une colonne, $Q = 4V$ = charge totale sur la dalle.

Chapitre 4

Poinçonnement non symétrique des dalles en béton armé

4.1 Approche par niveaux pour la détermination de la courbe charge–rotation

Comme expliqué auparavant, selon la théorie de la fissure critique, la charge de rupture par poinçonnement est déterminée par l'intersection entre la courbe du critère de rupture et la courbe charge–rotation. En admettant comme valable le critère de rupture, éq. (2.5), le problème se réduit à l'estimation de la courbe charge–rotation. Ceci peut être effectué avec plusieurs niveaux de précision qui impliquent différentes complexités de calcul. Le modèle développé au chapitre 3 permet de tenir compte du comportement non linéaire de la dalle, mais avec une complexité de calcul considérable. Par la suite, on présente des méthodes pour le calcul de la courbe charge–rotation basées sur des formules analytiques. Avant de présenter ces méthodes, on peut distinguer les quatre niveaux d'approximation suivants :

Niveau I : formules algébriques linéarisées, qui n'impliquent pas d'itérations, valables pour le pré-dimensionnement ou pour une estimation rapide de la charge de rupture.

Niveau II : formules algébriques simplifiées donnant les courbes charge–rotation pour les cas les plus courants (pour des géométries et dispositions des charges relativement simples), utilisables pour le dimensionnement

Niveau III : formules algébriques donnant les courbes charge–rotation pour des cas plus généraux. Conseillé dans les cas qui ne peuvent pas être traités avec le niveau II. Les paramètres utilisés dans les formules algébriques sont calculés au moyen d'une analyse élastique de la structure.

Niveau IV : courbes charge–rotation estimées avec une analyse non linéaire. Conseillé pour la vérification des structures existantes ou lorsqu'un degré de précision élevé est requis.

Le rapport entre la précision du calcul et la complexité du calcul pour atteindre la précision souhaitée est montré schématiquement à la figure 4.1 [Mut2003a, Mut2010].

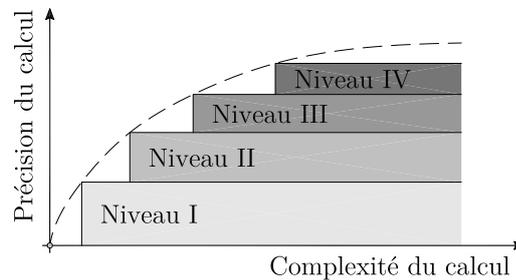


Fig. 4.1 – Illustration schématique du rapport entre précision et complexité de calcul dans un approche par niveaux [Mut2003a, Mut2010].

Selon la théorie de la fissure critique, la résistance est liée à l'ouverture de la fissure inclinée d'effort tranchant. Lors du chargement de la structure, cette ouverture est notamment influencée par la configuration de la charge externe. Pour l'analyse de cas généraux, les relations charge–rotation données devraient, en principe, tenir compte de la disposition de la charge et de la géométrie du problème. L'influence de ces paramètres n'est pas toujours présente dans les normes. Par contre, l'approche par niveaux proposée dans cette recherche permet de tenir compte de ces paramètres. Plus précisément, dans le niveau IV, ceci se fait au moyen d'un calcul non linéaire de la structure comme, par exemple, celui développé au chapitre 3. Dans le niveau III, ceci se fait au moyen du calcul élastique de la structure et en choisissant un bon paramètre qui représente l'action de la charge au voisinage de la colonne. Ce paramètre est un moment de flexion m_s calculé sur une bande d'appui b_s qui sera présenté ci-après. Le calcul élastique permet une application générale de la relation charge–rotation qui sera proposée par la suite. Au niveau II, par contre, des relations simplifiées sont introduites pour le calcul du moment m_s . Ceci permet une grande simplification du calcul.

Le travail qui suit a servi pour valider la formulation de la première version provisoire complète du Code Modèle 2010 [fib2010] et de la révision partielle du 2010 de la norme SIA 262.

4.2 Approche générale pour l'estimation de la courbe charge–rotation (niveau III)

Dans ce paragraphe une formule générale pour le calcul de la relation charge–rotation est proposée. Celle-ci est du même type que celle de l'équation (2.7) proposée par Muttoni [Mut2008a]. Cependant, des modifications importantes ont été apportées afin de permettre un domaine d'application plus grand. En effet, l'équation (2.7), qui nécessite le calcul de la charge V_{flex} , est directement applicable dans le cas d'un élément de dalle symétrique. La grandeur V_{flex} représente de manière indirecte la rigidité à la

rotation de la dalle et, dans l'équation (2.7), est comparé à la charge transmise à la colonne. La charge V_{flex} est bien adaptée aux cas symétriques. Pour ce qui est des cas non symétriques, pour lesquels la rotation devrait être calculée selon plusieurs directions, il serait judicieux de définir un paramètre représentatif de la rigidité dans plusieurs directions. De plus, comme il sera montré dans le paragraphe suivant, des planchers–dalles symétriques avec la même charge V_{flex} peuvent avoir des courbes charge–rotation différentes selon la répartition des armatures sur la colonne et en travée.

C'est pourquoi, le paramètre qui a été choisi pour représenter la rigidité à la rotation de la dalle est le moment résistant sur la colonne. Cette variable est ensuite comparée avec le moment moyen agissant dans la même région. Avec ce choix, la relation proposée pour l'estimation de la rotation radiale dans la direction i prend la forme suivante :

$$\psi_i = 1.2 \frac{r_{si} f_{si}}{d E_s} \left(\frac{m_{si}}{m_{Ri}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.1)$$

Dans cette équation, r_{si} est la distance entre le centroïde de la réaction de la colonne et le point où le moment de flexion radial est nul (fig. 4.2a). f_{si} est la limite d'écoulement des armatures de flexion dans la direction i . m_{Ri} représente la résistance à la flexion moyenne par unité de largeur de la bande d'appui b_s qui sera définie plus bas. Le paramètre m_{si} est la valeur moyenne du moment de flexion dans la bande d'appui b_s . Ce moment est calculé au moyen d'un calcul élastique linéaire non fissuré de la structure et il doit tenir compte de la composante de traction dans les armatures engendrée d'une part par le moment de flexion et d'autre part, par le moment de torsion (ce que dans la pratique est souvent appelé « moment d'armature »). Le moment m_{sx} est donné par l'équation suivante :

$$m_{sx} = \frac{1}{b_s} \int_{-b_s/2}^{b_s/2} (m_x \pm |m_{xy}|) dy \quad (4.2)$$

Les figures 4.2b,c et d donnent des exemples de la définition du moment m_{si} dans le cas d'un plancher–dalle avec colonnes encastrées.

La largeur de la bande d'appui b_s est calculée en fonction des rayons r_{si} correspondant aux moments radiaux dans la direction considérée et dans la direction perpendiculaire :

$$b_s = 1.5 \sqrt{r_{si} r_{sj}} \leq \ell_{\min} \quad \text{avec } i \perp j \quad (4.3)$$

où $\ell_{\min} = \min(\ell_i, \ell_j)$. La bande d'appui est définie en correspondance du bord de la colonne comme montré à la figure 4.2. On remarque que, pour un plancher à trame carrée $\ell \times \ell$, pour lequel on admet généralement $r_s = 0.22\ell$, on a $b_s = 0.33\ell$ qui correspond approximativement à la bande actuellement utilisée dans la norme SIA 262 [SIA2003].

Dans les zones de bord, des limitations supplémentaires concernant la bande sont à imposer à cause de la possibilité de formation de mécanismes locaux (voir [Reg1981]). A proximité des bords, cette bande doit donc être limitée à b_{sr} comme indiqué à la figure 4.3. Il faut noter que pour des colonnes de bord et d'angle simplement appuyées,

la valeur de r_s tombe vers zéro. Dans ce cas, une valeur limite minimale de r_{si} est fixée à $2/3b_{sr}$ afin de considérer la largeur de la bande qui assure la transmission des moments de torsion.

Le moment m_s est calculé au moyen d'un calcul élastique linéaire non fissuré de la structure. Ceci signifie que, pour une géométrie et une distribution de charge données, sa valeur est fonction de la charge appliquée et, par conséquent, de la valeur de la réaction de la colonne V . Ainsi, l'équation 4.1 peut être écrite sous la forme suivante :

$$\psi_i = 1.2 \frac{r_{si}}{d} \frac{f_{si}}{E_s} \left(\frac{V}{a_i^* m_{Ri}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.4)$$

dans laquelle :

$$a_i^* = \frac{V}{m_{si}} \quad (4.5)$$

L'équation (4.4), qui donne la relation explicite entre la charge et la rotation, peut être utilisée de manière directe pour la représentation de la courbe charge-rotation.

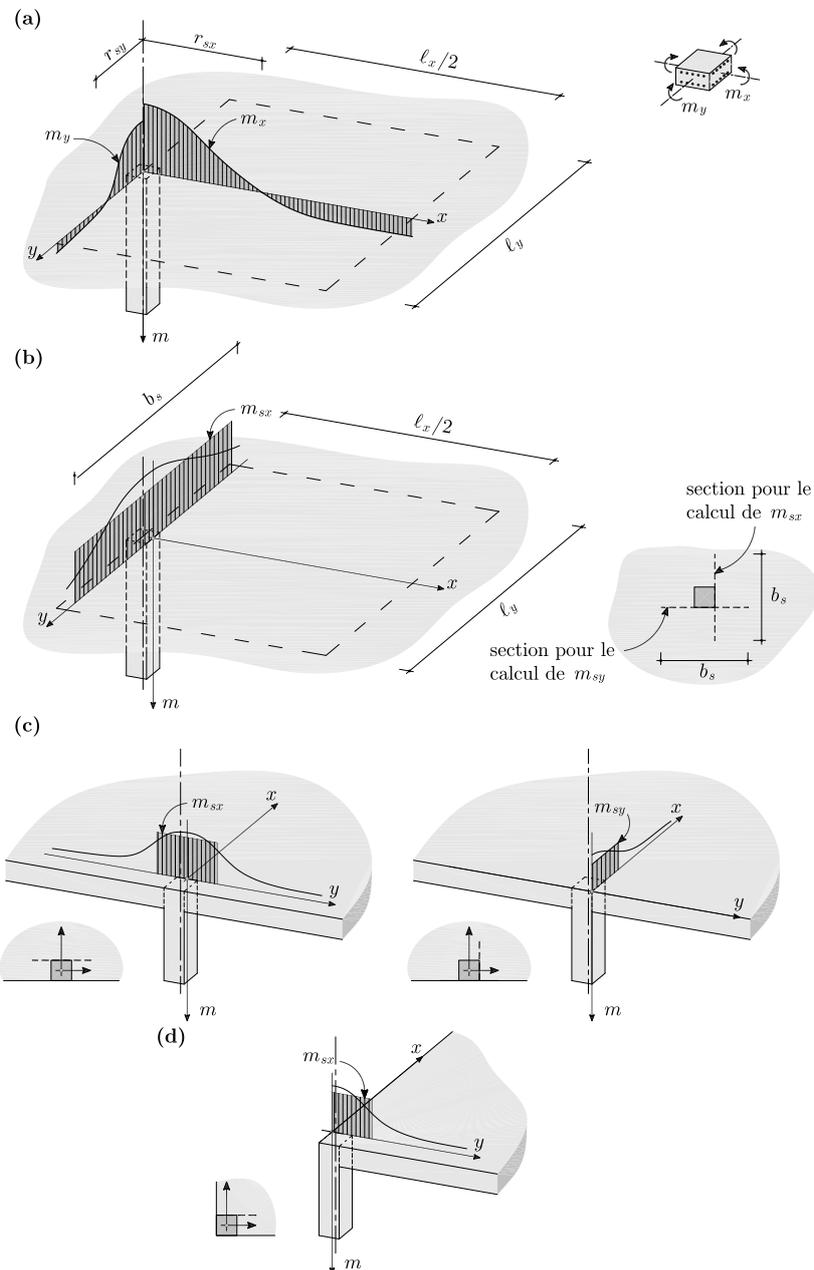


Fig. 4.2 – Définition des paramètres nécessaires pour l'estimation des rotations d'un plancher-dalle à trame rectangulaire $l_x \times l_y$ avec $l_x > l_y$ au moyen de l'équation (4.1) : (a) r_s ; (b) m_s pour les colonnes centrales; (c) m_s pour les colonnes de bord; (d) m_s pour les colonnes d'angle.

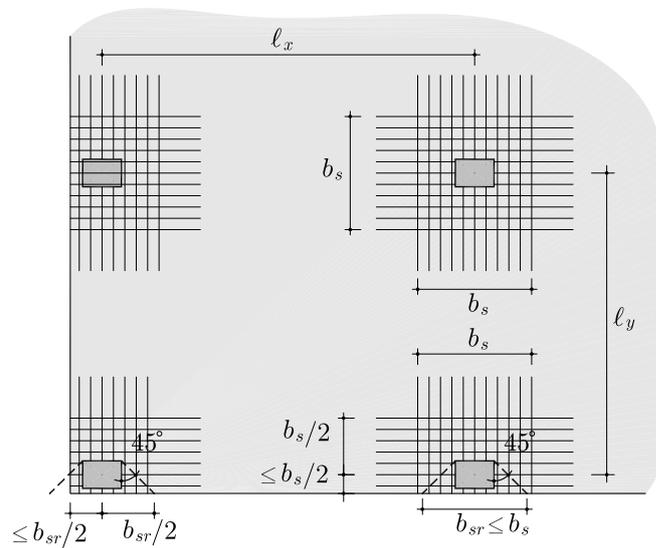


Fig. 4.3 – Définition de la bande d'appui pour le calcul des paramètres m_{si} et m_{Ri} de l'équation (4.1).

4.2.1 Influence de la disposition des armatures sur la courbe charge–rotation

Afin de mieux comprendre l'influence de la répartition des armatures d'un plancher-dalle sur la réponse en termes de rotations autour de la colonne, une analyse paramétrique sur un plancher carré a été effectuée. La figure 4.4 montre la géométrie considérée ainsi que la charge appliquée et les mécanismes de flexion possibles. Le tableau 4.1 donne les variables principales utilisées dans l'analyse paramétrique. Les charges V_{flex} ont été calculées avec la méthode des lignes de rupture [Joh1962] pour les mécanismes indiqués à la figure 4.4.

Les planchers analysés sont caractérisés par la même charge V_{flex} . Cependant, celle-ci est obtenue avec différentes dispositions de l'armature de flexion. Plus précisément, les quantités d'armature sur appui et en travée ont été variées de manière que la charge V_{flex} donnée par le mécanisme déterminant reste la même. La variable principale de l'analyse est donc le taux d'armature supérieur sur colonne ρ_1^- . Le taux d'armature supérieur en travée ρ_2^- a été maintenu constant à 0.20% alors que le taux d'armature inférieure en travée a été varié afin de maintenir la charge V_{flex} constante. Le plancher PD30 est caractérisé par un ρ_1^- particulièrement faible pour favoriser l'activation du mécanisme de rupture local (fig. 4.4c).

Tab. 4.1 – Données principales des planchers-dalles de l'analyse paramétrique.

Analyse	ρ_1^- [%]	ρ_2^- [%]	ρ^+ [%]	V_{flex} [kN]	m_R [kNm/m]	Mécanisme de rupture
PD150	1.50	0.20	0.30	1607	296	1
PD105	1.05	0.20	0.42	1607	241	1
PD075	0.75	0.20	0.50	1607	156	1
PD030	0.30	0.20	0.73	1607	65	2

$h = 250$ mm, $d = 200$ mm, $c = 260$ mm, $f_c = 40$ MPa, $f_s = 550$ MPa,
 $E_s = 205000$ MPa, $\ell_x = \ell_y = 6$ m

La déformée de la dalle a été calculée avec le modèle présenté au chapitre 3. Comme l'a remarqué par Guandalini [Gua2005], la rotation radiale subit une variation importante autour de la colonne et se stabilise à une distance variable entre $2d$ et $4d$, qui dépend du taux d'armature et des conditions de bord. Ce phénomène a été également constaté dans l'analyse effectuée. La figure 4.5 présente les déformées et les rotations selon la direction x des planchers-dalles analysées. Une analyse paramétrique relativement étendue sur ce sujet, qui a été conduite par Guandalini [Gua2005], a montré qu'il est approprié de considérer la rotation maximale comme paramètre fondamental pour le calcul de la résistance au poinçonnement.

Le calcul élastique a montré que pour les planchers-dalles analysés, le rapport V/m_s est égal à 6.57 et que la ligne de moment radial nul se situe à une distance $r_s = 0.21\ell$, proche de la valeur 0.22ℓ qui est souvent utilisée pour ce type de structures.

Les courbes $V - \psi$ obtenues sont montrées à la figure 4.6. L'analyse montre la forte

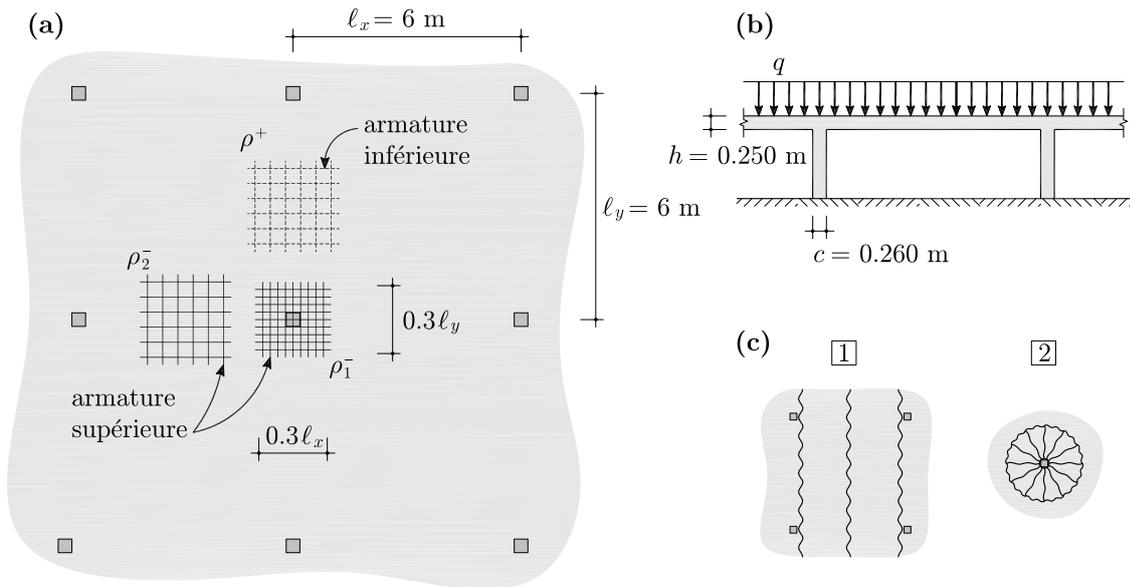


Fig. 4.4 – Analyse numérique effectuée sur un plancher-dalle à trame carré : (a) schéma de la disposition des armatures ; (b) charge appliquée ; (c) mécanismes considérés (global 1 et local 2).

corrélation entre la rotation de la dalle et le taux d'armature sur colonne. Une diminution de ce taux, qui est accompagnée par une diminution du moment m_R , provoque une perte de rigidité. Cette perte n'est pas totalement compensée par l'augmentation du taux d'armature en travée, nécessaire pour maintenir constante la charge V_{flex} . Par conséquent, la courbe charge-rotation devient moins rigide. Cette perte de rigidité n'est pas présente dans la courbe donnée par l'équation (2.7) car la charge V_{flex} est la même pour les quatre planchers-dalles.

La figure 4.7 montre la comparaison entre les courbes charge-rotation calculées numériquement et celles calculées avec l'équation (4.1). On constate que la relation charge-rotation reproduit la variation de rigidité des structures analysées et que, pour une rotation donnée, l'estimation de la charge devient plus prudente lors que le moment m_R diminue. Un comportement similaire a également été constaté pour les courbes charge-rotation des éléments de dalle isolés estimées avec la relation (2.7) [Mut2008a].

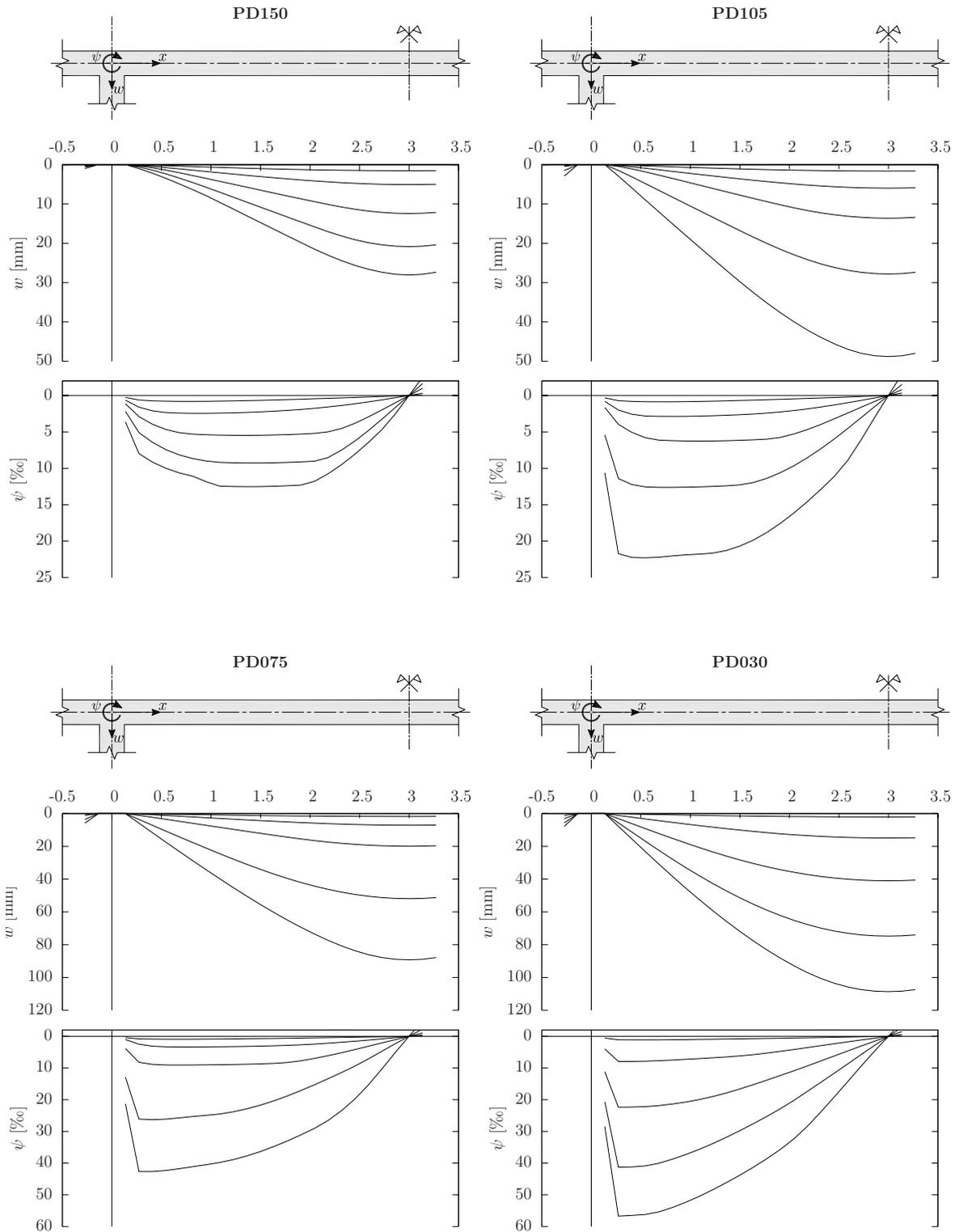


Fig. 4.5 – Déformées et rotations des planchers-dalles analysés pour devers niveaux de charge : 20–40–60–80–90% de V_{flex} (voir tableau 4.1 et figure 4.4).

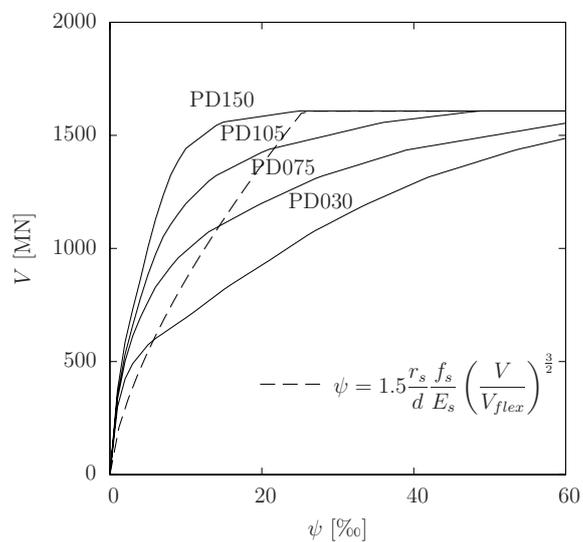


Fig. 4.6 – Courbes charge-rotation des planchers-dalles analysés calculées avec le modèle non linéaire (ligne continue) et avec l'équation (2.7) (ligne discontinue).

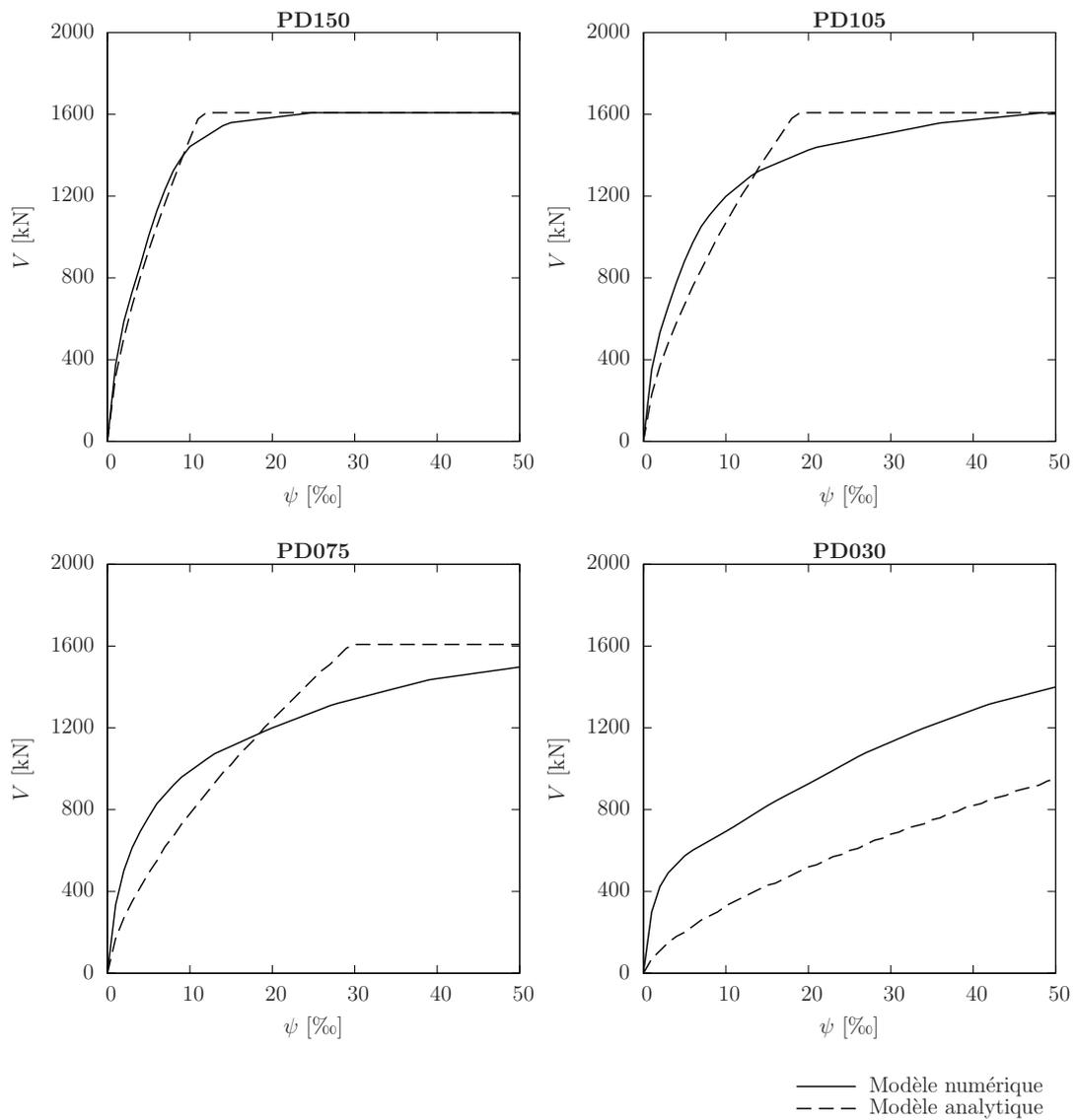


Fig. 4.7 – Comparaison entre les courbes charge–rotation des planchers–dalles analysés calculées avec le modèle non linéaire (ligne continue) et estimées avec l’équation (4.4).

4.2.2 Influence des portées sur la courbe charge–rotation

Par rapport à l'équation (2.7), dans l'équation (4.1) proposée, la définition du paramètre r_s a été généralisée pour tenir compte de la direction analysée. Ce paramètre est fonction, entre autres, de la portée de la dalle.

Afin de mieux comprendre l'influence des portées sur la courbe charge–rotation de la dalle, une analyse paramétrique similaire à la précédente a été conduite pour un plancher-dalle à trame rectangulaire, fig. 4.8. Le rapport entre les portées $\lambda = \ell_x/\ell_y$ a été varié de 1 à environ 3 tout en maintenant la même charge sur la colonne, c'est-à-dire en maintenant constante la surface d'influence de la colonne.

Dans cette analyse, des valeurs de dimensionnement et des caractéristiques des matériaux ont été employées pour effectuer un dimensionnement des armatures le plus réaliste possible. La charge de dimensionnement utilisée est $q_d = 42.5 \text{ kN/m}^2$ et les taux d'armature ont été choisis en tenant compte d'une disposition raisonnable des barres d'armature. Le tableau. 4.2 montre les données principales de l'analyse et le tableau. 4.3 donne les résultats de l'analyse élastique nécessaires pour l'estimation de la courbe charge–rotation selon l'équation (4.4).

A titre d'exemple, la figure 4.9 montre les déformées à plusieurs niveaux de charge des planchers PD1 (à trame carrée) et PD2 (à trame rectangulaire). En raison de la symétrie du problème, seulement un quart du plancher a été calculé. Sur la figure 4.9, le centre de la colonne correspond à l'origine des axes x et y .

Il faut remarquer que le choix des portées a été influencé par le maillage utilisé dans l'analyse aux différences finies. La charge sur la colonne n'est donc pas tout à fait constante mais les fluctuations n'ont pas une importance significative dans le cadre de cette analyse. Une meilleure précision pourrait certainement être obtenue en affinant la maille.

Sur la figure 4.10, les courbes charge–rotation obtenues sont comparées avec les estimations calculées avec l'équation (4.4). Cette comparaison montre que les courbes analytiques donnent une bonne approximation du calcul non linéaire dans les deux directions.

Tab. 4.2 – Données principales des planchers de l'analyse paramétrique.

Analyse				direction x			direction y		
	ℓ_x [m]	ℓ_y [m]	λ [-]	ρ_1^- [%]	ρ_2^- [%]	ρ^+ [%]	ρ_1^- [%]	ρ_2^- [%]	ρ^+ [%]
PD1	6.00	6.00	1.00	1.50	0.43	0.37	1.50	0.43	0.37
PD2	8.84	4.16	2.13	2.52	1.20	0.80	1.50	0.37	0.37
PD3	10.4	3.64	2.86	3.10	2.13	1.20	1.50	0.37	0.37

$h = 250$ mm, $d = 210$ mm, $f_{cd} = 24$ MPa, $f_{sd} = 435$ MPa, $E_s = 205000$ MPa

Tab. 4.3 – Résultats de l'analyse élastique.

Analyse	λ	$b_s/\sqrt{\ell_x\ell_y}$	direction x		direction y	
			r_s/ℓ	V/m_s	r_s/ℓ	V/m_s
PD1	1.00	0.311	0.207	6.57	0.207	6.57
PD2	2.13	0.346	0.205	4.85	0.260	7.81
PD3	2.86	0.381	0.206	4.04	0.313	8.39

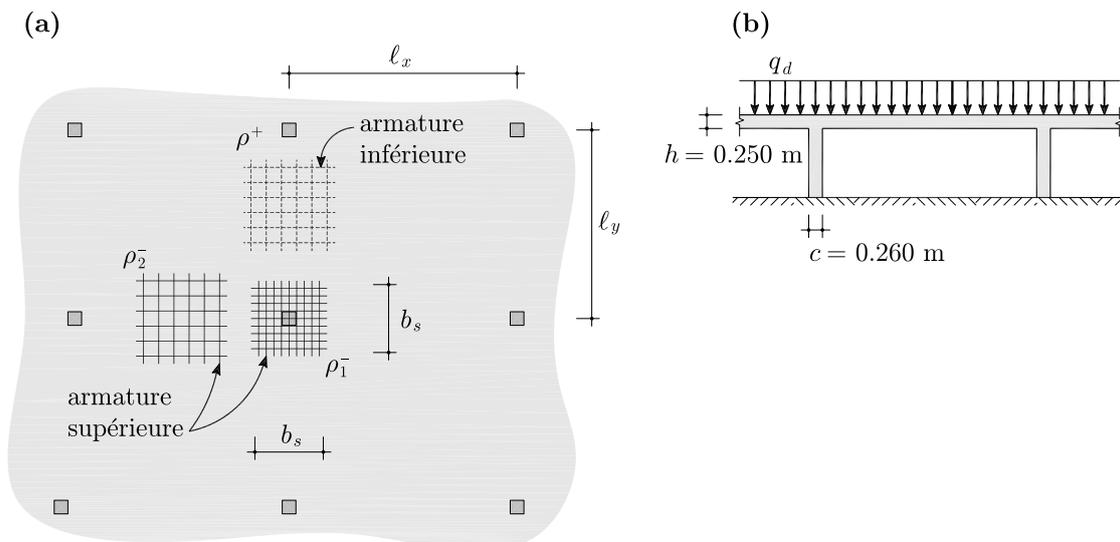


Fig. 4.8 – Schéma (a) du plancher-dalle à trame rectangulaire analysé et (b) de la charge appliquée.

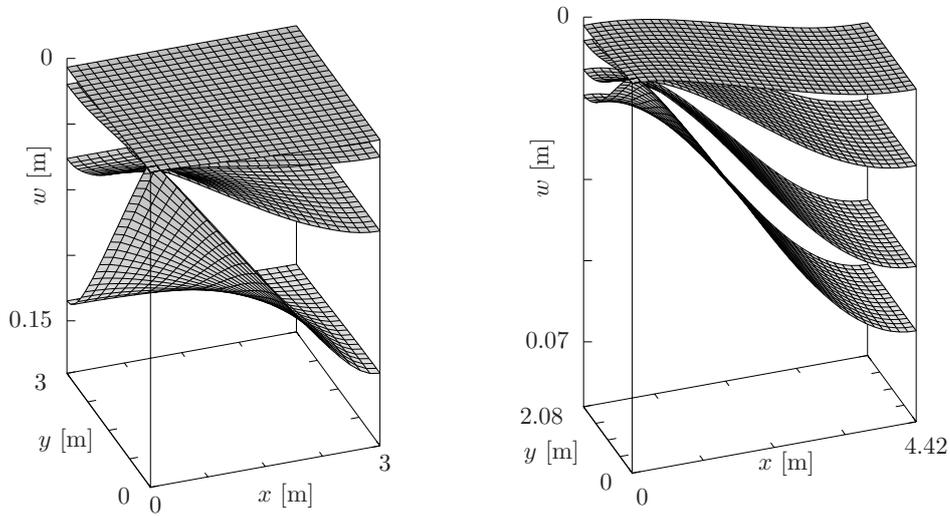


Fig. 4.9 – Vue 3D de la déformée des planchers PD1 et PD2 à divers niveaux de charge : 30–60–90–99% de V_{flex} . Représentation de de un quart de dalle.

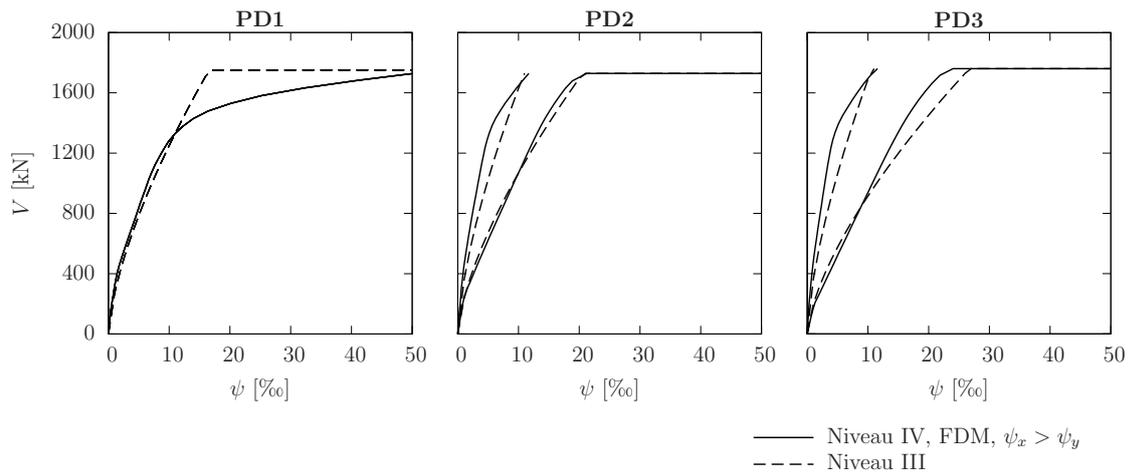


Fig. 4.10 – Comparaison des courbes charge–rotation résultant du calcul non linéaire des planchers analysés avec celles estimées avec l'équation (4.4).

4.2.3 Comparaison de la courbe charge–rotation avec les essais de la littérature

Ce paragraphe présente des comparaisons effectuées entre la relation analytique charge–rotation proposée, éq. (4.4), et des relations expérimentales dérivées d’essais de la littérature. Celles–ci ont été faites pour des cas de colonnes intérieures ainsi que pour des cas de colonnes de bord et d’angle.

La figure 4.11 montre les comparaisons dans le cas de dalles avec colonne intérieures. Les essais réalisés dans le cadre de cette recherche ou par d’autres auteurs ont été considérés. Les dalles PT31 à PT34 et PT22 sont décrites à l’annexe C. Les dalles AM02 et AM03 font partie d’une série d’essais de poinçonnement de dalles avec colonnes rectangulaires effectuées au Laboratoire de construction en béton de l’Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne [Lip2009]. La dalle OC13–0.63 fait partie d’une série d’essais de poinçonnement de dalles sur colonnes rectangulaires effectuées par Teng et al. [Ten2004] ainsi que la dalle 8 qui a été testée par Hawkins et al. [Haw1971].

La figure 4.12 présente la comparaison avec la série d’essais effectuée par Andersson en 1966 [And1966]. Cette série consistait en trois éléments de dalle sur colonnes de bord. La figure 4.13 présente la comparaison avec la série effectuée par Ingvarsson en 1974 [Ing1974]. Cette série consistait en quatre planchers–dalles complets avec quatre colonnes d’angle. D’après ces comparaisons, on peut constater que la relation charge–rotation (4.4) donne une estimation réaliste du comportement des dalles analysées.

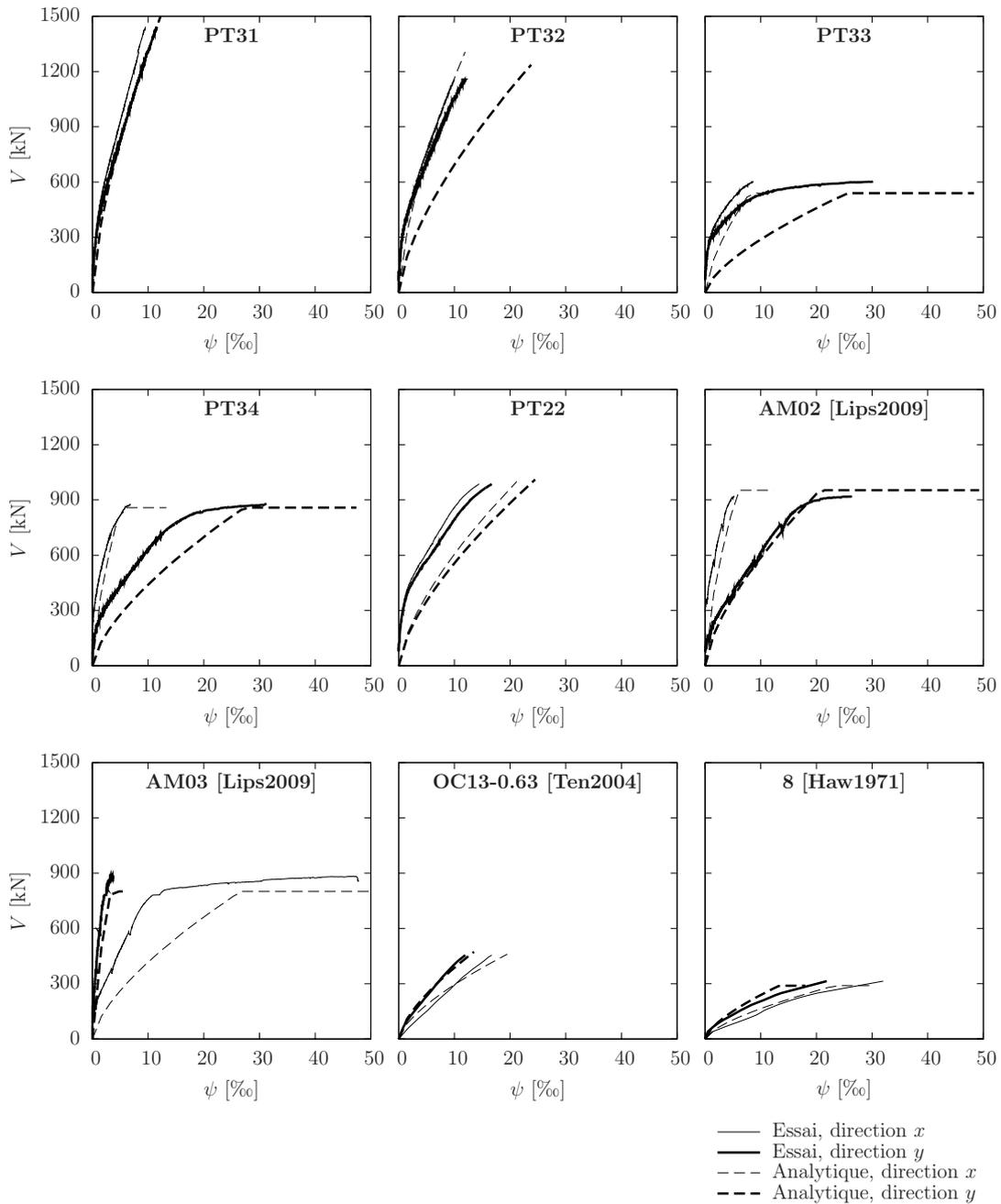


Fig. 4.11 – Comparaison des courbes charge–rotation expérimentales des essais de poinçonnement de dalles sur colonnes intérieures de la littérature avec les courbes charge–rotation calculées avec l’équation (4.4).

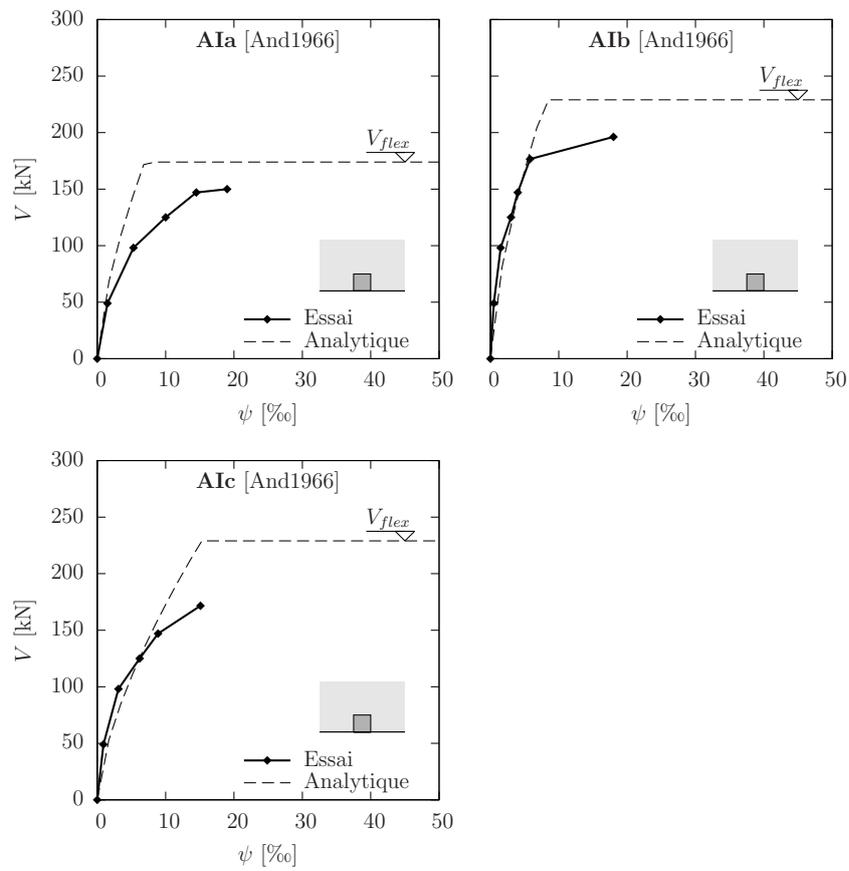


Fig. 4.12 – Comparaison des courbes charge-rotation de la série d’essais d’Andersson [And1966] avec les courbes charge-rotation calculées avec l’équation (4.4). Colonnes de bord.

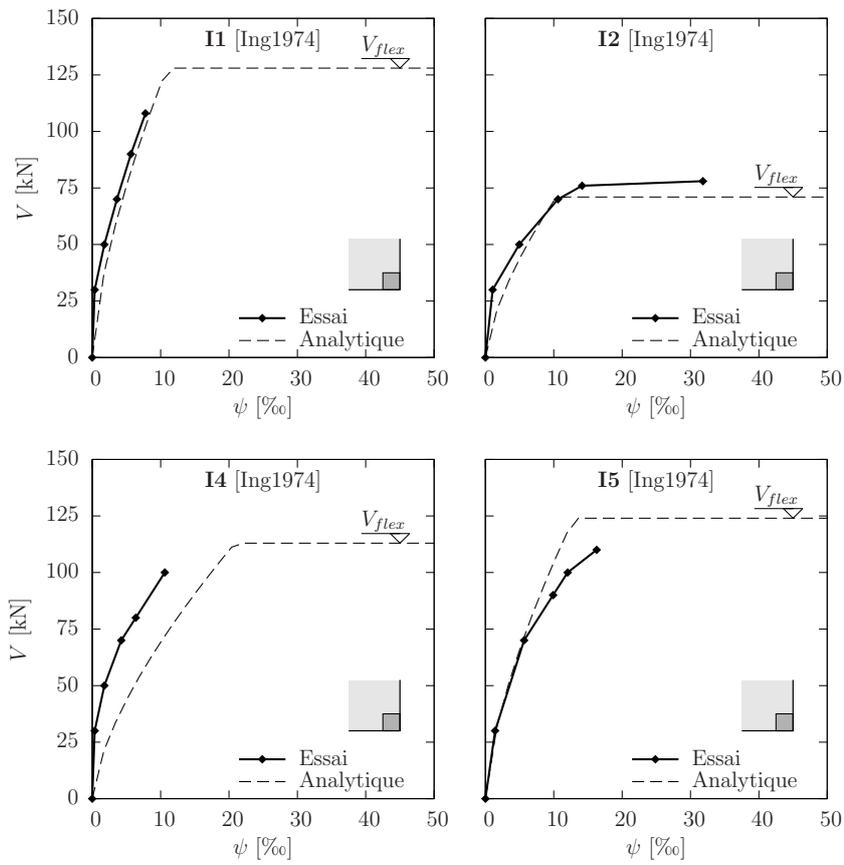


Fig. 4.13 – Comparaison des courbes charge–rotation de la série d’essais d’Ingvarsson [Ing1974] avec les courbes charge–rotation calculées avec l’équation (4.4). Colonnes d’angle.

4.3 Approche simplifiée pour l'estimation de la courbe charge–rotation (niveau II)

La méthode présentée au paragraphe précédent nécessite d'effectuer une modélisation élastique–linéaire de la structure pour déterminer les paramètres m_s et r_s . Pour les cas les plus courants dans la pratique, il est utile d'avoir également une approche qui ne nécessite pas de modélisation élastique de la structure.

Dans ce cas, le moment de comparaison m_{si} peut être calculé en fonction de la charge V par des relations simplifiées comme proposé par la norme Suisse SIA 262 [SIA2003]. Ces relations peuvent être adaptées pour tenir compte du moment non balancé de la manière suivante :

$$m_{si} = \frac{V}{8} + \left| \frac{M_i - V\Delta e_i}{t b_s} \right| \geq \frac{V}{a_{\max}} \quad (4.6)$$

Dans l'équation ci-dessus, M_i est le moment en tête de la colonne et Δe_i représente la distance du centroïde du périmètre de contrôle au centre de la colonne dans la direction considérée, fig. 4.14. Pour le calcul de Δe_i , on peut utiliser, sans commettre d'erreur importante, un périmètre de contrôle simplifié comme illustré schématiquement à la figure 4.14. Le terme $M_i - V\Delta e_i$ indique donc le moment transmis par la dalle à la colonne par rapport au centroïde du périmètre de contrôle dans la direction considérée. Les facteurs a_{\max} et t dépendent du type de colonne considérée comme montré schématiquement à la figure 4.15 :

- Pour les colonnes centrales

$$a_{\max} = 8 \quad , \quad t = 2$$

- Pour les colonnes de bord :

- calcul de m_{si} dans la bande d'appui perpendiculaire au bord

$$a_{\max} = 4 \quad , \quad t = 2$$

- calcul de m_{si} dans la bande d'appui parallèle au bord

$$a_{\max} = 8 \quad , \quad t = 1$$

- Pour les colonnes d'angle

$$a_{\max} = 2 \quad , \quad t = 1$$

La valeur du paramètre t dépend de la manière dont le moment est transféré entre la dalle et la colonne, comme montré à la figure 4.15. Pour les cas dans lesquels le moment peut être transmis des deux côtés de la colonne, $t = 2$. Quand le moment peut être transmis seulement d'un côté de la colonne, $t = 1$. Ces considérations peuvent être étendues pour déterminer le paramètre t dans d'autres situations comme, par exemple, le cas des évidements.

En ce qui concerne le paramètre r_{si} , dans le cadre d'une méthode simplifiée, on peut supposer $r_{si} \approx 0.22\ell_i$. Dans un plancher–dalles à trame rectangulaire, cette hypothèse

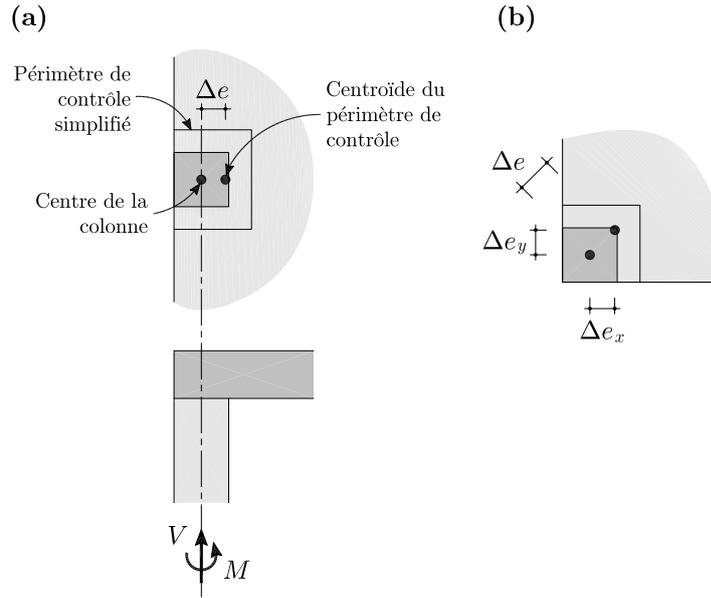


Fig. 4.14 – Périmètre de contrôle simplifié pour le calcul de la distance entre le centre de la colonne et le centroïde du périmètre de contrôle : (a) colonne de bord ; (b) colonne d'angle.

est justifiée si les portées ne sont pas trop différentes. C'est pourquoi, l'approche simplifiée est recommandée dans les cas où le rapport entre les portées ℓ_x/ℓ_y se situe entre 0.5 et 2.0.

Avec les expressions du moment de comparaison proposées, une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux peut être obtenue avec une expression de la rotation de la forme suivante :

$$\psi_i = 1.5 \frac{r_{si} f_{si}}{d E_s} \left(\frac{V}{a_i^* m_R} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.7)$$

où, par rapport à l'équation (4.4) le coefficient 1.2 est remplacé par 1.5, et le paramètre a_i^* peut être calculé avec la relation :

$$a_i^* = \frac{V}{m_{si}} = \frac{1}{\frac{1}{8} + \left| \frac{e_{ui}}{t b_s} \right|} \leq a_{\max} \quad (4.8)$$

où :

$$e_{ui} = \frac{M_i}{V} - \Delta e_i \quad (4.9)$$

La figure 4.16 montre les valeurs de $a_i^* = V/m_{si}$ tirées de l'analyse élastique des essais considérés (voir annexe B) et les courbes obtenues avec l'équation (4.8). En général, le calcul élastique montre qu'une augmentation de l'excentricité implique une diminution de a^* dans la direction correspondante. Cette tendance est aussi bien captée par les courbes données par l'équation (4.8). On remarque que, pour le calcul de m_{si} dans la bande d'appui perpendiculaire au bord des colonnes de bord, fig. 4.16d, la valeur constante 4 représente une valeur moyenne autour de laquelle se situent les points relatifs au calcul élastique–linéaire des essais.

4.4 Approche simplifiée de niveau I

Une simplification ultérieure qui peut être faite lorsqu'une dalle est dimensionnée avec une analyse élastique est d'admettre que le rapport $\frac{m_{si}}{m_{Ri}}$ est égale à 1. La charge de rupture peut alors être estimée de manière prudente avec la rotation suivante :

$$\psi_i = 1.5 \frac{r_{si}}{d} \frac{f_{si}}{E_s} \quad (4.10)$$

4.5 Facteur d'excentricité pour le calcul de la résistance au poinçonnement excentré

La courbe charge–rotation de la dalle en combinaison avec le critère de rupture permet de calculer la résistance au poinçonnement. L'excentricité a un double effet sur la résistance au poinçonnement car, d'une part, elle augmente l'ouverture de la fissure critique et, d'autre part, elle engendre une concentration de l'effort tranchant. Le premier effet est pris en compte dans le calcul de la courbe charge–rotation. Pour tenir compte de la concentration de l'effort tranchant on peut utiliser l'approche de la réduction du périmètre de contrôle comme proposé par la norme Suisse SIA 262 de 2003 [SIA2003] (voir paragraphe 2.3.2).

Compte tenu que l'effort tranchant maximal par unité de longueur est évalué sur le périmètre de contrôle (qui se situe à une distance $d/2$ du bord de la colonne), dans cette étude on propose une réduction du périmètre de contrôle au moyen du facteur suivant :

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (4.11)$$

où b_u est le diamètre d'un cercle de même surface que la région à l'intérieur du périmètre de contrôle et :

$$e_u = \left| \frac{M}{V} - \Delta e \right| \quad (4.12)$$

Dans la relation ci-dessus, M est le moment non balancé et Δe est la distance entre le centre de la colonne et le centroïde du périmètre de contrôle dont le calcul peut être fait de manière simplifiée en considérant le périmètre de contrôle approximé comme indiqué à la figure 4.14.

D'après l'équation (2.5), la charge de rupture par poinçonnement peut être écrite de la manière suivante :

$$V_R = k_\psi k_e b_0 d \sqrt{f_c} \quad \text{avec} \quad k_\psi = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (4.13)$$

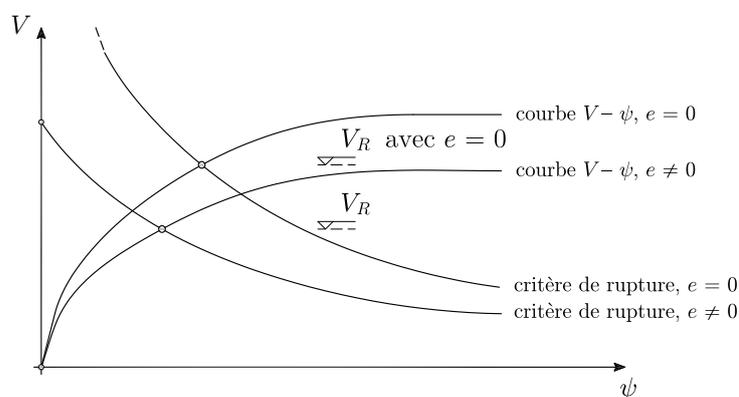


Fig. 4.17 – Calcul de la résistance au poinçonnement excentré selon la théorie de la fissure critique et double effet de l'excentricité sur la charge de rupture.

Si la résistance par unité de longueur v_R est constante, comme par exemple dans le cas de l'Eurocode 2 et de l'ACI318-08, la charge V_R est proportionnelle à la charge V_R calculée pour $e = 0$. Ceci n'est pas le cas de la théorie de la fissure critique, comme montré à la figure 4.17. Cette figure met également en évidence les deux effets de l'excentricité sur la charge de rupture par poinçonnement. Le premier, qui concerne la concentration de l'effort tranchant, est pris en compte par le facteur k_e et engendre une translation vers le bas de la courbe du critère de rupture. Le second, concernant l'augmentation de l'ouverture de fissure, est pris en compte dans le calcul de la courbe charge-rotation (paramètre m_s et r_s) qui devient moins rigide.

4.6 Comparaison avec les essais de poinçonnement excentré

La méthode proposée pour le calcul de la résistance au poinçonnement consiste en une extension de la méthode proposée par Muttoni [Mut2008a] pour le cas du poinçonnement symétrique. Pour cela, deux modifications ont été introduites : la première concerne le calcul de la courbe charge-rotation et la deuxième concerne le facteur k_e pour la réduction du périmètre de contrôle. Pour en vérifier la validité, dans ce paragraphe, la méthode proposée est comparée avec les résultats expérimentaux de poinçonnement excentré.

En laboratoire, l'excentricité peut être produite de plusieurs façons. De manière simplifiée, on peut résumer les méthodes expérimentales principales avec les schémas de la figure 4.18. Selon la figure 4.18a, on peut placer des charges différentes des deux côtés d'un élément de dalle et, ensuite, mesurer la réaction de la colonne. Un exemple de cette méthode est utilisé dans [Haw1989]. Inversement, on peut appliquer les charges

directement à la colonne en ayant prévu un système de fixation aux bords du spécimen, fig. 4.18b. Ce système a été utilisé par Zaghlool et Paiva [Zag1973] pour des colonnes d'angle. Une autre façon est d'appliquer la charge verticale directement avec l'excentricité souhaitée (fig. 4.18c). Ce système a été employé, par exemple, dans [Els1956] et [Moe1961] pour des colonnes centrales et dans [And1966] pour des colonnes de bord. De manière générale, on peut charger un plancher-dalle complet et mesurer les réactions des colonnes comme montré à la figure 4.18d. Des exemples de ce système peuvent être vus dans [Wal1987] et [Zag1970] pour des colonnes d'angle, dans [Sud2001] pour des colonnes d'angle et de bord et dans [She1996] pour des colonnes centrales et de bord.

On constate que, dans un essai de poinçonnement excentré sur un élément de dalle, les conditions réelles de la structure sont difficiles à reproduire. Ceci est dû, d'une part, à la configuration de la charge et, d'autre part, à l'application des conditions d'appuis. Généralement, on se base sur le fait que la ligne de moment radial nul est placée à $0.22l$ de la colonne. Avec cette hypothèse, qui n'est valable que si $e = 0$, on détermine la taille de l'élément et la position des appuis linéaires, figs. 4.18a,b et c. Cependant, dans le cas où $e \neq 0$, la ligne de moment radial nul se situe à une distance différente et les appuis linéaires ne représentent pas exactement la condition réelle le long de cette ligne. Malgré le fait que l'essai sur une structure complète représente au mieux les conditions réelles, les essais sur éléments de dalle avec une seule colonne ont été largement utilisés à cause de leur simplicité.

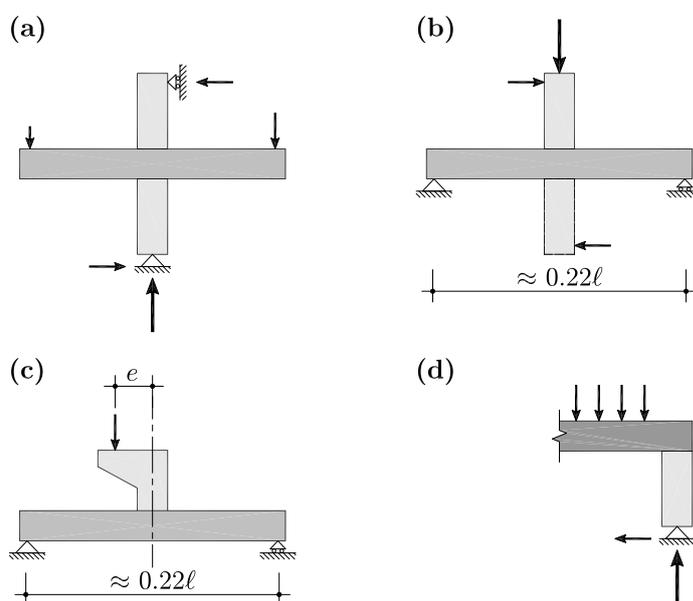


Fig. 4.18 – Diverses méthodes d'essais de poinçonnement excentré : (a) application de forces horizontales non symétriques à la dalle ; (b) application de forces horizontales ; (c) application de charge verticale excentrée ; (d) mesure de la réaction horizontale d'une colonne d'angle ou de bord.

4.6.1 Validation expérimentale

La figure 4.19 montre la comparaison entre la charge de rupture des essais considérés ($V_{R,test}$) et celle calculée ($V_{R,calc}$) par les méthodes proposées (niveau II et niveau III) ainsi que par l'Eurocode 2. Le rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ est présenté en fonction de l'excentricité au moyen du paramètre adimensionnel e_u/b_u . Dans la figure 4.20, on présente la comparaison sous une forme différente qui est souvent utilisée dans la littérature et met en évidence l'influence de l'excentricité sur la résistance au poinçonnement (voir par exemple [Moe1961, Nöl2001]). Le rapport $V_R/(k_\psi b_0 d \sqrt{f_c})$ est représenté en fonction de e_u/b_u et est comparé avec la courbe de l'équation (4.11).

Les résultats statistiques de la comparaison sont montrés dans tableau 4.4 pour les diverses séries d'essai analysées et pour les trois types de poinçonnement (colonnes intérieures avec moment, colonnes de bord et d'angle). Des informations détaillées sur les essais considérés sont données à l'annexe B.

En général, les méthodes proposées montrent une bonne corrélation entre la charge mesurée et la charge calculée. Pour les colonnes intérieures, le niveau II donne une moyenne de 1.12 et un coefficient de variation de 11.9%. Dans le cas de colonnes de bord, on obtient 1.23 et 15.2% alors que pour les colonnes d'angle on obtient 1.21 et 14.7%. Avec la méthode du niveau III, on obtient 1.06 et 10.6% pour les colonnes centrales, 1.06 et 13.4% pour les colonnes de bord et 1.07 et 12.0% pour les colonnes d'angle. Ces valeurs montrent une amélioration de l'estimation de la charge de rupture par rapport au niveau II.

On constate que le niveau III permet d'obtenir des résultats très satisfaisants. Pour les colonnes intérieures avec moment, on obtient des valeurs de la moyenne et du coefficient de variation comparables avec celles obtenues dans le cas du poinçonnement symétrique [Mut2008a]. En passant du niveau II au III, on remarque que la précision augmente sensiblement pour les essais avec colonnes d'angle et de bord. En effet, la méthode du niveau III appliquée à ces cas permet d'obtenir un degré de précision similaire à celui des colonnes intérieures avec moment, fig. 4.19, et sans moment [Mut2008a]. Ceci est dû aux simplifications de la méthode du niveau II. Comme signalé auparavant, cette méthode est conçue pour des cas de géométrie relativement régulière, ce qui n'est pas toujours le cas dans les essais analysés. Toutefois, on peut constater qu'avec cette méthode, on obtient des valeurs prudentes.

Avec la méthode proposée par l'EC2, on obtient des valeurs statistiques de moyenne et de coefficient de variation supérieurs par rapport à la méthode générale. Pour les colonnes centrales, les valeurs calculées sont 1.14 et 14.5%, pour les colonnes de bord on a 1.08 et 21.3% alors que pour les colonnes d'angle on obtient 1.44 et 22.7%, respectivement. On peut remarquer les valeurs relativement élevées du coefficient de variation. Ce comportement a également été observé par Vocke [Voc2002]. De plus, les figures 4.19b et c montrent que, pour les essais sur colonnes de bord et angle considérés, l'EC2 a tendance à surestimer la résistance lorsque l'excentricité devient importante. Cette

tendance n'est pas observée dans les méthodes proposées.

De manière générale, il faut remarquer que l'hypothèse $r_s \approx 0.22\ell$, qui est admise dans la méthode simplifiée, peut s'avérer conservatrice dans le cas de colonnes de rive, car elle considère les bords de la dalle comme parfaitement encastres. Bien évidemment, cette hypothèse n'a été utilisée que pour les essais où la distance entre les colonnes était donnée, c'est-à-dire pour les essais effectués sur des planchers entiers. Dans les autres cas, la distance r_s a été évaluée sur la base de considérations statiques tenant compte des conditions de bord et d'application des charges.

En ce qui concerne l'utilisation du rapport $\frac{m_s}{m_R}$ pour le calcul de la courbe charge-rotation, les résultats obtenus avec la méthode du niveau III montrent que ce choix permet d'obtenir une bonne corrélation entre les résultats du calcul et expérimentaux. De plus, les résultats de la méthode du niveau II montrent que les formules simplifiées employées pour le calcul du m_s donnent une dispersion légèrement plus grande mais avec un degré de sécurité plus élevé.

Les considérations faites ci-dessus montrent que la méthode du niveau III répond bien aux besoins d'une méthode applicable aux cas de géométries et de dispositions de charge complexe et que, tenant compte de sa simplicité, la méthode du niveau II peut être utilisée pour le dimensionnement des cas pratiques.

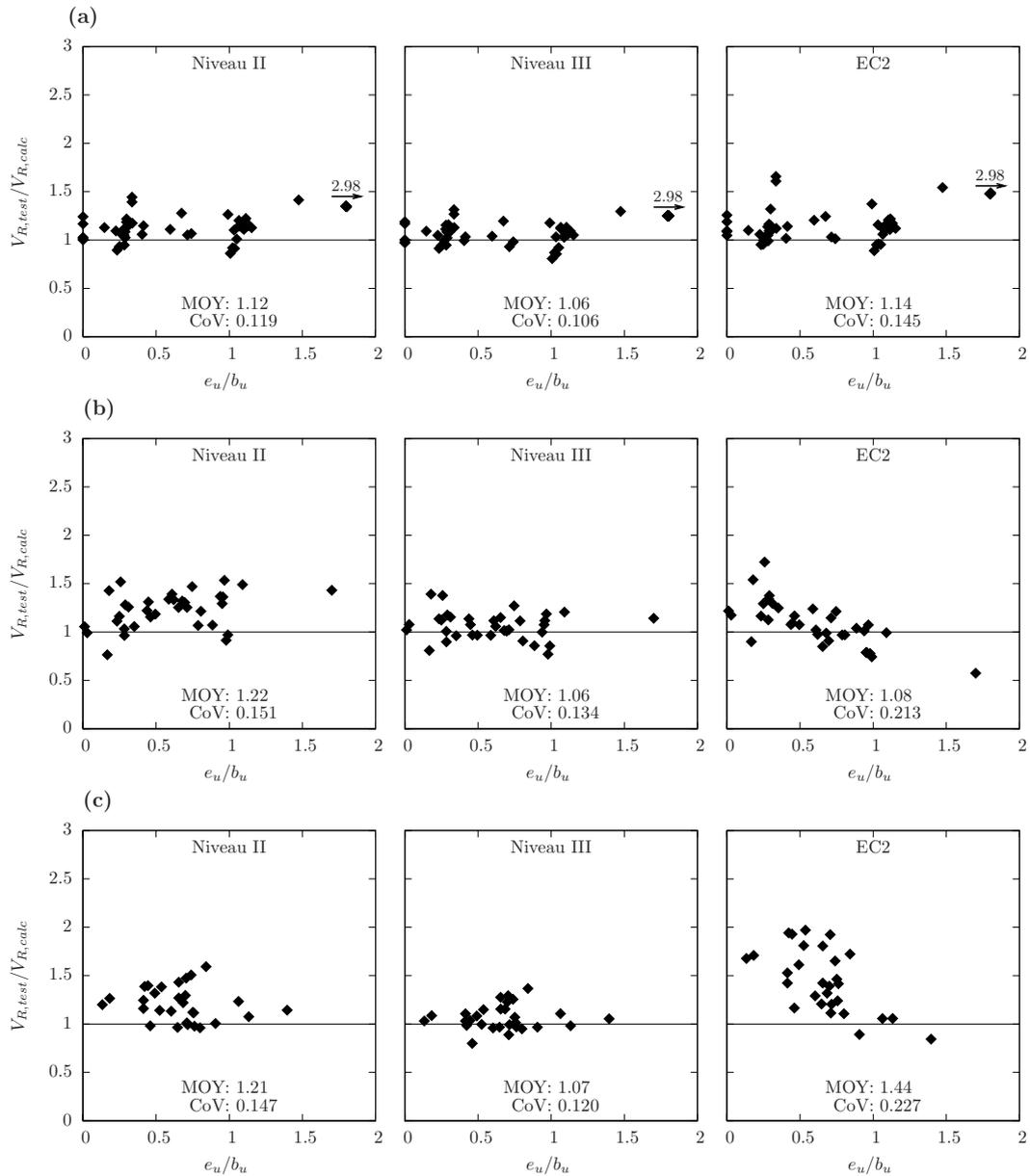


Fig. 4.19 – Comparaison des différentes méthodes de calcul de la résistance au poinçonnement : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d'angle. Critère de rupture moyen.

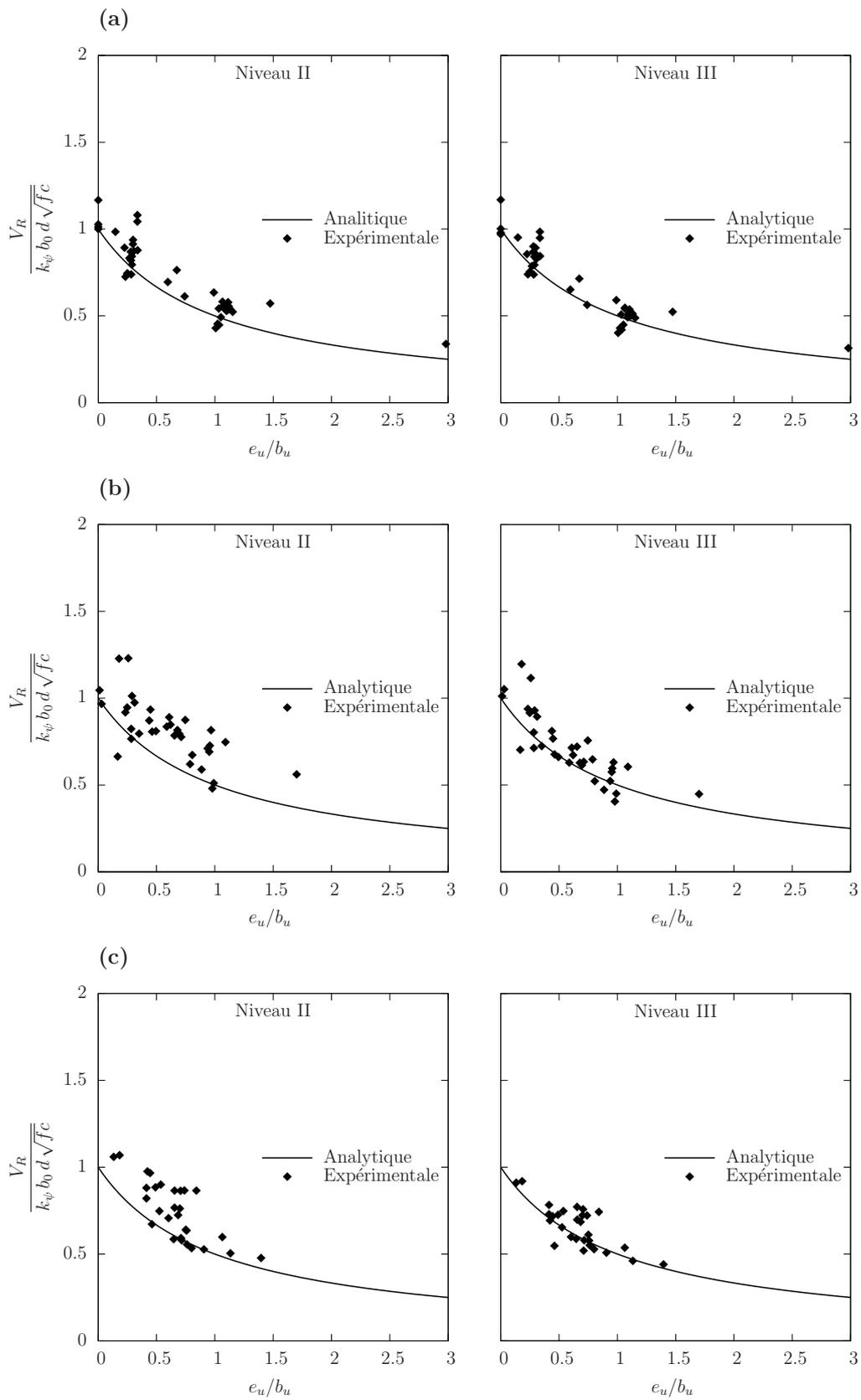


Fig. 4.20 – Réduction de la résistance au poinçonnement due à l’excentricité de la réaction de la colonne. Comparaison avec l’équation (4.11) : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d’angle.

Tab. 4.4a – Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes intérieures avec moment.

Auteur, année	N°	Niveau II			Niveau III			EC2		
		MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN
Elstner et Hognestad, 1956	3	1.28	0.184	1.01	1.18	0.158	0.97	1.48	0.173	1.19
Moe, 1961	8	1.11	0.066	1.01	1.03	0.088	0.92	1.08	0.088	0.95
Anis, 1970	7	1.20	0.132	1.00	1.13	0.110	0.98	1.29	0.146	1.05
Hawkins et al, 1989	26	1.07	0.102	0.86	1.03	0.091	0.81	1.08	0.085	0.89
Kruger, 1999	3	1.21	0.052	1.17	1.16	0.029	1.13	1.15	0.069	1.10
Σ	47	1.12	0.119	0.86	1.06	0.106	0.81	1.14	0.145	0.89

Tab. 4.4b – Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes de bord.

Auteur, année	N°	Niveau II			Niveau III			EC2		
		MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN
Anderson, 1966	3	1.31	0.06	1.21	0.96	0.05	0.91	1.07	0.13	0.97
Kinnunen, 1971	3	1.50	0.02	1.47	1.22	0.04	1.19	1.09	0.10	0.99
Narasimhan, 1971	3	1.17	0.09	1.07	1.14	0.03	1.12	1.21	0.18	0.97
Regan et al, 1979	12	1.19	0.14	0.91	1.01	0.16	0.77	1.13	0.18	0.78
Brandli et al, 1982	2	1.04	0.02	1.03	1.01	0.01	1.01	1.17	0.06	1.13
Mortin et Ghali, 1991	2	1.33	0.04	1.33	1.10	0.03	1.10	0.79	0.00	0.79
Sherif, 1996	1	1.22	—	1.22	1.14	—	1.14	1.08	—	1.08
Sudarsana, 2001	7	1.20	0.22	0.76	1.07	0.18	0.81	0.99	0.37	0.57
Hegger et Tuchlinski, 2006	2	1.15	0.20	0.99	1.08	0.00	1.08	1.13	0.05	1.09
Σ	35	1.23	0.15	0.76	1.06	0.13	0.77	1.08	0.21	0.57

Tab. 4.4c – Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul. Colonnes d'angle.

Auteur, année	N°	Niveau II			Niveau III			EC2		
		MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN	MOY	COV	MIN
Zaghlool et al, 1970	2	1.39	0.005	1.39	1.01	0.036	0.99	1.94	0.005	1.93
Zaghlool et Paiva, 1973	8	1.28	0.151	1.01	1.13	0.115	0.97	1.39	0.361	0.84
Ingavarson, 1974	4	1.35	0.117	1.12	1.20	0.089	1.07	1.79	0.128	1.46
Walker et Regan, 1979	8	1.06	0.094	0.96	1.00	0.049	0.95	1.26	0.397	1.06
Hammil et Ghali, 1994	2	1.26	0.042	1.22	1.19	0.044	1.15	1.36	0.039	1.32
Sudarsana, 2001	3	1.04	0.077	0.98	0.88	0.091	0.80	1.19	0.076	1.11
Vocke, 2003	2	1.23	0.037	1.20	1.06	0.037	1.03	1.69	0.013	1.68
Σ	29	1.21	0.147	0.96	1.07	0.120	0.80	1.44	0.227	0.84

4.6.2 Calcul de la valeur caractéristique de la résistance au poinçonnement

L'étude présentée précédemment avait pour but l'estimation de la valeur moyenne de la charge de rupture. Selon l'approche aux états limites ultimes, l'estimation de la valeur caractéristique de la charge de rupture doit respecter l'exigence du fractile du 5%. Dans la théorie de la fissure critique, ceci est accompli grâce à l'introduction du critère caractéristique. Ce dernier est formulé de la manière suivante [Mut2008a] :

$$\frac{V_R}{b_0 d \sqrt{f_c}} = \frac{2/3}{1 + 20 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (4.14)$$

On remarque que le critère pour le calcul de la valeur caractéristique de la résistance au poinçonnement est obtenu en partant du critère de rupture donné par l'équation (2.5) dans laquelle on remplace le coefficient 3/4 par 2/3 et le coefficient 15 par 20.

Le tableau 4.5 résume les valeurs statistiques de $V_{R,test}/V_{R,calc}$ obtenues avec le critère caractéristique. Les valeurs relatives au critère moyen sont également données pour comparaison. On peut remarquer que les méthodes proposées respectent généralement bien le critère du fractile du 5%. La figure 4.21 donne un aperçu graphique des résultats du calcul de la charge de rupture effectué avec le critère caractéristique.

Tab. 4.5 – Résultats statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$ des différentes méthodes de calcul en termes de valeurs caractéristiques et moyennes.

Type essai	N°	Niveau II				Niveau III				EC2			
		MOY	COV	CEN5%	MIN	MOY	COV	CEN5%	MIN	MOY	COV	CEN5%	MIN
Critère caractéristique													
Moment	47	1.28	0.119	1.05	0.99	1.21	0.107	1.00	0.93	1.14	0.145	0.95	0.89
Bord	35	1.40	0.150	1.09	0.88	1.22	0.135	0.97	0.88	1.08	0.213	0.77	0.57
Angle	29	1.38	0.149	1.11	1.10	1.21	0.131	1.01	0.92	1.44	0.227	0.96	0.84
Critère moyen													
Moment	47	1.12	0.119	—	0.86	1.06	0.106	—	0.81	1.14	0.15	—	0.89
Bord	35	1.23	0.152	—	0.76	1.06	0.134	—	0.77	1.08	0.213	—	0.57
Angle	29	1.21	0.147	—	0.96	1.07	0.120	—	0.80	1.44	0.227	—	0.84

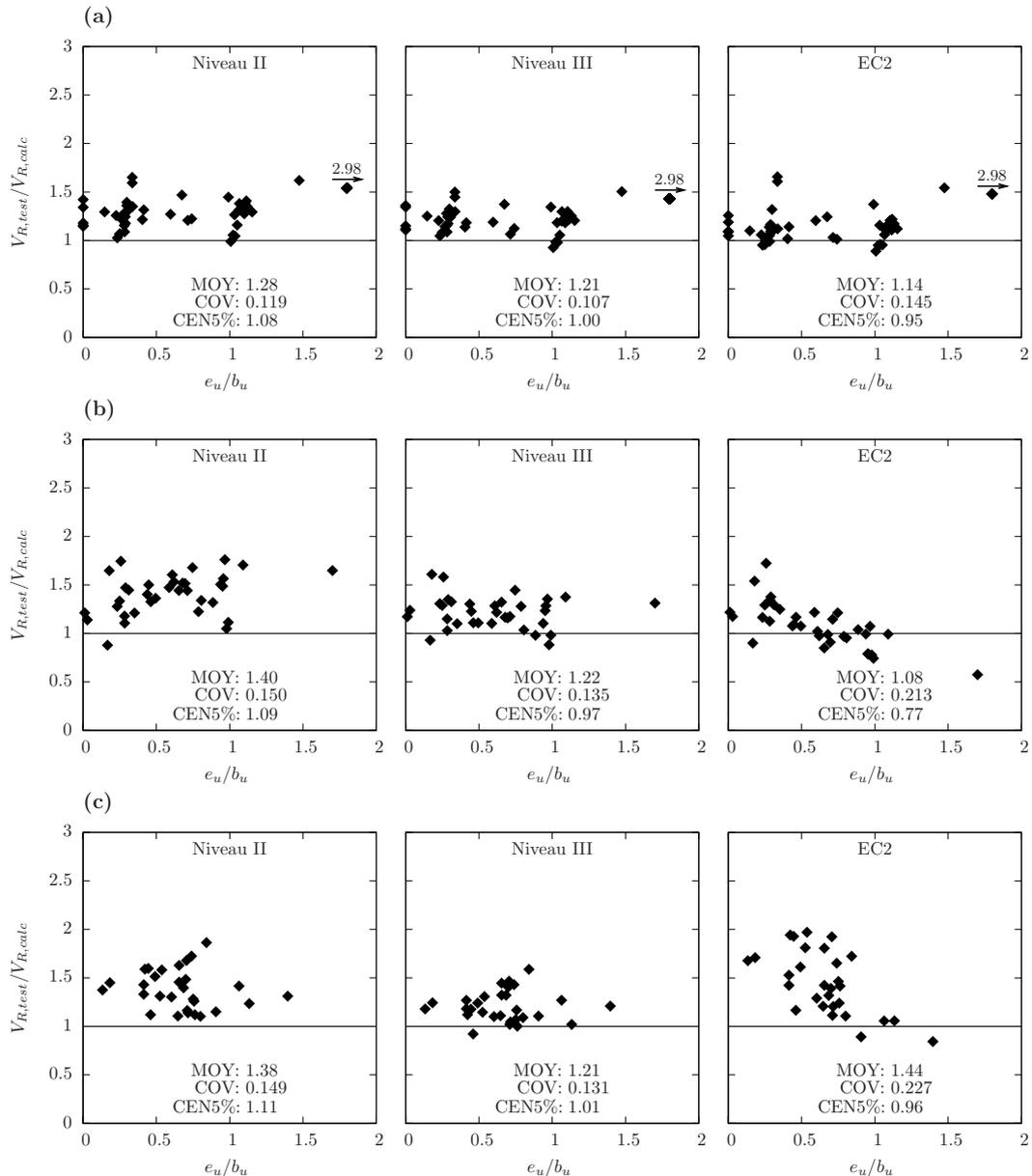


Fig. 4.21 – Comparaison des différentes méthodes de calcul de la résistance au poinçonnement : (a) colonnes intérieures avec moment ; (b) colonnes de bord ; (c) colonnes d'angle. Critère de rupture caractéristique.

4.7 Poinçonnement non symétrique et étude de la redistribution de l'effort tranchant

Cette section présente l'adaptation de la théorie de la fissure critique au cas du poinçonnement non symétrique sans excentricité. Une étude de la redistribution de l'effort tranchant dans les essais de poinçonnement non symétriques effectués dans le cadre de cette thèse est ensuite présentée. La série d'essais effectuée est décrite en détail à l'annexe C. Le tableau 4.6 donne les caractéristiques principales des dalles testées. Une discussion détaillée des résultats peut être également trouvée dans [Sag2011].

4.7.1 Distribution non uniforme des rotations et de la résistance

Quand les rotations autour de la colonne ne sont pas uniformes, selon le critère de rupture, éq. (2.5), la résistance par unité de longueur $v_R(s)$ dépend de la direction considérée. Ceci signifie que certains segments du périmètre peuvent atteindre la résistance maximale alors que d'autres ont encore une marge de résistance.

La figure 4.22a montre la distribution des rotations perpendiculairement au périmètre de contrôle de la dalle PT34 [Sag2011]. Ces rotations ont été calculées par une analyse non linéaire pour une charge de 800 kN. Sur la figure 4.22b on peut apprécier la distribution de la résistance par unité de longueur correspondant aux rotations de la figure 4.22a qui dérive de l'équation.(2.5). Cette analyse met en évidence que la rotation et la résistance ne sont pas uniformes autour de la colonne mais qu'elles subissent des variations modestes le long des segments droits du périmètre de contrôle et plus prononcées dans les parties courbes. En d'autres termes, les variations ont lieu surtout dans les zones d'angle du périmètre de contrôle.

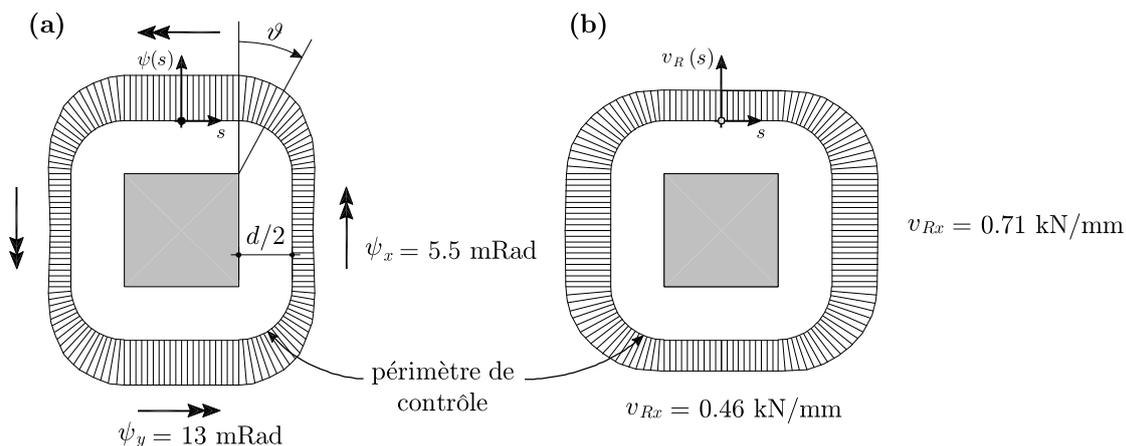


Fig. 4.22 – Distribution de (a) la rotation radiale et (b) de la résistance par unité de longueur le long du périmètre de contrôle. Dalle PT34 à $V = 800$ kN.

Selon la théorie de la fissure critique, quand l'effort tranchant atteint sa valeur maximale, une résistance résiduelle est encore présente. Cette résistance diminue en fonction de l'augmentation de la rotation. Dans une dalle symétrique, la résistance ultime est atteinte en même temps sur tout le périmètre car les rotations sont considérées uniformes. C'est à ce moment que la rupture par poinçonnement a lieu. Par contre, dans le cas d'une répartition non uniforme des rotations, la partie d'effort tranchant qui ne peut pas être reprise par les zones qui ont dépassé la rotation critique peut être redistribuée vers les zones qui ont encore une capacité de résistance potentielle. La rupture a lieu quand, malgré cette redistribution de l'effort tranchant, la charge externe ne peut plus être équilibrée. Cette redistribution d'effort tranchant conduit généralement à une augmentation de la résistance au poinçonnement et de la capacité de rotation de la dalle. La résistance résiduelle des segments du périmètre qui ont dépassé la rotation critique peut être tirée du critère de rupture.

En principe, la résistance au poinçonnement peut être calculée en intégrant la résistance par unité de longueur le long du périmètre de contrôle, c'est-à-dire :

$$V_R = \oint_{b_0} v_R(s) ds \quad (4.15)$$

avec :

$$v_R(s) = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi(s) d}{d_{g0} + d_g}} d \sqrt{f_c} \quad (4.16)$$

Pour l'évaluation des équations ci-dessus, la distribution de la rotation $\psi(s)$ le long du périmètre doit être connue. Pour ce faire, des relations données par des analyses non linéaires ou des relations simplifiées peuvent être adoptées.

Comme il a été remarqué plus haut, on peut supposer en première approximation que la rotation est constante sur les segments droits du périmètre, ce qui signifie que la variation de rotation se développe uniquement le long des parties courbes (fig. 4.22a). Cette hypothèse permet de simplifier l'intégral de l'équation (4.15). Pour une colonne carrée de côté c , ceci conduit à une expression de la résistance ultime de la forme :

$$V_R = \oint_{b_0} v_R(s) ds = 2c(v_{Rx} + v_{Ry}) + V_{R,ang} \quad (4.17)$$

où v_{Rx} et v_{Ry} sont les résistances des segments droits du périmètre de contrôle calculées avec les rotations perpendiculaires ψ_x et ψ_y au moyen de l'équation (4.16). $V_{R,ang}$ est la résistance associée aux zones d'angle du périmètre qui peut être écrite, selon la notation de la figure 4.22a, comme suit :

$$V_{R,ang} = 4 \int_0^{\pi/2} v_R(\vartheta) \frac{d}{2} d\vartheta \quad (4.18)$$

Dans cette expression, $v_R(\vartheta)$ est la résistance calculée avec l'équation (4.16) en utilisant la rotation $\psi(\vartheta)$ perpendiculaire à la direction qui forme un angle ϑ avec l'axe y (fig. 4.22a).

La résistance $V_{R,ang}$ dépend donc de la variation de la rotation dans la zone d'angle du périmètre. Pour donner un aperçu de l'allure de cette variation, la figure 4.23a montre les rotations mesurées lors de l'essai de la dalle PT23 en fonction de l'angle ϑ et à plusieurs niveaux de charge. Sur la même figure, on peut aussi apprécier les rotations calculées au moyen de l'analyse non linéaire de la dalle. Cette étude montre également que la variation de rotation peut être approximée par la courbe parabolique représentée par la ligne discontinue. Avec l'équation (4.16) on peut dériver la résistance associée aux rotations calculées avec l'analyse non linéaire ou avec l'interpolation parabolique. Ceci est présenté à la figure 4.23b pour le niveau de charge correspondant au 99% de V_R . On observe que, en raison de l'équation (4.18), la surface sous les courbes $v_R(\vartheta)$ de la figure 4.23b est proportionnelle à $V_{R,ang}$.

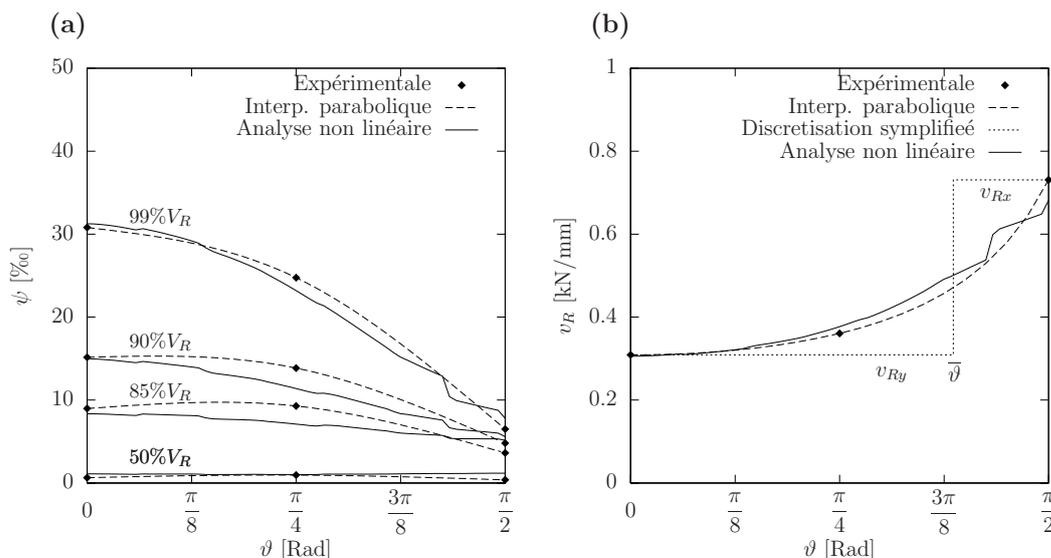


Fig. 4.23 – (a) variation de la rotation et (b) de la résistance par unité de longueur correspondante le long de l'angle du périmètre de contrôle. Dalle PT23 (avec armature non symétrique et chargé symétrique).

D'après l'analyse exposée dans ce paragraphe, on peut tirer essentiellement les conclusions suivantes par rapport aux essais effectués : les rotations peuvent être considérées comme constantes le long des segments droits du périmètre de contrôle ; la variation de la rotation a lieu principalement dans les zones d'angle et peut être admise approximativement parabolique.

On remarque tout de même que la valeur de la résistance $V_{R,ang}$ n'est pas très sensible à la forme de la fonction d'approximation utilisés.

4.7.2 Discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle

L'expression de V_R , éq. (4.15), peut être simplifiée en divisant le périmètre de contrôle en quatre parties, comme indiqué à la figure 4.24, dans lesquelles on suppose la rotation constante. Avec cette hypothèse, le long des parties b_x et b_y , les résistances v_{Rx} et v_{Ry} sont constantes. Ainsi, V_R peut être écrite sous la forme suivante :

$$V_R = v_{Rx} b_x + v_{Ry} b_y = \frac{V_{Rx}}{b_0} b_x + \frac{V_{Ry}}{b_0} b_y \quad (4.19)$$

Dans cette équation, V_{Rx} et V_{Ry} sont les résistances calculées au moyen de l'équation (2.5) respectivement avec les rotations ψ_x et ψ_y ; $b_0 = b_x + b_y$ est le périmètre de contrôle. L'équation ci-dessus représente le critère de rupture dans le cas du poinçonnement non symétrique (centré) tenant compte des rotations dans les deux directions et de la redistribution de l'effort tranchant.

Pour utiliser le critère de rupture introduit, il faut faire des considérations supplémentaires sur la discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle.

Quand la charge déterminée par l'intersection du critère de rupture avec la courbe

charge–(rotation maximale) (V_{R0} , fig 4.25) est inférieure à V_{flex} , on peut admettre que les longueurs b_x et b_y sont égales à $b_0/2$, c'est-à-dire $\bar{\vartheta} = 45^\circ$ (fig. 4.24). Par contre, les essais des dalles PT23 et PT33, dans lesquels le mécanisme de flexion s'est entièrement développé ($V_{R0} = V_{flex}$), ont montré que la redistribution de l'effort tranchant peut être sensiblement limitée à cause de la formation prononcée des fissures de flexion. Dans ce cas, les rotations à la rupture pourraient être surestimées. Cet effet peut être pris en compte en réduisant la partie de périmètre correspondant à la rotation minimale (b_x). De manière simplifiée, pour la discrétisation du périmètre de contrôle, on peut utiliser la valeur $\bar{\vartheta} = 90^\circ$. Il faut tout de même signaler que cette simplification n'a d'effet que sur l'estimation des rotations à la rupture car la charge de rupture reste égale à V_{flex} .

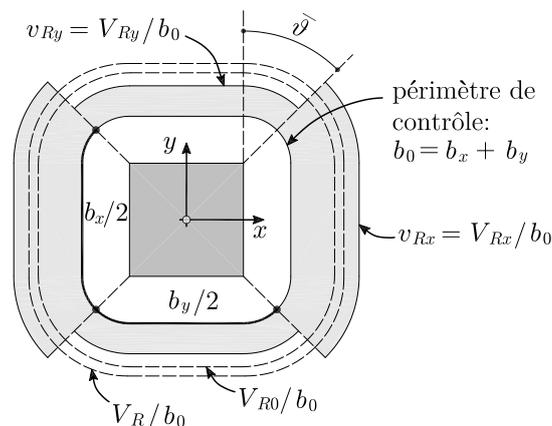


Fig. 4.24 – Discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle.

4.7.3 Application à l'analyse des essais réalisés

Le principe de la redistribution avec la discrétisation simplifiée du périmètre de contrôle peut être appliqué aux dalles non symétriques testées afin de mieux comprendre leur comportement.

La figure 4.25 illustre l'emploi de la méthode pour analyser une dalle d'essai. Dans ce cas, les courbes charge–rotation dans les deux directions sont connues. A la figure 4.25, une dalle ayant comportement non symétrique et dont la rotation maximale s'est développée en direction y est analysée. Ceci est, par exemple, le cas de la dalle PT34 qui est utilisée par la suite comme référence pour la présentation.

Le point A_1 est obtenu par l'intersection de la courbe $V - \psi_y$ avec le critère de rupture, éq. (2.5). Le point A_2 est ensuite obtenu par la courbe $V - \psi_x$ pour le même niveau de charge V_{R0} . Cette charge est la charge de rupture prévue en faisant l'hypothèse que la rupture a lieu lorsque la rotation maximale atteint la valeur limite. Par contre, l'essai de la dalle montre que la rupture n'a pas lieu à cet endroit mais qu'elle se manifeste pour des valeurs de charge et de rotation supérieures, comme montré à la figure 4.25. A partir du point A_1 , où la rotation maximale dépasse la rotation critique, la résistance résiduelle qui est offerte par le segment de périmètre b_y est dérivée du critère de rupture

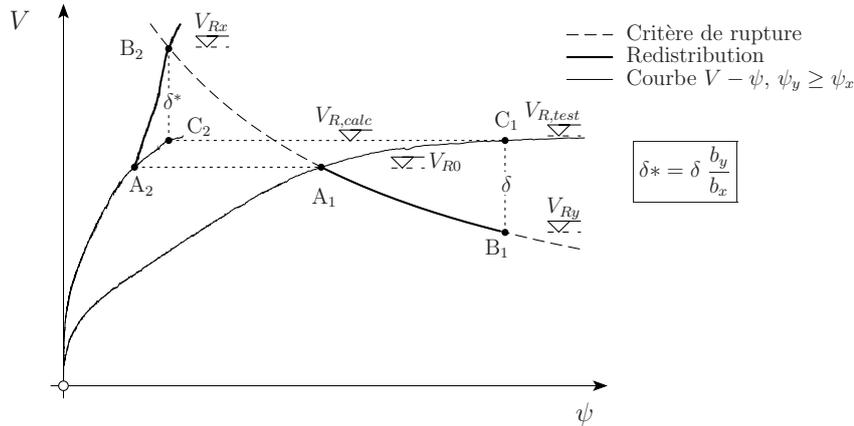


Fig. 4.25 – Etude de la redistribution de l'effort tranchant d'une dalle non symétrique. Exemple de la dalle PT34 (annexe C).

(ligne épaisse, fig. 4.25). Pour une charge $V \geq V_{R0}$, la charge par unité de longueur qui ne peut pas être reprise le long du périmètre b_y vaut :

$$\frac{V - V_{Ry}}{b_0} = \frac{\delta}{b_0}$$

et la charge à redistribuer est donnée par :

$$\Delta V_{red} = \frac{\delta}{b_0} b_y$$

La charge par unité de longueur qui est transférée au segment de périmètre b_x vaut donc $\Delta V_{red}/b_x$ et elle doit être comparée avec la résistance encore disponible sur cette partie du périmètre de contrôle, qui vaut :

$$\frac{V_{Rx} - V}{b_0}$$

Ceci implique que la rupture n'a pas lieu si :

$$V + \frac{\Delta V_{red}}{b_x} b_0 = V + \delta \frac{b_y}{b_x} \leq V_{Rx}$$

et, en faisant référence à la figure 4.25, on obtient :

$$\delta^* = \delta \frac{b_y}{b_x}$$

Cette vérification peut être faite de manière graphique en construisant la courbe A_2B_2 . A l'intersection de cette courbe avec le critère de rupture, la charge de rupture est donnée par l'équation (4.19).

La figure 4.26 montre l'application de cette procédure aux dalles de la série PT23, PT33 et PT34 qui ont eu un comportement non symétrique. Pour les dalles PT23 et PT33, qui ont entièrement développé le mécanisme de flexion, la valeur $\bar{\vartheta} = 90^\circ$ a été utilisée pour l'évaluation des segments de périmètre b_x et b_y .

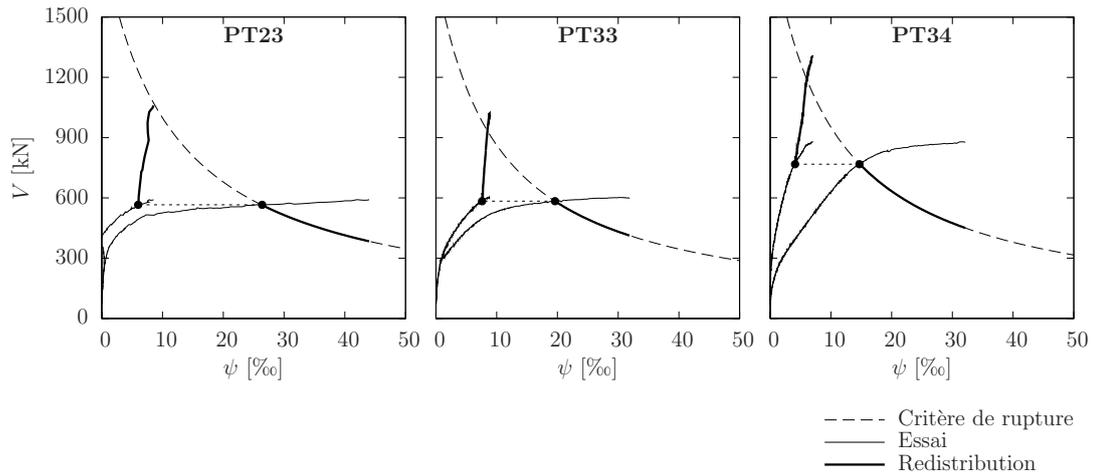


Fig. 4.26 – Étude de la redistribution de l'effort tranchant pour les dalles d'essai PT23, PT33 et PT34 (annexe C).

4.7.4 Calcul de la résistance au poinçonnement avec redistribution

La méthode de la redistribution a été utilisée précédemment pour analyser des essais dont les courbes charge–rotation sont connues. Les principes développés dans le paragraphe précédent peuvent être utilisés pour calculer la charge de rupture en tenant compte de la redistribution de l'effort tranchant. Dans ce cas, les courbes charge–rotation doivent être déterminées. Ceci peut être fait au moyen du calcul non linéaire exposé au chapitre 3, qui correspond au niveau IV, ou avec les méthodes des niveaux II et III exposées dans ce chapitre. Dans ce paragraphe, on effectuera le calcul avec les courbes charge–rotation dérivées de l'analyse non linéaire, niveau IV et avec la méthode du niveau III.

La courbe charge–rotation peut être représentée au moyen de l'équation (4.4) jusqu'à la valeur limite de V_{flex} . Comme cette valeur ne peut pas être dépassée, la courbe doit être coupée horizontalement à ce niveau de charge qui peut être calculé selon la méthode des lignes de rupture [Joh1962]. Pour la procédure de redistribution, ceci pose un problème d'indétermination car à plusieurs rotations ψ_y correspond une seule rotation ψ_x . Dans la réalité, un phénomène d'écroûissage fait en sorte que la courbe $V - \psi$ a toujours une légère pente vers le haut. Ne pas tenir compte de cet effet pourrait conduire à des surestimations de la capacité de déformation de la dalle. Pour appliquer la méthode, il faut donc que le rapport entre la variation des rotations, $\Delta\psi_y/\Delta\psi_x$, après la formation du mécanisme de flexion soit connue. Dans cette étude, ce rapport a été pris égal à 10. Cette valeur est consistante avec les mesures de rotation effectuées sur les dalles d'essais. Dans [Sag2011] est présentée une justification analytique de cette valeur en tenant compte de l'écroûissage des barres d'armature.

Les dalles d'essais ont été systématiquement analysées avec la méthode de la redistribution en utilisant les deux différentes manières d'estimer les courbes charge–rotation correspondantes aux niveaux III et IV. Le tableau 4.6 donne les résultats obtenus avec les deux analyses. La figure 4.27 présente de manière graphique l'analyse de la dalle

PT34 avec la méthode du niveau III. Un exemple d'application de la méthode de la redistribution avec calcul non linéaire des rotations, niveau IV est montré à la figure 4.28 pour la dalle PT33.

D'après cette analyse, on remarque que les approches utilisées fournissent une bonne estimation de la charge de rupture et qu'avec le calcul non linéaire on peut obtenir des résultats encore plus cohérents. L'estimation des rotations est caractérisée par une dispersion généralement plus élevée par rapport à celle de la résistance. Ce fait a été aussi constaté par Guandalini et al [Gua2009] qui obtiennent des valeurs de dispersion similaires à celles de cette étude.

Tab. 4.6 – Calcul de la charge et des rotations de rupture des dalles d'essai avec la méthode de la redistribution. Analyses effectuées avec la méthode du niveau III et du niveau IV.

Dalle	$\rho_x - \rho_y$ [%]	Réponse	$\psi_{Rx} - \psi_{Ry}$ [%]	$V_{R,test}$ [kN]	$\frac{V_{R,test}}{V_{flex}}$ [-]	Niveau III			Niveau IV		
						$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [-]	$\frac{\psi_{R,test}}{\psi_{R,calc}} \Big _x$ [-]	$\frac{\psi_{R,test}}{\psi_{R,calc}} \Big _y$ [-]	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [-]	$\frac{\psi_{R,test}}{\psi_{R,calc}} \Big _x$ [-]	$\frac{\psi_{R,test}}{\psi_{R,calc}} \Big _y$ [-]
PT21	1.64–0.84	sym.	9.90 – 11.2	959	0.75	1.06	1.22	0.56	0.96	1.21	0.83
PT22	0.82–0.82	sym.	14.4 – 16.7	989	0.83	1.25	0.82	1.07	1.07	1.33	1.33
PT23	0.85–0.36	non sym.	8.50 – 44.0	591	1.14	1.10	0.92	0.77	0.97	0.77	0.63
PT31	1.48–1.48	sym.	9.50 – 11.6	1433	0.60	1.22	1.08	1.31	1.17	1.43	1.43
PT32	1.46–0.75	sym.	10.0 – 12.0	1157	0.82	1.24	0.83	1.48	1.20	1.53	1.19
PT33	0.76–0.32	non sym.	8.70 – 30.2	602	1.12	1.12	0.85	1.05	0.98	0.86	0.80
PT34	0.74–0.74	non sym.	6.90 – 31.3	879	1.02	1.02	1.00	1.39	1.00	0.98	1.60
					MOY	1.14	0.96	1.09	1.05	1.16	1.12
					COV	0.08	0.16	0.31	0.09	0.25	0.33
					MAX	1.25	1.22	1.48	1.20	1.53	1.60
					MIN	1.02	0.82	0.56	0.96	0.77	0.63

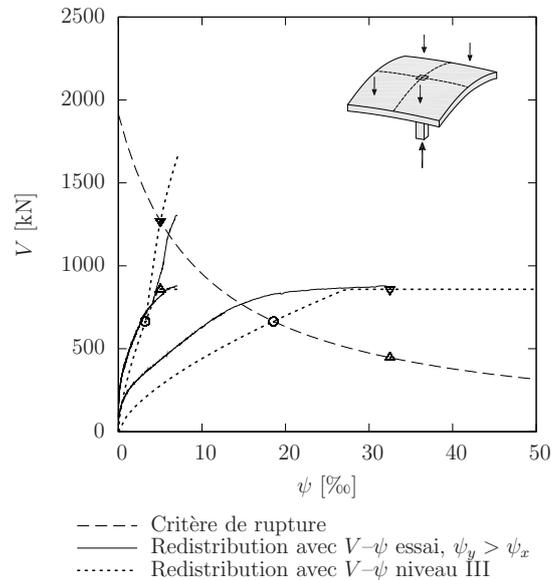


Fig. 4.27 – Etude de la redistribution effectuée pour la dalle PT34 avec le calcul des courbes charge–rotation avec la méthode du niveau III et avec les courbes charge–rotation de l'essai.

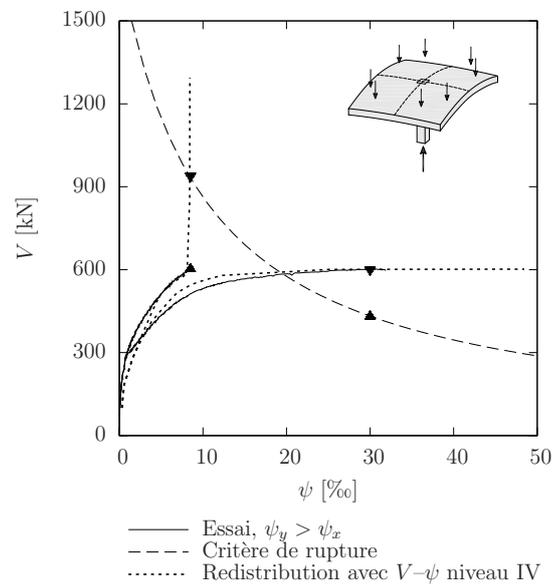


Fig. 4.28 – Etude de la redistribution effectuée pour la dalle PT33 avec calcul non linéaire des courbes charge-rotation, niveau IV.

Chapitre 5

Poinçonnement des dalles en béton armé avec barres d'armature relevées

Les barres relevées sont un système d'armature d'effort tranchant et de poinçonnement qui a été beaucoup utilisée dans le passé. Dans la pratique, on trouve des applications de ce système dans les poutres ainsi que dans les dalles. En Suisse, on trouve des applications de ce système à partir de l'introduction des planchers-dalles avec champignons [Mai1926], fig. 5.1, et dans les ponts-dalles des années '50, '60 et '70'. Ce système consiste à plier les armatures de la zone tendue sur appuis et développer l'ancrage dans la zone comprimée. La figure 5.2 montre un exemple d'application de ce système. De cette façon, les barres d'armature de la zone tendue peuvent être également employées comme armature d'effort tranchant. L'inconvénient principal de ce système est une plus grande demande de main d'oeuvre due au façonnage des barres et la mise en place plus compliquée à cause de l'interaction avec l'armature de flexion. Avec l'utilisation des barres à haute adhérence, ce système a été pratiquement abandonné en faveur des systèmes avec étriers et goujons.

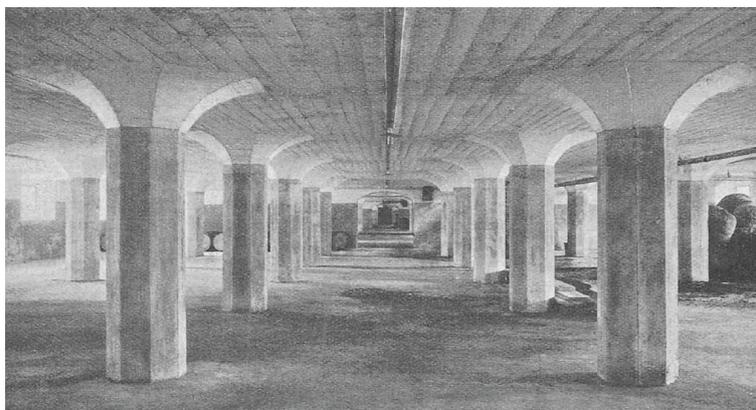


Fig. 5.1 – Plancher-dalle avec champignon. Tirée de [Mai1926].

Dans les dalles, ce système a été étudié surtout dans les années '50 et '60 [Els1956, Ros1959, And1963, Yit1966]. Dans la littérature, on trouve également des études expérimentales antérieures sur l'utilisation des barres relevées dans les fondations su-

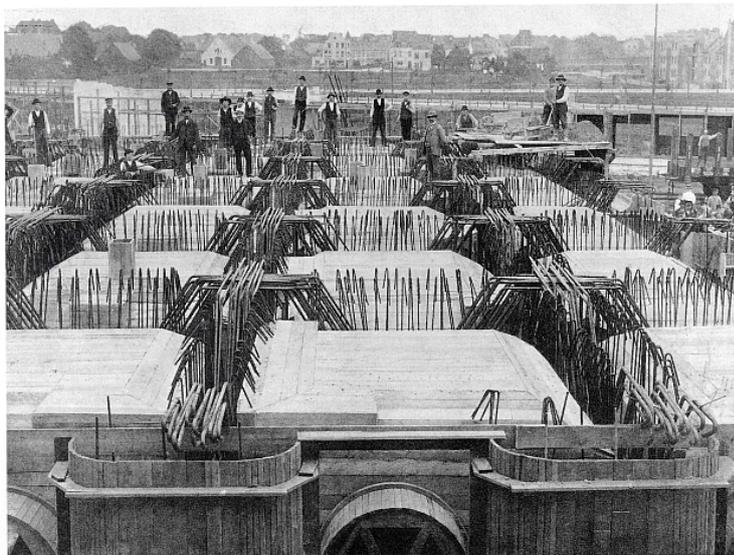


Fig. 5.2 – Exemple d’utilisation des barres relevées. Moulin Roland, Brême, 1910. Tirée de [Gös1991].

perficielles [Gra1938]. Récemment, des modèles d’utilisation de barres relevées comme système combiné avec des étriers ont été étudiés [Bro2000, Bro2006, Bro2007].

Dans le cas de la rupture par effort tranchant ou par poinçonnement, cette méthode a principalement trois avantages. Le premier concerne naturellement la composante verticale de l’effort de la barre qui participe directement à la résistance à l’effort tranchant. Cet effet est aussi caractéristique des autres systèmes d’armature d’effort tranchant comme, par exemple, les étriers verticaux. Le deuxième est dû au fait que la barre relevée traverse de part en part la zone d’appui et se superpose à l’armature de flexion déjà présente. Ceci permet une augmentation de la rigidité de la zone d’appui et, par conséquent, une diminution des déformations de la région qui l’entoure. Selon la théorie de la fissure critique, cet effet engendre une augmentation indirecte de la résistance au poinçonnement. Celle-ci dépend du rapport entre la quantité d’armature de flexion et la quantité de barres relevées disposées. Le troisième effet favorable concerne la résistance post-critique de la structure, c’est-à-dire après la rupture par poinçonnement. Lors de la rupture par poinçonnement, la dalle n’est retenue que par les armatures de flexion en nappe inférieure [Mir2010]. La grande quantité d’armatures de flexion nécessaires pour soutenir la dalle après la rupture par poinçonnement est généralement difficile à mettre en place pour des raisons constructives. Dans ce cas, des barres relevées bien ancrées peuvent prévenir l’effondrement complet de la structure.

5.1 Modes de rupture d’une dalle avec barres relevées

Dans une dalle avec armature de poinçonnement, voir avec barres relevées, la rupture par poinçonnement peut apparaître sous trois formes différentes, comme montré à la figure 5.3.

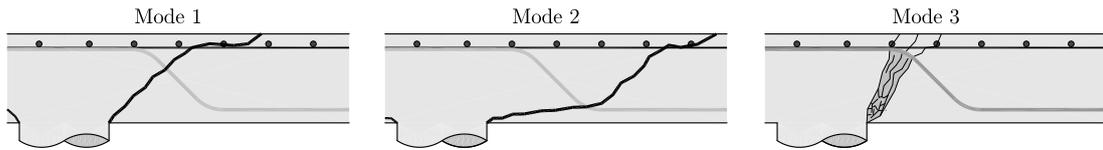


Fig. 5.3 – Modes de rupture par poinçonnement d'une dalle avec barres relevées.

Le premier mode de rupture représente la rupture classique avec une fissure critique qui se propage depuis la colonne et qui traverse la barre relevée. Cette dernière est alors activée et participe directement à la résistance au poinçonnement. Ce mode de rupture est généralement accompagné d'une augmentation de la charge ultime et de la ductilité. Le cône de rupture coupe les barres dans sa partie inclinée et la résistance est donnée, en partie, par le béton, comme dans le cas du poinçonnement ordinaire, et en partie par la composante verticale de l'effort vertical des barres relevées.

Dans le deuxième mode de rupture, la fissure critique se forme à l'extérieur de la zone renforcée et se propage ensuite horizontalement vers la colonne, fig. 5.3. Elstner et Hognestad [Els1956] ont essayé une série de huit dalles avec barres relevées dont la rupture était de ce type pour toutes les dalles. Cette rupture peut être étudiée par analogie avec la rupture par poinçonnement dans les dalles sans armature de poinçonnement. Le périmètre de contrôle est alors placé à l'extérieur de la zone renforcée et l'augmentation de résistance est principalement due à l'incrément de longueur du périmètre de contrôle. Grâce à cette augmentation de résistance, on peut souvent atteindre la formation du mécanisme de flexion. Si par contre la rupture se produit par poinçonnement, celle-ci est généralement caractérisée par la même fragilité que celle d'une dalle sans armature de poinçonnement. Ce type de rupture a lieu lorsque la quantité d'armature de poinçonnement est importante et que la zone renforcée n'est pas suffisamment étendue. Pour éviter ce mode de rupture, il faut étendre la dimension de la zone renforcée. Ceci peut se faire de manière relativement simple dans le cas où l'armature de poinçonnement est composée d'étriers ou de goujons. Par contre, dans le cas de barres relevées, cette alternative est fortement limitée par des contraintes constructives.

Dans le troisième mode, la rupture se produit par écrasement des bielles en béton comprimées proches de la zone d'appui [FR2009a], fig. 5.3. Ce mode de rupture peut se produire dans des dalles qui ont de grandes quantités d'armature de flexion et de poinçonnement et dont la zone renforcée est suffisamment étendue pour éviter la rupture à l'extérieur.

5.2 Activation des barres relevées

Le but de l'utilisation de l'armature de poinçonnement est d'éviter les modes de rupture fragiles. Afin d'utiliser efficacement les armatures de poinçonnement, la compréhension du phénomène d'activation de l'armature de poinçonnement devient alors

fondamentale. Ce problème a été étudié récemment par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] pour le cas d'armatures de poinçonnement composée d'étriers et de goujons. Le phénomène d'activation des barres relevées est plus complexe que celui des étriers et des goujons à cause de l'interaction que les barres relevées ont avec l'armature de flexion, comme il sera expliqué dans la suite.

Les études sur ce sujet sont très limitées. C'est pourquoi, dans le cadre de cette recherche, une campagne expérimentale visant l'étude de l'activation des barres relevées a été effectuée. Cette campagne expérimentale est décrite en détail à l'annexe D.

5.3 Série d'essais effectués

La série d'essais effectuée dans le cadre de cette étude est composée de cinq dalles carrées avec barres relevées (PT41 à PT42). Les dalles ont une largeur de 3 m et une épaisseur de 0.25 m. De plus, deux dalles (PG19 et PG20) testées par Guidotti [Gui2010] sont considérées dans cette étude. Ces dalles ont les mêmes dimensions que les dalles de la série d'essais effectuée par l'auteur mais elles n'ont pas de barres relevées. La description détaillée et les résultats expérimentaux des dalles avec barres relevées sont donnés dans le rapport d'essai à l'annexe D. Les caractéristiques principales des dalles d'essai sont résumées dans le tableau 5.1. La figure 5.4 montre la disposition et la géométrie des barres relevées et de l'armature longitudinale des dalles PT41 à PT45.

Tab. 5.1 – Caractéristiques principales des dalles d'essais avec barres relevées et des dalles PG19 et PG20 sans barres relevées.

Dalle	d [mm]	f_c [MPa]	ρ [%]	f_s [MPa]	Barres relevées	β [°]	f_{sw} [MPa]	$\psi_{R,test}$ [%]	$V_{R,test}$ [kN]	Mode rupture*
PG19	205	46.2	0.78	510	–	–	–	12.1	859	–
PG20	201	51.7	1.56	551	–	–	–	9.23	1095	–
PT41	200	50.8	0.80	510	6Ø14	45°	550	20.5	1106	2
PT42	200	51.7	1.57	551	6Ø14	45°	550	11.3	1283	2
PT43	195	38.2	1.61	578	6Ø10	45°	526	12.7	1250	1
PT44	195	43.0	1.61	578	6+6Ø10	45°	526	14.9	1416	1
PT45	195	38.3	1.61	578	6Ø10	30°	526	10.6	1121	1

* voir figure 5.3

Des jauges de déformation ont été disposées sur les barres relevées afin d'en mesurer les déformations à des endroits spécifiques, ceci étant l'un des buts principaux de la campagne expérimentale. La disposition des jauges est illustrée de manière schématique à la figure 5.5. Les résultats détaillés des mesurés des jauges de déformation sont données dans le rapport d'essais à l'annexe D.

La figure 5.6 montre le mode de rupture des différentes dalles le long d'une coupe faite après rupture. Les courbes charge–rotation de la série d'essais sont données à la figure 5.7. On remarque que l'introduction des barres relevées provoque, en général,

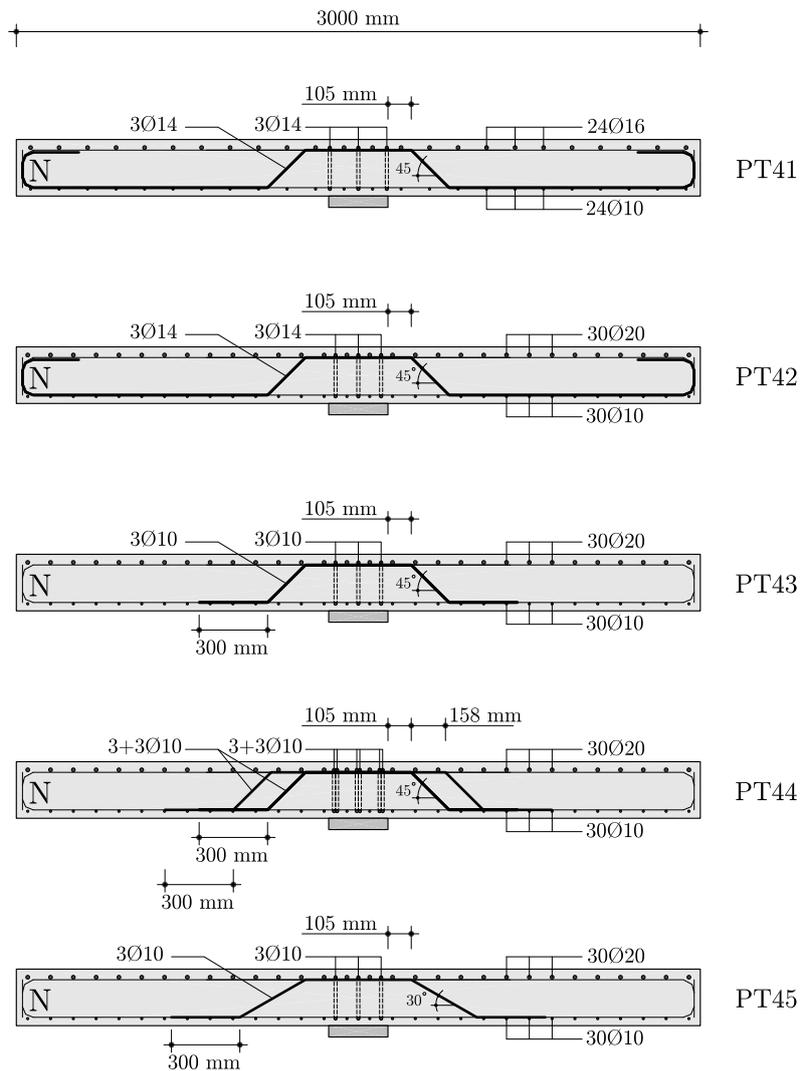


Fig. 5.4 – Disposition des barres relevées et de l'armature longitudinale des dalles PT41 à PT45.

une augmentation de la charge ultime et de la rotation à la rupture par rapport aux dalles sans barres relevées.

La dalle PT41 a atteint la formation du mécanisme de rupture par flexion. Toutefois, la rupture par poinçonnement à l'extérieur de la zone renforcée a limité la ductilité lors de la rupture de cette dalle. La rupture de la dalle PT42 s'est également produite à l'extérieur de la zone renforcée. Par contre, la rupture de dalles PT43 à PT45 s'est produite à l'intérieur de la zone renforcée. Malgré cela, la rupture de ces trois dalles était de type fragile.

D'après la comparaison des courbes charge-rotation des dalles PT41 et PG19 et des dalles PT42 et PG20 montré à la figure 5.7, on peut constater l'augmentation de rigidité flexionnelle des dalles avec barres relevées (PT41 et PT42) par rapport aux dalles sans barres relevées (PG19 et PG20). Cette augmentation de rigidité, qui est due au fait que les barres relevées se superposent à l'armature de flexion longitudinale lorsqu'elles

traversent la zone d'appuis, est plus marquée pour la dalle PT41. Ceci s'explique par le fait que cette dalle est caractérisée par un taux d'armature de flexion plus faible par rapport à la dalle PT42. Par contre, elle dispose de la même quantité de barres relevées. Par conséquent, l'effet des barres relevées sur la rigidité flexionnelle est plus important.

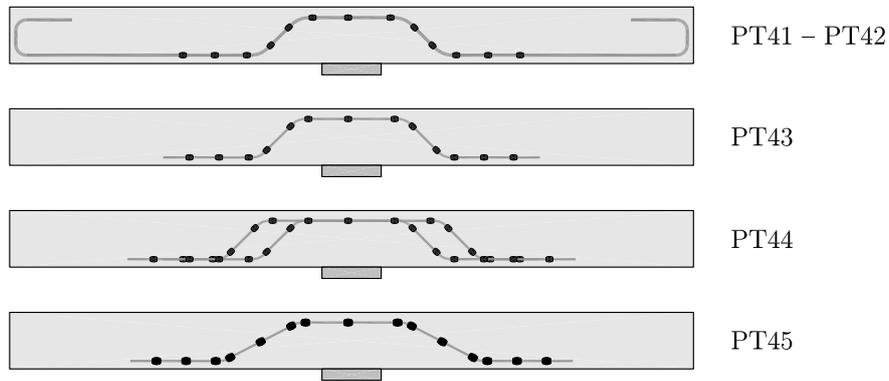


Fig. 5.5 – Schéma de la disposition des jauges de déformation sur les barres relevées des dalles PT41 à PT45.

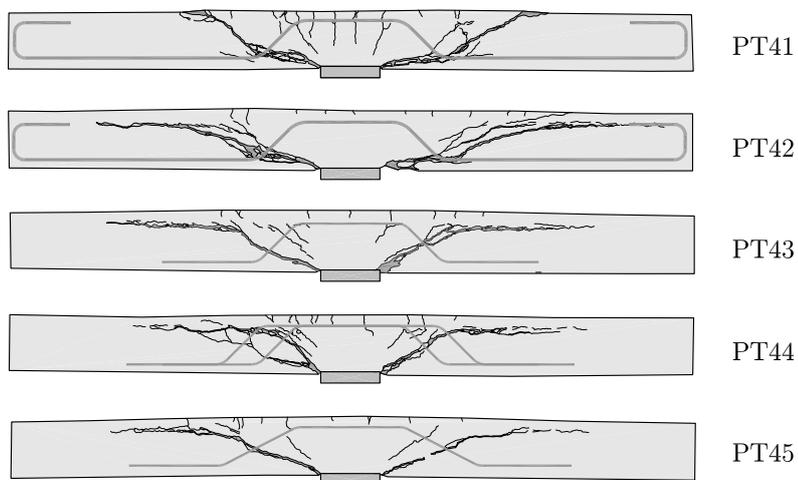


Fig. 5.6 – Modes de rupture des dalles PT41 à PT45 et représentation schématique des barres relevées disposées dans les dalles.

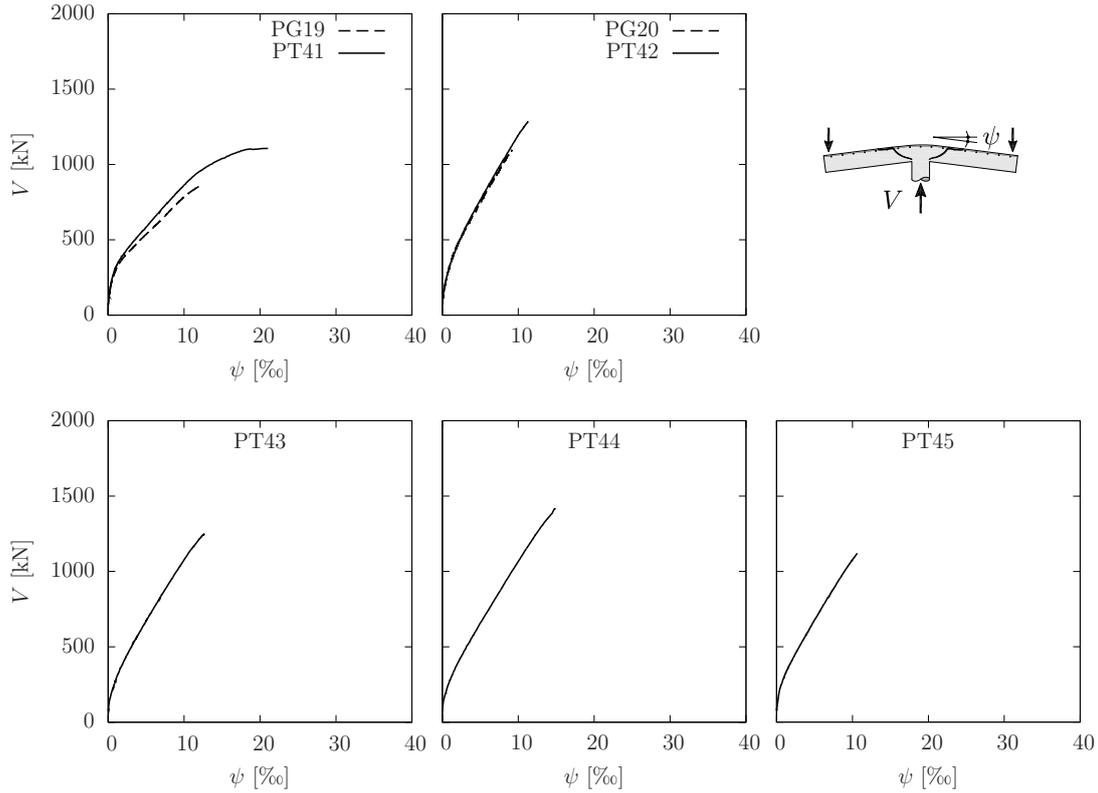


Fig. 5.7 – Courbes charge–rotation des dalles PG19 et PG20 et des dalles PT41 à PT45.

5.4 Profil des déformations dérivé du comportement flexionnel de la dalle

Au chapitre 3, on a vu que le modèle de comportement flexionnel des dalles en béton armé proposé permet d’obtenir des estimations assez précises des déformations des dalles. Ce modèle peut être utilisé afin d’obtenir les courbures de la dalle et, ensuite, les déformations dans les barres relevées avec un calcul en section comme montré à la figure 5.8. En supposant valable l’hypothèse des sections planes de Navier–Bernoulli et en admettant un comportement élastique–plastique du béton, la déformation ε_{sw} dans la direction parallèle à la barre relevée dans le point déterminé par la section de calcul vaut :

$$\varepsilon_{sw} = \chi (h_w - c) \cos^2(\beta) \quad (5.1)$$

où la hauteur de l’axe neutre c est déterminée par l’équilibre de force horizontales dans la section de calcul.

Le résultat de cette analyse est montré à la figure 5.9 pour la dalle PT42. Le profil des déformations d’une barre relevée dérivé des mesures expérimentales est comparé avec le profil calculé. La différence entre les deux profils peut être expliquée de la manière suivante : les fissures inclinées, qui traversent la barre relevée dans sa zone inclinée, engendrent des déformations additionnelles qui ne sont pas prise en compte par le

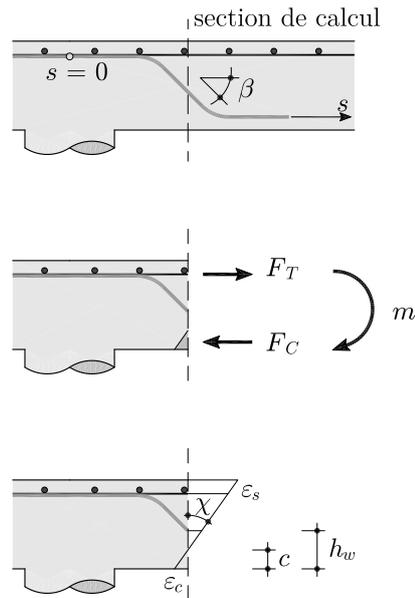


Fig. 5.8 – Calcul des déformations des barres relevées par un calcul en section.

calcul sectionnel. L'effet des fissures inclinées devient plus important lorsque la charge atteint le 50–60% de la charge de rupture. Dans le cas de cette dalle, ces fissures ne sont pas complètement visibles sur la coupe après rupture car elles se referment pendant la décharge, fig. 5.6, mais leur effet est mis en évidence par les mesurés des déformations dans les barres. On remarque que la déformation du point central ($s = 0$) de la barre est bien estimée par le calcul basé sur le comportement flexionnel à tous les niveaux de charge.

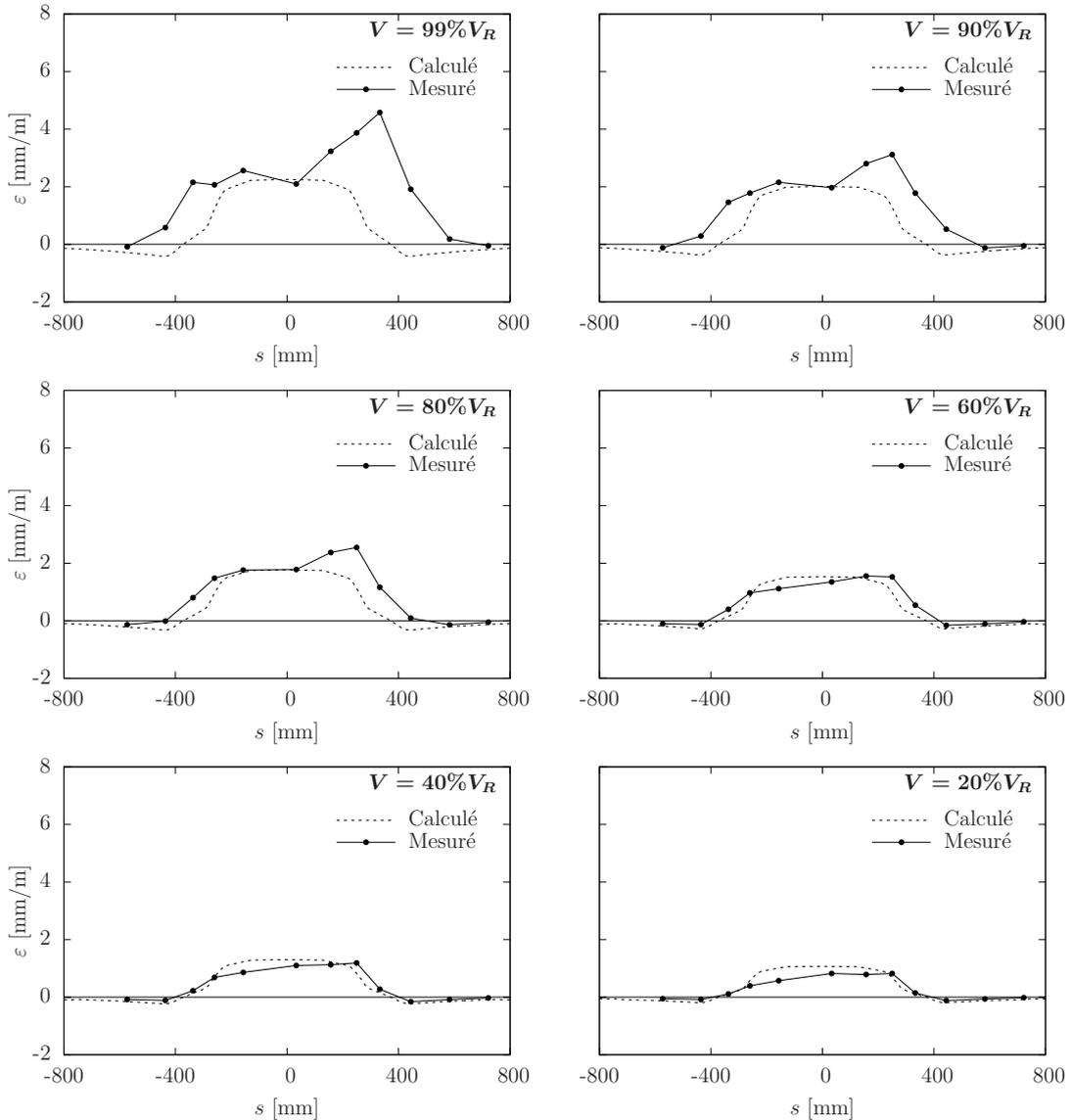


Fig. 5.9 – Comparaison du profil des déformations d’une barre relevée calculé à partir du comportement flexionnel de la dalle avec le profil dérivé des mesures expérimentales pour différents niveaux de charge. Dalle PT42, barre X (voir annexe D).

5.5 Adhérence des barres droites et courbes

Avant de présenter le modèle d’activation des barres relevées, des considérations générales sur le mécanisme d’adhérence des barres d’armature droites et courbes seront brièvement exposées. Celles-ci serviront de base pour le modèle d’activation des barres relevées.

L’équilibre d’un élément de longueur ds d’une barre droite est donné par l’équation :

$$A_s d\sigma_s = \pi \varnothing \tau_b ds \quad (5.2)$$

où $A_s = \pi \varnothing^2 / 4$ et \varnothing sont respectivement l’aire et le diamètre de la barre, τ_b est la

contrainte d'adhérence entre l'acier et le béton et $d\sigma_s$ est la variation de la contrainte. Cette variation est gouvernée par la relation suivante :

$$d\sigma_s = \frac{4\tau_b}{\varnothing} ds \quad (5.3)$$

Si la contrainte d'adhérence est constante, la variation de contrainte est également constante. En général, la contrainte d'adhérence dépend du déplacement relatif entre l'acier et le béton selon la loi d'adhérence $\tau_b - \delta$.

Dans le cas d'une barre courbe, il faut tenir compte du frottement entre l'acier et le béton. Si l'élément ds couvre un angle $d\vartheta$ avec un rayon de courbure r , la force de déviation exercée sur la barre au droit du point de coordonnée s est :

$$u = \frac{\sigma_s}{r} A_s$$

L'équilibre de la barre est décrit par l'équation suivante :

$$A_s d\sigma_s = \pi\varnothing\tau_b ds + \mu_f \frac{\sigma_s}{r} A_s ds \quad (5.4)$$

où μ_f est le coefficient de frottement acier-béton dont la valeur généralement adoptée est 0.4.

La variation de contrainte pour une barre courbe prend la forme suivante :

$$d\sigma_s = \left(\frac{4\tau_b}{\varnothing} + \mu_f \frac{\sigma_s}{r} \right) ds \quad (5.5)$$

On remarque que dans ce cas la variation de la contrainte n'est jamais constante car elle dépend de la contrainte σ_s au point considéré.

5.6 Modèle d'activation des barres relevées

Dans ce paragraphe, le modèle d'activation des barres relevées est présenté. Ce modèle permet d'estimer les déformations et les contraintes dans les barres relevées en fonction de la rotation de la dalle et peut être utilisé pour adapter le critère de rupture proposé par Muttoni, éq. 2.5, au cas des dalles avec barres relevées.

5.6.1 Hypothèses de base, loi constitutive de l'acier et loi d'adhérence acier-béton

Les conditions du problème traité rendent le phénomène d'activation particulièrement complexe. C'est pourquoi, pour son analyse avec un modèle analytique, des hypothèses simplificatrices doivent être faites :

- le comportement de la dalle est admis axisymétrique
- la fissure inclinée est considérée rectiligne et le centre de rotation de la dalle est situé dans le point inférieur de la fissure. A l'extérieur de la fissure la dalle se déforme comme un corps rigide avec rotation constante ψ et à l'intérieure elle assume une déformée de forme sphérique.
- la contrainte long de la partie droite tendue de la barre relevée est considérée constante.
- dans les autres parties de la barre relevée l'équation (5.5) est valable

Quant à la loi constitutive de l'acier et à la loi d'adhérence acier-béton, les fonctions simplifiées montrées à la figure 5.10a,b sont adoptées. La loi d'adhérence employée a été introduite par Marti et al [Mar1998]. Pour le module d'élasticité de l'acier on considère la valeur $E_s = 205000$ MPa. Par contre, le module d'écroûissage E_{sh} été tiré des essais de traction des barres d'armature et vaut 1030 MPa pour les barres relevées $\varnothing 14$ (dalles PT41 et PT42) et 1650 MPa pour les barres relevées $\varnothing 10$ (dalles PT43 à PT45). La résistance d'adhérence est calculée avec la relation suivante :

$$f_b = 2f_{ct} = 0.6f_c^{\frac{2}{3}} \quad (5.6)$$

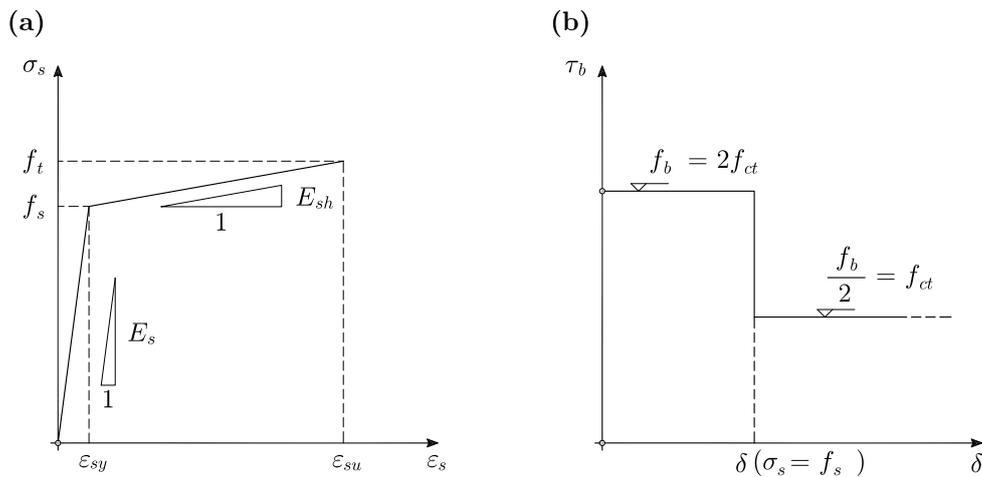


Fig. 5.10 – (a) Loi constitutive de l'acier et (b) loi d'adhérence acier-béton utilisées pour le modèle d'activation des barres relevées.

5.6.2 Profil des contraintes et des déformations

Suite aux hypothèses formulées, le profil des contraintes supposé est représenté de manière schématique à la figure 5.11a. Le profil des déformations correspondant, selon la loi constitutive adoptée, est montré à la figure 5.11b.

La géométrie de la barre est définie par les points caractéristiques $O - AA - A - B - BB$, qui indiquent, respectivement, l'origine de la coordonnée curviligne s et les changements de direction de la barre. Le point I représente le point où la fissure inclinée

traverse la barre relevée, fig. 5.12. Dans ce modèle, ce point est donc déterminé par la géométrie du système et par l'inclinaison de la fissure.

Par contre, la position des points 1 et 2 est variable en fonction du niveau de charge et, conséquemment, de la rotation. Au point 2 la contrainte dans la barre relevée devient nulle. Ainsi, la distance $s_2 - s_I$ peut être déterminée au moyen de l'équation (5.5) lorsque la contrainte en I est connue. La position du point 2 dépend de la contrainte σ_{sI} et de la position du point I . La position du point 1 est donné par l'intersection de deux courbes, comme montré à la figure 5.11. La position de ce point dépend alors des contraintes σ_{s0} et σ_{sI} ainsi que de la position du point I .

Par la suite, on va aborder le problème de la détermination des deux contraintes σ_{s0} et σ_{sI} .

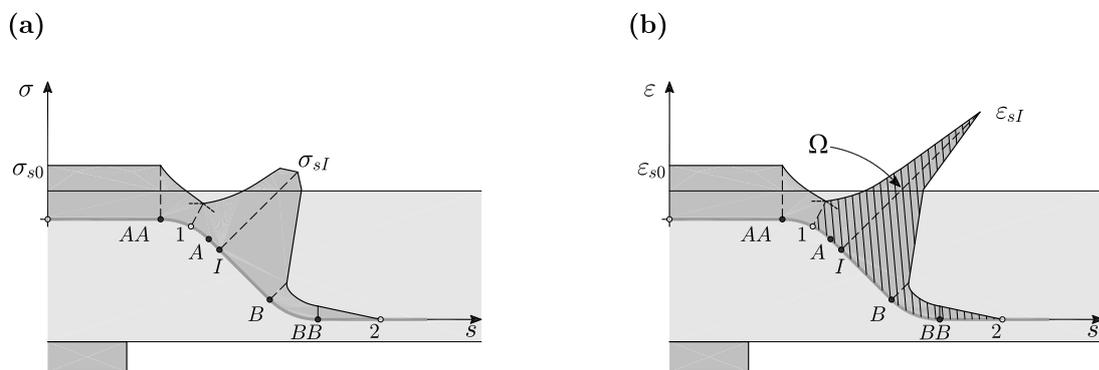


Fig. 5.11 – Profil (a) des contraintes et (b) des déformations supposés le long d'une barre relevée.

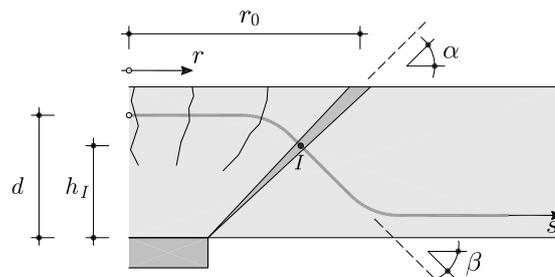


Fig. 5.12 – Hypothèses du modèle.

Selon la théorie de la fissure critique, l'ouverture w de la fissure est proportionnelle au produit ψd :

$$w \propto \psi d$$

Cette équation peut donc être écrite de la manière suivante [FR2009a] :

$$w = k\psi d \quad (5.7)$$

où k est un facteur de proportionnalité qui sera discuté plus loin. Avec cette hypothèse, les déplacements relatifs des lèvres de la fissure au point I dans les directions parallèle (w_{bI}) et perpendiculaire (δ_{bI}) à la barre relevée sont donnés relations ci-dessous :

$$w_{bI}(\psi, s_I) = k \psi h_I(s_I) \cos \left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.8)$$

$$\delta_{bI}(\psi, s_I) = k \psi h_I(s_I) \sin \left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.9)$$

Dans ces équation, h_I est la distance verticale entre le point I et la face comprimée de la dalle, α est l'angle d'inclinaison de la fissure inclinée et β est l'angle d'inclinaison des barres relevées par rapport au plan moyen de la dalle, fig. 5.12. Le facteur de proportionnalité k , dans cette étude est supposé constant. Les relations ci-dessus ont été appliquées par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] au cas des dalles avec armature de poinçonnement composée de goujons et étriers [FR2009a]. Dans ce cas, la valeur de $k = 0.5$ a amenée à des résultats satisfaisants. L'interprétation de ce facteur sera discutée plus loin.

Si on suppose, initialement, que la valeur de σ_{s0} et σ_{sI} est connue, le profil de contraintes est déterminé et celui des déformations peut être calculé au moyen de la loi constitutive. Ceci est montré qualitativement à la figure 5.11. L'aire Ω , sous la courbe du profil des déformations entre les points 1 et 2, doit alors être égale au déplacement relatif w_{bI} , fig. 5.11b. Cette aire est définie de la manière suivante :

$$\Omega(\sigma_{s0}, \sigma_{sI}, s_I) = \int_{s_1(\sigma_{s0}, \sigma_{sI}, s_I)}^{s_2(\sigma_{sI}, s_I)} \varepsilon_s(\sigma_s) ds \quad (5.10)$$

ainsi, on obtient la relation suivante :

$$\Omega(\sigma_{s0}, \sigma_{sI}, s_I) = w_{bI}(\psi, s_I) \quad (5.11)$$

La contrainte σ_{s0} , fig. 5.11a, peut être calculée au moyen de la relation constitutive de l'acier, fig. 5.10a, à partir de la déformation de la barre dans la zone à l'intérieur de la fissure critique (ε_{s0} , fig. 5.11b). Celle-ci dépende de la courbure radiale χ_r de la zone à l'intérieur de la fissure critique. Pour calculer cette courbure deux approches sont possibles. De manière générale, on peut utiliser l'approche numérique (voir paragraphe 5.4). Le cas axisymétrique d'un élément de dalle isolé peut être étudié avec le modèle cinématique simplifié proposée par Muttoni [Mut2008a]. Puisque la la déformée de la région à l'intérieur de la fissure critique située au rayon r_0 à une distance d du bord de la colonne prend une forme sphérique, les courbures tangentielle χ_t et radiale χ_r dans cette région coïncident et sont constantes. Pour les dalles sans armature de poinçonnement Muttoni propose la relation suivante [Mut2008a] :

$$\chi_r = \chi_t = \frac{\psi}{r_0} \quad \text{pour } r \leq r_0$$

Si on suppose la formation d'une fissure inclinée dont l'ouverture est donnée par l'équation (5.7), la rotation de la dalle doit être donnée par la somme de l'intégral de

la courbure radiale de la zone à l'intérieure de la fissure critique et la rotation relative entre la zone interne et externe à la fissure, fig. 5.13. Ainsi, la courbure radiale de la zone interne à la fissure critique est donnée par la relation suivante :

$$\chi_r = \frac{(1-k)\psi}{r_0} \quad \text{pour } r \leq r_0 \quad (5.12)$$

qui peut être utilisée pour dériver la déformation σ_{s0} en fonction de la rotation de la dalle ψ .

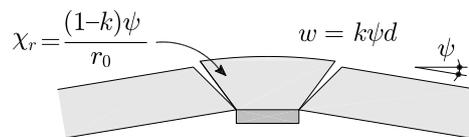


Fig. 5.13 – Comportement cinématiques simplifiés de la dalle et relation entre la courbure radiale de la région de dalle à l'intérieure de la fissure critique et la rotation ψ .

La figure 5.14 montre la comparaison entre les déformations ε_{s0} au point $s = 0$ mesurées et celles calculées avec $k = 0.5$, qui est la valeur utilisée par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a]. On peut remarquer la bonne corrélation entre les courbes calculées et celles des résultats de la série expérimentale.

5.6.3 Procédure pour le calcul du profil des contraintes et des déformations

Pour déterminer le profil de déformations des barres relevées la procédure est la suivante. Pour un rotation ψ , la courbure radiale de la zone à l'intérieure de la fissure critique est donnée par l'équation (5.12) et la contrainte σ_{s0} peut être calculée. Le déplacement w_{bI} est calculé au moyen de l'équation (5.8). Ensuite, en faisant une hypothèse sur la valeur de la contrainte σ_{sI} le profil des contraintes est déterminé en utilisant l'équation (5.5) et en tenant compte de la loi d'adhérence acier-béton (fig 5.10b). Grâce à la loi constitutive de l'acier (fig 5.10a) on peut dériver le profil des déformations. Celui-ci permet de calculer l'aire Ω , éq. (5.10). Si l'équation (5.11) est satisfaite, la valeur supposée de la contrainte σ_{sI} est la valeur cherchée.

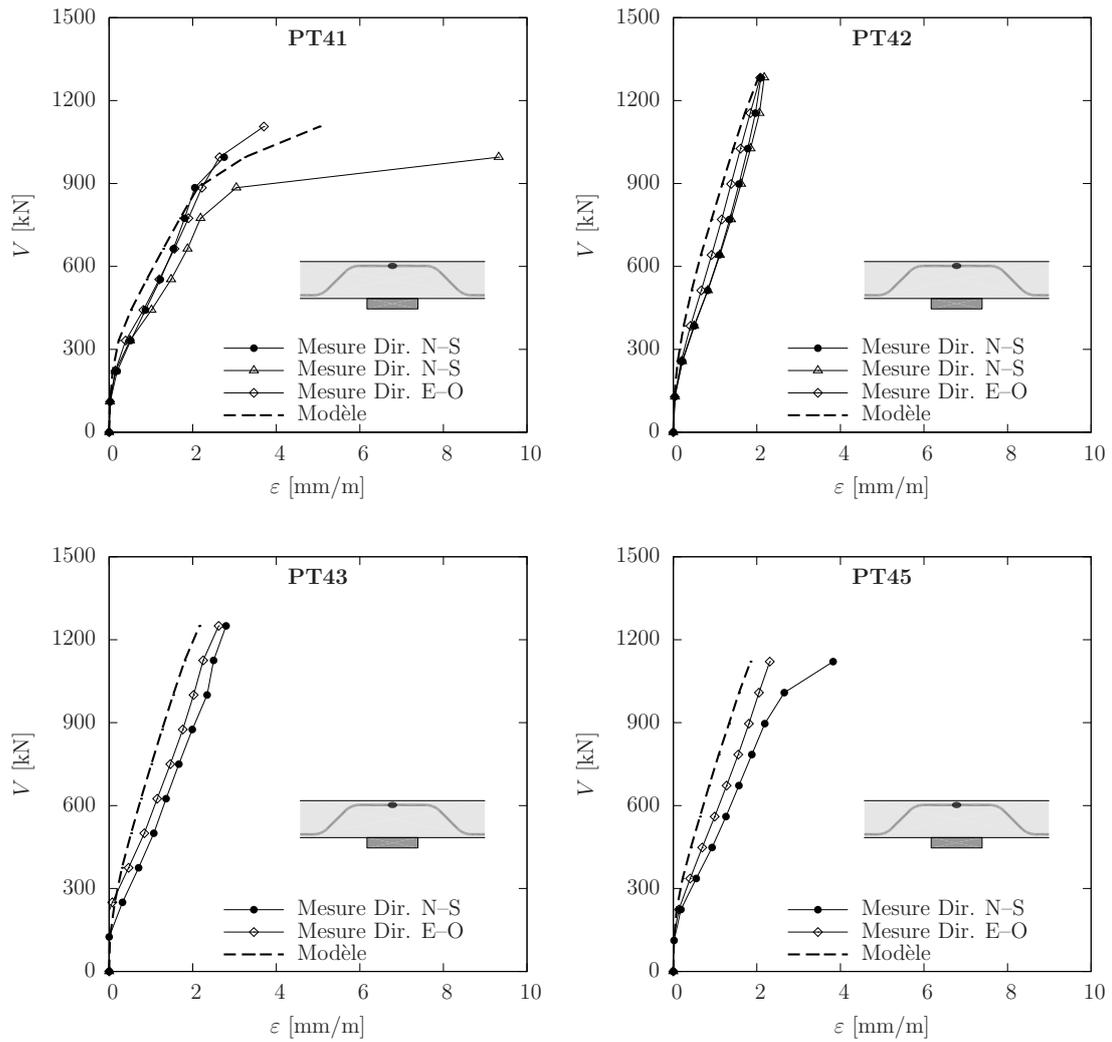


Fig. 5.14 – Comparaison entre les déformations ε_{s0} au point $s = 0$ mesurées lors des essais et les déformations calculées.

5.6.4 Validation du modèle d'activation des barres relevées

Les figures 5.15 et 5.16 montrent les résultats du modèle d'activation respectivement pour les dalles PT41 et PT42 en supposant une inclinaison de la fissure $\alpha = 45^\circ$ comme proposé par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a]. Le profil des déformations calculé avec la procédure montrée dans ce chapitre est comparé avec les mesures ponctuelles des déformations effectuées pendant les essais. Sur ces figures, le point zéro correspond à l'origine de l'abscisse curviligne s , fig. 5.11, développée sur l'axe horizontal. En raison de la symétrie du problème, seulement la moitié d'une barre est représentée.

Dans les deux dalles présentées aux figures 5.15 et 5.16, les jauges de déformations ont été disposées sur trois barres : la barre centrale X disposait de capteurs sur toute sa longueur ; dans la barre Y les capteurs ont été placés seulement du centre vers le nord ; la troisième barre, barre Z, était munie de capteurs du centre à l'ouest.

On peut constater que, tenant compte de la variabilité de mesures expérimentales, le profil des déformations calculé représente de manière réaliste les profils mesurés dans les différentes barres relevées jusqu'à la rupture de la dalle.

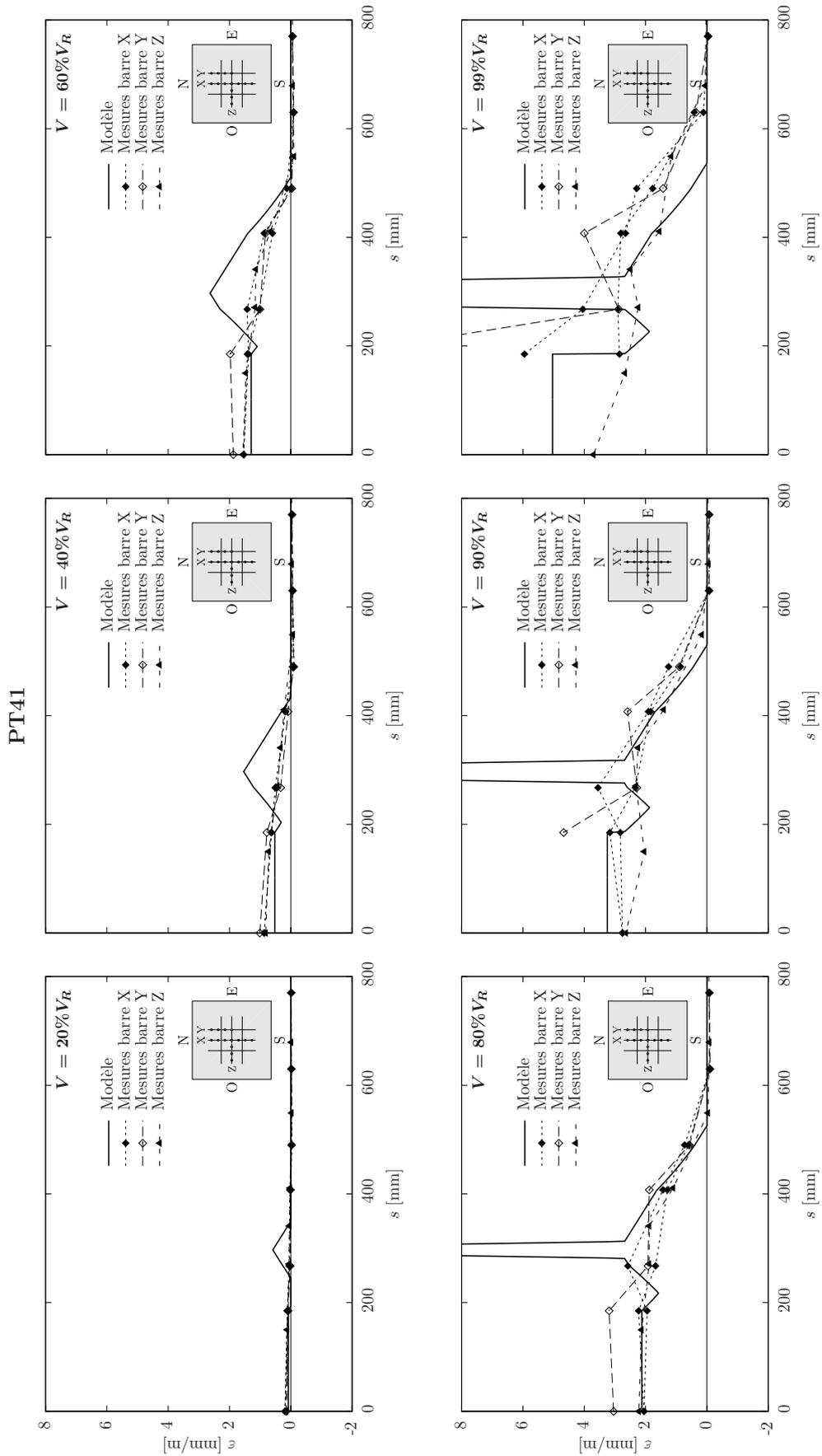


Fig. 5.15 – Comparaison entre le profil des déformations des barres relevées calculé avec le modèle proposé et le profil mesuré pour différents niveaux de charge. Dalle PT41.

PT42

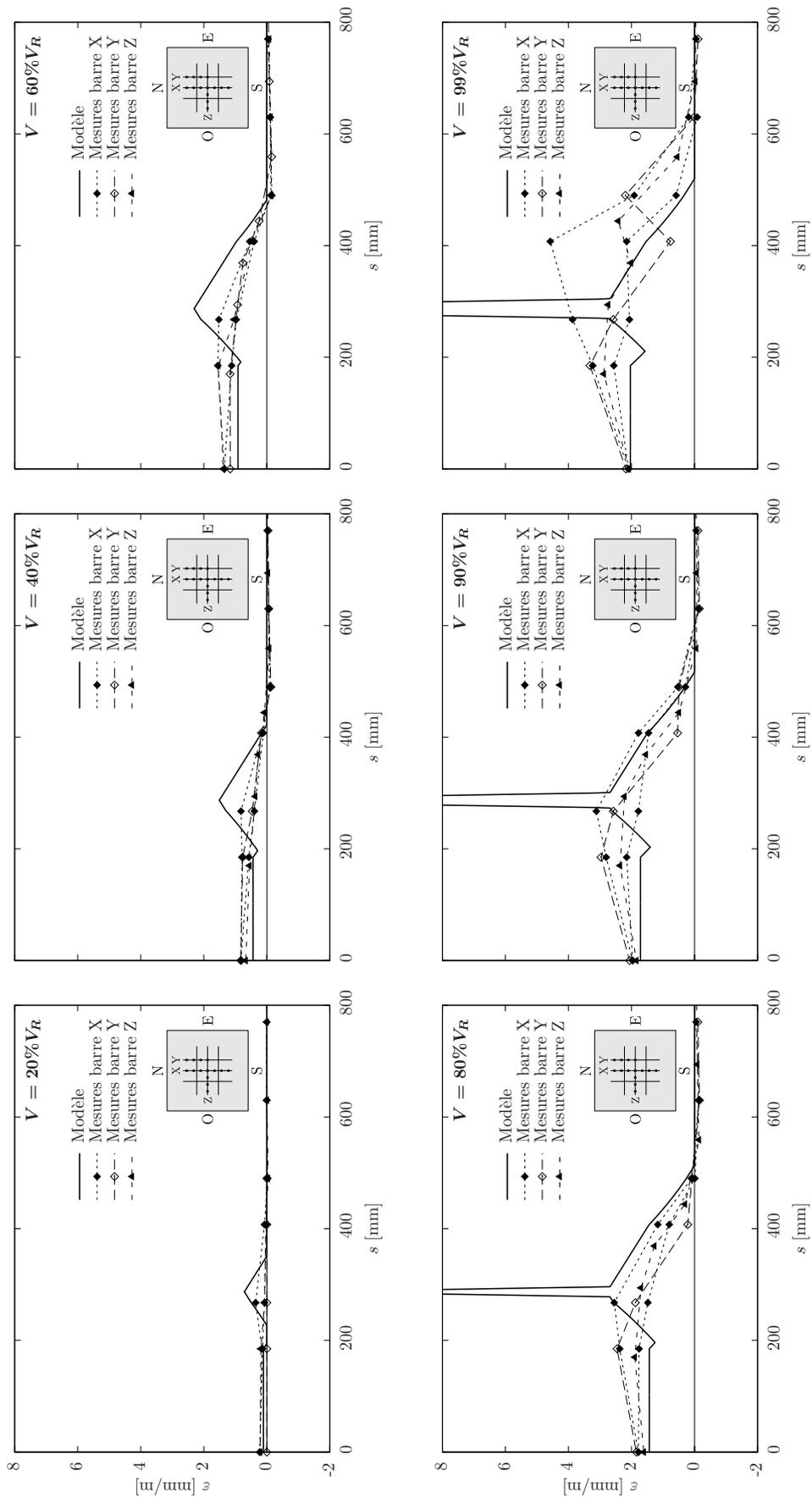


Fig. 5.16 – Comparaison entre le profil des déformations des barres relevées calculé avec le modèle proposé et le profil mesuré pour différents niveaux de charge. Dalle PT42.

5.7 Rupture à l'intérieur de la zone renforcée et modèle pour le dimensionnement

Dans le cas où la rupture par poinçonnement d'une dalle avec armature de poinçonnement se produit à l'intérieur de la zone renforcée, une partie de la charge est reprise par le béton et une partie est reprise par les armatures de poinçonnement. Ainsi, la résistance au poinçonnement peut être calculée de la manière suivante (fig. 5.17) :

$$V_{R,in} = V_c + V_s \quad (5.13)$$

La contribution du béton V_c est donnée par le critère de rupture en fonction de la rotation de la dalle, éq. (2.5), c'est-à-dire :

$$V_c = \frac{3}{4} \frac{b_0 d \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (5.14)$$

Si l'effet goujon (dowel action) des armatures de poinçonnement est négligé, la contribution des armatures de poinçonnement V_s est donnée par :

$$V_s = \sum_{i=1}^n \sigma_{si}(\psi) A_{si} \sin(\beta_i) \quad (5.15)$$

Dans cette expression, n est le nombre de barres d'armature de poinçonnement qui sont coupées par la fissure critique définissant la surface de rupture. A_{si} , β_i et $\sigma_{si}(\psi)$ sont respectivement l'aire, l'inclinaison par rapport à l'horizontale, et la contrainte dans l'armature de poinçonnement d'indice i . Celle-ci peut être calculée avec le modèle d'activation présenté au paragraphe 5.6. Dans ce qui suit, on propose un modèle analytique qui peut être utilisé pour le dimensionnement des armatures de poinçonnement et, en particulier, pour les barres relevées.

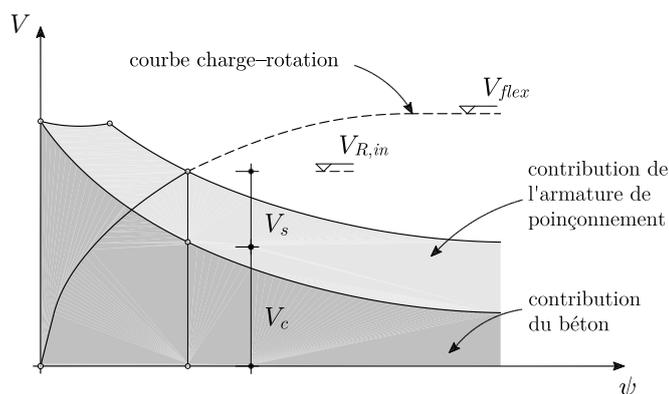


Fig. 5.17 – Calcul de la résistance au poinçonnement à l'intérieur de la zone renforcée. Adaptée de [FR2009a].

Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] ont dérivé une relation pour le calcul de la contrainte $\sigma_{si}(\psi)$ des armatures de poinçonnement composée de goujons et étriers.

En supposant que la fissure critique coupées les armatures de poinçonnement dans un point situé à une distance ℓ_{as} de l'extrémité supérieure et ℓ_{ai} de l'extrémité inférieure, que l'armature est complètement ancrée des deux côtés de la fissure critique et que la contrainte aux extrémités de l'armature n'est pas nulle, la formule suivante a été dérivée [FR2009a] :

$$\sigma_s = \frac{E_s w_{bI}}{\ell_{as} + \ell_{ai}} + \frac{2f_b}{\varnothing_w} \frac{\ell_{as}^2 + \ell_{ai}^2}{\ell_{as} + \ell_{ai}} \leq f_{sw} \quad (5.16)$$

où w_{bI} est le déplacement relatif des lèvres de la fissure en direction parallèle à la direction de l'armature de poinçonnement donné par l'équation (5.8) et f_{sw} est la limite d'écoulement de l'armature de poinçonnement. Cette expression de la contrainte σ_s n'est valable que si la condition ci-dessous est satisfaite :

$$w_{bI} \geq w_{bI,2} = \frac{2f_b}{E_s \varnothing_w} [(\ell_{as} + \ell_{ai})^2 - 2\ell_{ai}^2] \quad \text{avec } \ell_{as} \geq \ell_{ai} \quad (5.17)$$

Dans le cas d'une armature verticale, $\beta = 90^\circ$, et avec une inclinaison de la fissure critique $\alpha = 45^\circ$, en admettant que $\ell_{as} + \ell_{ai} \approx d$ et $h_I = d/2$ (armature placée à une distance $d/2$ du bord de la colonne), l'équation (5.16) peut être simplifiée de la façon suivante [FR2009a] :

$$\sigma_s = \frac{E_s 0.5 \psi}{d} \frac{d \sqrt{2}}{2} + 2 \frac{f_b}{\varnothing_w} \frac{d}{2} \approx \frac{E_s \psi}{6} + f_b \frac{d}{\varnothing_w} \leq f_{sw} \quad (5.18)$$

Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] proposent pour le dimensionnement des armatures de poinçonnement de calculer la contribution V_s en considérant pour toutes les armatures qui sont coupes par la fissure critique une contrainte moyenne égale à celle d'une armature placée à $d/2$ du bord de la colonne, c'est-à-dire en supposant que le centre de gravité de ces armature se situe à $d/2$ du bord de la colonne. Ainsi :

$$V_s = \left(\frac{E_s \psi}{6} + f_b \frac{d}{\varnothing_w} \right) A_{sw} \leq f_{sw} A_{sw} \quad (5.19)$$

où A_{sw} est l'aire totale des armatures de poinçonnement qui se trouvent à une distance inférieure à d du bord de la colonne et qui sont coupées par la fissure critique.

La disposition des barres relevées implique que l'hypothèse à la bases de l'équation précédente n'est pas toujours valable. De plus, les barres relevées ont généralement une inclinaison inférieure à 90° . Une relation pour le dimensionnement peut être dérivée comme il est montré par la suite. Pour une armature de poinçonnement inclinée d'un angle $\beta \neq 90^\circ$, en tenant compte que $\ell_{as} + \ell_{ai} \approx d/\sin(\beta)$, l'équation (5.16) peut être écrite de la manière suivante :

$$\sigma_s = \frac{E_s \psi}{2} \frac{h_I}{d} f(\alpha, \beta) + f_b \frac{d}{\varnothing_w \sin(\beta)} \leq f_{sw} \quad (5.20)$$

où :

$$f(\alpha, \beta) = \sin(\beta) \cos(\alpha + \beta - \pi/2) \quad (5.21)$$

On observe que, selon l'équation (5.20), on obtient $\sigma_s \neq 0$ pour $\psi = 0$. Ceci est dû à l'hypothèse que l'armature de poinçonnement est complètement encrée des deux côtés et peut amener à une surestimation de la contrainte σ_s lorsque $w_{bI} < w_{bI,2}$. Une possibilité pour éviter cette surestimation est d'utiliser une équation interpolée entre le comportement de l'armature si l'adhérence est négligée ($f_b = 0$), valable pour $\psi = 0$, et le comportement avec adhérence ($f_b \neq 0$) et activation des deux cotés, fig 5.18. Pour ce faire, on définit la rotation ψ_1 comme étant la rotation pour laquelle on a l'écoulement de l'armature de poinçonnement en négligeant l'adhérence :

$$\frac{E_s \psi_1}{2} \frac{h_I}{d} f(\alpha, \beta) = f_{sw} \Rightarrow \psi_1 = \frac{2f_{sw}}{E_s f(\alpha, \beta)} \frac{d}{h_I} \quad (5.22)$$

L'équation (5.20) peut alors être modifiée comme suite :

$$\sigma_s = \frac{E_s \psi}{2} \frac{h_I}{d} f(\alpha, \beta) + \frac{\psi}{\psi_1} f_b \frac{d}{\varnothing_w \sin(\beta)} \leq f_{sw} \quad (5.23)$$

et, en utilisant la définition de ψ_1 , on obtient l'équation suivante :

$$\sigma_s = \frac{E_s \psi}{2} \frac{h_I}{d} \cos(\alpha + \beta - \pi/2) \left(\sin(\beta) + \frac{f_b}{f_{sw}} \frac{d}{\varnothing_w} \right) \leq f_{sw} \quad (5.24)$$

qui peut être utilisée pour le dimensionnement pour une inclinaison de la fissure critique α donnée. Le choix de l'inclinaison de la fissure est discuté au paragraphe 5.9. On observe que pour $\alpha = 45^\circ$ on a :

$$\cos(\alpha + \beta - \pi/2) = (\cos(\beta) + \sin(\beta)) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

et en supposant que $h_I = d/2$ on obtient :

$$\sigma_s = \frac{E_s \psi}{6} (\cos(\beta) + \sin(\beta)) \left(\sin(\beta) + \frac{f_b}{f_{sw}} \frac{d}{\varnothing_w} \right) \leq f_{sw} \quad (5.25)$$

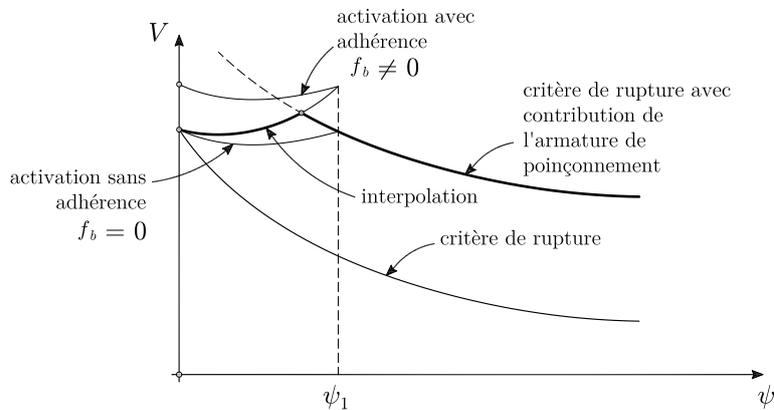


Fig. 5.18 – Courbe interpolée pour le critère de rupture à l'intérieur de la zone renforcée.

5.8 Autres modes de rupture

Le calcul de la résistance au poinçonnement d'une dalle avec barres relevées doit être effectué en considérant la rupture à l'intérieur de la zone renforcée, la rupture à l'extérieur de la zone renforcée et la rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui. Dans le paragraphe précédent, il a été montré comment considérer la rupture à l'intérieur de la zone renforcée. Dans ce cas, la contrainte dans les barres relevées, qui peut être mise en relation avec la rotation de la dalle, doit être évaluée (voir équation (5.13)). Pour ce faire, le modèle d'activation présenté auparavant et la formule simplifiée (5.24) peuvent être utilisés.

La méthode de calcul de la résistance au poinçonnement pour les deux autres modes de rupture selon la théorie de la fissure critique sera traitée par la suite.

5.8.1 Rupture à l'extérieur de la zone renforcée

La résistance au poinçonnement à l'extérieur de la zone renforcée $V_{R,ext}$ est déterminée par l'intersection de la courbe charge-rotation de la dalle avec le critère de rupture évalué à l'extérieur de la zone renforcée, comme montré à la figure 5.19, on utilisant la formule suivante [FR2009a] :

$$V_{R,ext} = \frac{3}{4} \frac{b_{0,ext} d_v \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (5.26)$$

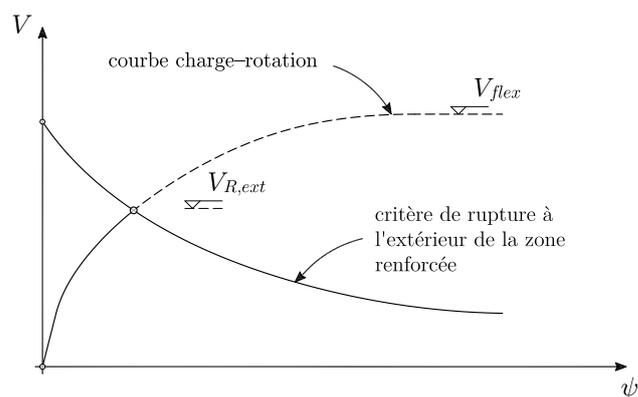


Fig. 5.19 – Calcul de la résistance au poinçonnement à l'extérieur de la zone renforcée par les armature de poinçonnement.

Dans cette équation, d_v est l'hauteur statique réduite de l'armature de poinçonnement et $b_{0,ext}$ est le périmètre de contrôle pour le calcul de la résistance à l'extérieur de la zone renforcée, fig. 5.20. Ces deux grandeurs sont relativement bien définies pour les étriers et les goujons. Par contre, dans le cas des barres relevées, leur définition est moins évidente à cause de la géométrie courbe de la barre. Dans le cadre de cette étude, les définitions de la figure 5.20 ont été utilisées. Le périmètre de contrôle $b_{0,ext}$

est situé à une distance $d_v/2$ du point moyen de la partie courbe inférieure de la barre relevée et la hauteur statique réduite d_v est évaluée à partir du même point. Ainsi, le périmètre extérieur est déterminé comme montré à la figure 5.20, où la longueur maximale des parties droites est limitée à $4d_v$, comme proposé par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a].

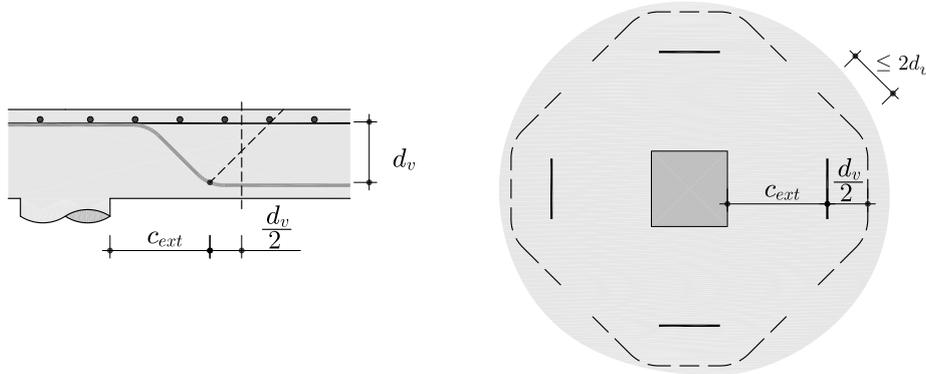


Fig. 5.20 – Définition de la hauteur statique réduite des barres relevées et du périmètre de contrôle à l'extérieur de la zone renforcée.

5.8.2 Rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui

La résistance des bielles en béton proches de la zone d'appui est influencée par l'état de déformation transversale des bielles. Celui-ci dépend de la rotation de la dalle et de la capacité du système d'armature de poinçonnement de contrôler l'état de déformation transversale des bielles. Avec cette considération, pour calculer la résistance correspondante à la rupture par écrasement des bielles en béton $V_{R,écr}$, Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a] ont proposé l'équation suivante :

$$V_{R,écr} = k_{sys} \frac{3}{4} \frac{b_0 d \sqrt{f_c}}{1 + 15 \frac{\psi d}{d_{g0} + d_g}} \quad (5.27)$$

k_{sys} est un facteur qui dépend de l'efficacité du système utilisé comme armature de poinçonnement. Fernández Ruiz et Muttoni ont proposé $k_{sys} = 3$ dans le cas d'armature de poinçonnement bien ancrée, comme par exemple les goujons avec têtes d'ancrage. Pour d'autres systèmes d'armature de poinçonnement ils ont proposée $k_{sys} = 2$. La résistance est donnée par l'intersection de la courbe charge-rotation avec le critère de rupture par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui, comme montré à la figure 5.21.

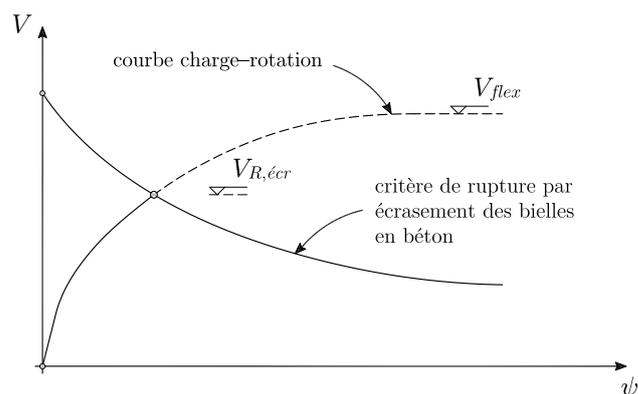


Fig. 5.21 – Calcul de la résistance au poinçonnement par écrasement des bielles en béton proche de la zone d'appui.

5.9 Comparaison avec les essais

Les figures 5.22 et 5.23 présentent deux analyses des dalles d'essais. La première est effectuée avec un angle d'inclinaison de la fissure critique $\alpha = 45^\circ$ et la seconde avec $\alpha = 30^\circ$. Les courbes charge-rotation sont calculées avec la méthode du niveau II, éq. (4.7) avec $r_s = 1500$ mm et $a^* = 8$. Dans ce cas, les courbes obtenues sont très similaires à celles donnée par le niveau III.

Dans les figures 5.22 et 5.23 les courbes correspondant aux différents critères de rupture sont également représentées. Le critère de rupture par écrasement des bielles en béton est calculé au moyen l'équation (5.27) avec $k_{sys} = 2$. Les critères tenant compte des barres relevées sont dérivés sur la base de l'équation (5.13). La composante V_s est calculée avec deux modèles différents : le modèle d'activation présenté au paragraphe 5.6 (modèle d'activation raffiné) et le modèle d'activation donné par l'équation (5.24) pour $\alpha = 30^\circ$, et par l'équation (5.25) pour $\alpha = 45^\circ$ (modèle d'activation analytique). Les résultats de l'analyse sont résumés au tableau 5.2. Il est à noter que dans le calcul des valeurs statistiques du rapport $V_{R,test}/V_{R,calc}$, les dalles de référence PG19 et PG20 (sans armature de poinçonnement) ont été considérées.

D'après l'analyse effectuée, on constate que la courbe charge-rotation des essais est bien reproduite par l'équation (4.7). Le calcul de la charge de rupture des dalles PT41 et PT42 n'est pas influencé par l'inclinaison de la fissure adoptée car pour ces dalles la rupture a eu lieu à l'extérieur de la zone renforcée.

Pour les dalles PT43 et PT45, les deux analyses donnent des résultats légèrement différents car avec $\alpha = 30^\circ$ on obtient une rupture pendant la phase d'activation des barres relevées. La différence est plus marquée pour la dalle PT43 dans laquelle l'inclinaison des barres relevées ($\beta = 45^\circ$) est supérieure par rapport à celle de la dalle PT45 ($\beta = 30^\circ$).

Pour la dalle PT44 la différence entre les deux analyses est plus importante car une fissure inclinée à 30° coupe les deux couches de barres relevées alors qu'une fissure inclinée à 45° coupe seulement la première couche, ce qui donne lieu à une estimation

plus prudente de la charge de rupture. Le mode de rupture développé par la dalle, fig. 5.6, et la valeur de la charge de rupture de l'essai montrent que les deux couches de barres relevées ont été activées. Cependant, les données expérimentales ne sont pas suffisantes pour adopter $\alpha = 30^\circ$ comme règle générale. Une inclinaison $\alpha = 45^\circ$, qui est aussi employée par Fernández Ruiz et Muttoni [FR2009a], peut être utilisée de manière prudente.

Les analyses effectuées fournissent également le mode de rupture des dalles. En général, le mode de rupture obtenu correspond au mode de rupture effectivement développé par les différentes dalles d'essai, (voir fig. 5.6). On constate que pour la dalle PT43 les charges de rupture estimées correspondants aux ruptures à l'intérieur et à l'extérieur de la zone renforcée sont assez similaires. La vue en coupe de la surface de rupture de cette dalle, fig. 5.6, est cohérente avec cette constatation.

L'analyse de la dalle PT44 avec le modèle d'activation raffiné et $\alpha = 30^\circ$, fig. 5.23, donne comme mode de rupture la rupture à l'extérieur de la zone renforcée. Ceci n'est pas confirmé par l'essai (voir figure 5.6). Toutefois, on observe que la charge de rupture calculée est pratiquement identique à celle calculée selon le critère de rupture à l'intérieur de la zone renforcée, fig. 5.23.

Le modèle d'activation analytique fournit une estimation de V_R similaire à celle du modèle d'activation raffiné dans les cas où la rupture se produit à l'intérieur de la zone renforcée avec les barres relevées à l'écoulement. La légère différence est due au fait que dans le modèle raffiné on tient compte de l'écrouissage de l'acier. Dans le cas où la rupture se produit pendant la phase d'activation des barres relevées, le modèle analytique donne des résultats plus prudents par rapport au modèle raffiné.

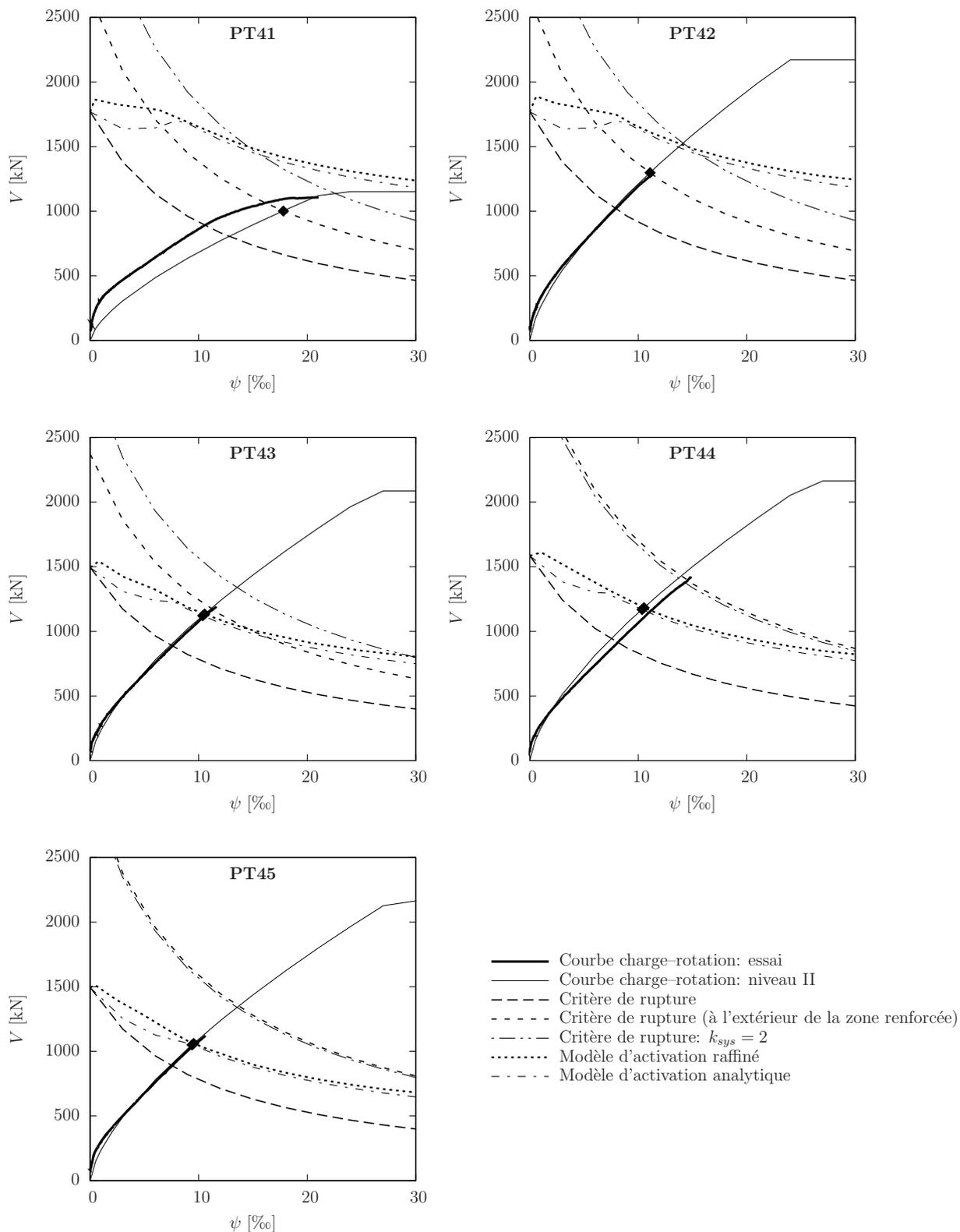


Fig. 5.22 – Analyses des dalles d'essais avec $\alpha = 45^\circ$. Différents critères de rupture et différents modèles d'activation des barres relevées.

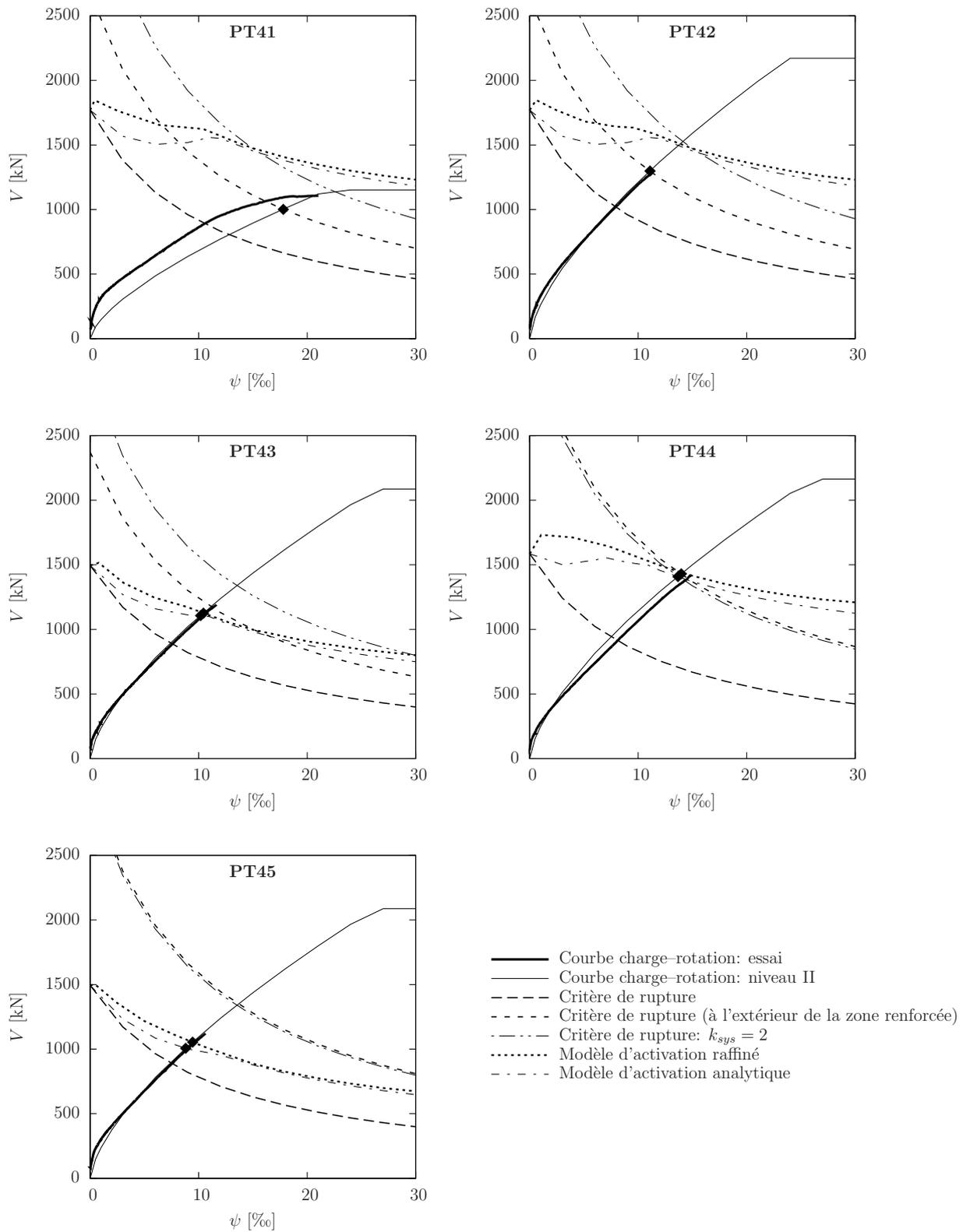


Fig. 5.23 – Analyses des dalles d'essais avec $\alpha = 30^\circ$. Différents critères de rupture et différents modèles d'activation des barres relevées.

Tab. 5.2 – Résultats statistiques de l'analyse des dalles d'essai avec barres relevées.

Dalle	d [mm]	f_c [MPa]	ρ [%]	f_s [MPa]	f_{sw} [MPa]	$A_{sw} f_{sw} \sin \beta^{(*)}$ [kN]	d_v [mm]	$b_{0,ext}$ [mm]	$V_{R,test}$ [kN]	$\alpha = 45^\circ$			$\alpha = 30^\circ$				
										Modèle raffiné		Modèle analytique		Modèle raffiné		Modèle analytique	
										$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [–]	Mode de rupture	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [–]	Mode rupture	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [–]	Mode de rupture	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$ [–]	Mode de rupture
PG19	205	46.2	0.78	510	–	–	–	–	859	1.11	–	1.11	–	1.11	–		
PG20	201	51.7	1.56	551	–	–	–	–	1095	1.07	–	1.07	–	1.07	–		
PT41	200	50.8	0.80	510	550	718	160	3115	1106	1.11	2	1.11	2	1.11	2		
PT42	200	51.7	1.57	551	550	718	160	3056	1283	0.99	2	0.99	2	0.99	2		
PT43	195	38.2	1.61	578	526	351	165	3083	1250	1.10	1	1.12	1	1.11	1		
PT44	195	43.0	1.61	578	526	702	165	3998	1416	1.20	1	1.21	1	0.99	2		
PT45	195	38.3	1.61	578	526	248	165	3958	1121	1.06	1	1.07	1	1.06	1		
										MOY :		1.10		1.06		1.08	
										COV :		0.06		0.05		0.05	
										MAX :		1.20		1.21		1.13	
										MIN :		0.99		0.99		0.99	

(*) A_{sw} = aire totale des barres relevées

Chapitre 6

Conclusions et travaux futurs

Conclusions

Les contributions théoriques et expérimentales de cette recherche ont permis l'extension de la théorie de la fissure critique proposée par le directeur de thèse au cas du poinçonnement non symétrique et excentré et au cas du poinçonnement de dalles avec barres relevées.

Selon la théorie de la fissure critique, la charge de rupture par poinçonnement est déterminée par l'intersection du critère de rupture avec la courbe de comportement en flexion de la dalle qui est donnée par la courbe charge-rotation. Bien que la rupture par poinçonnement se produise par effort tranchant de la zone autour de la colonne, le comportement de la dalle avant la rupture dépend principalement des caractéristiques flexionnelles de la dalle. Pour le calcul de la résistance au poinçonnement d'une dalle, il est fondamental de connaître son comportement flexionnel et d'avoir un modèle performant capable de le reproduire.

La théorie de la fissure critique proposée par Muttoni permet de calculer la résistance au poinçonnement des cas axisymétriques. Le modèle pour l'analyse du comportement flexionnel de la dalle développé dans cette étude, qui tient compte du comportement non linéaire du béton et de l'acier d'armature, est applicable aux cas non symétriques et permet d'étudier des structures complexes comme des planchers-dalles avec des portées inégales ou des ponts-dalles. De plus, il permet de représenter correctement le comportement de dalles avec une armature orthotrope et des dispositions de charges quelconques.

Le modèle analytique proposé pour le calcul de la courbe charge-rotation, en combinaison avec le critère de rupture, permet l'adaptation de la théorie de la fissure critique aux cas de poinçonnement des colonnes intérieures avec moment, des colonnes de bord et des colonnes d'angle. Dans ces cas, la concentration de l'effort tranchant et l'incrément d'ouverture de la fissure critique dus à l'excentricité jouent un rôle fondamental sur la résistance au poinçonnement. Le modèle analytique, en combinaison avec le facteur d'excentricité utilisé pour la réduction du périmètre de contrôle, permet de tenir

compte de ces deux effets.

L'utilisation du modèle analytique permet de calculer la résistance au poinçonnement des cas non symétriques et avec excentricité sans effectuer une analyse non linéaire du comportement de la dalle et simplifie le calcul de la résistance au poinçonnement. La comparaison entre les résultats analytiques et expérimentaux montre que le modèle analytique, en combinaison avec le critère de rupture, atteint une bonne précision pour le calcul de la résistance au poinçonnement et de la déformation de rupture de colonnes intérieures avec moment, de colonnes de bord et de colonnes d'angle.

La série d'essais de dalles non symétriques effectuée dans le cadre de cette recherche a montré que l'estimation de la résistance au poinçonnement au moyen de la courbe charge-rotation de la dalle correspondant à la rotation maximale est en général prudente. L'analyse de cette série d'essai au moyen du modèle développé dans cette étude a permis de tenir compte de la redistribution de l'effort tranchant autour de la colonne et d'obtenir des estimations plus cohérentes de la charge de rupture ainsi que des rotations des dalles à la rupture dans les deux directions perpendiculaires.

Les essais en laboratoire effectués sur les dalles avec barres relevées ont permis de mieux comprendre la contribution à la résistance des barres relevées. Les mesures de déformation sur ces barres ont permis de mieux comprendre les mécanismes d'ancrage de l'armature. Le modèle d'activation des barres relevées développé dans cette étude, qui est cohérent avec la théorie de la fissure critique, est capable de reproduire le profil de déformation des barres relevées des dalles d'essai et permet de tenir compte de la géométrie exacte des barres. Ce modèle, en combinaison avec le critère de rupture, permet d'inclure dans le critère de rupture l'effet des barres relevées.

Travaux futurs

Certains aspects n'ont pas pu être traités dans cette thèse et méritaient une étude complémentaire. Parmi les plus importants, on peut citer :

- l'extension du modèle non linéaire pour le comportement flexionnel des dalles en béton armé pour tenir compte de l'influence des déformations de cisaillement proche des charges concentrées (notamment des régions d'appui)
- la validation expérimentale du modèle de calcul de la résistance au poinçonnement des colonnes de bord et d'angle simplement appuyées
- la validation expérimentale du modèle de calcul de la résistance au poinçonnement des colonnes de bord avec excentricité en direction parallèle au bord libre
- l'étude de l'influence des évidements proches de charges concentrées sur la résistance au poinçonnement
- étude de l'influence de l'orientation de la colonne par rapport au moment d'encastrement sur la concentration de l'effort tranchant et sur la résistance au poinçonnement
- étude de la redistribution de l'effort tranchant dans le cas du poinçonnement avec

excentricité

- la justification analytique de la relation entre la rotation de la dalle et l'ouverture de la fissure critique dans les dalles avec armature de poinçonnement et dans le cas particulier des barres relevées
- l'étude analytique de la rupture par écrasement des bielles en béton proches des charges concentrées dans les dalles avec armature de poinçonnement et dans le cas particulier des barres relevées

Bibliographie

- [ACI1970] **ACI Committee 318.** Proposed Revision of ACI 318–63 Building Code Requirements for Reinforced Concrete. *ACI Journal Proceedings*, t. 67, p. 77–186. **1970.**
- [ACI318–08] **ACI Committee 318.** *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318–08) and Commentary.* American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 471 p. **2008.**
- [ACI318–63] **ACI Committee 318.** *Standard Building Code Requirements for Reinforced Concrete.* American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 144 p. **1963.**
- [ACI318–65] **ACI Committee 318.** *SP–10 : Commentary on ACI 318–63 Building Code.* ACI Special Publication 10, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 91 p. **1965.**
- [ACI326–62] **ACI-ASCE Committee 326.** Shear and Diagonal Tension. *ACI Journal Proceedings*, t. 59(3), p. 353–396. **1962.**
- [And1963] **Andersson J.L.** Punching of concrete slabs with shear reinforcement. *Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar (Transactions of the Royal Institute of Technology)*, t. 212. **1963.**
- [And1966] **Andersson J.L.** Punching of slabs supported on columns at free edges. *Nordisk Betong*, t. 2, p. 179–200. (in Swedish). **1966.**
- [Ani1970] **Anis N.N.** *Shear strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement.* Thèse de doctorat, Faculty of Engineering of the University of London, 265 p. **1970.**
- [Béd1983] **Bédard C.** *Non-linear finite element analysis of concrete structures.* Thèse de doctorat, Imperial College of Science and Technology, London, 296 p. **1983.**
- [Bel1970] **Bell J.C.** *A Complete Analysis for Reinforced Concrete Slabs and Shells.* Thèse de doctorat, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. **1970.**
- [Brä1982] **Brändli W., Müller F., Thürlimann B.** *Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen.* Bericht Nr. 7305-4, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ), Zürich, 145 p. **1982.**

- [Bra1963] **Branson D.E., Metz G.A.** *Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams.* Alabama Highway Research Report N° 7, Part 1, Bureau of Public Roads. **1963.**
- [Bro2000] **Broms C.E.** Elimination of flat plate punching failure mode. *ACI Structural Journal*, t. 97(1), p. 94–101. ISSN 0889-3241. **2000.**
- [Bro2006] **Broms C.** Ductility reinforcement for flat slabs in seismic areas. *Magazine of Concrete Research*, t. 58(4), p. 243. ISSN 0024-9831. **2006.**
- [Bro2007] **Broms C.** Ductility of Flat Plates : Comparison of Shear Reinforcement Systems. *ACI Structural Journal*, t. 104(6), p. 703–711. ISSN 0889-3241. **2007.**
- [Car1968] **Cardenas A., Sozen M.A.** *Strength And Behavior of Isotropically And Nonisotropically Reinforced Concrete Slabs Subjected to Combinations of Flexural and Torsional Moments.* Civil Engineering Studies, Structural Research Series N° 336, University of Illinois, Urbana, Illinois, 277 p. **1968.**
- [CEB1993] **CEB-FIP.** *Model Code for Concrete Structures.* Thomas Telford, 464 p. **1993.**
- [Dru1961] **Drucker D.C.** On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis. Dans *Publications, International Association for Bridge and Structural Engineering*, t. 21. IABSE, p. 48–59. **1961.**
- [DS1960] **Di Stasio J., Van Buren M.P.** Transfer of bending moment between flat plate floor and column. *ACI Journal Proceedings*, t. 57(9), p. 299–314. **1960.**
- [EC2–2004] **CEN.** *Eurocode 2 : Design of concrete structures - Part 1-1 : General rules and rules for buildings.* Comité Européen de Normalisation. **2004.**
- [Elg1996a] **Elgabry A.A., Ghali A.** Moment transfer by shear in slab-column connections. *ACI Structural Journal*, t. 93(2), p. 187–196. **1996.**
- [Elg1996b] **Elgabry A.A., Ghali A.** Transfer of moments between columns and slabs : proposed code revisions. *ACI Structural Journal*, t. 93(1), p. 56–61. ISSN 0889-3241. **1996.**
- [Els1956] **Elstner R.C., Hognestad E.** Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. *ACI Materials Journal*, t. 53(2), p. 29–58. **1956.**
- [fib2010] **fib.** *Model Code 2010 : First complete draft, Volume 2.* fib bulletin 56, Comité Euro-International de Béton–Federation International de la Précontrainte. **2010.**
- [FR2009a] **Fernández Ruiz M., Muttoni A.** Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement. *ACI Structural Journal*, t. 106(4), p. 485–494. ISSN 0889-3241. **2009.**

- [FR2009b] **Fernández Ruiz M., Muttoni A.** Applications of shear fields for analysis and design of reinforced concrete flat slabs. *Hormigón y Acero*, t. 60(252), p. 73–88. **2009.**
- [Fre] **Frederik G.R., Pollauf F.P.** Experimental Determination of the Transmission of Column Moments to Flat Plate Floors. University of Toledo, (Unpublished Report).
- [Gha1989] **Ghali A.** Discussion of Proposed Revisions to : Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-83)(Revised 1986), reported by ACI Committee 318. *ACI Structural Journal*, t. 86(3), p. 328–329. **1989.**
- [Gir1959] **Girkmann K.** *Flächentragwerke*. Springer. **1959.**
- [Gra1938] **Graf D.** Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten. *Deutscher Ausschuss für Eisenbeton*, t. 88. **1938.**
- [Gös1991] **Gössel P., Leuthäuser G.** *L'architecture du XXe siècle*. Taschen. ISBN 3822805238. **1991.**
- [Gua2005] **Guandalini S.** *Poinçonnement symétrique des dalles en béton armé*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). **2005.**
- [Gua2009] **Guandalini S., Burdet O., Muttoni A.** Punching Tests of Slabs with Low Reinforcement Ratios. *ACI Structural Journal*, t. 106(1), p. 87–95. ISSN 0889-3241. **2009.**
- [Gui2010] **Guidotti R.** *Poinçonnement des planchers–dalles avec colonnes superposées fortement sollicitées*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). **2010.**
- [Ham1994] **Hammil N., Ghali A.** Punching shear resistance of corner slab-column connections. *ACI Structural Journal*, t. 91(6), p. 697–707. **1994.**
- [Han1968] **Hanson N.W., Hanson J.M.** *Shear and moment transfer between concrete slabs and columns*. Bulletin D129, Portland Cement Association–Research and Development Laboratories, Skokie, Illinois, 21 p. **1968.**
- [Han1973] **Hand F.R., Pecknold D.A., Schnobrich W.C.** Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells. *Journal of the Structural Division*, t. 99(7), p. 1491–1505. **1973.**
- [Haw1971] **Hawkins N.M., Fallsen H.B., Hinojosa R.C.** Influence of column rectangularity on the behavior of flat plate structures. *ACI Journal*, t. SP-30, p. 127–146. Personal communication included. **1971.**
- [Haw1989] **Hawkins N.M., Bao A., Yamazaki J.** Moment Transfer From Concrete Slabs To Columns. *ACI Structural Journal*, t. 86(6), p. 705–716. ISSN 0889-3241. **1989.**
- [Heg2006] **Hegger J., Tuchlinski D.** Zum Durchstanzen von Flachdecken – Einfluß der Momenten–Querkraft Interaktion und der Vorspannung. *Beton–und Stahlbetonbau*, t. 101(10), p. 742–752. **2006.**

- [Hub1914] **Huber M.T.** Die Grundlagen einer rationellen Berechnung der kreuzweise bewehrten Eisenbetonplatten. *Zeitschrift des Österreichischen Ingenieur-und Architekten-Vereins*, t. 66, p. 557–564. **1914.**
- [Hub1929] **Huber M.T.** *Probleme der Statik technisch wichtiger orthotroper Platten.* Gastvorlesungen an der E.T.H. Zürich. **1929.**
- [Ing1974] **Ingvarsson H.** *Experimentellt Studium Av Beteongplattor Understödda Av Hörnpelare.* Technical Report 33, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm, 26 p. (in Swedish). **1974.**
- [Jen1941] **Jensen V.P.** *Analysis of skew slabs : a report of an investigation conducted by the Engineering Experiment Station, University of Illinois in cooperation with the Public Roads Administration, Federal Works Agency and the Division of Highways, State of Illinois.* Bulletin 332, Engineering Experiment Station, University of Illinois. **1941.**
- [Jof1971] **Jofriet J.C., McNeice G.M.** Finite element analysis of reinforced concrete slabs. *Journal of the Structural Division*, t. 97(3), p. 785–806. **1971.**
- [Joh1962] **Johansen K.W.** *Yield-line theory.* Cement and Concrete Association. **1962.**
- [Kab1986] **Kabir A.** *Nonlinear analysis of reinforced concrete structural slabs.* Thèse de doctorat, University of Strathclyde. **1986.**
- [Kan1966] **Kani G.N.J.** Basic facts concerning shear failure. *ACI Journal*, t. 63(6), p. 675–690. **1966.**
- [Kan1979] **Kani M.W.** *Kani on Shear in Reinforced Concrete.* Department of Civil Engineering, University of Toronto, 120 p. **1979.**
- [Kin1960] **Kinnunen S., Nylander H.** Punching of concrete slabs without shear reinforcement. *Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar (Transactions of the Royal Institute of Technology)*, t. 158. **1960.**
- [Kin1963] **Kinnunen S.** Punching of Concrete Slabs with two-way Reinforcement. *Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar (Transactions of the Royal Institute of Technology)*, t. 198. **1963.**
- [Kin1971] **Kinnunen S.** *Tests on Concrete Slabs Supported on Columns at Free Edges.* National Swedish Building Research Summaries R2 :1971, Statens institut för byggnadsforskning, Stockholm, 103 p. (translated text in English). **1971.**
- [Kir1850] **Kirchhoff G.** Über das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen scheibe. *Crelles J.*, t. 40, p. 51–58. **1850.**
- [Kru1999] **Kruger G.** *Résistance au poinçonnement excentré des planchers-dalles.* Phd thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). **1999.**
- [Len1966] **Lenschow R.J., Sozen M.A.** *A Yield Criterion for Reinforced Concrete Under Biaxial Moments and Forces.* Civil Engineering Studies, Structural

- Research Series N° 331, University of Illinois, Urbana, Illinois, 660 p. **1966**.
- [Leo1962] **Leonhardt F., Walther R.** Shear Tests on Beams With and Without Shear Reinforcement (Schubversuche an einfeldrigen Stahlbetonbalken mit und ohne Schubbewehrung). *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*, t. 151, p. 83. **1962**.
- [Les2007] **Lestuzzi P.** Seismic Engineering. Master course support, EPFL. **2007**.
- [Lin1973] **Lin C.** *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs and Shells*. Thèse de doctorat, Department of civil engineering, University of California, Berkeley, 161 p. **1973**.
- [Lin1975] **Lin C., Scordelis A.C.** Nonlinear analysis of RC shells of general form. *Journal of the Structural Division*, t. 101(3), p. 523–538. **1975**.
- [Lip2009] **Lips S., Tassinari L., Fernández Ruiz M., Muttoni A.** *Essais de poinçonnement de dalles en béton armé sur colonnes rectangulaires*. Rap. tech., Laboratoire de construction en béton (IBETON), EPFL. **2009**.
- [Lov1920] **Love A.E.H.** *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge University Press. **1920**.
- [Mac2009] **MacGregor J.G.** *Reinforced concrete : mechanics and design*. Pearson Education, New Jersey. **2009**.
- [Mai1926] **Maillart R.** Zur Entwicklung der unterzugslosen Decke in der Schweiz und in Amerika. *Schweizerische Bauzeitung*, t. 87(21), p. 263–265. **1926**.
- [Mar1932] **Marcus H.** *Die Theorie elastischer Gewebe und ihre Anwendung auf die Berechnung biegsamer Platten*. Springer, 2 éd. First ed. in 1924. **1932**.
- [Mar1987a] **Marti P., Kong K.** Response of reinforced concrete slab elements to torsion. *Journal of Structural Engineering*, t. 113(5), p. 976–993. **1987**.
- [Mar1987b] **Marti P., Leesti P., Khalifa W.U.** Torsion tests on reinforced concrete slab elements. *Journal of Structural Engineering*, t. 113(5), p. 994–1010. **1987**.
- [Mar1990] **Marti P.** Design Of Concrete Slabs For Transverse-shear. *ACI Structural Journal*, t. 87(2), p. 180–190. ISSN 0889-3241. **1990**.
- [Mar1998] **Marti P., Alvarez M., Kaufmann W., Sigrist V.** Tension chord model for structural concrete. *Structural Engineering International*, t. 8(4), IABSE. **1998**.
- [Mas1968] **Mast P.E.** Influence lines for shear around columns in flat plates. *IABSE congress report*, t. 8, p. 983–993. **1968**.
- [Mas1970] **Mast P.E.** Stresses in flat plates near columns. *ACI Journal Proceedings*, t. 67(10), p. 761–768. ISSN 0002-8061. **1970**.
- [Meg1998] **Megally S.H.** *Punching shear resistance of concrete slabs to gravity and earthquake forces*. Thèse de doctorat, University of Calgary. **1998**.

- [Meg2000] **Megally S.H., Ghali A.** Punching of concrete slabs due to column moment transfer. *Journal of Structural Engineering*, t. 126(2), p. 180–189. **2000**.
- [Mir2010] **Mirzaei Y.** *Post-Punching Behavior of Reinforced Concrete Slabs*. Thèse de doctorat, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). **2010**.
- [Moe1961] **Moe J.** *Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads*. Bulletin D47, Portland Cement Association–Research and Development Laboratories, Skokie, Illinois, 72 p. **1961**.
- [Moo1954] **Moody K.G., Viest I.M., Elstner R.C., Hognestad E.** Shear Strength of Reinforced Concrete Beams Part 1-Tests of Simple Beams. *ACI Journal Proceedings*, t. 51(12), p. 317–332. ISSN 0002-8061. **1954**.
- [Mor1991] **Mortin J.D., Ghali A.** Connection of flat plates to edge columns. *ACI Structural Journal*, t. 88(2), p. 191–198. **1991**.
- [Mut1986] **Muttoni A., Thürlimann B.** *Shear tests on beams and slabs without shear reinforcement*. Unpublished report, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ), Zürich, 12 p. **1986**.
- [Mut1991] **Muttoni A., Schwartz J.** Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. Dans *IABSE Colloquium*, t. 62. p. 703–708. **1991**.
- [Mut2003a] **Muttoni A.** Introduction. Dans *Documentation SIA D 0182, Introduction à la norme SIA 262*. Société suisse des ingénieurs et des architectes (SIA), Zürich, p. 5–9. **2003**.
- [Mut2003b] **Muttoni A.** Shear and Punching Strength of Slabs Without Shear Reinforcement (Schubfestigkeit und Durchstanzen von Platten ohne Querkraftbewehrung). *Beton- und Stahlbetonbau*, t. 98(2), p. 74–84. **2003**.
- [Mut2008a] **Muttoni A.** Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement. *ACI Structural Journal*, t. 105(4), p. 440–450. ISSN 0889-3241. **2008**.
- [Mut2008b] **Muttoni A., Fernández Ruiz M.** Shear strength of members without transverse reinforcement as function of critical shear crack width. *ACI Structural Journal*, t. 105(2), p. 163–172. ISSN 0889-3241. **2008**.
- [Mut2008c] **Muttoni A., Fernández Ruiz M., Burdet O.** *Poinçonnement des planchers-dalles*. Journée d'étude 10.09.2008 (Workshop), IS-BETON. (in French). **2008**.
- [Mut2010] **Muttoni A., Fernández Ruiz M.** MC2010 : The Critical Shear Crack Theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions. p. 30. **2010**.
- [Nar1971] **Narasimhan N.** *Shear reinforcement in reinforced concrete column heads*. Thèse de doctorat, Faculty of Engineering of the University of London, 268 p. **1971**.

- [Nie1920] **Nielsen N.J.** Bestemmelse af Spaendinger i Plader ved Anvendelse af Differensligninger. Copenhagen. **1920**.
- [Nie1971] **Nielsen M.P.** *On the strength of reinforced concrete discs*. Ci 70, Acta Polytechnica Scandinavica, Copenhagen. **1971**.
- [Nöl2001] **Nölting D.** Durchstanzbemessung bei ausmittiger Stützenlast. *Beton- und Stahlbetonbau*, t. 96, p. 548–551. **2001**.
- [Nyl1977] **Nylander H., Kinnunen S., Ingvarsson H.** *Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med spänd och ospänd armering*. Technical Report 123, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolan, Stockholm. **1977**.
- [Pol1993] **Polak M.A., Vecchio F.J.** Nonlinear Analysis of Reinforced-Concrete Shells. *Journal of Structural Engineering*, t. 119(12). doi : \bibinfo{doi}{10.1061/(ASCE)0733-9445(1993)119:12(3439)}, p. 3439–3462. **1993**.
- [Red2004] **Reddy J.N.** *Mechanics of laminated composite plates and shells : theory and analysis. Second Edition*. CRC Press LLC, second éd. **2004**.
- [Reg1979] **Regan P.E., Walker P.R., Zakaria K.A.A.** *Tests of reinforced concrete flat slabs—CIRIA Project RP 220*. CIRIA Project 220, Polytechnic Of Central London—School of the Environment, 171 p. **1979**.
- [Reg1981] **Regan P.E.** *Behaviour of reinforced concrete flat slabs*. CIRIA Report 89, Construction Industry Research and Information Association (CIRIA), 91 p. **1981**.
- [Reg1988] **Regan P.E., Rezai-Jorabi H.** Shear Resistance Of One-way Slabs Under Concentrated Loads. *ACI Structural Journal*, t. 85(2), p. 150–157. ISSN 0889-3241. **1988**.
- [Ric1979] **Rice P.F., Hoffman E.S.** *Structural design guide to the ACI building code*. Van Nostrand Reinhold. ISBN 0442269064, 477 p. **1979**.
- [Ros1959] **Rosenthal I.** Experimental investigation of flat plate floors. *ACI Journal Proceedings*, t. 56(8), p. 153–166. ISSN 0002-8061. **1959**.
- [Sag2008] **Sagaseta J.** *The influence of aggregate fracture on the shear strength of reinforced concrete beams*. Thèse de doctorat, Imperial College London. **2008**.
- [Sag2009] **Sagaseta J., Fernández Ruiz M., Muttoni A.** Non-symmetrical punching of flat slabs and slab bridges without transverse reinforcement. Dans *Concrete : 21st Century Superhero*. International FIB Symposium, London, UK, June 22-24, 2009. **2009**.
- [Sag2011] **Sagaseta J., Muttoni A., Fernández Ruiz M., Tassinari L.** Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement. *Magazine Of Concrete Research*, t. 63. Approuvé pour publication. **2011**.

- [She1989] **Shehata I.A.E.M., Regan P.E.** Punching in R.C. Slabs. *Journal of Structural Engineering*, t. 115(7), p. 1726–1740. **1989**.
- [She1996] **Sherif A.G.** *Behaviour of reinforced concrete flat slabs*. Thèse de doctorat, Civil Engineering, University of Calgary, 425 p. **1996**.
- [SIA2003] **Société suisse des ingénieurs et des architectes.** *SIA 262. Construction en béton*. Norme Suisse SN 505 262, Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zurich, 94 p. (in French). **2003**.
- [Sud2001] **Sudarsana I.K.** *Punching shear in edge and corner column slab connections of flat plate structures*. Thèse de doctorat, Department of civil engineering, University of Ottawa, 254 p. **2001**.
- [Sui1973] **Suidan M., Schnobrich W.C.** Finite element analysis of reinforced concrete. *Journal of the Structural Division*, t. 99(10), p. 2109–2122. **1973**.
- [Tas2009] **Tassinari L.** Unified formulation for Reissner-Mindlin plates : a comparison with numerical results. Dans *Evolution and Trends in Design, Analysis and Construction of Shell and Spatial Structures. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium 2009*. International Association for Shell and Spatial Structures (IASS), Valencia, Spain, p. 2759–2770. **2009**.
- [Ten2004] **Teng S., Cheong H.K., Kuang K.L., Geng J.Z.** Punching shear strength of slabs with openings and supported on rectangular columns. *ACI Structural Journal*, t. 101(5), p. 678–687. ISSN 0889-3241. **2004**.
- [Tim1959] **Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S.** *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill. **1959**.
- [VD1985] **Van Dusen M.H.** *Unbalanced Moment and Shear Transfer at Slab Column Connections : a Literature Review*. Thèse de doctorat, University of Toronto. **1985**.
- [Vec1986] **Vecchio F.J., Collins M.P.** The Modified Compression-field Theory For Reinforced-concrete Elements Subjected To Shear. *ACI Journal*, t. 83(2), p. 219–231. **1986**.
- [Voc2002] **Vocke H.** *Zum Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen*. Thèse de doctorat, Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart. **2002**.
- [VR2007] **Vaz Rodrigues R.V.** *Shear strength of reinforced concrete bridge deck slabs*. Phd thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). **2007**.
- [VR2008] **Vaz Rodrigues R.V., Fernández Ruiz M., Muttoni A.** Shear strength of R/C bridge cantilever slabs. *Engineering Structures*, t. 30(11). doi : \bibinfo{doi}{10.1016/j.engstruct.2008.04.017}, p. 3024–3033. ISSN 0141-0296. **2008**.

-
- [Wal1981] **Walraven J.C.** Fundamental analysis of aggregate interlock. *Journal of the Structural Division*, t. 107(11), p. 2245–2270. **1981.**
- [Wal1987] **Walker P.R., Regan P.E.** Corner Column-Slab Connections in Concrete Flat Plates. *Journal of Structural Engineering*, t. 113(4), p. 704–720. **1987.**
- [Yit1966] **Yitzhaki D.** Punching strength of reinforced concrete slabs. *ACI Journal Proceedings*, t. 63(5), p. 527–542. **1966.**
- [Zag1970] **Zaghlool E.R.F., de Paiva H.A.R., Glockner P.G.** Tests of reinforced concrete flat plate floors. *Journal of the Structural Division*, t. 96(3), p. 487–507. **1970.**
- [Zag1973] **Zaghlool E.R.F., Paiva H.A.R.** Tests of flat-plate corner column-slab connections. *Journal of the Structural Division*, t. 99(3), p. 551–572. **1973.**

Annexes

Annexe A

Normes : Eurocode 2, Code Modèle 1990 et ACI318–08

Cette annexe est dédiée principalement à la description de la considération du poinçonnement de la norme européenne, Eurocode 2 [EC2–2004], et dans la norme américaine, ACI318–08 [ACI318–08]. Ces deux normes sont formulées de manière différente car elles ont des origines historiques diverses. De plus, elles sont représentatives d'autres normes comme, par exemple, la norme anglaise et la norme allemande dans le cas de l'Eurocode, et la norme canadienne CSA A23.3 dans le cas de l'ACI318–08. La formulation de l'Eurocode a été dérivée de celle du Code Modèle 1990 [CEB1993]. Ainsi, d'un point de vue rigoureux, il faudrait présenter l'Eurocode après le Code Modèle. Cependant, ce dernier n'étant pas considéré comme une norme, dans cette annexe, le Code Modèle sera brièvement présenté en second lieu en mettant en évidence les différences principales par rapport à l'Eurocode 2.

A.1 Eurocode 2 (EC2)

Selon la notation de l'Eurocode 2 (EC2) la résistance au poinçonnement des dalles sans armature d'effort tranchant est suffisante si :

$$v_{Ed} < v_{Rd,c}$$

où v_{Ed} est l'effort tranchant de dimensionnement et $v_{Rd,c}$ est la résistance au poinçonnement du béton seul.

L'effort tranchant de dimensionnement est défini comme suit :

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d} \tag{A.1}$$

où

V_{Ed} est la réaction de la colonne

u_i est la longueur du périmètre de contrôle

d est la hauteur statique moyenne de la dalle obtenue en considérant les hauteurs statiques dans les deux directions

β est le facteur d'excentricité, qui est défini par la suite.
 Dans le cas de colonnes rectangulaires avec excentricité de la réaction par rapport à un seul axe, le calcul de β se fait avec expression suivante :

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \quad (\text{A.2})$$

dans cette équation

u_1 est la longueur du périmètre de contrôle de base

k est un coefficient qui dépend du rapport entre les deux dimensions de la colonne, c_1 et c_2 , fig. A.1b. Les valeurs qu'il peut assumer sont données dans le tableau A.1

Tab. A.1 – Valeurs de k pour le calcul de β , éq. (A.2)

c_1/c_2	≤ 0.5	1.0	2.0	≥ 3.0
k	0.45	0.60	0.70	0.80

W_1 est une propriété du périmètre de base u_1 qui correspond à la distribution de contraintes comme celle de la figure A.1b. Son expression générale est la suivante :

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| d\ell$$

où

$d\ell$ est l'élément différentiel du périmètre

e est la distance de $d\ell$ à l'axe par rapport auquel le moment M_{Ed} est mesuré.

Dans le cas plus général où la réaction est excentrique par rapport aux deux axes, l'expression de β , éq. (A.2), peut être généralisée comme suit :

$$\beta = 1 + k_x \frac{M_{Ed,x}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_{1,x}} + k_y \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_{1,y}} \quad (\text{A.3})$$

a) Colonnes intérieures rectangulaires

Pour les colonnes intérieures de forme rectangulaire, fig. A.1a, $W_{1,x}$ prend la forme suivante :

$$W_{1,x} = \frac{c_x^2}{2} + c_x c_y + 4c_y d + 16d^2 + 2\pi d c_x$$

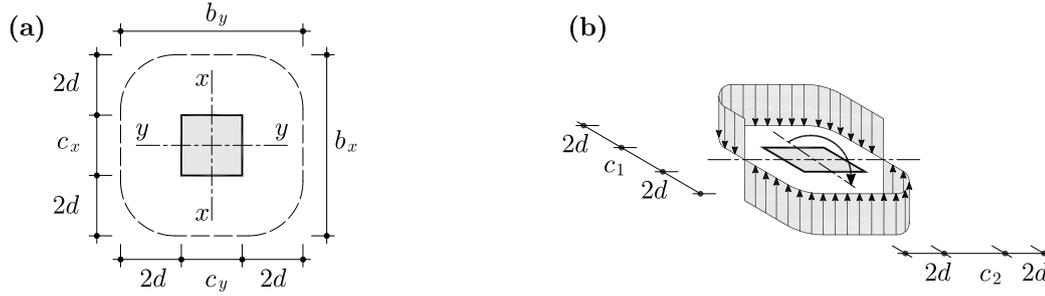


Fig. A.1 – (a) Périimètre de contrôle de base pour colonnes intérieures et (b) distribution de la contrainte de cisaillement due au moment extérieur selon l’Eurocode 2.

et pour obtenir $W_{1,y}$, il suffit d’inverser les indices x et y .

Dans le cas où la réaction est excentrique par rapport aux deux axes, l’Eurocode autorise l’utilisation de l’expression approximée suivante :

$$\beta = 1 + 1.8 \sqrt{\left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2} \quad (\text{A.4})$$

où

e_x, e_y sont les excentricités M_{Ed}/V_{Ed} selon les axes x et y respectivement

b_x, b_y sont les dimensions maximales du périmètre de contrôle, fig. A.1a.

b) Colonnes de bord rectangulaires

Pour les colonnes de bord, fig. A.2a, W_1 prend les formes suivantes :

$$W_{1,x} = (c_x - g_x)^2 + g_x^2 + c_x c_y + 2d c_y - c_y g_x + 8d^2 + 2\pi d(c_x - g_x) \quad (\text{A.5})$$

$$W_{1,y} = \frac{c_y^2}{4} + c_x c_y + 4c_y d + 8d^2 + \pi d c_y \quad (\text{A.6})$$

Dans le cas d’une excentricité perpendiculaire au bord et dirigée vers l’intérieur, bien que l’expression de β générale (A.3) reste valable, l’expression simplifiée suivante peut être utilisée :

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1*}} + k_y \frac{M_{Ed,y}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_{1,y}}$$

où u_{1*} est le périmètre réduit indiqué dans la figure A.2b. Ceci est équivalent à considérer une répartition constante de la contrainte de cisaillement sur le périmètre réduit u_{1*} .

Par contre, si l’excentricité est dirigée vers l’extérieur, la formule générale (A.3) doit être utilisée. Dans ce cas, l’Eurocode souligne que l’excentricité e , qui intervient dans le calcul de $W_{1,x}$, doit être mesurée par rapport au centroïde du périmètre de contrôle de base, ce qui conduit à l’expression (A.5).

c) Colonnes d’angle rectangulaires

Pour les colonnes d’angle, fig. A.2a, si l’excentricité est dirigée vers l’intérieur, on admet que la contrainte de cisaillement est uniformément répartie le long du

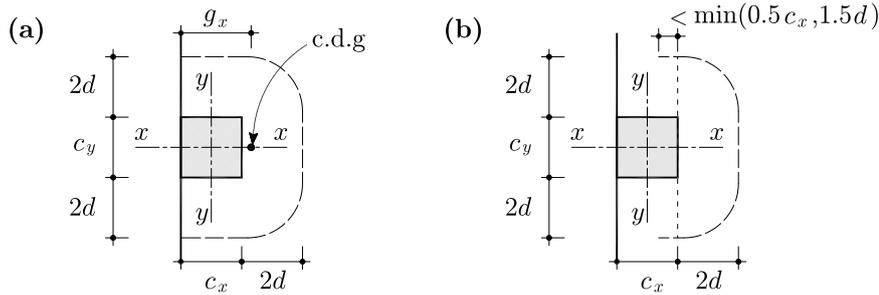


Fig. A.2 – Périmètre de contrôle pour des colonnes de bord selon l'Eurocode 2 : (a) périmètre de base ; (b) périmètre réduit.

périmètre réduit u_{1^*} indiqué à la figure A.3b. Le facteur β prend alors la forme suivante :

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1^*}}$$

Par contre, si l'excentricité est dirigée vers l'extérieur, on utilise l'expression générale (A.3). Dans ce cas, $W_{1,x}$ prend la forme suivante :

$$W_{1,x} = \frac{(c_x - g_x)^2}{2} + \frac{g_x^2}{2} + 4d^2 + \pi d(c_x - g_x) \quad (\text{A.7})$$

et pour $W_{1,y}$ il suffit d'inverser les indices x et y .

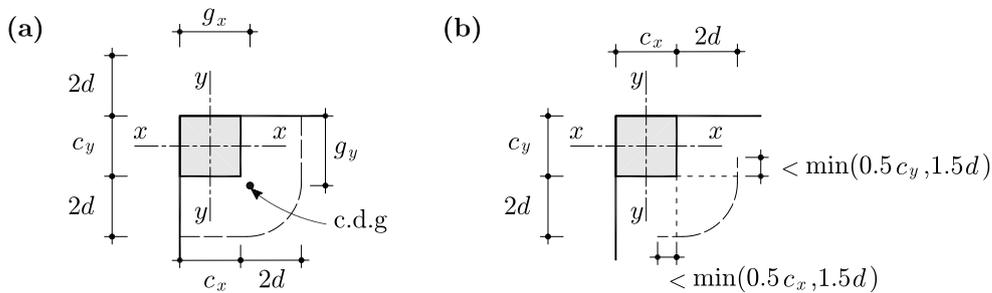


Fig. A.3 – Périmètre de contrôle pour des colonnes d'angle selon l'Eurocode 2 : (a) périmètre de base ; (b) périmètre réduit.

Finalement, dans les cas où la stabilité latérale de la structure ne dépend pas de l'encastrement entre la dalle et les colonnes et quand la différence des portées adjacentes n'excède pas le 25%, des valeurs approximatées de β peuvent être utilisés.

Les valeurs conseillées par l'Eurocode sont :

$\beta = 1.15$ pour colonnes centrales

$\beta = 1.40$ pour colonnes de bord

$\beta = 1.50$ pour colonnes d'angle

L'Eurocode ne spécifie pas de valeur minimale de β à utiliser dans le cas théoriquement parfaitement symétrique.

On remarque que la grandeur W_1/u_1 représente la distance à la quelle devraient se trouver deux lignes perpendiculaires à la direction de l'excentricité et de longueur totale égale à u_1 pour reprendre le même moment que le périmètre avec une répartition de contrainte constante. Il est aussi intéressant de noter que, lors du calcul du facteur d'excentricité, l'Eurocode fait référence à une distribution rigide-plastique de la contrainte de cisaillement.

Le facteur β est considéré un amplificateur de la charge ($\beta \geq 1$). Toutefois, dans le cas de colonnes de bord et d'angle, l'Eurocode propose une manière simplifiée de tenir compte de l'excentricité qui équivaut à une réduction du périmètre de contrôle, c'est-à-dire, de la résistance. En somme, le facteur β est toujours défini comme un amplificateur de charge. Pour les colonnes de bord, cette méthode simplifiée est proposée bien que la méthode générale reste applicable. Par contre, pour les colonnes d'angle, la méthode simplifiée doit être utilisée. Contrairement, le Code Modèle 1990 [CEB1993] autorise les deux méthodes pour les deux cas.

Pour le calcul de la résistance au poinçonnement, l'Eurocode propose la même formulation empirique qui est utilisée dans le cas d'effort tranchant des poutres. La résistance est donnée par la formule suivante :

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} k (100\rho_\ell f_{ck})^{1/3} + k_1\sigma_{cp} \geq v_{\min} + k_1\sigma_{cp} \quad (\text{A.8})$$

où

$C_{Rd,c}$ est un coefficient dont la valeur conseillée est $0.18/\gamma_c$, avec $\gamma_c = 1.5$

f_{ck} est la résistance à la compression caractéristique du béton en MPa

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$, avec d en mm, représente le facteur d'échelle

$\rho_\ell = \sqrt{\rho_{\ell x} \rho_{\ell y}} \leq 0.02$ est la moyenne géométrique des taux d'armature dans les directions x et y calculés en tenant compte d'une bande de longueur égale à la largeur de la colonne plus $3d$ de chaque côté

$k_1\sigma_{cp}$ est le terme qui tient compte de la précontrainte σ_{cp} éventuellement présente. La valeur recommandée pour k_1 est 0.1

$$v_{\min} = 0.035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}$$

Les variables principales qui influencent la résistance au poinçonnement sont donc la résistance du béton, qui est proportionnelle au terme $f_{ck}^{1/3}$, et la quantité d'armature moyenne contenue dans la bande qui a été définie auparavant.

L'Eurocode ne tient pas compte de la déformabilité de la dalle ni de la répartition de la configuration de la charge externe. L'expression de la résistance a été dérivée de celle de l'effort tranchant des poutres et, ensuite, calibrée pour le poinçonnement des dalles. Ceci est discutable vis-à-vis du fait que la façon dont l'effort tranchant se transmet dans les deux systèmes est différente.

A.2 Code Modèle CEB–FIP 1990

Comme il l'a été remarqué préalablement, le calcul de la résistance au poinçonnement selon l'Eurocode 2 est très similaire à celui du Code Modèle CEB–FIP 1990 [CEB1993]. La description de la méthode du Code Modèle 1990 qui suit est limitée aux différences principales entre les deux traitements.

Dans le Code Modèle 1990, la contrainte de cisaillement due aux charges extérieures est définie par :

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u_1 d} + \frac{K M_{sd}}{W_1 d} \quad (\text{A.9})$$

où F_{sd} et M_{sd} sont les sollicitations appliquées introduites par la colonne dans la dalle. Les grandeurs u_1 , W_1 sont définies comme pour l'équation (A.2) et K a la même signification que k de l'équation (A.2). L'équation précédente peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\tau_{sd} = \beta \frac{F_{sd}}{u_1 d} \quad \text{avec} \quad \beta = 1 + K \frac{M_{sd}}{F_{sd}} \frac{u_1}{W_1} \quad (\text{A.10})$$

qui est équivalente aux équations (A.1) et (A.2) utilisées dans l'Eurocode 2.

Pour les colonnes de bord et d'angle, le Code Modèle 1990 propose les deux approches de calcul de la contrainte de dimensionnement décrites dans le paragraphe précédent : la méthode générale qui implique le calcul de β et la méthode simplifiée basée sur la réduction du périmètre de contrôle. Or, l'Eurocode autorise les deux méthodes pour les colonnes de bord et propose seulement la méthode simplifiée pour les colonnes d'angle.

Concernant la résistance au poinçonnement, le Code Modèle 1990 ne considère pas l'effet de la précontrainte et propose la formule suivante :

$$v_{Rd,c} = 0.12 \xi (100\rho f_{ck})^{1/3} \quad (\text{A.11})$$

Mis à part le coefficient 0.12 et le terme tenant compte de la précontrainte, cette équation est équivalente à l'équation (A.8) avec $k = \xi$. Le coefficient 0.12 tient compte d'un facteur de sécurité qui vaut à l'état limite ultime 1.5. Dans l'équation (A.8), on obtient le même coefficient si l'on considère $C_{Rd,c} = 0.18$ et $\gamma_c = 1.5$. Pour l'estimation de la charge ultime des essais, le coefficient 0,12 de l'équation plus haut doit donc être remplacé par 0.18.

A.3 ACI 318–08

Selon la norme ACI 318–08 [ACI318–08], la vérification au poinçonnement se fait avec la formule suivante :

$$\phi v_n \geq v_u \quad (\text{A.12})$$

où v_u est la contrainte de cisaillement maximale due à la force V_u et au moment M_u qui agissent sur la colonne, et v_n est la résistance nominale. $\phi = 0.75$ est un facteur de réduction de la résistance (en anglais « strength reduction factor ») qui est introduit pour : (1) tenir compte de la variation de la résistance des matériaux et des dimensions, (2) tenir compte des imprécisions dans les équations de dimensionnement, (3) assurer un certain degré de ductilité et (4) considérer l'importance de l'élément dans le contexte de la structure.

La résistance nominale v_u pour une dalle sans armature de poinçonnement est donnée par le minimum des trois valeurs de la formule ci-dessous :

$$v_n \leq \begin{cases} 0.17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda \sqrt{f'_c} \\ 0.083 \left(\frac{\alpha_s d}{b_0} + 2\right) \lambda \sqrt{f'_c} \\ 0.33 \lambda \sqrt{f'_c} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

où :

- f'_c est la résistance à la compression du béton
- λ est égal à 0.85 pour le béton léger et 1.00 pour le béton normal
- α_s vaut 40 pour les colonnes intérieures, 30 pour les colonnes de bord et 20 pour les colonnes d'angle
- β est le rapport entre le côté long et le côté court de la colonne.

Pour la contrainte maximale v_u , la norme ACI est basée sur la théorie de Di Stasio et Van Buren [DS1960], comme il l'a été présenté au chapitre 2. Dans le cas où la réaction de la colonne est excentrée par rapport aux deux axes, la contrainte de cisaillement est donnée par :

$$v_u = \frac{V_c}{A_c} + \frac{\gamma_{v,x} M_{u,x} x_1}{J_{c,x}} + \frac{\gamma_{v,y} M_{u,y} y_1}{J_{c,y}} \quad (\text{A.14})$$

dans cette équation

- V_c est la réaction sur la colonne
- $A_c = b_0 d$ est la surface de la section de contrôle où b_0 est la longueur du périmètre de contrôle et d est la hauteur statique moyenne de la dalle
- $M_{u,x}, M_{u,y}$ sont les moments dans les directions x et y , mesurés par rapport au centroïde du périmètre de contrôle.
- γ_v est un coefficient qui détermine la partie de moment qui est transmise à la dalle par effort tranchant, sa valeur est définie par l'équation suivante :

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{b_1/b_2}}$$

où

b_1 est la dimension du périmètre de contrôle dans la direction du moment

b_2 est la dimension du périmètre de contrôle dans la direction perpendiculaire à b_1 , fig. A.4

$J_{c,x}$, $J_{c,y}$ sont les analogues des moments d'inertie polaires de la section de contrôle respectivement par rapport aux axes barycentriques dans les direction x et y

x_1 , y_1 sont les distances au centroïde de la section de contrôle où la contrainte maximale.

Le moment d'inertie polaire J_c qui intervient dans l'équation (A.14) est calculé comme la somme des moments polaires des faces du périmètre de contrôle perpendiculaires à l'axe du moment M_u , plus l'aire des faces parallèles multipliée par la distance au centroïde au carré, voir, par exemple, [Mac2009].

Les moments d'inertie polaires J_c sont dérivés par la suite pour les cas des colonnes intérieures, de bord et d'angle. Les expressions sont données avec la notation de la figure A.4 qui est similaire à celle utilisée en [DS1960]. Des expressions équivalentes sont données en [ACI326-62, Ric1979, Mac2009].

a) Colonnes intérieures rectangulaires

$$J_{c,x} = 2\frac{db_x^3}{12} + 2\frac{b_x d^3}{12} + 2db_y \left(\frac{b_x}{2}\right)^2 \quad (\text{A.15})$$

avec $b_x = c_x + d$ et $b_y = c_y + d$, fig. A.4.

b) Colonnes de bord rectangulaires

$$J_{c,x} = 2\frac{db_x^3}{12} + 2\frac{b_x d^3}{12} + 2db_x g_x^2 + db_y \left(\frac{b_x}{2} - g_x\right)^2 \quad (\text{A.16})$$

$$J_{c,y} = \frac{db_y^3}{12} + \frac{b_y d^3}{12} + 2db_x \left(\frac{b_y}{2}\right)^2 \quad (\text{A.17})$$

avec $b_x = c_x + d/2$ et $b_y = c_y + d$, fig. A.4.

c) Colonnes d'angle rectangulaires

$$J_{c,x} = \frac{db_x^3}{12} + \frac{b_x d^3}{12} + 2db_x g_x^2 + db_y \left(\frac{b_x}{2} - g_x\right)^2 \quad (\text{A.18})$$

avec $b_x = c_x + d/2$ et $b_y = c_y + d/2$, fig. A.4.

On remarque que l'équation (A.14) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$v_u = \beta \frac{V_c}{b_0 d} \quad \text{avec} \quad \beta = 1 + \gamma_{v,x} \frac{M_{u,x}}{V_c} \frac{b_0}{\frac{J_{c,x}}{x_1 d}} + \gamma_{v,y} \frac{M_{u,y}}{V_c} \frac{b_0}{\frac{J_{c,y}}{y_1 d}} \quad (\text{A.19})$$

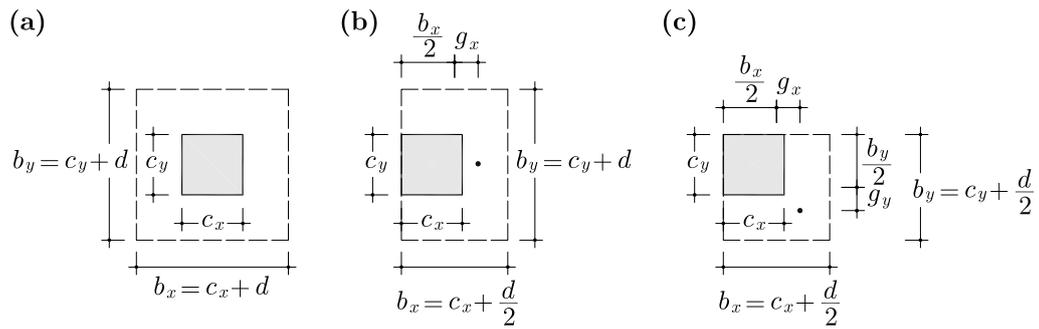


Fig. A.4 – Périmètres de contrôle selon la norme ACI et notation selon Di Stasio et Van Buren [DS1960].

Cette représentation est cohérente avec celle de l'Eurocode 2 et du Code Modèle 1990 et met en évidence le facteur d'excentricité utilisé dans la norme ACI.

Annexe B

Essais de poinçonnement excentré

Dans le tableau ci-dessous, la première ligne de chaque essai correspond au calcul de m_s le long la bande d'appui parallèle au bord libre et la seconde correspond au calcul de m_s le long la bande d'appui perpendiculaire au bord libre.

Tab. B.3 – Dalles sur colonnes de bord.

slab	c_x	c_y	h	d	f_c	d_g	f_s	ρ	V_R	M_R	$\frac{e_u}{b_u}$	Niveau II			Niveau III			EC2	
												$\frac{V_{R, test}}{V_{R, calc}}$	r_s	$\frac{V}{m_s}$	$\frac{V_{R, test}}{V_{R, calc}}$	r_s	$\frac{V}{m_s}$	$\frac{V_{R, test}}{V_{R, calc}}$	ρ
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[MPa]	[mm]	[MPa]	[%]	[KN]	[KNm]	[-]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[%]
Andersson, 1966. [And1966]																			
A1a	250	250	145	120	22.5	16.0	427	1.10	150.0	55.5	0.81	1.21	575	2.00	—	575	4.19	0.97	1.03
	250	250	145	120	22.5	16.0	427	0.97	150.0	0.0	0.81	—	800	4.00	0.91	800	5.46	—	—
A1b	250	250	145	122	26.8	16.0	436	0.78	196.1	57.8	0.59	1.34	475	2.50	—	475	5.57	1.24	0.86
	250	250	145	122	26.8	16.0	436	0.95	196.1	0.0	0.59	—	800	4.00	0.97	800	6.08	—	—
A1c	300	200	145	121	30.5	16.0	428	0.98	171.6	70.4	0.94	1.37	620	1.88	1.00	620	3.57	1.01	0.97
	300	200	145	121	30.5	16.0	428	0.96	171.6	0.0	0.94	—	800	4.00	—	800	5.91	—	—
Kinnunen, 1970. [Kin1971]																			
1	200	200	130	102	23.5	16.0	450	1.88	127.5	48.7	1.09	1.49	638	1.56	—	400	2.87	0.99	1.61
	200	200	130	102	23.5	16.0	476	1.38	127.5	0	1.09	—	900	4.00	1.21	900	4.12	—	—
2	200	200	130	102	26.1	16.0	450	1.25	128.5	44.5	0.97	1.53	638	1.72	—	400	2.87	1.07	1.18
	200	200	130	102	26.1	16.0	476	1.11	128.5	0	0.97	—	900	4.00	1.19	900	4.12	—	—
3	200	200	130	102	22.9	16.0	450	2.50	165.8	47.1	0.75	1.47	638	2.10	—	400	2.87	1.21	2.00
	200	200	130	102	22.9	16.0	476	2.22	165.8	0	0.75	—	900	4.00	1.27	900	4.12	—	—
Narashiman, 1970. [Nar1971]																			
ES1	305	305	178	142	27.1	19.0	398	1.11	309.0	0	0.25	—	1028	8.00	—	610	11.50	1.29	1.11
	305	305	178	142	27.1	19.0	398	1.11	309.0	0	0.25	1.16	1026	4.00	1.12	1026	3.74	—	—
ES2	305	305	178	142	30.4	19.0	398	1.11	342.0	78.1	0.29	1.28	1028	3.86	—	1028	6.11	1.38	1.11
	305	305	178	142	30.4	19.0	398	1.11	342.0	0	0.29	—	1026	4.00	1.18	1026	4.08	—	—
ES5	305	305	178	142	40.0	19.0	398	1.11	264.0	-60.3	0.79	—	1028	4.16	—	904	5.72	0.97	1.11
	305	305	178	142	40.0	19.0	398	1.11	264.0	0	0.79	1.07	1026	4.00	1.12	1026	3.10	—	—
Regan et al, 1979. [Reg1979]																			
SE1	300	200	125	100	35.5	20.0	480	1.13	180.0	31.0	0.28	—	605	4.08	—	533	4.10	1.34	1.01
	300	200	125	100	35.5	20.0	480	0.90	180.0	0	0.28	0.96	457	4.00	0.90	533	4.58	—	—
SE2	300	200	125	100	44.4	20.0	480	0.27	175.0	24.0	0.18	1.43	605	4.98	1.39	533	4.10	1.54	0.49
	300	200	125	100	44.4	20.0	480	0.90	175.0	0	0.18	—	457	4.00	—	533	4.58	—	—
SE4	200	300	125	100	26.6	20.0	480	1.13	152.0	30.1	0.35	1.06	627	3.42	0.96	605	3.71	1.25	1.01
	200	300	125	100	26.6	20.0	480	0.90	152.0	0	0.35	—	457	4.00	—	474	4.96	—	—
SE5	200	300	125	100	44.9	20.0	480	0.94	164.0	38.5	0.46	1.16	627	2.90	0.97	605	3.71	1.17	0.92
	200	300	125	100	44.9	20.0	480	0.90	164.0	0	0.46	—	457	4.00	—	474	4.96	—	—
SE6	200	300	125	100	32.9	20.0	480	0.53	149.0	27.5	0.31	1.26	627	3.66	1.15	605	3.71	1.30	0.69
	200	300	125	100	32.9	20.0	480	0.90	149.0	0	0.31	—	457	4.00	—	474	4.96	—	—
SE7	200	300	125	100	32.9	20.0	480	0.68	129.0	31.7	0.49	1.19	627	2.77	0.97	605	3.71	1.08	0.78
	200	300	125	100	32.9	20.0	480	0.90	129.0	0	0.49	—	457	4.00	—	474	4.96	—	—
SE8	300	100	125	100	42.1	20.0	480	0.68	136.0	33.7	0.71	1.25	605	2.58	1.02	454	2.90	1.15	0.78
	300	100	125	100	42.1	20.0	480	0.90	136.0	0	0.71	—	457	4.00	—	650	3.89	—	—
SE9	250	250	125	100	41.9	20.0	480	0.57	123.0	35.7	0.62	1.33	805	2.47	1.06	763	3.27	0.98	0.71
	250	250	125	100	41.9	20.0	480	0.90	123.0	0	0.62	—	1040	4.00	—	861	3.05	—	—
SE10	250	250	125	100	41.1	20.0	480	0.57	114.0	36.0	0.70	1.31	805	2.28	1.01	763	3.27	0.91	0.71
	250	250	125	100	41.1	20.0	480	0.90	114.0	0	0.70	—	1040	4.00	—	861	3.05	—	—
SE11	250	250	125	100	51.5	20.0	480	0.57	138.0	39.5	0.61	1.39	805	2.50	1.12	763	3.27	1.02	0.71
	250	250	125	100	51.5	20.0	480	0.90	138.0	0	0.61	—	1040	4.00	—	861	3.05	—	—
SE13	160	160	80	66	41.4	20.0	480	1.01	60.0	14.7	0.89	1.07	403	1.90	—	332	4.30	1.04	0.87
	160	160	80	66	41.1	20.0	480	0.76	60.0	0	0.89	—	610	4.00	0.86	610	6.21	—	—
SE14	160	160	80	66	44.5	20.0	480	1.01	46.0	12.2	0.98	0.91	403	1.76	—	332	4.16	0.78	0.87
	160	160	80	66	44.5	20.0	480	0.76	46.0	0	0.98	—	610	4.00	0.77	610	4.00	—	—
Brandli et al, 1982. [Brä1982]																			
P10a	250	250	180	154	34.6	16.0	515	1.31	353.0	37.1	0.01	—	776	7.66	—	531	3.70	1.22	1.31
	250	250	180	154	34.6	16.0	515	1.31	353.0	0	0.01	1.06	1275	4.00	1.02	1096	3.37	—	—
P10b	250	250	180	154	34.6	16.0	515	2.61	376.0	77.2	0.28	—	776	3.79	—	531	3.70	1.13	2.00
	250	250	180	154	34.6	16.0	515	2.61	376.0	0	0.28	1.03	1275	4.00	1.01	1096	3.37	—	—
Mortin et Ghali, 1991. [Mor1991]																			
JS1	254	254	152	122	43.2	14.0	420	0.95	140.9	60.5	0.96	1.36	1193	1.75	—	1193	2.93	0.79	0.75
	254	254	152	122	43.2	14.0	420	0.60	140.9	0	0.96	—	889	4.00	1.12	889	2.90	—	—
JS4	254	254	152	122	32.2	14.0	420	1.28	141.0	60.3	0.95	1.29	1193	1.76	—	1193	2.93	0.79	1.01
	254	254	152	122	32.2	14.0	420	0.80	141.0	0	0.95	—	889	4.00	1.08	889	2.90	—	—
Sherif, 1996. [She1996]																			
S1-2	250	250	150	114	29.0	14.0	444	1.40	185.0	43.9	0.44	1.22	1100	3.06	—	751	2.89	1.08	1.40
	250	250	150	114	29.0	14.0	444	1.40	185.0	0	0.44	—	1100	4.00	1.14	1050	3.03	—	—

suite sur la prochaine page

Tab. B.3 (cont.) – Dalles sur colonnes de bord.

slab	c_x	c_y	h	d	f_c	d_g	f_s	ρ	V_R	M_R	$\frac{c_u}{b_u}$	Niveau II			Niveau III			EC2	
												$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$	r_s	$\frac{V}{m_s}$	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$	r_s	$\frac{V}{m_s}$	$\frac{V_{R,test}}{V_{R,calc}}$	ρ
												[-]	[mm]	[-]	[-]	[mm]	[-]	[-]	[-]
Sudarsana, 2001. [Sud2001]																			
E1	203	203	140	105	43.6	10.0	420	0.75	127.4	34.4	0.68	1.32	610	2.24	1.02	610	3.44	0.99	0.75
	203	203	140	105	43.6	10.0	420	0.75	127.4	0	0.68	—	610	4.00	—	610	3.55	—	—
E2	203	203	140	105	42.4	10.0	420	0.75	220.0	0	0.26	—	610	8.00	—	406	16.22	1.72	0.75
	203	203	140	105	42.4	10.0	420	0.75	220.0	0	0.26	1.52	610	4.00	1.38	610	4.30	—	—
E4	203	203	140	105	43.6	10.0	420	0.75	116.0	14.2	0.17	—	610	4.90	—	610	6.30	0.90	0.75
	203	203	140	105	43.6	10.0	420	0.75	116.0	0	0.17	0.76	610	4.00	0.81	610	3.05	—	—
E1-2	203	203	140	105	52.8	10.0	430	1.47	88.2	49.8	1.70	1.43	1220	1.08	1.14	1132	1.42	0.57	1.05
	203	203	140	105	52.8	10.0	430	0.75	88.2	0	1.70	—	610	4.00	—	641	3.64	—	—
E1-4	203	203	140	105	52.8	10.0	430	1.47	114.2	41.1	0.99	0.97	488	1.68	—	447	3.13	0.74	1.05
	203	203	140	105	52.8	10.0	430	0.75	114.2	0	0.99	—	610	4.00	0.86	541	4.00	—	—
E2-1	203	203	140	105	52.8	10.0	430	0.75	130.5	34.3	0.65	1.25	610	2.30	—	562	2.44	0.85	1.05
	203	203	140	105	52.8	10.0	430	1.47	130.5	0	0.65	—	1220	4.00	1.15	1157	1.92	—	—
E2-2	203	203	140	105	52.8	10.0	430	0.75	178.9	25.3	0.23	1.11	610	4.25	1.14	555	3.28	1.17	1.05
	203	203	140	105	52.8	10.0	430	1.47	178.9	0	0.23	—	610	4.00	—	581	3.32	—	—
Hegger et Tuhlinski, 2006. [Heg2006]																			
R1	300	300	230	185	34.8	16.0	531	1.12	448.0	60.0	0.03	—	447	7.19	—	600	7.81	1.17	0.99
	300	300	230	185	34.8	16.0	531	0.87	448.0	0	0.03	0.99	906	4.00	1.08	905	2.86	—	—
RSO5n	300	300	230	185	27.9	16.0	541	1.50	485.0	155.0	0.45	1.31	928	2.89	—	635	3.87	1.09	1.94
	300	300	230	185	27.9	16.0	541	2.50	485.0	0	0.45	—	1200	4.00	1.08	928	3.03	—	—
												MOY :	1.23		MOY :	1.06		MOY :	1.08
												COV :	0.152		COV :	0.134		COV :	0.213
												MAX :	1.53		MAX :	1.39		MAX :	1.72
												MIN :	0.76		MIN :	0.77		MIN :	0.57

Annexe C

Rapport d'essais. Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec armature non symétrique

Ce document est disponible à l'adresse suivante :

<http://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Tassinari>

Annexe D

Rapport d'essais. Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec avec barres relevées

Ce document est disponible à l'adresse suivante :

<http://ibeton.epfl.ch/Publications/Theses/Tassinari>

Curriculum vitae

Luca Tassinari

Né le 14 août 1979 à Cento (FE), Italie

Nationalité italienne

E-mail : luca.tass@gmail.com



Formation

- 10.2006–03.2011** **Doctorant (PhD)**. Laboratoire de construction en béton (IBETON), Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne, Suisse
- 07.2006** **Diplôme d'Ingénieur Civil**, spécialisation ingénierie structurale
Université de Bologne, Faculté d'Ingénierie. Bologne, Italie
- 1998** **Maturité, Diplôme de Géomètre**. Istituto Tecnico Commerciale per Geometri e Industriale L. Einaudi. San Giovanni in Perciceto (BO), Italie

Langues

ITALIEN :	FRANÇAIS :	ESPAGNOL :	ANGLAIS :
Langue maternelle	Courant, parlé et écrit	Courant, parlé et écrit	Bonnes connaissances

Expériences professionnelles

- 10.2006–03.2011** **Assistant d'enseignement**. Laboratoire de construction en béton (IBETON), Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Lausanne, Suisse
- 10.2005–05.2006** **Ingénieur civil assistant**. Stage de formation. CMD Ingenieros, Valence, Espagne

Autres expériences

- 2004–2005** Projet d'échange d'étude Erasmus, Valence, Espagne

Publications

- Tassinari L., Lips S., Fernández Ruiz M., Muttoni A.** Application of bent-up bars as shear and integrity reinforcement in R/C slabs. fib Symposium Prague 2011. **2011**.
- Sagaseta J., Muttoni A., Fernández Ruiz M., Tassinari L.** *Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement*. Magazine of Concrete Research (approuvé pour publication), t. 63. **2011**
- Sagaseta J., Tassinari L., Fernández Ruiz M., Muttoni A.** *New provisions for punching shear in model code 2010 based on the critical shear crack theory*. fib Symposium Prague 2011. **2011**.
- Tassinari L., Monleón S., Gentilini C.** *Unified formulation for Reissner-Mindlin plates : a comparison with numerical results*. IASS Symposium 2009, pp. 2759-2770, Valence, Espagne, **2009**
- Tassinari L., Lips S., Muttoni A., Fernández Ruiz M.** *Essais de poinçonnement de dalles en béton armé sur colonnes rectangulaires (rapport d'essais)*, EPFL, IS-BETON, Lausanne, **2009**
- Tassinari L., Muttoni A., Fernández Ruiz M.** *Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec barres relevées (rapport d'essais)*, EPFL, IS-BETON, Lausanne, **2009**
- Tassinari L., Monleón S., Gentilini C., Ubertini, F.** *Analytical solutions for moderately thick plates*. Rapport technique n° 223, Université de Bologne, Faculté d'Ingénierie, DISTART, **2008**
- Tassinari L., Muttoni A., Fernández Ruiz M.** *Essais de poinçonnement de dalles en béton armé avec armature non symétrique (rapport d'essais)*, EPFL, IS-BETON, Lausanne, **2008**
- Tassinari L., Muttoni A., Fernández Ruiz M.** *Influence de l'éclatement des dalles en béton armé sur la résistance au poinçonnement (rapport d'essais)*, EPFL, IS-BETON, Lausanne, **2007**