

Eléments et détails des structures en BFUHP : comportement à l'état ultime.

Plan de recherche

Dario Redaelli

02 Juin 2005

Dario Redaelli
Doctorant

Prof. Dr Aurelio Muttoni
Directeur de thèse

Prof. Dr Eugen Brühwiler
Directeur du programme
doctoral « Structures »

Table de matières

	Table des matières	
	2	
1.	Contexte et buts du travail de thèse	
	3	
2	Les matériaux cimentaires à hautes performances	
	3	
3	Délimitation du domaine de recherche	
	4	
4	Etat de l'art et littérature	
	4	
	4.1	Micromécanique
	4	
	4.2	Comportement mécanique
	5	
	4.3	Éléments des structures
	6	
	4.4	Structures
	7	
5	Démarche et organisation de la recherche	
	7	
6	Tâches et programme de la recherche	
	9	
7	Dates et signatures	
	9	
8	Références	
10		

Sujet de la recherche : **Éléments et détails des structures en BFUHP : comportement à l'état ultime.**

1. Contexte et buts du travail de thèse

Ce travail de thèse s'insère dans le cadre d'un domaine de recherche déjà actif au sein du laboratoire de Construction en Béton de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL).

Ce domaine de recherche a pour but de définir les applications possibles du « *Béton Fibré à Ultra Hautes Performances* » (*BFUHP*) aux structures du génie civil, et les critères qui en devraient orienter le projet, tout en tenant compte des propriétés mécaniques exceptionnelles de ce matériel innovant.

L'orientation de la recherche se base grandement sur les résultats et les problématiques mises en évidence par un travail de thèse précédent [1-3]. Les résultats expérimentaux obtenus dans ce cadre ont guidé l'identification des sujets de cette thèse, et fournissent une quantité de données partiellement encore à approfondir [2-9].

Les développements théoriques, jusqu'à maintenant, ont porté principalement sur la description du comportement des BFUHP en traction: parmi les résultats les plus importantes de [1], il y a la définition d'un modèle complet du comportement du BFUHP en traction, de l'échelle micromécanique jusqu'à la description de tirants en BFUHP armés.

Les **buts** de la présente recherche résident dans l'analyse des modes de rupture de différents éléments et détails des structures en BFUHP et dans l'identification des modèles mécaniques les plus adaptés pour les décrire. Cela comprend un complément expérimental et théorique au modèle en traction défini dans [1], pour se concentrer ensuite sur la modélisation du comportement à la rupture en compression et en flexion composée.

2. Les matériaux cimentaires à hautes performances

Les « *bétons à hautes performances* » (*BHP*) font partie de la classe des matériaux nommés « *Advanced cementitious materials* ». Ces matériaux se distinguent car leur formulation (mix design) a fait l'objet d'un processus d'optimisation, dont le but est d'obtenir des propriétés chimiques et mécaniques supérieures.

En particulier, pour la classe des produits cimentaires qui nous intéressent, et que l'on appelle « *béton de poudres réactives* » (*BPR*), ou « *bétons à ultra hautes performances* » (*BHUP*), cela est fait grâce à :

- élimination des composants de granulométrie supérieure (gros agrégats) ;
- utilisation intense de poudres réactives, telles que les fumées de silice ;
- réduction du rapport eau/ciment ($\cong 0.2$) ;
- utilisation intensive d'additifs chimiques ;
- choix d'une distribution granulométrique hautement soignée.

Le résultat est un produit dont les propriétés physiques (densité, homogénéité, perméabilité) et mécaniques (résistance à la compression jusqu'à 200 MPa, module d'élasticité d'environ 50 GPa) sont exceptionnelles. Cela correspond, néanmoins, à un comportement très fragile à la rupture.

Un gain considérable en ténacité est obtenu grâce à l'addition d'une certaine quantité (en général, 0.5 à 12% en volume) de fibres, métalliques ou polymériques. Pour les BUHP, un comportement caractéristique est obtenu en traction : après fissuration de la matrice, on observe tout d'abord une propagation stable de nombreuses fissures, caractérisée par des espacements très réduits (ordre de grandeur : 2 cm) et par des ouvertures presque invisibles à l'œil nu. Ce phénomène, connu comme « *Multi – cracking* », correspond à une branche durcissante « *strain hardening* » de la courbe constitutive. Après avoir atteint la résistance maximale, la déformation se localise par contre dans une fissure critique, tout en gardant un certain niveau de ténacité : le comportement est néanmoins adoucissant (« *tension softening* »).

Les matériaux cimentaires qui montrent ce comportement durcissant en traction sont définis « *bétons fibrés à ultra hautes performances* » (**BFUHP**), ou « *ultra high performance fibre reinforced cementitious composite* » (**UHPFRC**) en anglais [10-11].

Plusieurs produits fibrés à UHP ont été développés à ce jour : parmi ceux-ci, il y a le Ductal® de Lafarge, Bouygues, et Rhodia, le BSI®Ceracem de Sika-Eiffage, le Cemtec® du LCPC, le M2C de CemSuisse, le Sifcon®. Au sein de ce projet de recherche, le BSI®Ceracem et le M2C seront utilisés pour les applications expérimentales. Néanmoins, le but de la recherche est de permettre une caractérisation plus générale, applicable aux différents types de BFUHP.

3. Délimitation du domaine de recherche

Différentes branches de recherche sont concernées par le domaine d'étude des BFUHP : la définition d'un domaine spécifique est nécessaire, dans le cadre d'un travail de thèse.

La modélisation du comportement des BFUHP va se focaliser exclusivement sur les aspects **mécaniques** : la conception du matériau ne sera pas traitée ; ses propriétés chimiques et physiques seront considérées comme des données connues. Du même, l'analyse structurelle portera presque exclusivement sur la résistance et sur la sécurité des éléments à l'état ultime : les aspects liés à l'étanchéité, à la durabilité et aux autres exigences de service ne seront touchés que de façon marginale. Il faut néanmoins souligner que ces derniers sujets occupent un espace de très grande relevance dans la littérature technique [12-21].

Néanmoins, l'approche choisie vise à une modélisation mécanique à **plusieurs échelles** : la compréhension, au moins qualitative, des mécanismes micromécaniques qui régissent la réponse du matériel est considérée nécessaire vis-à-vis d'une pleine exploitation des qualités des BFUHP dans le cadre d'applications structurales.

4. Etat de l'art et littérature

Sur la base d'une recherche bibliographique de détail, conduite pendant les derniers mois, l'état de connaissances sur le comportement mécanique des BFUHP est présenté ci-dessous à plusieurs échelles.

4.1 Micromécanique

Les modèles micromécaniques visent à décrire le comportement macroscopique du composite sur la base des propriétés de ses constituants (fibres et matrice) et des zones d'interface.

Fissures en Mode I (ouverture de fissure)

Les modèles de ce type s'appliquent à la description des zones tendues des éléments des structures. Deux étapes de modélisation sont suivies dans la littérature :

Modèles pour une seule fibre : une fibre isolée, centrée et orthogonale par rapport à la fissure est considérée. Des nombreux modèles, soit mécaniques, soit énergétiques, sont proposés dans la littérature [20,22-43]. Dans le cadre de ce travail de thèse, une étude comparative a été conduite, ce qui a permis d'identifier la loi d'adhérence à l'interface fibre – matrice comme le paramètre le plus important pour la modélisation à ce niveau. À parité de loi d'adhérence, les différents modèles considérés fournissent une réponse tout à fait comparable : le choix de ce paramètre, par contre, demeure à ce jour un aspect problématique, souvent résolu de façon empirique.

Modèles pour « n » fibres: « n » fibres dont la position et l'inclinaison sont variables dans l'espace sont considérées. La nature intrinsèquement aléatoire de leur distribution rend la modélisation particulièrement compliquée. Une approche statistique simplifiée, proposée par Wang et al. [44-46], est utilisée par la presque totalité des chercheurs. Le modèle nécessite néanmoins le choix de certains paramètres : l'adoption des valeurs de littérature, définies pour des matériaux similaires, est possible, mais peut conduire à des erreurs. En alternative, les paramètres seront déterminés sur la base d'essais spécifiques de « pull - out ».

Autres modes de fissuration

Compression : des modèles basés sur la mécanique de la fissure ont été définis pour les matériaux non fibrés [47-51] ; la prise en compte de l'effet des fibres a été en suite développée. Deux modèles pour des BFUHP, basés sur cette approche, ont été individué dans la littérature [52-53]. L'application de ces modèles micromécaniques aux échelles supérieures est néanmoins très limitée (voir § 3.2.2).

Fissures en Mode II (cisaillement): pour certaines applications de la théorie de la plasticité au BFUHP (voir § 5 – cas 3), une meilleure connaissance du mécanisme d'interaction entre les fibres et ce type de fissures est nécessaire. Pourtant, peu d'approches théoriques ou expérimentales ont été trouvées dans la littérature [54-55].

4.2 Comportement mécanique

Traction

Les propriétés mécaniques du BFUHP en traction ont été introduites au § 2.1. Le comportement constitutif est décrit par le biais d'une loi $\sigma - \varepsilon$ jusqu'à la résistance maximale et une loi $\sigma - w$ pour la zone de localisation de la déformation dans une fissure.

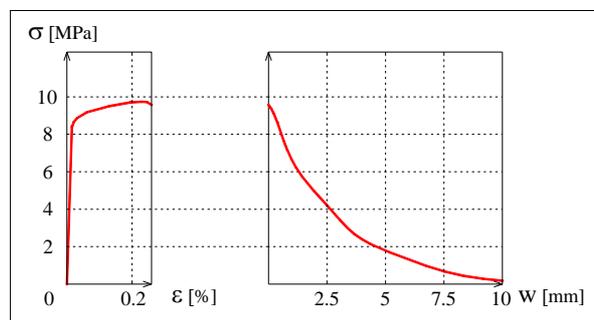


Fig. 1 – Courbes $\sigma - \varepsilon$ et $\sigma - w$ en traction [1]

Trois méthodes sont utilisées pour déterminer ces courbes : modélisation micromécaniques ; essais de traction directe ; essais de traction indirecte (flexion simple) avec traitement des données par analyse inverse [56-62].

Compression

L'effet des fibres sur le comportement des BFHUP comprimées ne devient important que dans la zone de *tension softening*, où leur présence mène à une augmentation significative de la ténacité par rapport à celle d'un BUHP non fibré. L'augmentation de la rigidité et de la résistance est par contre presque négligeable.

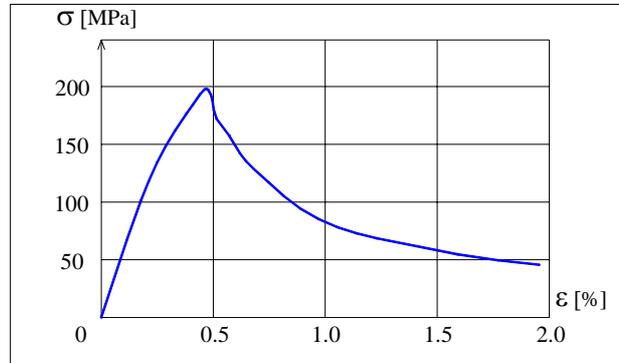


Fig. 2 – Courbe $\sigma - \varepsilon$ en compression [1]

La méthode basée sur l'approche micromécanique est rarement utilisée dans ce cas, à cause de la présence de modes mixtes de fissuration dont la modélisation est très compliquée. Les courbes $\sigma - \varepsilon$ sont habituellement déterminées par des essais directs. La modélisation analytique du comportement en compression demeure incomplète par rapport à la compréhension des mécanismes qui la règlent et à la possibilité de modéliser des cas généraux avec des champs de compression compliqués.

4.3 Éléments des structures

Pour les BFHP et les BFUHP, le domaine de recherche à cette échelle porte sur les sujets suivants [12-19,63] :

- utilisation des fibres en combinaison ou remplacement des armatures ordinaires dans les éléments fléchis ;
- éléments soumis à flexion composée [7,64-66];
- résistance à la fatigue et meilleure réponse aux sollicitations dynamiques [67];
- éléments bidimensionnels (coques minces, semelles de fondation) ;
- tirants armés ou précontraints [1,68,69];
- nœuds et détails structuraux fortement sollicités (ancrages des câbles de précontrainte, jonctions colonnes - poutres);
- joints structuraux (reprises de bétonnage, reprise des armatures) [70].

Les BFUHP permettent une augmentation de la résistance maximale et de la ténacité, une meilleure redistribution des efforts, une amélioration des propriétés d'adhérence avec les armatures ordinaires. Ils sont aussi supposés capables de réduire les effets d'échelle et de conduire à une exploitation optimale des ressources hyperstatiques structurelles.

4.4 Applications structurales

À ce jour, peu d'applications pratiques ont été réalisées qui exploitent pleinement les propriétés mécaniques des BFUHP. Les utilisations les plus courantes s'adressent plutôt à l'étanchéité et à la durabilité des structures [voir 12-19].

Cela est en partie dû à un manque de connaissances exhaustives sur le comportement à la rupture des éléments en BFUHP, ce qui est souligné par le peu réduite de documents réglementaires spécifiques à ce sujet. Le coût spécifique des BFUHP et la nécessité d'une mise en œuvre soignée sont d'autres facteurs qui limitent pour le moment sa diffusion

Sur la base des indications de la littérature, on constate que :

- en traction, plusieurs modèles micromécaniques et mécaniques existent et ont été validés ; par contre, peu d'expériences ont été conduites sur des éléments structuraux tendus et armés, la plupart des essais à échelle réelle s'intéressant au comportement des éléments fléchis ;
- pour la modélisation du comportement en compression, un manque de modèles est détecté à plusieurs niveaux : effet des fibres pour des fissures en cisaillement et en modes mixtes ; liaison entre approches micromécaniques et mécaniques ; effet du confinement et du frettage ; effet des conditions de bord géométriques et du mode d'application de la charge (diffusion de la compression).

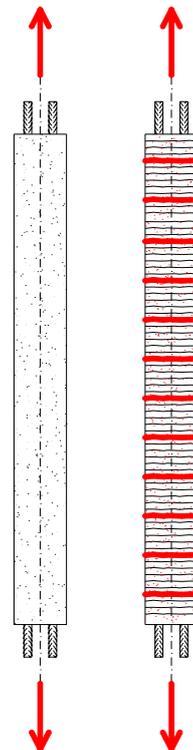
5. Démarche et organisation de la recherche

L'approche choisie se fonde sur l'analyse du comportement à l'état limite ultime de différents cas d'étude spécifiques, choisis sur la base de leur relevance par rapport aux problèmes de projet réels, sur la base des résultats de [1] et en relation avec les indications de la littérature.

1) Tirants en BFUHP armé

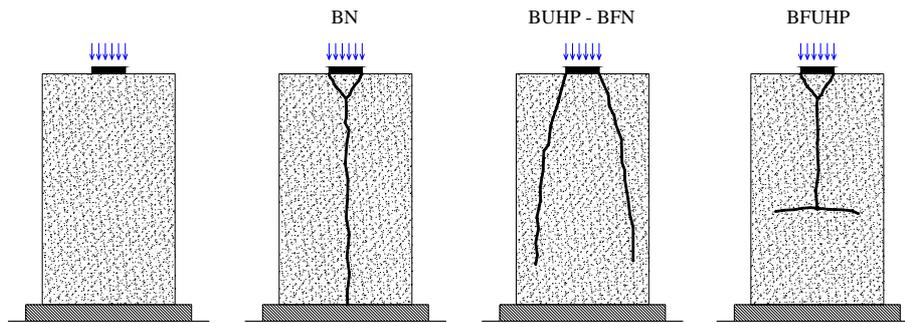
L'utilisation des BFUHP est sensée, a priori, améliorer le comportement des éléments tendus. Les essais conduits à l'IS-BETON ont néanmoins mis en évidence la possibilité d'une rupture fragile et fortement influencée par la taille des éléments. Cela s'explique par de la chute de la résistance des fibres (*strain softening*) lorsque la valeur limite d'ouverture est dépassée dans une fissure : pour des typologies et des taux d'armature ordinaires, cela conduit à la localisation de la déformation dans la fissure critique. Selon la longueur du tirant, une instabilité structurelle (*snap-back*) peut également se produire.

L'implémentation d'un modèle théorique a confirmé la relevance de cette problématique [1]. Parmi les solutions possibles, selon les indications tirées de ce modèle, il y a l'utilisation de barres d'acier à haute performance et le choix d'un taux d'armature plus élevé. La validité du modèle et des solutions proposées est à confirmer par des essais.



2) Introduction d'un effort de compression local

Ce cas présente un grand intérêt au niveau théorique aussi bien que pratique. Il représente, d'un côté, un problème typique d'analyse de rupture, qui a été déjà traité comme application du calcul plastique aux éléments en béton ordinaire [71]. Pour le BFUHP, il est important de modéliser comment la différente résistance des fibres à l'ouverture et au cisaillement des fissures peut affecter la réponse structurale : des essais ont été conduits sur des éléments en BFUHP [72], qui ont montré la capacité du BFUHP à modifier la propagation de la fissuration et le mécanisme de rupture (voir figure ci-dessous pour le schéma des fissures à la rupture).



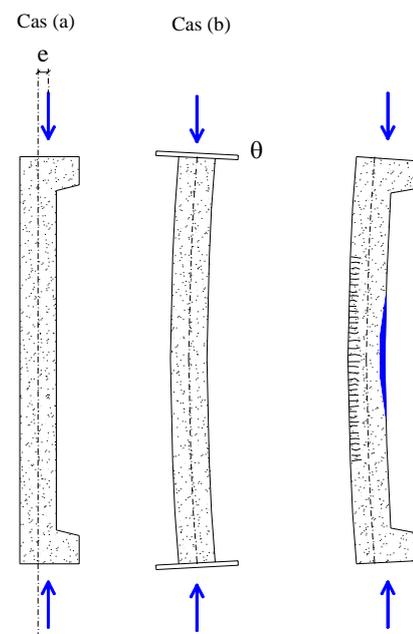
Des modèles généraux qui décrivent le mode de diffusion de la compression n'existent pas dans la littérature.

Néanmoins, ce cas d'étude est très représentatif de nombreuses situations réelles : introduction des forces d'ancrage des câbles de précontrainte, simulation du comportement de la zone comprimée des éléments fléchis (point 3), détails de croisement des voiles dans les bâtiments en béton armé [73].

On pense qu'une analyse approfondie de ce cas peut constituer une grande aide à la compréhension de plusieurs aspects liés à la rupture des éléments en BFUHP.

3) Colonnes en BFUHP armé

Une étude expérimentale a déjà été conduite pour investiguer les modalités de rupture des colonnes en BFUHP armé soumises à une compression excentrée (cas-a) ou à compression centrée et des rotations d'extrémité imposées (cas-b) [7]. Les propriétés du BFUHP mènent à une répartition plus homogène de fissures de flexion et à une augmentation de la capacité de déformation. Les effets du second ordre augmentent donc potentiellement. La rupture se manifeste souvent par l'écrasement de la zone d'enrobage du béton comprimé, où le confinement des étriers n'agit plus. La modélisation de ce comportement nécessite une étude plus détaillée des facteurs qui règlent la rupture en compression, et la définition d'un modèle cinématique apte à décrire le comportement global des éléments comprimés et fléchis.



6. Tâches et programme du travail

Tâches	2004		2005				2006				2007				2008	
	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	3	4
Recherche et étude de la bibliographie																
1 : Tirants en BFUHP armé 1a : Compléments expérimentaux : tirants en BFUHP avec diverses typologies et taux d'armature 1b : Validation du modèle défini en [1]																
2 : Introduction d'un effort de compression local 2a : Modélisation de l'effet des fibres pour des fissures en cisaillement 2b : Essais de simulation du comportement des fissures en cisaillement 2c : Essais d'introduction d'efforts locaux de compression : effet du matériau et des conditions de bord 2d : Définition et validation d'un modèle complet																
3 : Colonnes en BFUHP : flexion composée 3a : Définition d'un modèle décrivant le comportement de la zone comprimée, en considérant l'effet du fretage 3b : Définition d'un modèle complet décrivant le comportement des colonnes, en considérant les effets du deuxième ordre 3c : Validation du modèle avec les résultats des essais déjà conduits [7]																
Rédaction de la thèse																

7. Dates et signatures

Lausanne, le 02 juin 2005

Le candidat :

Directeur de thèse :

8. Références

- [1] Jungwirth J., Zum Tragverhalten von axial belasteten Bauteilen aus Ultra-Hochleistungs Faserbeton (UHLFB), thèse de doctorat, IS-BETON - EPFL, Lausanne, novembre 2005
- [2] Jungwirth J. Structural Behavior of Tension Members in Ultra High Performance Concrete, International Symposium on UHPC 2004, Kassel, 2004
- [3] Jungwirth, J.; PHD Symposium Munich - Underspanned Bridge Structures in Reactive Powder Concrete
- [4] Jungwirth, J.; Muttoni A., Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton, Teil 2 - Bauteile, IS-BETON Bericht 00.02.R4, Lausanne, 2004
- [5] Jungwirth, J.; Muttoni A., Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton, Anhang zu Teil 1 & 2, IS-BETON Bericht 00.02.R3a/4a, Lausanne, 2004
- [6] Jungwirth, J.; Muttoni A., Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton, Teil 1 - Material, IS-BETON Bericht 00.02.R3, Lausanne, 2004
- [7] Stirnimann D., Jungwirth J., Muttoni A., Versuche an Stützen aus ultra hochfestem Beton, IS-BETON Bericht 00.02.R5, Lausanne, 2004
- [8] Jungwirth, J.; Muttoni A., Versuche an Materialproben und einer kurzen Druckstütze aus dem ultra hochfesten Beton M2C, IS-BETON Bericht 00.02.R2, Lausanne, 2003
- [9] Jungwirth, J.; Plumey, S.; Muttoni, A.; Rapport d'essais - Comportement des éléments en béton à ultra hautes performances, IS-BETON Bericht 00.02.R1, Lausanne, 2003
- [10] Stang H. ; Li V. C., Classification of fibre reinforced cementitious materials for structural applications, 6th RILEM Symposium on FRC – BEFIB 2004, Varenna, Italy, pp. 197-218, 2004
- [11] Denarié E., Matériaux cimentaires à très hautes performances, MCS – Maintenance, Construction et Sécurité des Ouvrages, Lausanne, 2001
- [12] High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC3), Proceeding of the third International RILEM Workshop, PRO36, 2000
- [13] High Performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC4), Proceeding of the fourth International RILEM Workshop, PRO30, 2003
- [14] Ultra High Performance Concrete (UHPC), International Symposium on UHPC 2004, Kassel, 2004
- [15] High Strength / High Performance Concrete, Proceedings of the 6th International Symposium on Utilization of HSC/HPC, Leipzig, 2002
- [16] Sixth RILEM Symposium on Fiber Reinforced Concrete – BEFIB 2004, Varenna, Italy
- [17] Leipzig Annual Civil Engineering Report (LACER), No. 7, 2002
- [18] Leipzig Annual Civil Engineering Report (LACER), No. 8, 2003
- [19] Leipzig Annual Civil Engineering Report (LACER), No. 9, 2004
- [20] <http://www.engineeredcomposites.com/html/publication.html>
- [21] Habel K., Structural Behaviour of Elements Combining Ultra-High Performance Fibre Reinforced Concrete (UHPFRC) and Reinforced Concrete, Thèse de doctorat, MCS - EPFL, Lausanne, 2004
- [22] Bartos P., Review Paper : bond in fibre reinforced cements and concretes, The International Journal of Cement Composites, Vol. 3, N. 3, 1981
- [23] Budiansky B., Hutchinson J.W., Evans A.G., Matrix fracture in fiber reinforced ceramics, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 34, no. 2, pp. 167-189, 1986

- [24] Gopalaratnam V.S.; Shah S.P., Tensile failure of steel fiber reinforce mortar, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, n. 4, pp. 635-652, 1987
- [25] Stang H., A double inclusion model for microcrack arrest in fibre reinforced brittle materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 35, N. 3, pp 325-342, 1987
- [26] Wang Y., Li V.C., Backer S., Modelling of fibre pull-out from a cement matrix, *The International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, Vol. 10, N. 3, 1988
- [27] Leung C.K.Y.; Li V.C., Application of a two way debonding theory to short fibre composites, *Composites*, Vol. 21, N. 4, 1990
- [28] Stang H., Li Z.; Shah S.P., Pullout problem : stress versus fracture mechanical approach, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, N. 10, pp 2136-2150, 1990
- [29] Hamoush S.A.; Reza Salami M., Interfacial strain energy release rate of fiber reinforce concrete based on bond stress slip relationship, *ACI Structural Journal*, Vol. 87, N. 6, pp 678-686, 1990
- [30] Naaman, A.E.; Namur G.G.; Alwan J.M., Najm H.S., Fiber pullout and bond slip. I : analytical study, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 117, N. 9, pp. 2769-2790, 1991
- [31] Alwan J.M.; Naaman A.E.; Hansen W., Pull-out work of steel fibers from cementitious composites : analytical investigation, *Cement and Concrete Composites*, Vol. 13, pp. 247-255, 1991
- [32] Tjiptobroto P.; Hansen W., Mechanism for tensile strain hardening in high performance cement based fiber reinforced composites, *Cement and Concrete Composites*, Vol. 13, pp. 265-273, 1991
- [33] Alwan J.M., Naaman A.E., Hansen W., Pull-out work of steel fibers from cementitious composites : analytical investigation, *Cement & Concrete Composites*, Vol. 13, pp. 247-255, 1991
- [34] Li S.-H.; Shah S.P.; Li Z., Mura T., Micromechanical analysis of multiple fracture and evaluation of debonding behavior for fiber reinforced composites, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 30, N. 11, pp. 1429-1459, 1993
- [35] Li V.C., Stang H., Krenchel H., Micromechanics of crack bridging in fibre-reinforced concrete, *Materials and Structures*, Vol. 26, pp. 486-494, 1993
- [36] Li V.C.; Chan Y.-W., Determination of interfacial debond mode for fiber reinforced cementitious composites, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120, N. 4, 1994
- [37] Li V.C., Toughening in Cement Based Composites. Part II : Fiber Reinforced Cementitious Composites, *Cement and Concrete Composites*, Vol. 18, pp. 239-249, 1996
- [38] Shannag M.J.; Brincker R.; Hansen W., Interfacial (fiber-matrix) properties of high strength mortar from fiber pullout, *ACI Materials Journal*, Vol. 93, N. 5, pp 480-486, 1996
- [39] Lin Z.; Li V.C., Crack bridging in fiber reinforced cementitious composites with slip hardening interfaces, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 45, N. 5, pp. 763-787, 1997
- [40] Kullaa J., Micromechanics of multiple cracking, Part I Fibre analysis, *Journal of Materials Science*, Vol. 33, pp. 4213-4224, 1998
- [41] Zhandarov S.; Pisanova E., Mäder E., Is there any contradiction between the stress and energy failure criteria in micromechanical tests? Part II. Crack propagation : effect of friction on force – displacement curves, *Composite Interfaces*, Vol. 7, no. 3, pp. 149-175, 2000
- [42] Voo J.Y.L.; Foster S.J., Variable Engagement model For Fibre Reinforced Concrete in Tension, The University of New South Wales, Sydney, Report R.420, 2003
- [43] Pfyler T., Tragverhalten von Stahlfaserbeton, Diss., Technische Wissenschaften ETH Zürich, Nr. 15005, 2003
- [44] Wang Y.; Backer S.; Li V.c., A statistical tensile model of fibre reinforced cementitious composites, *Composites*, Vol. 20, N. 3, 1989

- [45] Li V.C., Wang Y., Backer S., Effect of Inclining angle, bundling and surface treatment on synthetic fibre pull-out from a cement matrix, *Composites*, Vol. 21, N. 2, 1990
- [46] Leung, C.K.Y.; Li. V.C., Effect of fiber inclination on crack bridging stress in fiber reinforced brittle matrix composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 40, N. 6, pp. 1333-1362, 1992
- [47] Kendall K., Complexities in compression failure, *Proceedings of The Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 361, N. 1705, pp. 245-263, 1978
- [48] Horii H.; Nemat-Nasser S., Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittle ductile transition, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 319, N. 1549, 337-374, 1986
- [49] Ashby M.F.; Hallam S.D., The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states, *Acta Metallurgica*, Vol. 34, N. 3, pp. 497-510, 1986
- [50] Sammis C.G.; Ashby M.F., The failure of brittle porous solids under compressive stress states, *Acta Metallurgica*, Vol. 34, N. 3, pp. 511-526, 1986
- [51] Choi S.; Shah S.P., Fracture Mechanism in cement-based materials subjected to compression, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 124, N. 1, 1998
- [52] Glavind M., Evaluation of the compressive behaviour of fibre reinforced high strength concrete, Doctoral Thesis, Serie R N. 302, Technical University of Denmark, Department of Structural Engineering, 1992
- [53] Li V.C., A simplified micromechanical model of compressive strength of fiber reinforced cementitious composites, *Cement & Concrete Composites*, Vol. 14, pp. 131-141, 1992
- [54] Valle M.; Buyukozturk O., Behavior of fiber reinforced high strength concrete under direct shear, in *Fiber Reinforced Concrete, Developments and Innovations*, Ed. J.I. Daniel, S.P. Shah, ACI
- [55] Tan K.H., Mansur M.A., Shear transfer in reinforced fiber concrete, *Journal of Materials in Civil Engineering*, Vol. 2, N. 4, 1990
- [56] AFGC-SETRA, Bétons fibres à ultra hautes performances, *Recommandations provisoires*, 2002
- [57] Casanova P.; Rossi P., Analysis and design of steel fibre reinforced concrete beams, *ACI Structural Journal*, Vol. 94, N. 5, 1997
- [58] Chuang T.-J.; Mai Y.-W., Flexural behavior of strain softening solids, *International journal of Structures*, Vol. 25, N. 12, pp. 1427-1443, 1989
- [59] Ulfkjaer J. P.; Krenk S.; Brincker R., Analytical model for fictitious crack propagation in concrete beams, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 121, N. 1, 1995
- [60] Lok T. S.; Xiao J. R., Flexural strength assessment of steel fiber reinforced concrete, *Journal of Materials in Civil engineering*, Vol. 11, N. 3, 1999
- [61] Olesen J. F., Fictitious crack propagation in fiber reinforced concrete beams, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, N. 3, 2001
- [62] Sundara Raja Iyengar K. T.; Raviraj S., Analytical study of fracture in concrete beams using blunt crack model, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, N. 8, 2001
- [63] Aa.Vv., Structural applications of steel fibre reinforced concrete, CTE Colleggio dei Tecnici della Industrializzazione Edilizia, *Proceedings of the International Workshop*, Politecnico di Milano, 2000
- [64] Foster S. J.; Attard M.M., Strength and ductility of fiber reinforced high strength concrete columns, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 127, N. 1, 2001

- [65] Campione G.; Mindess S.; Zingone G., Compressive stress-strain behavior of normal and high strength carbon fiber concrete reinforced with steel spirals, *ACI Materials Journal*, Vol. 96, N. 1, 1999
- [66] Campione G., The effect of fibers on the confinement models for concrete columns, *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 29, pp. 742-750, 2002
- [67] Naaman A.E., Hammoud H., Fatigue characteristics of high performance fiber reinforced concrete, *Cement and Composites*, Vol. 20, pp. 353-363, 1998
- [68] Noghabai K., Behavior of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross section, *ACI Structural journal*, Vol. 97, N. 2, 2000
- [69] Fischer G.; Li V. C., influence of matrix ductility on tension stiffening behavior of steel reinforced engineered cementitious composites (ECC), *ACI Structural journal*, Vol. 99, N. 1, 2002
- [70] Soubra K. S.; Wight J. K.; Naaman A. E., Fiber reinforced concrete joints for precast construction in seismic areas, *ACI Structural Journal*, Vol. 88, N. 2, 1991
- [71] Nielsen M. P., *Limit analysis and concrete plasticity*, CRC Press, 1999
- [72] Ay L., Behaviour of steel fibrous cement based composites in the anchorage zones of prestressed bridges, 6th RILEM Symposium on FRC – BEFIB 2004, Varenna, Italy, 2004
- [73] Garcia Blanco A., Muttoni A., Schwartz J., Guandalini S., Méthode de dimensionnement de croisements de voiles dans les bâtiments en béton armé, *Travail de Diplôme*, EPFL, Lausanne, 2004