

# **INFLUENCE DE LA RÉSISTANCE DU BÉTON ET DE SON ADHÉRENCE AVEC L'ARMATURE SUR LA FISSURATION**

THÈSE N° 1359 (1995)

PRÉSENTÉE AU DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

POUR L'OBTENTION DU GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

**Bicher FARRA**

Ingénieur civil diplômé EPF  
de nationalité syrienne

acceptée sur proposition du jury:

Prof. R. Favre, rapporteur  
Prof. A.W. Beeby, corapporteur  
Prof. A.S.G. Bruggeling, corapporteur  
Prof. C. Huet, corapporteur  
Dr J.-P. Jaccoud, corapporteur

Lausanne, EPFL  
1995

*A mes parents Salma et Mouhammad*

*A mes frères Bassel et Waddah*

*A mon amie Gabi*



## SOMMAIRE

	page
<b>PRÉFACE</b> .....	<b>VII</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>IX</b>
<b>RÉSUMÉ</b> .....	<b>XI</b>
<b>SUMMARY</b> .....	<b>XIII</b>
<b>ZUSAMMENFASSUNG</b> .....	<b>XV</b>
<b>SUMMARY IN ARABIC</b> .....	<b>XVII</b>
<b>NOTATIONS</b> .....	<b>XIX</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES</b> .....	<b>XXV</b>
<b>1. INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
<b>2. ÉTAT ACTUEL DES CONNAISSANCES</b> .....	<b>7</b>
<b>3. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR TIRANTS EN BÉTON ARMÉ</b> .....	<b>49</b>
<b>4. CONTRIBUTION À LA GÉNÉRALISATION DU MODÈLE ANALYTIQUE</b> .....	<b>67</b>
<b>5. ARMATURE MINIMALE POUR CONTRÔLER LA FISSURATION SOUS DÉFORMATION IMPOSÉE</b> .....	<b>125</b>
<b>6. CONCLUSIONS</b> .....	<b>135</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>143</b>
<b>ANNEXES</b> .....	<b>159</b>
<b>CURRICULUM VITAE</b> .....	<b>171</b>



## PRÉFACE

Ce travail de doctorat s'inscrit dans une longue lignée de travaux de recherche effectués dans notre Institut IBAP pour mieux cerner l'aptitude au service des structures en béton. Étant donné que les paramètres sont multiples, on est amené à les étudier séparément tout en cherchant à les maîtriser dans leur ensemble dans une recherche de synthèse finale.

Monsieur Farra a entrepris sa thèse à l'origine en visant surtout l'amélioration de l'étanchéité du béton armé grâce à une réduction de la fissuration. Finalement son travail a débouché sur une étude plus générale de la fissuration en fonction du genre de sollicitation et de l'état d'avancement de la fissuration. En effet, il faut clairement distinguer entre une sollicitation provenant d'une déformation imposée (par exemple retrait empêché) ou provenant d'une charge (par exemple contraintes de traction par suite de moments ou d'efforts tranchants). Monsieur Farra a clairement montré qu'une fois le béton fissuré, les ouvertures des fissures ne dépendent pratiquement pas de la résistance du béton lorsqu'il s'agit d'une déformation imposée et, qu'au contraire, elles diminuent avec l'augmentation de la résistance s'il s'agit d'une charge.

Pour calculer l'ouverture des fissures, Monsieur Farra a utilisé un modèle très général basé sur une relation d'adhérence entre les barres d'armature et le béton qui lui a permis de traiter tant le stade de formation que celui de stabilisation des fissures. Il a procédé au calibrage de cette relation non pas à partir d'essais standards d'adhérence (Rilem, SIA, etc) mais directement à partir de l'observation de 135 tirants (voir Rapport des essais de tirants sous déformation imposée de courte durée par B. Farra et J.-P. Jaccoud, publication IBAP N° 140, EPFL, nov. 1993). L'un de nos collègues, le Professeur Bruggeling, qui a suivi ce travail de près et nous a donné de précieux conseils, a regretté l'absence d'essais standards Rilem en plus des essais sur tirants. Si nous devons reconnaître qu'il aurait en effet été utile et intéressant de procéder à ces essais, nous avons renoncé à le faire en raison des vives controverses qu'ils soulèvent encore et du manque d'unanimité en ce qui concerne la reconnaissance d'une procédure d'essai simple et vraiment représentative. Pour étudier les répercussions des propriétés d'adhérence béton-armature sur la fissuration, on a finalement préféré concentrer nos efforts à la réalisation d'essais sur petits tirants.

Ajoutons encore que les effets du temps, à la fois complexes et en partie contradictoires, n'ont pas été considérés dans ce travail. Il est certain qu'une fissuration précoce peut d'un côté apparaître plus facilement dans un béton à hautes performances due à sa faible capacité de relaxation des contraintes et à son risque accru de dessiccation en surface. Mais d'un autre côté le durcissement et la résistance d'un béton à hautes performances peuvent évoluer de manière sensiblement plus rapide au jeune âge.

Mais comme nous le disions au début, on est obligé de se limiter à certains paramètres dans l'étude d'un domaine si vaste qu'est la fissuration du béton armé. Le mérite de Monsieur Farra a été de mettre clairement en évidence l'effet d'une résistance augmentée du béton sur la fissuration lorsqu'il s'agit d'une déformation ou d'une charge imposée et lorsqu'il s'agit d'un stade de formation des fissures ou d'une fissuration stabilisée.

Professeur R. Favre

Dr J.-P. Jaccoud

## REMERCIEMENTS

Cette étude a été effectuée à l'Institut de statique et structure - Béton Armé et Précontraint de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, sous la direction du Professeur Renaud Favre et du Docteur Jean - Paul Jaccoud. Je tiens à leur exprimer ma profonde reconnaissance de m'avoir permis de mener à bien cette recherche et de m'avoir guidé et conseillé judicieusement tout au long de son déroulement.

Mes remerciements s'adressent également aux autres membres du jury de thèse, à savoir Messieurs Robert Rivier, Professeur à l'EPFL et président du jury, Andrew W. Beeby, Professeur à l'université de Leeds, Christian Huet, Professeur à l'EPFL, ainsi qu'à Monsieur le Professeur A. S. G. Bruggeling, ingénieur conseil à Nootdorp (NL) pour ses précieux conseils donnés tout au long de ce travail.

Je remercie aussi les membres de la commission consultative ayant suivi ce projet de recherche qui, en plus de la plupart des membres du jury susmentionnés, comprenait Messieurs Fermin Alou, chef de section au Laboratoire des Matériaux de Construction (LMC) de L'EPFL, Gérard Ithuralde de EDF-SEPTEN, Peter Kelterborn et Reinhard Schweizer de l'entreprise SIKA, Pierre Richard, directeur scientifique du groupe BOUYGUES et le Professeur Willy Wilk, directeur du T.F.B. et membre de la fondation pour la recherche de l'industrie suisse du ciment (VSZKGF).

J'adresse encore mes remerciements à Messieurs György Balázs, Chargé de cours à l'université de Budapest pour les fructueuses discussions concernant le problème de l'adhérence, Bernard Espion, Chargé de cours à l'université libre de Bruxelles pour les échanges enrichissants à propos de la résistance effective du béton.

Je tiens en outre à remercier tous mes collègues de l'IBAP, en particulier Monsieur Bernard F. Gardel pour l'élaboration minutieuse d'une importante partie des figures de cette thèse, Monsieur Alain Leclercq pour l'élaboration des abaques de dimensionnement du chapitre 5, Madame Christine Droguet-Dobossens pour la dactylographie du manuscrit, Messieurs Manuel Pascual, Gérard Oreiller, Jean - Paul Jaccoud et Pierre Mivelaz pour la réalisation des essais sur tirants, ainsi que Philippe Simonin du LMC et Reinhard Schweizer de SIKA pour la réalisation des essais sur éprouvettes.

Un grand merci à mon amie Gabriele Kapraun pour son courage, sa patience et sa disponibilité lors de la correction et de la mise au net du texte.

Ma reconnaissance va également à l'EPFL pour l'importance des moyens mis à disposition ainsi qu'à la fondation pour la recherche de la société suisse des fabricants de ciment, chaux et gypse (VSZKGF) et à l'entreprise SIKA pour leur contribution financière sans laquelle la réalisation de cette recherche n'aurait pas été possible.

Lausanne, le 12 juin 1995

Bicher FARRA



## RÉSUMÉ

L'utilisation de plus en plus fréquente, ces dernières années, de bétons à hautes performances (BHP) a poussé beaucoup de chercheurs à étudier le comportement des structures en BHP, en particulier à l'état de service.

Les études théoriques et expérimentales effectuées dans le cadre de cette thèse ont pour but d'apporter des éléments de réponse à la question préoccupant les ingénieurs, de savoir si une amélioration des propriétés du béton - notamment sa résistance - est préjudiciable ou non pour la fissuration. Il s'agit également de savoir s'il est justifié ou non d'augmenter les quantités d'armature nécessaires pour contrôler la fissuration lorsque la résistance du béton augmente, comme c'est le cas des BHP.

Des essais de fissuration réalisés sur 135 tirants en béton armé (de 1.15 m de long et de section 0.10 m x 0.10 m) ont permis d'étudier l'influence de la résistance du béton et de la quantité d'armature sur le comportement global des tirants et sur les ouvertures des fissures sous une déformation axiale imposée progressivement de manière rapide. Ces essais ont montré que l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$  n'augmente pratiquement pas quand la résistance du béton augmente.

Le modèle analytique pour le calcul d'ouvertures de fissures, initialement développé par Noakowski et Bruggeling notamment, basé sur une loi d'adhérence béton - armature ( $\tau - s$ ), que nous avons repris puis généralisé dans cette étude, s'est avéré très efficace pour la prédiction du comportement à la fissuration des structures quelle que soit la résistance du béton et quel que soit le niveau de sollicitation (phase de formation des fissures ou phase de fissuration stabilisée). Les paramètres définissant la loi d'adhérence ont été déterminés par comparaison entre les ouvertures moyennes des fissures mesurées lors des essais sur tirants et celles calculées à l'aide du modèle analytique sous une déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$ .

L'utilisation de la relation d'adhérence obtenue à partir des essais sur tirants dans le modèle analytique étendu, a permis de décrire l'influence de la résistance du béton sur la fissuration. Une assez bonne concordance a été obtenue entre les courbes mesurées et calculées de l'ouverture moyenne des fissures, en fonction de la déformation totale dans les tirants d'essais. De plus, diverses comparaisons entre les prédictions du modèle et les résultats d'autres essais sur grands tirants effectués à l'IBAP ont permis de valider le modèle dans le cas de structures réelles d'épaisseur faible à moyenne (jusqu'à 42 cm d'épaisseur), réalisées en béton ordinaire ou en BHP.

Une étude paramétrique effectuée à l'aide du modèle analytique, a permis de mettre en évidence la différence entre l'influence de la résistance du béton sur la fissuration sous charge ou sous déformation imposée. En outre, on a développé à partir de ce modèle une méthode simplifiée

permettant l'estimation de l'armature minimale nécessaire pour le contrôle de la fissuration sous déformation imposée, en fonction de la résistance du béton.

Sous déformation imposée, tout accroissement de la résistance du béton d'une part n'influence que faiblement l'apparition de la fissuration et, d'autre part, n'augmente que dans une faible mesure - souvent négligeable - l'ouverture des fissures en phase de formation des fissures. Cela est en général le cas sous des déformations imposées usuelles, pour des aciers à haute adhérence S500 couramment utilisés et pour des bétons dont la résistance moyenne à la compression n'excède pas 70 à 80 MPa. Pour des bétons de résistance supérieure, il peut être économiquement intéressant d'utiliser simultanément au BHP un acier à très haute résistance ( $f_y > 500$  MPa) pour les barres d'armature. Sinon, c'est le critère de non-plastification de l'acier qui devient déterminant pour le dimensionnement de l'armature, dont la quantité augmente alors proportionnellement à la résistance du béton à la traction. Lorsque ce critère n'est pas déterminant, les effets négatifs de l'augmentation de l'effort de fissuration sont pratiquement contrebalancés par l'augmentation considérable de l'adhérence béton - armature lorsque la résistance du béton augmente. Pour un niveau de qualité fixé, c'est-à-dire une ouverture des fissures spécifiée, il en résulte que l'armature minimale nécessaire n'est que faiblement modifiée (faible augmentation, pratiquement négligeable) lorsque la résistance du béton augmente.

Sous charge imposée, tout accroissement de la résistance du béton d'une part retarde - voire évite - l'apparition de la fissuration et, d'autre part, réduit fortement les ouvertures de fissures sous un niveau de sollicitation fixé.

En conclusion, l'augmentation de la résistance du béton est globalement favorable en ce qui concerne le comportement à la fissuration de structures en béton sous sollicitations de courte durée.

## SUMMARY

The frequent use, these last years, of high performance concrete (HPC) led many researchers to study high performance concrete structures behaviour, in particular at serviceability limit state.

The theoretical and experimental studies carried out in this thesis, aim to give some elements for answering the question worrying engineers, to know if an improvement of concrete properties - particularly its strength - is prejudicial or not to cracking. The point is also to know if it is justified or not to increase reinforcement quantities needed to control cracking when concrete strength increases, as it is the case for HPC.

Cracking tests carried out on 135 reinforced concrete tension members (1.15 m long with a cross section of 0.10 m x 0.10 m) allowed to study concrete strength and reinforcement amount influence on global behaviour and crack widths under rapidly imposed deformation. These tests have shown that mean crack width under imposed deformation does practically not increase when the strength of concrete increases.

The analytical model for crack width calculation, initially developed by Noakowski and Bruggeling, based on a bond stress - slip relationship ( $\tau - s$ ), which we used and generalized in this work, has shown to be very efficacious for cracking behaviour prediction, whatever concrete strength and load level were (crack formation phase or stabilised cracking phase). The parameters defining the bond stress - slip relationship were determined by comparison between measured crack widths from tension member tests and those calculated using the analytical model, under an imposed deformation  $\epsilon = 0.5\%$ .

The use of the obtained bond stress - slip relationship in the extended model allowed to describe the influence of concrete strength on cracking. A quiet good agreement was obtained between measured and calculated curves giving mean crack width versus total strain, for tension members tests. Furthermore, different comparisons between model predictions and results from tests on large tension members, carried out at IBAP, allowed to validate the model in case of real structures with small to medium thickness (up to 42 cm thick) made with ordinary concrete or HPC.

A parametric study made by using analytical model, allowed to highlight the influence of concrete strength on cracking under imposed load or under imposed deformation. Moreover, we developed from this model a simplified method permitting to estimate the minimum reinforcement needed to control cracking under imposed deformation in terms of concrete strength.

Under imposed deformation, each increase in concrete strength influences only slightly the occurrence of cracking and the crack widths in crack formation phase. This is generally the case under ordinary imposed deformations, for high bond rebars S500 usually employed and for concretes having a mean compressive strength which does not exceed 70 to 80 MPa. For concretes having a higher compressive strength, it may be economically interesting to use simultaneously to a HPC a high strength steel ( $f_y > 500$  MPa) for rebars. Otherwise, the no-yielding condition criterion will become determinant for reinforcement design and its quantity will increase proportionally to the tensile strength of concrete. If this condition is not determinant, the negative effects of increasing cracking force are practically balanced by the considerable improvement of concrete to steel bond properties, when concrete strength increases. For a given level of quality, which means for a specified crack width, it arises that needed minimum reinforcement is only slightly modified (little increase which could be neglected) when concrete strength increases.

Under imposed load, the increase of concrete strength, on one hand, delays or even avoids cracking occurrence and, on the other hand, it reduces strongly crack widths under a given load level.

To conclude, the increase of concrete strength is globally favourable to cracking behaviour of concrete structures under short term actions.

## ZUSAMMENFASSUNG

Die in den letzten Jahren vermehrte Anwendung von hochwertigem Beton führte zu zahlreichen Forschungsarbeiten im Bereiche des Tragverhaltens von Bauwerken aus hochwertigem Beton, insbesondere im Gebrauchszustand.

Die im Rahmen dieser Dissertation durchgeführten theoretischen und experimentellen Studien haben zum Ziel, eine Antwort auf die beiden folgenden Fragen zu finden. Hat eine Verbesserung der Betoneigenschaften, insbesondere der Betonfestigkeit, einen Einfluss auf die Rissbildung? Ist die Erhöhung des Bewehrungsgehaltes zur Kontrolle der Rissbildung bei einer gleichzeitigen Erhöhung der Betonfestigkeit, wie dies bei der Verwendung von hochwertigem Beton der Fall ist, gerechtfertigt?

Die bei 135 Prüfkörpern aus Stahlbeton (mit einer Länge von 1.15 m und einem quadratischen Querschnitt von 0.10 m x 0.10 m) durchgeführten Zugversuche mit einer rasch zunehmenden axialen Dehnung erlaubten eine Beurteilung des Einflusses der Betonfestigkeit und des Bewehrungsgehaltes auf das globale Verhalten der Zugkörper sowie auf die Rissbreiten. Die Versuche zeigten, dass bei einer aufgebrachten Dehnung von  $\epsilon = 0.5\%$  eine Erhöhung der Betonfestigkeit praktisch keine Vergrößerung der Rissweiten zur Folge hat.

Das ursprünglich von Noakowski und Bruggeling entwickelte, auf einem Gesetz über den Verbund zwischen dem Beton und dem Stahl ( $\tau - s$ ) beruhende, analytische Modell zur Berechnung der Rissweiten wurde in dieser Studie übernommen und verallgemeinert. Dieses Modell erwies sich für die Voraussage des Tragwerkverhaltens bei der Rissbildung als sehr geeignet, und dies unabhängig von der Betonfestigkeit und dem Lastniveau (Phase der Rissbildung, Phase der stabilisierten Rissbildung). Durch einen Vergleich der bei den Zugkörpern gemessenen und den mit dem Modell analytisch berechneten Rissweiten bei einer aufgebrachten Dehnung von je  $\epsilon = 0.5\%$  wurden die einzelnen Koeffizienten des Verbundgesetzes festgelegt.

Die Verwendung des analytischen Modells, welches mit dem aus den Zugversuchen gefundenen Verbundgesetz erweitert wurde, erlaubte die Beschreibung des Einflusses der Betonfestigkeit auf die Rissbildung. Die Kurven der gemessenen und der berechneten Rissweiten in Funktion der Gesamtverformung der Versuchskörper stimmen ziemlich gut miteinander überein. Die Anwendung der gefundenen analytischen Lösung auf grössere, durch das IBAP geprüfte Zugkörper erlaubte eine Bestätigung dieses Modells für Tragwerke aus normalem oder hochwertigem Beton mit kleineren bis mittleren Stärken (bis 42 cm).

Eine mit Hilfe des analytischen Modells durchgeführte Parameterstudie verdeutlicht den

unterschiedlichen Einfluss der Betonfestigkeit auf die Rissbildung bei Last- respektive Zwangsbeanspruchung. Ausgehend von diesem Modell wurde ausserdem eine vereinfachte Methode zur Abschätzung der für die Kontrolle der Rissbildung unter Zwang notwendigen Mindestbewehrung in Funktion der Betonfestigkeit entwickelt.

Bei Zwangsbeanspruchung wird der Beginn der Rissbildung nur wenig von der Betonfestigkeit beeinflusst. Sie hat ebenfalls nur einen geringen, oft vernachlässigbaren, Einfluss auf die Rissweiten während der Phase der Rissbildung. Dies gilt im allgemeinen für übliche Grössen von Zwangsbeanspruchungen, bei der Verwendung der üblichen profilierten Stählen S500 sowie eines Betons mit einer mittleren Druckfestigkeit von weniger als 70 bis 80 MPa. Bei der Verwendung eines hochwertigen Betons kann der gleichzeitige Einsatz eines hochfesten Stahles ( $f_y > 500$  MPa) für die Bewehrung wirtschaftlich von Interesse sein. Andernfalls wird das Kriterium der Nichtplastifizierung des Stahles bei der Bemessung der Bewehrung massgebend und der Bewehrungsgehalt nimmt proportional mit der Betonzugfestigkeit zu. Ist dieses Kriterium nicht massgebend, so werden bei einer Erhöhung der Betonfestigkeit die negativen Einflüsse der grösseren Rissnormalkraft praktisch durch den beträchtlich verbesserten Verbund zwischen Beton und Stahl kompensiert. Für ein festgelegtes Anforderungsniveau, d.h. eine bestimmte Rissweite, hat dies zur Folge, dass sich die notwendige Mindestbewehrung infolge einer erhöhten Betonfestigkeit nur geringfügig ändert (geringe Erhöhung, praktisch vernachlässigbare).

Unter Lastbeanspruchung (konstantes Lastniveau) bewirkt eine Erhöhung der Betonfestigkeit einerseits eine Verzögerung der Rissbildung und andererseits eine starke Verringerung der Rissweiten.

Unter kurzzeitigen Lasten wirkt sich somit eine Erhöhung der Betonfestigkeit im grossen und ganzen günstig auf das Rissverhalten von Betontragwerken aus.

## SUMMARY IN ARABIC

## ملخص

دفع الاستخدام المتزايد للخرسانة (بيتون) عالية المقاومة في السنوات الأخيرة الباحثين إلى دراسة سلوك المنشآت المسلحة من الخرسانة عالية المقاومة وبشكل خاص في حالة حد الاستثمار.

تهدف الدراسات النظرية و المخبرية المنجزة في إطار هذه الأطروحة إلى الإجابة عن سؤال يشغل المهندسين كثيراً و هو معرفة ما إذا كان تحسين مميزات الخرسانة و خاصة مقاومتها، إيجابياً أم سلبياً بالنسبة للتشقق. كما علينا أن نعرف ما إذا كانت زيادة كميات التسليح اللازمة للحد من التشقق المعيب واجبةً أم لا لدى ازدياد مقاومة الخرسانة كما هو الحال بالنسبة للخرسانة عالية المقاومة.

سمحت تجارب التشقق التي اجريناها على 135 عنصر من الخرسانة المسلحة (بطول 1.15 m ومقطع عرضي 0.10 m x 0.10 m)، بدراسة تأثير مقاومة الخرسانة وكمية التسليح على السلوك العام للعناصر المشدودة مركزياً و على سعة الشقوق. اجريت هذه التجارب تحت تشوه مركزي مفروض خلال مدة قصيرة. لقد دلت هذه التجارب على أن فتحة الشقوق المتوسطة المقاسة في العناصر الخرسانية المعرضة لتشوه محوري مفروض قيمته ( $\epsilon = 0.5\%$ ) تكاد لا تزيد لدى ازدياد مقاومة الخرسانة.

هذا و قد بدت الطريقة (النموذج) التحليلية لحساب سعة الشقوق و التي كان قد طورها أصلاً عدة باحثين منهم نواكوفسكي و بروغلين و التي أساسها قانون التماسك بين الخرسانة و قضبان التسليح ( $\tau - s$ )، مناسبة جداً للتنبؤ بسلوك المنشآت الخرسانية بعد التشقق و ذلك مهما كانت مقاومة الخرسانة و مهما كان مستوى التحميل (أي في مرحلة تشكيل الشقوق أو في مرحلة التشقق المستقر). لقد استطعنا تحديد قيم العوامل (أو الوسطاء) التي تعين علاقة التماسك ( $\tau - s$ ) نتيجة عن مقارنة قيم الفتحات المتوسطة للشقوق التي تم قياسها خلال التجارب مع تلك القيم الناتجة عن التطبيق العددي لعلاقات الطريقة التحليلية المذكورة، و ذلك تحت تشوه محوري مفروض قيمته ( $\epsilon = 0.5\%$ ).

نتيجة لادخال علاقة التماسك التي تم التوصل إليها في هذه الأطروحة، في علاقات الطريقة التحليلية لحساب سعة الشقوق، توصلنا لتحديد تأثير مقاومة الخرسانة على التشقق. كان التوافق بين الخطوط البيانية لفتحات الشقوق المتوسطة الناتجة عن القياس و تلك الناتجة عن الحساب جيداً نسبياً. زيادة عن ذلك فقد سمحت عدة مقارنات أجريناها بين نتائج الحسابات و نتائج التجارب المخبرية المجرأة في مخبر (IBAP) على عناصر كبيرة الأبعاد إلى التحقق من صحة الطريقة التحليلية في حالة منشآت خرسانية حقيقية متوسطة السماكة (تصل سماكتها إلى 42 cm)، و التي نُفِّذت من الخرسانة العادية أو العالية المقاومة.

أظهرت الدراسة الوسيطة التي اجريت ابتداءً من الطريقة التحليلية، الفرق بين تأثير مقاومة الخرسانة على التشقق في حالتها الحمولات المفروضة و التشوهات المفروضة. كما قمنا، ابتداءً من الطريقة التحليلية لحساب سعة الشقوق، بتطوير طريقة مبسطة تسمح بحساب كمية التسليح اللازمة للحد من التشقق في حالة التشوهات المفروضة و ذلك مهما كانت مقاومة الخرسانة.

في حالة التشوهات المفروضة، لا تؤثر زيادة مقاومة الخرسانة على ظهور التشقق في المنشأة إلا قليلاً، كما لا تؤدي هذه الزيادة إلا إلى زيادة قليلة يمكن إهمالها لفتحة الشقوق المتوسطة وذلك خلال فترة تشكيل الشقوق. ذلك هو الحال عموماً تحت تأثير تشوهات مفروضة عادية و لدى استخدام قضبان تسليح عالية التماسك S500 و خرسانة لا تزيد مقاومتها للضغط عن 70 - 80 MPa. أما بالنسبة للخرسانة التي تزيد مقاومتها عن هذه القيمة فمن الممكن أن يكون الاستخدام المزدوج للخرسانة عالية المقاومة و لصلب تسليح عالي المقاومة ( $f_y > 500 \text{ MPa}$ )، اقتصادياً، و إلا سيصبح شرط عدم الخضوع لقضبان التسليح هو العامل الرئيسي الذي يحدد كمية التسليح التي ستزداد نسبياً مع زيادة مقاومة الخرسانة للشد. في حال أن الشرط الوارد سابقاً لا يشكل عاملاً أساسياً في التصميم، فإن النتائج السلبية لزيادة قوة التشقق المحورية، يمكن موازنتها تماماً بالزيادة الكبيرة للتماسك بين الخرسانة و قضبان التسليح، وذلك عندما تزداد مقاومة الخرسانة. من أجل مستوى معين من الجودة، أي قيمة محددة لفتحة الشقوق المتوسطة، فإن كمية التسليح أو نسبة التسليح اللازمة لا تتأثر إلا قليلاً (زيادة يمكن إهمالها) بازدياد مقاومة الخرسانة.

أما في حالة الحمولات المفروضة، فإن زيادة مقاومة الخرسانة تؤدي إلى تأخير أو منع ظهور التشقق من جهة و إلى انخفاض كبير في سعة الشقوق تحت مستوى تحميل معين.

في الختام، إن زيادة مقاومة الخرسانة يشكل عاملاً إيجابياً إجمالاً بالنسبة للتشقق في منشآت الخرسانة المسلحة، تحت تأثير حالات تحميل قصيرة المدى.

## NOTATIONS

$A_s$	Aire de la section d'armature
$A_c$	Aire de la section de béton
$A_{c,ef}$	Aire du béton d'enrobage
BO	Béton ordinaire
BHP	Béton à hautes performances
B.A.	Béton armé
$E_c$	Module d'élasticité instantané du béton
$E_c^*$	Module d'élasticité réel ou ajusté du béton
$E_s$	Module d'élasticité de l'acier d'armature
$E_1, E_2$ et $E_3$	Pentes des droites 1 à 3 dans le modèle multilinéaire du comportement global d'un élément tendu en béton armé
$L$	Longueur totale d'un élément (tirant)
$\Delta L$	Allongement total du tirant
$L_r$	Longueur de transmission (d'introduction) de la force à partir d'une section fissurée
$L/2$	Longueur travaillant en stade II-nu au voisinage d'une fissure dans le modèle de calcul de Jaccoud
$N$	Effort normal
$N_{r1}, N_{rn}$	Effort normal qui provoque la première, respectivement la dernière fissure
$S_{rm}$	Espacement moyen des fissures en phase de fissuration est stabilisée ( $L_r \leq S_{rm} \leq 2L_r$ )
$S_{r,min}$	Espacement minimal des fissures en phase de fissuration est stabilisée (égal à $L_r$ )
$S_{r,max}$	Espacement maximal des fissures en phase de fissuration est stabilisée (égal à $2L_r$ )
$a$	Facteur dans la relation d'adhérence ( $\tau - s$ ) défini par : $a = a_1 \cdot (f_{cm})^{a_2}$ . La relation d'adhérence quant à elle est définie par $\tau = a \cdot (s/s_1)^b$

$a_1$	Coefficient définissant le facteur "a" dans la relation d'adhérence
$a_2$	Puissance de $f_{cm}$ dans l'expression du facteur "a"
$b$	Puissance du glissement "s" dans la relation d'adhérence
$c$	Enrobage des barres d'armature
$e$	Espacement des barres d'armature
$f_R$	Coefficient d'aire relative des barres d'armature
$h$	Hauteur d'une section transversale ou épaisseur d'un mur
$i$	Nombre de fissures correspondant à une sollicitation donnée ( $i = 1$ à $n$ )
$k_h$	Coefficient tenant compte de l'influence de l'épaisseur de la structure sur la résistance effective à la traction du béton (d'après Schiessl)
$k_y$	Coefficient équivalent à $k_h$ intervenant dans la méthode de calcul de l'armature minimale satisfaisant au critère de non-plastification de l'acier
$k_\epsilon$	Coefficient équivalent à $k_h$ intervenant dans la méthode de calcul de l'armature minimale satisfaisant au critère de limitation d'ouverture de fissures
$n$	Nombre total des fissures pour $\epsilon = \epsilon_{sm}$
$s$	Glissement relatif (de "slip" en anglais) entre la barre d'armature et le béton avoisinant à la section $x$ (l'origine de l'axe $x$ se trouve à la section homogène (stade I))
$t$	Le temps désignant l'âge du béton
$x$	Coordonnée selon l'axe du tirant. Son origine se trouve dans une section travaillant en stade I (homogène)
$f_{ctm}$	Résistance moyenne à la traction directe du béton sur éprouvettes cylindriques
$f_{ct}(\epsilon)$	Résistance effective à la traction directe du béton correspondante à la déformation imposée $\epsilon$ dans une structure en béton armé
$f_{ct,1}$	Résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la première fissure
$f_{ct,n}$	Résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la dernière fissure
$f_{cm}$	Résistance moyenne à la compression du béton sur cylindres
$f_{ck}$	Résistance caractéristique à la compression du béton sur cylindres
$f_{ccm}$	Résistance moyenne à la compression du béton sur cube
$f_{cck}$	Résistance caractéristique à la compression du béton sur cube

$f_y$	Limite d'élasticité de l'acier d'armature
$w_m$	Ouverture moyenne des fissures
$w_k$	Ouverture caractéristique des fissures (valeur maximale : $w_k = 1.5 w_m$ )
$w_{m,1}$	Ouverture moyenne de la première fissure sous la contrainte correspondant à son apparition
$w_{m,n}$	Ouverture moyenne des fissures sous le niveau de contrainte correspondant à l'apparition de la dernière fissure
$\alpha = \frac{E_s}{E_c}$	Rapport des modules d'élasticité acier/béton
$\alpha^*$	Rapport entre le module d'élasticité de l'acier et le module d'élasticité réel ou ajusté du béton
$\rho = \frac{A_s}{A_c}$	Pourcentage total d'armature
$\rho_y$	Pourcentage d'armature correspondant au critère de non-plastification de l'acier
$\beta_n = \frac{\Delta \epsilon_{s,n}}{\Delta \epsilon_{sr,1}}$	Facteur définissant le début de la phase de fissuration stabilisée dans un tirant en B.A. ( $\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm,n}$ ) et la contribution du béton tendu
$\delta = \frac{f_{ct,n}}{f_{ct,1}}$	Rapport entre la résistance effective du béton à l'apparition de la dernière fissure et celle correspondant à la 1ère fissure
$\lambda = \frac{f_{ct,1}}{f_{ctm}}$	Rapport entre la résistance effective du béton à la traction lors de la 1ère fissure et celle moyenne mesurée sur éprouvette
$\emptyset$	Diamètre de la barre d'armature
$\eta_\rho$	Facteur définissant la réduction de la résistance à la traction du béton due à la présence de l'armature dans les tirants d'essai
$\eta$	Coefficient de proportionalité entre $L^2$ et $L_r$ dans le modèle de Jaccoud
$\sigma_{c1}, \epsilon_{c1}$	Contrainte et déformation relative du béton en stade I (homogène $\epsilon_{s1} = \epsilon_{c1}$ )
$\sigma_{s2}, \epsilon_{s2}$	Contrainte et déformation relative de l'acier en stade II-nu (au droit d'une section fissurée)
$\sigma_{sr1}$	Contrainte dans l'acier d'armature en stade II-nu (au droit d'une section fissurée) au moment de l'apparition de la 1ère fissure
$\sigma_{sm}$	Contrainte dans l'acier d'armature en stade II-nu (au droit d'une section fissurée) au moment de l'apparition de la dernière fissure

$\epsilon_{s1,r1}$	Déformation relative de l'acier et du béton en stade I (entre 2 fissures) au moment de l'apparition de la 1 <sup>ère</sup> fissure
$\epsilon_{s2,ri} = \frac{\sigma_{sri}}{E_s}$	Déformation relative de l'acier en stade II-nu (dans la section fissurée) au moment de l'apparition de la i <sup>ème</sup> fissure
$\epsilon_{s2,r1}$	au moment de l'apparition de la 1 <sup>ère</sup> fissure
$\epsilon_{s2,ri}$	au moment de l'apparition de la n <sup>ième</sup> fissure (dernière)
$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$	Déformation relative sur toute la longueur de l'élément ou déformation imposée
$\epsilon_{sm}$	Valeur de $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$ correspondant à l'apparition de la dernière fissure au niveau de contrainte $\sigma_{sm}$ ( $\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm,n}$ )
$\epsilon_{sm}, \epsilon_{cm}$	Déformations relatives moyennes de l'acier et du béton au voisinage d'une fissure
$\epsilon_{sm,n}$	Déformation relative moyenne de l'acier d'armature au moment de l'apparition de la dernière fissure ( $\epsilon_{sm,n} = \epsilon_{sm}$ )
$\epsilon_{cm,n}$	Déformation relative moyenne du béton au moment de l'apparition de la dernière fissure
$\epsilon_{sm,n1}$	Déformation relative moyenne de l'acier dans le cas de 2 fissures espacées de $2L_r$ , au moment de l'apparition de la dernière fissure ( $\sigma_{s2} = \sigma_{sm}$ )
$\epsilon_{sm,n2}$	Déformation relative moyenne de l'acier dans le cas de 2 fissures espacées de $L_r$ , au moment de l'apparition de la dernière fissure
$\epsilon_s(x), \epsilon_c(x)$	Distributions des déformations relatives dans l'acier et le béton au voisinage d'une fissure, l'origine de l'axe x est le point où $\epsilon_s = \epsilon_c$ (situé à une distance $L_r$ de la section fissurée dans le cas d'une fissure isolée)
$\Delta\epsilon_{s,n}$	Différence entre la déformation relative de l'acier en stade II-nu et la déformation moyenne de l'acier à l'apparition de la dernière fissure. C'est la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée $\Delta\epsilon_{s,n} = \epsilon_{s2,ri} - \epsilon_{sm,n}$
$\Delta\epsilon_{sr,1}$	Différence entre les déformations relatives de l'acier d'armature en stade II-nu et en stade I au moment de l'apparition de la 1 <sup>ère</sup> fissure $\Delta\epsilon_{sr,1} = \epsilon_{s2,r1} - \epsilon_{s1,r1}$
$\epsilon_{cs}$	Déformation de retrait du béton
$\epsilon_y$	Déformation relative du tirant ( $\Delta L/L$ ) au moment de la plastification de l'acier d'armature ( $\sigma_{s2} = f_y$ )

$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s}$  Déformation relative de l'acier en stade II-nu au moment de sa plastification

$\tau$  Contrainte d'adhérence béton-armature.  $\tau(x)$  est la contrainte d'adhérence dans la section se trouvant à la distance  $x$  de la section homogène (en stade I), dans un élément fissuré en béton armé

$\tau_m$  Valeur moyenne des contraintes d'adhérence sur la longueur de transmission  $L_T$  au voisinage d'une fissure dans une structure en béton armé



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
<b>1. INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
1.1 Présentation du problème .....	1
1.2 Raisons et moyens pour contrôler la fissuration .....	2
1.3 Objectifs et limitation du champs de l'étude .....	4
1.3.1 Objectifs .....	4
1.3.2 Champs de l'étude .....	4
1.4 Description de l'étude .....	5
<b>2. ÉTAT ACTUEL DES CONNAISSANCES.....</b>	<b>7</b>
2.1 Fissuration d'un tirant en béton armé à l'état de service .....	7
2.1.1 Comportement réel d'un tirant en béton armé .....	7
2.1.2 Modèles de comportement global d'un tirant en béton armé .....	9
2.1.2.1 Modèle hyperbolique du CEB .....	9
2.1.2.2 Modèles multilinéaires .....	10
2.1.3 Résistance effective à la traction du béton .....	13
2.1.4 Influence de la précontrainte sur le comportement d'un tirant .....	16
2.1.5 Mécanique de la rupture pour l'étude de la fissuration .....	17
2.2 Adhérence béton - armature .....	18
2.2.1 Historique .....	18
2.2.2 Relation fondamentale d'adhérence .....	21
2.2.2.1 Notion d'adhérence .....	21
2.2.2.2 Essais d'adhérence .....	22
2.2.3 Facteurs principaux influençant la relation d'adhérence .....	25
2.2.3.1 Influence de la résistance du béton .....	25
2.2.3.2 Influence de la position des barres d'armature .....	27
2.2.3.3 Influence du type de barres d'armature .....	28
2.2.4 Diverses expressions de la relation d'adhérence .....	28
2.3 Modèles de calcul d'ouvertures des fissures .....	32
2.3.1 Modèles de calcul semi-empiriques (classiques) .....	32

2.3.1.1	Modèle de calcul en phase de formation des fissures d'après Jaccoud .....	32
2.3.1.2	Modèle de calcul en phase de fissuration stabilisée (Beeby et Schiessl) .....	34
2.3.2	Modèle de calcul basé sur la loi d'adhérence béton - armature (modèle analytique).....	36
2.3.2.1	Équation différentielle d'adhérence .....	36
2.3.2.2	Ouvertures des fissures d'après Bruggeling .....	40
2.3.2.3	Ouvertures des fissures d'après Van der Veen .....	41
2.4	Méthodes de calcul réglementaires pour le contrôle de la fissuration .....	43
2.4.1	Règles de la norme SIA 162 [C4] .....	43
2.4.2	Méthode de l'Eurocode 2 [C3] .....	45
<b>3.</b>	<b>ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR TIRANTS EN BÉTON ARMÉ.....</b>	<b>49</b>
3.1	Introduction .....	49
3.2	Paramètres et description des essais sur tirants .....	49
3.3	Principaux résultats des essais .....	54
3.3.1	Résultats des essais sur éprouvettes .....	54
3.3.2	Résultats du dépouillement d'un essai .....	56
3.3.3	Synthèse des résultats d'essais sur tirants .....	61
<b>4.</b>	<b>CONTRIBUTION À LA GÉNÉRALISATION DU MODÈLE ANALYTIQUE.....</b>	<b>67</b>
4.1	Analyse critique des modèles de calcul existants et démarche de l'étude .....	67
4.1.1	Limites des modèles classiques .....	67
4.1.2	Modèles existants adoptés et démarche et de l'étude.....	69
4.2	Relation multilinéaire contrainte - déformation ( $\sigma_{s2}$ - $\epsilon$ ) pour un tirant en B. A. ....	71
4.2.1	Généralités .....	71
4.2.2	Description de la relation multilinéaire ( $\sigma_{s2}$ - $\epsilon$ ) .....	72
4.2.3	Résistance effective à la traction du béton .....	74
4.2.4	Formulation mathématique.....	77

4.3	Calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans toutes les phases de fissuration.....	83
4.3.1	Principe du calcul .....	83
4.3.2	Ouverture de la première fissure d'après Noakowski et Bruggeling.....	84
4.3.3	Déformation relative moyenne de l'acier en phase de fissuration stabilisée et contribution du béton tendu d'après Van der Veen .....	85
4.3.4	Ouvertures des fissures en phase de formation des fissures et de fissuration stabilisée .....	89
4.4	Calibrage des paramètres et validation du modèle analytique pour les BHP .....	91
4.4.1	Hypothèses et résultats du calibrage .....	91
4.4.2	Limites plausibles de variabilité de la relation d'adhérence .....	97
4.4.3	Augmentation de l'ouverture moyenne des fissures $w_m$ avec la déformation imposée $\epsilon$ .....	100
4.5	Validation du modèle de calcul à partir d'autres essais en laboratoire .....	104
4.5.1	Comparaison des ouvertures des fissures mesurées sur grands tirants par Jaccoud avec celles calculées par le modèle analytique .....	104
4.5.2	Comparaison des ouvertures des fissures mesurées sur grands tirants par Mivelaz avec celles calculées par le modèle analytique .....	107
4.6	Études paramétriques .....	112
4.6.1	Influence de la résistance du béton sur le comportement au voisinage d'une fissure isolée .....	112
4.6.2	Influence du béton et de l'armature sur la variation de l'ouverture des fissures, en fonction de la déformation imposée .....	115
4.6.3	Influence de divers paramètres du modèle de calcul sur l'ouverture des fissures sous déformation imposée .....	116
4.6.4	Influence du béton et de l'armature sur l'ouverture moyenne des fissures en fonction du niveau de sollicitation, dans le cas de charges imposées .....	119
4.7	Conclusions de l'étude théorique.....	123

<b>5. ARMATURE MINIMALE POUR CONTRÔLER LA FISSURATION SOUS DÉFORMATION IMPOSÉE.....</b>	<b>125</b>
5.1 Critère de non - plastification .....	126
5.2 Critère de limitation d'ouverture de fissures sous charge ou sous déformation imposée.....	127
5.3 Exemples numériques.....	132
<b>6. CONCLUSIONS.....</b>	<b>135</b>
6.1 Influence de la résistance du béton sur la fissuration .....	136
6.2 Conclusions générales .....	139
6.3 Limites de l'étude.....	141
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>143</b>
<b>ANNEXES .....</b>	<b>159</b>
A Équations des droites de la relation multilinéaire exprimées dans les axes $(N - \epsilon)$ , $(\sigma_{s2} - \epsilon)$ et $(\sigma_{c1} - \epsilon)$ .....	161
B Ouverture des fissures en fonction du paramètre $\beta_n$ .....	165
C Relations contrainte d'adhérence-glissement .....	167
D Développements algébriques pour l'établissement de l'équation (4.31) définissant la contribution du béton tendu $\Delta\epsilon_{s,n}$ .....	169

# 1. INTRODUCTION

## 1.1 Présentation du problème

Le contrôle de la fissuration d'une structure en béton armé entre dans le cadre de la vérification de son aptitude au service. Son but est de faire en sorte que la fissuration, souvent inévitable dans les structures en béton, demeure dans des limites non préjudiciables à l'utilisation normale de l'ouvrage. Depuis un peu plus d'une dizaine d'années, les ingénieurs ont pris conscience de l'importance des problèmes de fissuration dans les structures en béton. Des dégâts dus à la fissuration sont couramment observés dans les ponts, les bâtiments, les tranchées couvertes, les ouvrages enterrés, les réservoirs et d'autres structures du génie civil. Une des conséquences fut l'introduction rapide, dans les normes et règlements de directives et méthodes de vérification et de dimensionnement permettant de limiter la fissuration à des valeurs jugées acceptables et graduées selon le type d'ouvrage, sa destination et le niveau d'exigences requises.

La vérification de la fissuration dans les normes et codes actuels est en général basée sur la théorie classique de la fissuration qui définit l'ouverture moyenne des fissures comme étant le produit de l'espacement moyen des fissures et de la déformation moyenne de l'acier d'armature. Pratiquement, le contrôle de la fissuration est réalisé en disposant une quantité d'armature passive suffisante et bien répartie, dans les zones tendues risquant de se fissurer.

Il résulte d'un tel contrôle une amélioration du comportement de la structure à l'état de service et par conséquent de sa qualité. En particulier, la disposition d'une armature minimale dans une structure évite tout risque d'apparition de larges fissures isolées et non contrôlées à l'état de service. Ces fissures résultent, dans la majeure partie des cas, des déformations imposées provoquant de la traction pure (retrait et variation de température) lorsqu'elles sont entravées.

La prise de conscience par les ingénieurs des questions relatives à la durabilité et à la qualité des ouvrages en béton conduit à une utilisation de plus en plus fréquente de bétons améliorés ou de bétons à hautes performances (BHP). Ces bétons sont obtenus en réduisant le rapport eau/liant à l'aide d'adjuvants fluidifiants et en augmentant les dosages en ciment, parfois combinés à des ajouts de fumée de silice (FS).

Au départ, les BHP ont été utilisés pour leur haute résistance (colonnes de gratte-ciel et éléments fortement sollicités en compression). Leur utilisation s'est très vite étendue à des applications où d'autres propriétés améliorées peuvent être exploitées telles que la durabilité accrue, la faible perméabilité, le faible fluage, l'ouvrabilité améliorée, etc.

L'essor grandissant des BHP a poussé les chercheurs à étudier le comportement des structures en BHP, en particulier à l'état de service, afin de voir dans quelle mesure il diffère éventuellement de celui de structures en béton ordinaire. Une recherche récente réalisée à

l'IBAP a montré que la flèche à long terme de dalles en béton armé pourrait être réduite environ d'un facteur 2 grâce à l'utilisation de BHP [F19]. Les essais réalisés lors de cette étude, sur dalles en béton armé sous charges de longue durée, ont montré que l'ouverture des fissures et la fissuration en général sont plus faibles dans les dalles en BHP que dans celles en béton ordinaire (BO).

Par contre, le comportement à la fissuration des structures en BHP sous déformation imposée est actuellement encore controversé. D'une part en effet, d'après les théories existantes de fissuration, l'ouverture des fissures sous déformation imposée augmente de façon proportionnelle à la résistance à la traction du béton. Cela signifie, selon ces théories, que l'ouverture des fissures est plus élevée dans une structure en BHP que dans la même structure en BO. D'autre part, certaines recherches récentes ont montré l'amélioration considérable des propriétés d'adhérence béton - armature obtenues grâce aux BHP, dont il devrait logiquement découler une amélioration du comportement à la fissuration. Ces résultats contradictoires font qu'il est devenu primordial d'élucider le problème de la fissuration des BHP. Il s'agit de connaître le comportement à la fissuration d'une structure en BHP, de l'expliquer de façon rationnelle, et de le comparer à celui d'une structure similaire réalisée en BO.

## **1.2 Raisons et moyens pour contrôler la fissuration**

L'apparition de fissures, souvent inévitables, ne doit pas porter préjudice à la durabilité, au fonctionnement et à l'aspect d'une structure. Les exigences requises vis à vis de la fissuration peuvent être graduées par l'intermédiaire de valeurs admissibles des ouvertures de fissures, fixées en fonction de la nature de l'élément d'ouvrage, de sa fonction et des raisons pour lesquelles une telle limitation s'impose. Les principales raisons du contrôle de la fissuration et les limites correspondantes sont, selon Jaccoud [F42, F46] :

- Éviter la plastification de l'acier d'armature : cette limitation correspond à des ouvertures probables des fissures de l'ordre de 0.5 à 0.6 mm. Elle s'applique pour des éléments situés à l'intérieur, à l'abri des intempéries et qui ne sont pas visibles par le public.
- Améliorer la durabilité des structures en béton armé et réduire le risque de corrosion des barres d'armature : les recherches effectuées à ce sujet ont montré qu'il n'existe guère de relation entre l'importance de la corrosion et les ouvertures des fissures tant que celles-ci ne dépassent pas 0.3 à 0.4 mm.
- Éviter la dégradation de l'aspect de la structure : l'esthétique d'une structure est primordiale pour le maître d'ouvrage et les usagers. Généralement, des fissures dont l'ouverture ne dépasse pas 0.2 à 0.3 mm n'inquiètent guère les usagers et le public. Cela dépend bien sûr de la nature de la surface des parements (lisses, rugueuses, traitées) et de la distance entre l'observateur et la fissure en question. Par ailleurs, les

taches et les précipitations de calcaire dues à la présence, même temporaire, d'eau et d'humidité dans les fissures altèrent gravement l'aspect des parements.

- Améliorer l'étanchéité de la structure : le débit d'infiltration d'eau au travers d'une fissure traversante d'une paroi en béton augmente avec le cube de l'ouverture moyenne de la fissure [F21]. Ainsi, la réduction de l'ouverture des fissures et de leur nombre permet de réduire de manière considérable les débits d'infiltration au travers d'une paroi fissurée en béton. Il semble en l'état actuel des connaissances que les fissures dont l'ouverture ne dépasse pas 0.05 à 0.2 mm sont admissibles vis-à-vis de l'étanchéité, pour des structures se trouvant dans un environnement humide en permanence. Une recherche actuellement en cours à l'IBAP a pour but de répondre aux multiples questions se posant au sujet de l'étanchéité des structures en béton armé [F60]; en particulier, en ce qui concerne l'influence du choix du béton et de l'armature.

L'apparition de fissures sous déformation imposée dans une structure en béton armé est souvent inévitable pour les raisons suivantes :

- La valeur de la déformation imposée aux structures en béton dépasse facilement la capacité de déformation du béton en traction ( $\epsilon \cong 0.1\text{‰}$ ). Il suffit pour cela d'une faible variation de température ( $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ ) et/ou de la déformation de retrait du béton ( $\epsilon_{CS} \cong 0.3 \text{‰}$ );
- Les déformations imposées sont souvent entravées de manière interne par la présence de l'armature et, de manière externe, par les liaisons avec d'autres éléments de la structure. C'est par exemple le cas d'un long mur sur semelle de fondation sans joints de dilatation suffisamment rapprochés;
- Le recours à la précontrainte, en principe bénéfique, n'apporte pas toujours les avantages escomptés.

Par conséquent, comment limiter la fissuration et les ouvertures des fissures probables à l'état de service ?

Plusieurs mesures peuvent être mises en oeuvre dans le but d'empêcher ou de retarder l'apparition des fissures, ou encore, lorsque la fissuration est inévitable, de contrôler les ouvertures des fissures. Ces mesures peuvent être résumées comme suit, selon Jaccoud [F42] :

- La conception de l'ouvrage, et en particulier le choix du système statique et du nombre de joints de dilatation ainsi que la conception des liaisons entre différents éléments de la structure, permettent d'éviter les entraves aux déformations imposées sur la structure telles que le retrait et les variations de température.

- La mise en oeuvre d'une précontrainte appropriée permet d'éviter tout risque d'apparition de fissures en limitant les contraintes de traction dans le béton à l'état de service à des valeurs inférieures à la résistance à la traction du béton;
- Le choix de la composition du béton et des mesures prises lors de l'exécution (cure, étapes de bétonnage) permettent de réduire le retrait thermique et hydrique et de diminuer les entraves aux déformations imposées qui en résultent;
- La mise en place d'une armature passive suffisante et bien répartie dans la structure constitue à l'heure actuelle l'un des moyens les plus efficaces pour contrôler l'ouverture des fissures. Le dimensionnement de cette armature se fait à l'aide des méthodes découlant des théories de fissuration existantes qui ont été développées pour des bétons ordinaires (BO). Cela dit, il faut encore vérifier la validité de ces méthodes dans le cas de béton à hautes performances (BHP) et les modifier si cela s'avère nécessaire.

### **1.3 Objectifs et limitation du champs de l'étude**

#### **1.3.1 Objectifs**

Le présent travail de thèse a les buts suivants :

- l'étude de la fissuration des structures en béton à hautes performances (BHP), en particulier celle de l'influence de la résistance du béton sur les ouvertures de fissures; principalement sous déformation imposée et, accessoirement, sous charge imposée;
- l'adaptation des modèles existants, établis à partir d'études expérimentales avec des bétons ordinaires ( $f_{cm} = 25$  à  $45$  MPa), à la prédiction du comportement à la fissuration et des ouvertures de fissures des structures en BHP;
- le développement d'une méthode pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans les structures en béton armé, qui soit valable quelle que soit la résistance du béton ( $f_{cm} = 30$  à  $100$  MPa), quelle que soit la nature des sollicitations (déformation ou charge imposée) et leur niveau (phase de formation des fissures ou fissuration stabilisée);
- la proposition d'une méthode pratique pour le calcul de l'armature minimale nécessaire au contrôle de la fissuration, dans le cas de bétons dont la résistance à la compression varie de  $30$  à  $100$  MPa.

### 1.3.2 Champs de l'étude

La présente étude concerne principalement la fissuration des structures en béton armé sous déformation imposée de traction pure et de courte durée. Les études expérimentales et théoriques se sont par conséquent focalisées sur l'effet des principales caractéristiques mécaniques du béton gouvernant le comportement à la fissuration sous sollicitations de courte durée (module, résistances à la compression et à la traction, propriétés d'adhérence). D'autres propriétés des bétons, telles le retrait et le fluage, n'ont par contre pas été étudiées. Cependant, l'étude théorique a permis l'application du modèle de calcul au cas de charges imposées.

Le modèle de calcul de l'ouverture moyenne des fissures retenu dans ce travail est valable pour des éléments dont l'armature est uniformément répartie dans la section transversale. C'est en général le cas des éléments dont l'épaisseur ne dépasse pas environ 30 cm. La fissuration des éléments de structures de grande épaisseur, dont l'armature est concentrée près des parements, a été considérée moyennant une hypothèse simplificatrice. Cette dernière introduit une réduction de la résistance effective à la traction du béton et de la contrainte dans l'acier, au droit des fissures secondaires, quand l'épaisseur de la structure augmente.

### 1.4 Description de l'étude

L'étude commence par un rappel sommaire de l'état des connaissances sur la base d'une revue de la littérature au **chapitre 2**. Le comportement à la fissuration des structures en béton armé et celui de l'adhérence béton - armature y sont exposés. Les modèles mathématiques, développés depuis plusieurs décennies pour le calcul de l'ouverture des fissures et pour le comportement de la liaison d'adhérence béton - armature, sont également présentés dans ce chapitre en mettant l'accent sur les limites de chacun d'entre eux et sur les avantages et inconvénients qu'ils présentent.

L'étude expérimentale réalisée dans le cadre de cette thèse est résumée au **chapitre 3**. Il s'agit de 135 essais de fissuration effectués sur de petits tirants en béton armé, sollicités par une déformation imposée de courte durée. Les paramètres de l'étude étaient la résistance du béton ( $f_{cm} = 30$  à  $90$  MPa) et le pourcentage d'armature ( $\rho = 0.79\%$ ,  $1.54\%$  et  $3.14\%$ ). Ces essais ont permis de mettre en évidence l'influence de la résistance du béton sur la fissuration et les ouvertures des fissures sous déformation imposée de courte durée.

L'étude théorique effectuée au **chapitre 4** présente un modèle analytique généralisé permettant le calcul des déformations et de la fissuration d'un tirant en béton armé. Ce modèle est valable dans toutes les phases de fissuration et quelle que soit la résistance du béton, donc également pour les BHP. Il constitue l'extension de modèles existants basés sur la loi d'adhérence béton - armature. Le calibrage du modèle analytique est réalisé sur la base des résultats de l'étude expérimentale sur petits tirants. Enfin, diverses comparaisons entre les prédictions du modèle et

les résultats d'autres essais effectués à l'IBAP, ont permis de tester et de valider ce modèle dans le cas des structures de plus grandes dimensions.

Quelques études paramétriques effectuées à l'aide de la méthode de calcul développée sont présentées à la fin du chapitre 4. Ces études montrent l'influence de la résistance du béton, du pourcentage d'armature et du niveau de sollicitation sur l'ouverture des fissures dans le cas de déformation imposée et celui de charge imposée.

Le **chapitre 5** présente une méthode simplifiée, développée à partir du modèle analytique, qui permet le calcul de l'armature minimale nécessaire au contrôle de la fissuration d'une structure sous déformation imposée de traction pure, quelle que soit la résistance du béton.

Les conclusions de ce travail sont exposées au **chapitre 6** dans lequel sont notamment mis en évidence l'influence de la résistance du béton sur la fissuration, sous déformation imposée ou sous charge imposée, ainsi que les questions non traitées ici pouvant éventuellement faire l'objet de recherches futures.

## 2. ÉTAT ACTUEL DES CONNAISSANCES

Ce chapitre n'a pas pour but de présenter exhaustivement l'état des connaissances en matière de fissuration et d'adhérence béton - armature, mais plutôt de montrer pour quelques aspects particuliers, les idées et connaissances établies par d'autres chercheurs, qui nous ont inspiré dans notre étude.

Il s'agit donc dans ce chapitre de présenter une synthèse des connaissances, qui nous semblent importantes pour cette étude et qui concernent :

- le comportement global d'un tirant en B.A. ou la relation contrainte - déformation
- l'adhérence béton - armature
- les modèles de calcul des ouvertures des fissures ainsi que quelques méthodes réglementaires.

Signalons que nous avons choisi de citer les références de la littérature dans l'ordre chronologique de leurs parutions (les plus anciennes en premier).

### 2.1 Fissuration d'un tirant en béton armé à l'état de service

#### 2.1.1 Comportement réel d'un tirant en béton armé

Le comportement d'une poutre en B.A. sollicitée en traction pure, appelée "tirant", a souvent été étudié expérimentalement pour son intérêt d'un point de vue pratique et fondamental.

Le comportement global d'un tirant est défini par la relation effort normal - déformation relative du tirant ( $N - \epsilon$ ), qui s'écrit souvent en une relation contrainte - déformation ( $\sigma_{S2} - \epsilon$ ), où  $\sigma_{S2} = N/A_S$  représente la contrainte dans l'acier d'armature dans une section fissurée du tirant. Ce comportement, bien connu aujourd'hui, peut être décrit à partir du diagramme ( $\sigma_{S2} - \epsilon$ ) de la figure 2.1 enregistré lors d'un essai de fissuration en béton armé sous déformation imposée de courte durée [F49].

Le tirant se comporte en stade I, élastique linéaire, jusqu'à l'apparition de la première fissure correspondant à la contrainte dans l'acier en stade II-nu  $\sigma_{Sr1}$ . L'augmentation de la déformation imposée, après l'apparition de la première fissure, entraîne l'apparition des fissures successives qui apparaissent sous des contraintes croissant de manière proportionnelle à la déformation imposée  $\epsilon$ . Cette phase est appelée "phase de formation des fissures". La pente de l'enveloppe du diagramme ( $\sigma_{S2} - \epsilon$ ) en phase de formation des fissures est plus faible que la pente de la droite représentant le stade II-nu ( $E_S$ ). En augmentant la sollicitation, on atteint un niveau de contrainte  $\sigma_{S2}$  à partir duquel aucune nouvelle fissure principale ne se forme plus. C'est à partir

de ce niveau que commence la phase de fissuration stabilisée durant laquelle la contrainte  $\sigma_{s2}$  augmente plus rapidement qu'en phase de formation des fissures avec l'augmentation de la déformation imposée. La courbe ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) dans la phase de fissuration stabilisée est quasi parallèle à la droite représentant le comportement de l'acier seul (stade II-nu). D'autres essais de fissuration, réalisés sur petits tirants en béton armé, ont montré que leur comportement global était du type trilineaire, semblable à celui décrit ci-dessus [F38], [F26]. Les auteurs ont observé que la contribution du béton tendu était quasi constante en phase de fissuration stabilisée, surtout pour les tirants fortement armés ( $\rho \geq 1\%$ ).

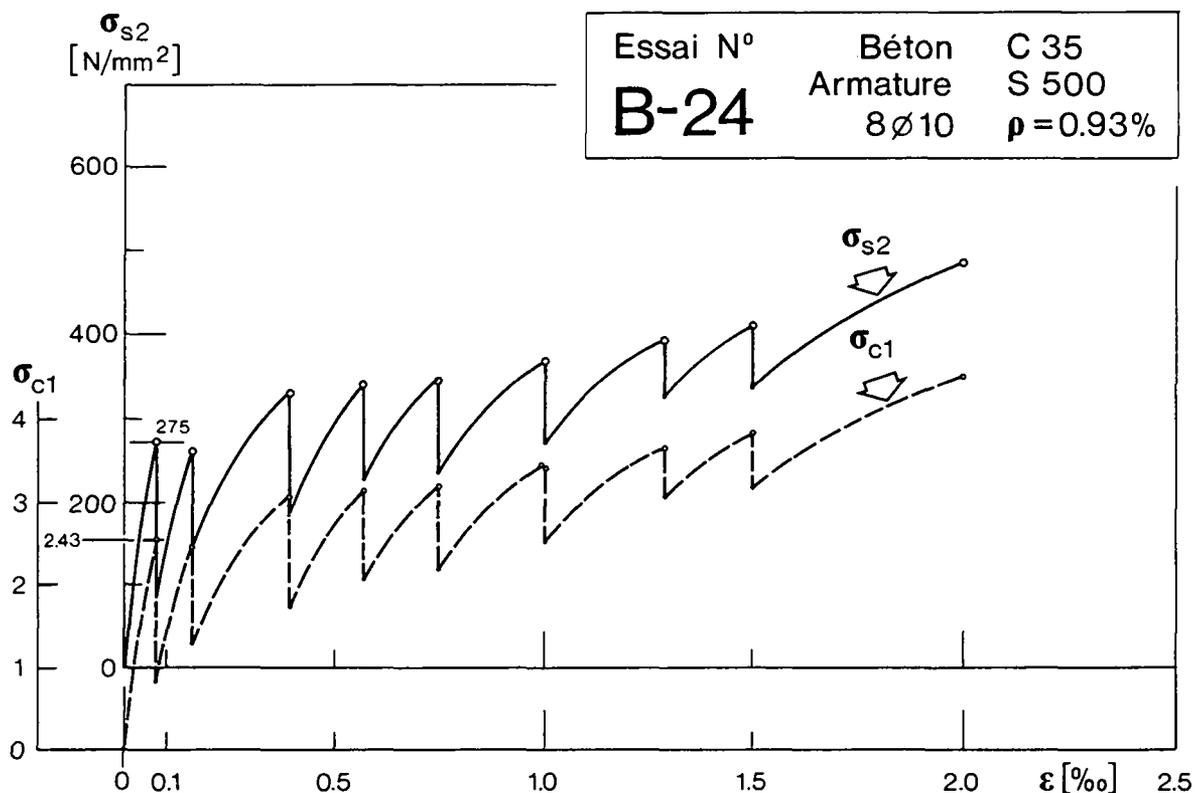


Fig. 2.1 : Comportement global réel d'un tirant en béton armé sous déformation imposée de courte durée d'après Jaccoud et al. [F49]

Lorsque l'essai est dirigé en déformation, l'apparition de chaque fissure est caractérisée par une chute de l'effort normal dans le tirant, illustrée par le saut vertical dans le diagramme ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) de la figure 2.1. La valeur de cette chute dépend essentiellement de la rigidité du tirant et de celle de la machine d'essai. Elle est d'autant plus importante que le tirant est court et/ou la machine d'essai est peu rigide. L'augmentation de la force de fissuration en phase de formation des fissures est due à la variation aléatoire de la résistance à la traction du béton au sein d'un même

élément. Ainsi, les premières fissures apparaissent dans les sections ayant une plus faible résistance effective à la traction du béton.

L'enveloppe supérieure de la courbe de la figure 2.1, définie par les points correspondant à l'apparition des fissures successives, caractérise le comportement à la fissuration du tirant en phase de formation des fissures. Cette enveloppe est la même si l'essai est dirigé en force ou en déformation, car elle dépend de la distribution au sein d'un élément donné de la résistance effective à la traction du béton correspondant à l'apparition des fissures successives. Pour un tirant donné (béton et armature donnés), cette distribution des résistances ne dépend que de l'élément lui-même et non pas de la manière de diriger les sollicitations (en force ou en déformation), pour autant que l'essai soit réalisé dans le même laps de temps.

### 2.1.2 Modèles de comportement global d'un tirant en béton armé

Beaucoup de relations mathématiques, contrainte dans l'acier - déformation relative ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ), ont été proposées dans la littérature pour représenter le comportement global d'un tirant en béton armé en fonction des paramètres de base. Ces paramètres sont les propriétés mécaniques du béton et de l'armature ( $f_{ctm}$ ,  $E_c$ ,  $f_y$  et  $E_s$ ) ainsi que le pourcentage relative d'armature  $\rho$ . De telles relations permettent de calculer la déformation du tirant sous un niveau de charge donné et l'ouverture des fissures en phase de fissuration stabilisée.

Certains auteurs ont représenté le comportement global d'un tirant dans un diagramme  $\sigma_{s2} - \varepsilon_{sm}$  où  $\varepsilon_{sm}$  représente la déformation relative moyenne de l'acier au voisinage des fissures. Cette valeur est plus grande en phase de formation des fissures que la déformation relative du tirant ( $\varepsilon = \Delta L/L$ ). Pour cette raison il serait, à notre avis, prudent de bien distinguer ces 2 valeurs en phase de formation des fissures.

La figure 2.2 illustre un exemple d'une loi de comportement global ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ). Cette figure montre l'allure de la courbe ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) entre les deux droites représentant le stade I et le stade II- nu ainsi que la définition de la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_s$ .

On s'intéresse ici aux aspects suivants de la loi ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) :

- l'augmentation de la force de fissuration en phase de formation des fissures
- la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée.

Nous présentons ci-dessous deux types de lois de comportement global dans une représentation contrainte - déformation relative ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) que l'on trouve souvent dans la littérature.

### 2.1.2.1 Modèle hyperbolique du CEB

Cette loi retenue dans le manuel "Fissuration et Déformation" du CEB [F18] est similaire à la loi moment - courbure d'une poutre fléchie, adoptée par le Code Modèle 90 [C1]. La déformation relative du tirant est donnée par :

$$\varepsilon = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_s \quad (2.1)$$

avec, 
$$\Delta\varepsilon_s = (\varepsilon_{s2,r1} - \varepsilon_{s1,r1}) \cdot \frac{\sigma_{sr1}}{\sigma_{s2}} \quad (2.2)$$

$\Delta\varepsilon_s$  : contribution à la rigidité du tirant du béton tendu entre les fissures

$\varepsilon$  : déformation moyenne de l'acier sur "toute" la longueur du tirant ou déformation relative du tirant.

Ce modèle est illustré à la figure 2.2.

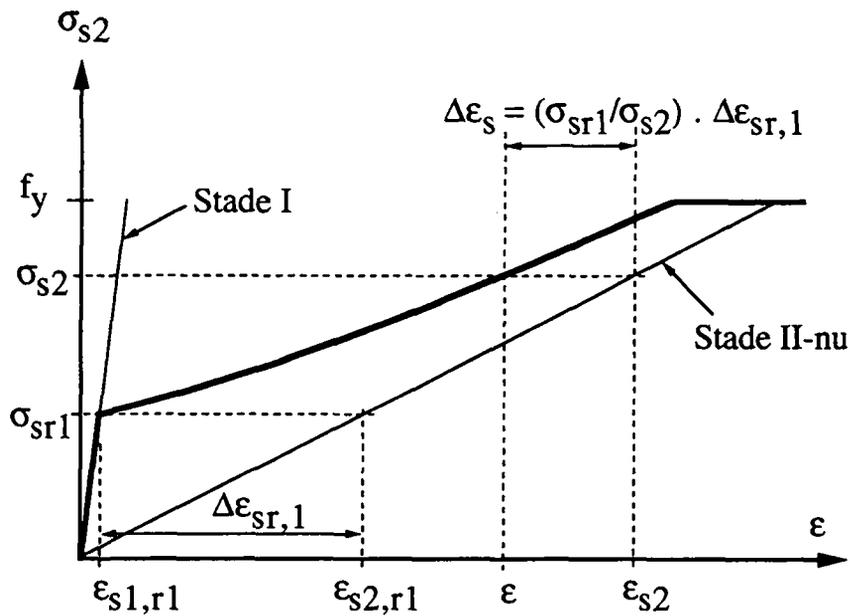


Fig. 2.2 : Modèle hyperbolique du CEB pour le comportement global d'un tirant [F18]

Des essais en laboratoire ont montré que cette loi représente assez bien l'évolution de la force en fonction de la déformation relative du tirant en béton armé sous sollicitation de courte durée [F26]. Cependant, ce modèle a le désavantage de ne pas définir les différentes phases de fissuration du tirant à l'état fissuré. De plus il est non linéaire, ce qui complique son utilisation dans les programmes d'éléments finis [F26].

### 2.1.2.2 Modèles multilinéaires :

Des modèles ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ), composés de plusieurs segments de droite successifs, ont été proposés par plusieurs auteurs comme Hartl, Espion, Van der Veen, Code Modèle 90 et Bruggeling [F38], [F26], [F76], [C1], [F13]. Ces modèles se ressemblent beaucoup dans leur principe, mais divergent souvent sur la définition du point représentant la stabilisation de la fissuration et la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure.

#### • Modèle multilinéaire d'après Espion [F26]

C'est une loi multilinéaire dans les axes ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) pour les tirants ayant un pourcentage d'armature  $\rho \geq 1\%$  et une loi bilinéaire pour ceux dont le pourcentage d'armature est  $\rho \leq 1\%$ . La contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée pour les tirants ayant  $\rho \geq 1\%$  est définie au niveau de la contrainte  $\sigma_{srn} = 2 \cdot \sigma_{sr1}$  par l'équation suivante :

$$\Delta\epsilon_{s,n} = 0.5 \frac{f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} \quad (2.3)$$

Ce modèle est illustré à la figure 2.3.

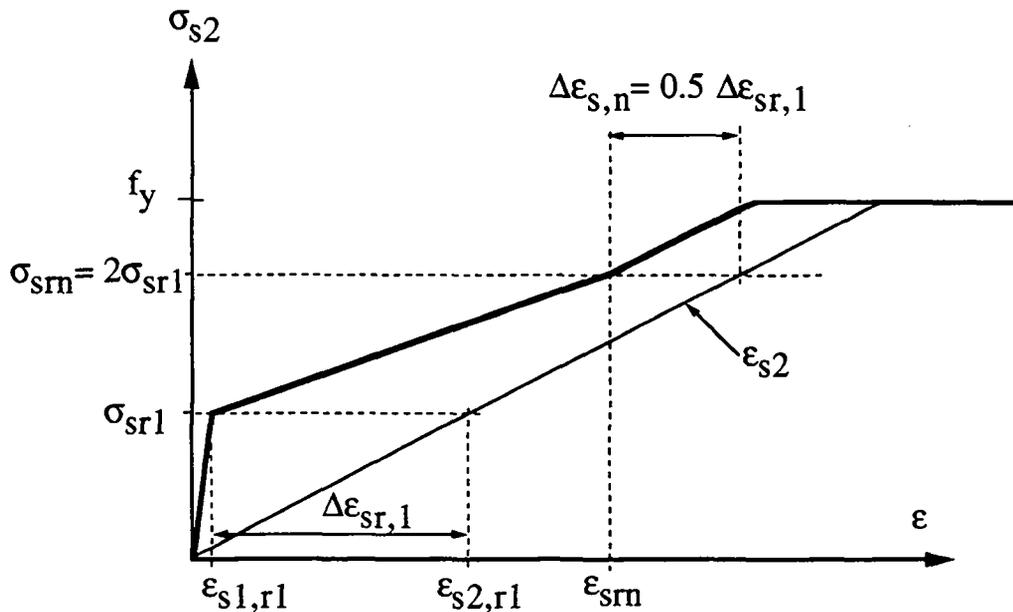


Fig. 2.3 : Modèle multilinéaire d'après Espion [F26]

Le point de stabilisation de la fissuration ainsi défini se trouve sur l'hyperbole du CEB donnée par (2.1) et (2.2) étant donné que l'on peut écrire :

$$\epsilon_{s2,r1} - \epsilon_{s1,r1} = \frac{(1-\rho) f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s}$$

Pour les tirants faiblement armés ( $\rho \leq 1\%$ ), Espion admet que la contribution du béton tendu est nulle au moment de la plastification de l'acier et que la droite correspondante à la phase de fissuration stabilisée n'existe pas.

• **Modèle multilinéaire du Code Modèle 90 [C1]**

Le point de stabilisation de la fissuration est défini par la contrainte dans l'acier en stade II-nu au moment de l'apparition de la dernière fissure ( $\sigma_{srn} = 1.3 \sigma_{sr1}$ ) et par la contribution du béton tendu, admise constante en phase de fissuration stabilisée ( $\sigma_{s2} \geq \sigma_{srn}$ ) :

$$\Delta \varepsilon_{s,n} = \beta_n (\varepsilon_{s2,r1} - \varepsilon_{s1,r1}) \quad (2.4)$$

$\beta_n = 0.4$  pour une charge instantanée et des barres d'armature nervurées

$\beta_n = 0.25$  pour une charge de longue durée ou cyclique et des barres d'armature nervurées

Ce modèle est illustré à la figure 2.4.

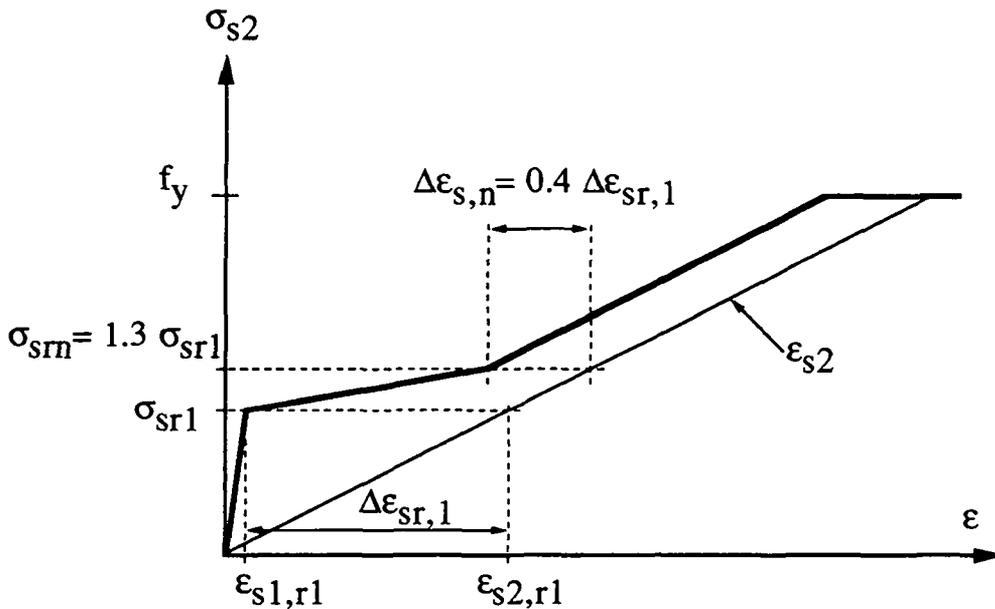


Fig. 2.4 : Modèle multilinéaire d'après le Code Modèle 90 [C1]

• **Modèle multilinéaire de Bruggeling [F13] et Van der Veen [F76]**

Les auteurs ont admis une augmentation de 20% de la force de fissuration en phase de formation des fissures. Afin de simplifier encore ce modèle, Bruggeling [F13] et Van der Veen [F76] ont choisi une loi ( $N - \varepsilon$ ) avec un palier horizontal au niveau de la force  $N_{rn}$  correspondant à la stabilisation de la fissuration, c'est à dire à l'apparition de la dernière fissure.

La contribution du béton tendu, considérée constante en phase de fissuration stabilisée, est exprimée en fonction de l'exposant  $b$  dans la relation d'adhérence ( $\tau = a s^b$ ). La stabilisation de

la fissuration a lieu au niveau de la contrainte dans l'acier  $\sigma_{srn} = 1.2 \sigma_{sr1}$ , où la contribution du béton tendu est donnée par [F76] :

$$\Delta \varepsilon_{s,n} = \frac{(1+b)(5+b)}{12} \cdot (\varepsilon_{s2,rn} - \varepsilon_{s1,rn}) \quad (2.5)$$

Pour  $b = 0.18$  et  $\sigma_{srn} = 1.2 \sigma_{sr1}$ , on obtient :

$$\Delta \varepsilon_{s,n} = 0.61 \cdot (\varepsilon_{s2,r1} - \varepsilon_{s1,r1})$$

Cette loi de comportement global est illustré à la figure 2.5.

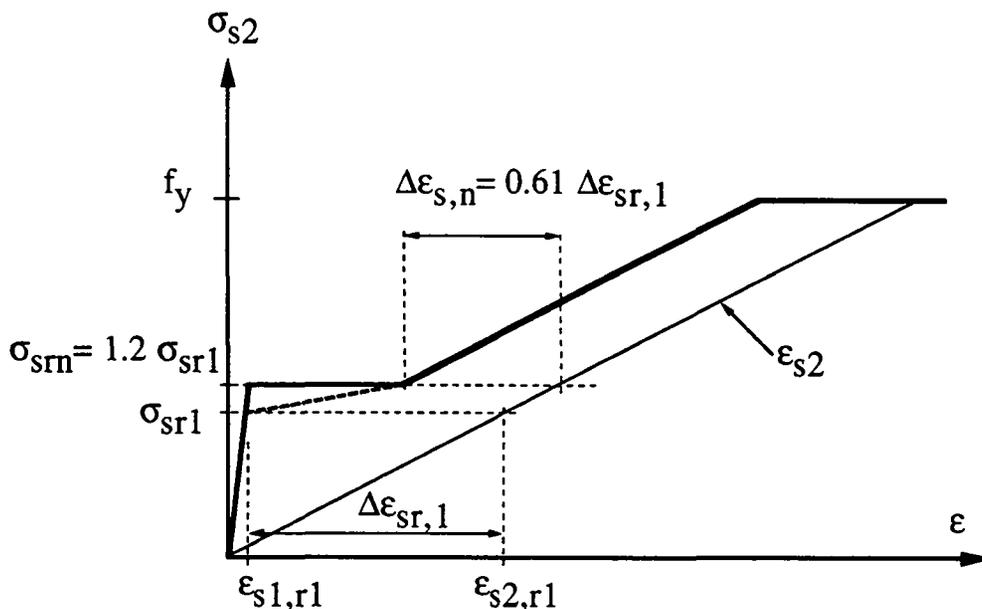


Fig. 2.5 : Modèle multilinéaire d'après Bruggeling [F13] et Van der Veen [F76]

### 2.1.3 Résistance effective à la traction du béton

La résistance effective à la traction du béton dans un tirant est la contrainte dans le béton calculée en stade I (homogène) au moment de l'apparition de la fissure. Cette valeur dépend de la résistance à la traction du matériau béton, de sa variabilité au sein des éléments de structure et de l'influence des autocontraintes et des microfissures présentes dans la structure au moment de la fissuration [F45], [F30].

La résistance à la traction du matériau béton est généralement obtenue par des essais de traction sur éprouvettes tels que l'essai de traction directe, l'essai brésilien (traction par fendage) ou l'essai de flexion. Cette valeur dépend de plusieurs paramètres tels que la cure, le type de granulats, la vitesse de montée en charge lors de l'essai et la taille de l'éprouvette [B19], [B6], [B24], [B23], [B42], [B41].

Des relations empiriques entre la résistance à la traction et celle à la compression du béton sont généralement établies pour permettre l'estimation de la résistance à la traction du matériau béton à partir de la classe de résistance. Voici un exemple tiré des normes norvégiennes d'une telle relation entre la résistance à la traction directe et celle à la compression, valable pour des valeurs caractéristiques de la résistance à la compression sur cubes allant de 25 à 120 MPa [B22] :

$$f_{ctk} = 0.3 \cdot (f_{cck})^{0.6} \quad (2.6)$$

$f_{ctk}$  : résistance caractéristique à la traction directe du béton

$f_{cck}$  : résistance caractéristique à la compression du béton sur cubes

Par ailleurs, la résistance effective à la traction du béton dépend de son durcissement dans le temps. Pour tenir compte de l'évolution de la résistance du béton dans le temps, pour un âge plus faible que 28 jours, Rostasy et Jaccoud ont adopté la formulation suivante [F45] :

$$f_{ctm}(t) = \eta_t \cdot f_{ctm}(28 \text{ j.}) \quad (2.7)$$

La fonction de durcissement  $\eta_t$  est donnée dans le tableau 2.1 pour des bétons ordinaires et des dosages courants en ciment.

t (jours)	3	7	$\geq 28$
$\eta_t$	0.5	0.75	1

Tableau 2.1 : Facteur tenant compte l'évolution de la résistance à la traction du béton dans le temps [F45]

Enfin, la résistance effective à la traction du béton ne dépend pas que du matériau béton seulement mais de la structure également, en particulier de l'importance des autocontraintes et de la taille de la structure. Plus les autocontraintes dues aux gradients hydriques et thermiques sont importantes, plus la réduction de la résistance à la traction est grande.

L'influence de ces autocontraintes et d'une microfissuration prématurée de la structure a été considérée par Schiessl à l'aide d'un facteur de minoration  $k_h$  de la résistance à la traction dépendant de l'épaisseur de la structure . Ce facteur est donné au tableau 2.2 [F70], [F45].

h (m)	$\leq 0.3$	0.3 à 0.8	$\geq 0.8$
$k_h$	0.8	Interpolation	0.5

Tableau 2.2 : Facteur tenant compte de l'influence de l'épaisseur sur la résistance effective à la traction du béton

La réduction de la résistance effective à la traction avec l'épaisseur s'explique par l'augmentation des autocontraintes dues au gradient thermique avec l'augmentation de l'épaisseur de la structure  $h$ .

Ainsi la résistance effective à la traction à l'apparition de la première fissure peut être estimée d'après [F45], [F70] par la relation :

$$f_{ct,1} = \eta_t \cdot k_h \cdot f_{ctm}(28 \text{ j.}) \quad (2.8)$$

Les valeurs du facteur  $k_h$  tenant compte de l'influence de l'épaisseur sur la résistance effective à la traction du béton ont été confirmées par quelques résultats expérimentaux pour des épaisseurs allant jusqu'à 45 cm. Les essais réalisés récemment à l'IBAP par Mivelaz sur grands tirants en B.A. (5.0 m x 1.0 m x 0.42 m), nous ont fourni la valeur du rapport entre la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $f_{ct,1}$  et la résistance moyenne à la traction du béton sur éprouvettes cylindriques (16 cm x 32 cm)  $f_{ctm}$  à l'âge de l'essai, soit 90 j [F61]. La valeur moyenne de  $f_{ct,1}/f_{ctm}$ , obtenue sur les tirants R1 à R5, confectionnés en béton ordinaire ( $f_{cm} = 42$  MPa et sans fumée de silice), est de l'ordre de 0.6 alors que celle pour les tirants E3 à E6, confectionnés en béton à haute résistance ( $f_{cm} \approx 75$  MPa avec ajout de fumée de silice), est de l'ordre de 0.73.

Par ailleurs, d'autres essais de traction directe ont montré que le rapport entre la résistance à la traction directe du béton sur éprouvettes prismatiques de 3.60 m de longueur et d'une section 0.45 m x 0.45 m et celle sur éprouvettes de petites dimensions du même béton (0.55 m x 0.1 m x 0.1 m) valait 0.69 [B40]. Encore une fois, le facteur  $k_h$  du tableau 2.2 donne la valeur  $k_h = 0.71$ , qui correspond assez bien aux résultats expérimentaux.

Citons pour terminer une approche différente qui permet, à partir de considérations sur la mécanique de la rupture, d'estimer l'effet de taille sur la résistance nominale à la traction du béton [B18]. Les résultats présentés dans [B15] d'après Bazant nous donnent la résistance nominale à la traction directe du béton en fonction du rapport entre la dimension dite "caractéristique" de l'éprouvette et le diamètre maximum des granulats. Cette relation s'écrit sous la forme suivante :

$$\left( \frac{f_{ctm}}{\sigma_N} \right)^2 = A \cdot \left( \frac{h}{d_a} \right) + C \quad (2.9)$$

A et C : des constantes établies empiriquement à partir d'essais de traction directe ( $A = 0.0634$  et  $C = 1.065$ ). Malheureusement, les essais utilisés pour obtenir les valeurs des coefficients A et C dans (2.9) ont été effectués sur des petites éprouvettes (dimensions de la section  $\leq 15$  cm)

$d_a$  : diamètre maximum des granulats

- h : dimension caractéristique de l'éprouvette (épaisseur de la section)
- $f_{ctm}$  : résistance à la traction directe du béton
- $\sigma_N$  : résistance dite "nominale" à la rupture en traction directe du béton (tenant compte de la taille de l'éprouvette).

Bien que l'équation précédente ne tienne pas compte de tous les facteurs pouvant influencer la résistance effective à la traction du béton (gradient thermique, séchage, microfissures), elle fournit des valeurs indicatives plausibles du rapport  $\sigma_N/f_{ctm}$  en fonction de la dimension caractéristique de l'éprouvette. Par exemple, pour  $d_a = 32$  mm et  $h = 420$  mm, on obtient  $\sigma_N/f_{ctm} = 0.73$ .

La résistance effective à la traction augmente pendant la phase de formation des fissures, de sa valeur correspondant à l'apparition de la première fissure à celle à l'apparition de la dernière fissure. Cette augmentation varie selon le modèle adopté pour le comportement global du tirant. Ainsi, le rapport entre la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la dernière fissure et celle correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure peut aller de 1.2 d'après Van der Veen [F76] à 2 d'après Espion [F26]. Enfin, Jaccoud a proposé une relation empirique décrivant l'augmentation de la résistance effective à la traction du béton correspondant à l'apparition des fissures successives en phase de formation des fissures, en fonction de la déformation imposée  $\varepsilon$  dans le cas d'un tirant en B.A. (voir figure 2.1) [F45] :

$$\frac{f_{ct,i}}{f_{ct,1}} = 1 + 350 \cdot \varepsilon \quad (2.10)$$

où  $\varepsilon$  est la déformation imposée et  $f_{ct,i}$  la résistance effective à la traction du béton correspondant à l'apparition de la i<sup>ème</sup> fissure.

#### 2.1.4 Influence de la précontrainte sur le comportement d'un tirant

Le comportement global et l'ouverture des fissures d'un tirant en béton précontraint ont été peu étudiés dans la littérature.

Le comportement global d'un tirant en béton précontraint est très semblable à celui d'un tirant en B.A. Il est possible de le représenter dans un diagramme force - déformation à partir du comportement du même tirant considéré en B.A. On considère alors la force de précontrainte comme charge équivalente ce qui revient à effectuer une translation de l'origine des axes ( $\varepsilon - N$ ) d'une valeur de  $(\varepsilon_c, P)$  où  $P$  est la force de précontrainte et  $\varepsilon_c$  la déformation du béton correspondant à la force de précontrainte [F13]]. Le diagramme représentant ce comportement est illustré à la figure 2.6 d'après Bruggeling ou la rupture est supposée se produire par la plastification de l'acier d'armature passive.

L'efficacité de la précontrainte pour empêcher la fissuration dépend du type de sollicitation. La figure 2.6 montre que sous charge imposée, la précontrainte retarde voire empêche l'apparition de la fissuration. Sous sollicitation de déformation imposée, la force dans le tirant augmente selon la droite représentant le stade I. Dans ce cas, la précontrainte retarde seulement l'apparition des fissures car la valeur de la déformation imposée à l'état de service ( $\epsilon \approx 0.3$  à  $0.5$  ‰) risque fort de dépasser la capacité de déformation en traction du tirant (en stade I) et de provoquer sa fissuration.

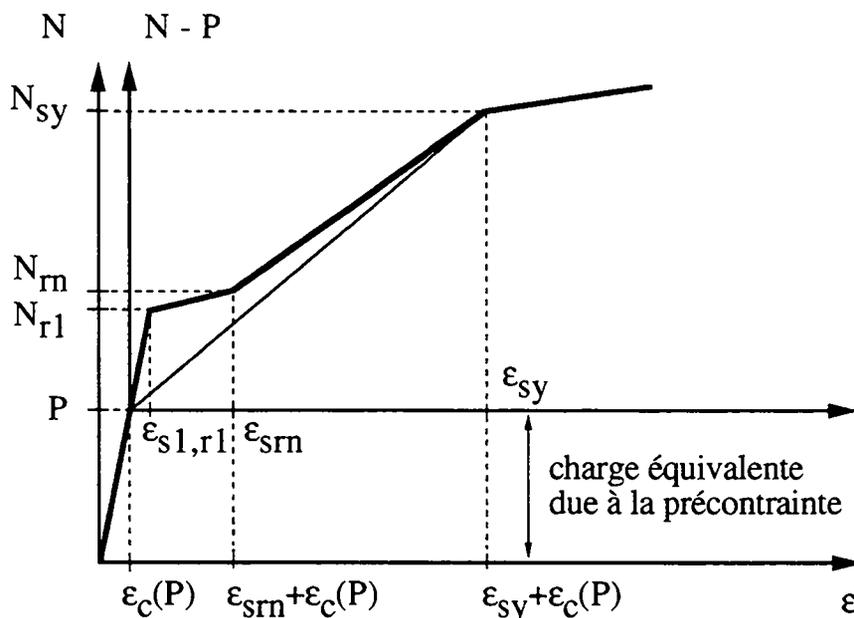


Fig. 2.6 : Diagramme force - déformation d'un tirant en béton précontraint d'après Bruggeling [F13]

Le comportement à l'état fissuré d'un tirant précontraint et le calcul des ouvertures des fissures sont plus délicats à déterminer que dans le cas du B.A. D'une part, les caractéristiques d'adhérence des câbles de précontrainte sont moins bonnes que celles des barres nervurées de l'armature passive. D'autre part, l'utilisation de la précontrainte permet la réduction des contraintes dans l'acier à l'état fissuré. Ces deux effets agissent en sens contraire sur les ouvertures des fissures.

### 2.1.5 Mécanique de la rupture pour l'étude de la fissuration

Cette discipline étudie la propagation de la fissuration dans le béton et sa modélisation à l'aide de méthodes analytiques ou numériques (éléments finis). La plus grande partie de la recherche effectuée dans ce domaine concerne les structures en béton non-armé (sans barres d'armature) [B20],[B30], [B8], [B32], [B35]. Toutefois, plusieurs chercheurs ont commencé récemment à

développer des méthodes de calcul applicables aux structures en béton armé et basées sur la mécanique de la rupture [B10], [B27].

Nous présentons ci-dessous une revue très sommaire des principales méthodes utilisées dans l'approche de mécanique de la rupture, afin de modéliser les fissures dans les structures en béton. On distingue deux modèles principaux pour une fissure [B20]. Le premier, appelé modèle de fissure discrète (discrete crack model), modélise la fissure par une discontinuité semblable à la fissure réelle dans la structure. Ce modèle est basé sur une relation contrainte de traction dans le béton - ouverture de fissure ( $\sigma_c - w$ ) appelée (tension-softening curve). Cette courbe est généralement obtenue à partir d'un essai de traction sur une éprouvette en béton où le déplacement est imposé et contrôlé sur une petite longueur (35 à 50 mm) [B30]. La fissure commence à s'ouvrir quand la contrainte de traction  $\sigma_c$  dépasse la résistance à la traction du béton. L'ouverture progressive de la fissure s'accompagne d'une diminution de la contrainte dans le béton qui s'annule quand la fissure atteint son ouverture maximale. Le second modèle appelé modèle de fissure répartie (smeared crack model) considère la structure comme un milieu continu dans lequel on applique les notions de contrainte et de déformation. Contrairement au modèle de la fissure discrète, la propagation de la fissuration dans le béton est représentée par une augmentation uniformément répartie de la déformation du béton. Le comportement de la structure peut être simulé en utilisant une relation constitutive contrainte - déformation ( $\sigma_c - \epsilon$ ) qui prend en compte la "décohésion" ou "softening" du béton dans les zones fissurées.

Signalons enfin que l'étude de la mécanique de la rupture et de ses applications sort du cadre de cette thèse qui vise à étudier l'influence de la résistance du béton et de l'armature sur l'ouverture des fissures traversantes dans un élément en béton armé. En effet, il s'agit d'étudier le comportement d'un élément en B.A. avant fissuration, à l'état homogène, et après fissuration quand une fissure est entièrement formée, sans analyser les étapes intermédiaires de propagation de la fissure. Pour cette raison, l'approche de la mécanique de la rupture ne sera pas retenue dans notre étude.

## **2.2 Adhérence béton - armature**

### **2.2.1 Historique**

L'adhérence entre le béton et l'armature est la propriété qui permet l'existence et la pérennité d'une structure en B.A. à l'état fissuré. Pour cette raison, cette propriété a été largement étudiée depuis l'apparition des premières structures en B.A.

Il est remarquable qu'en 1913 déjà, Abrams avait réalisé une grande série d'essais du type "Pull-out test" et "Beam test", où il avait étudié expérimentalement l'influence des divers paramètres gouvernant le comportement de la liaison béton - armature [A1].

Le mécanisme de transmission des forces par adhérence depuis une section fissurée d'une poutre fléchie en B.A. illustré à la figure 2.7, a été mis en évidence par Saliger en 1936 [F69].

A partir de l'équilibre entre la force dans l'armature au droit de la fissure et celle résultante des contraintes d'adhérence au voisinage de la fissure, Saliger a tiré l'expression de l'espacement maximum des fissures. En admettant que la distribution des contraintes d'adhérence au voisinage d'une fissure est linéaire, il a écrit l'espacement maximal entre les fissures sous la forme :

$$S_{r,max} = 0.23 \cdot \frac{\varnothing}{\rho} \cdot \frac{f_{ctm}}{\tau_{max}}$$

$\tau_{max}$  : contrainte d'adhérence maximum au voisinage de la fissure

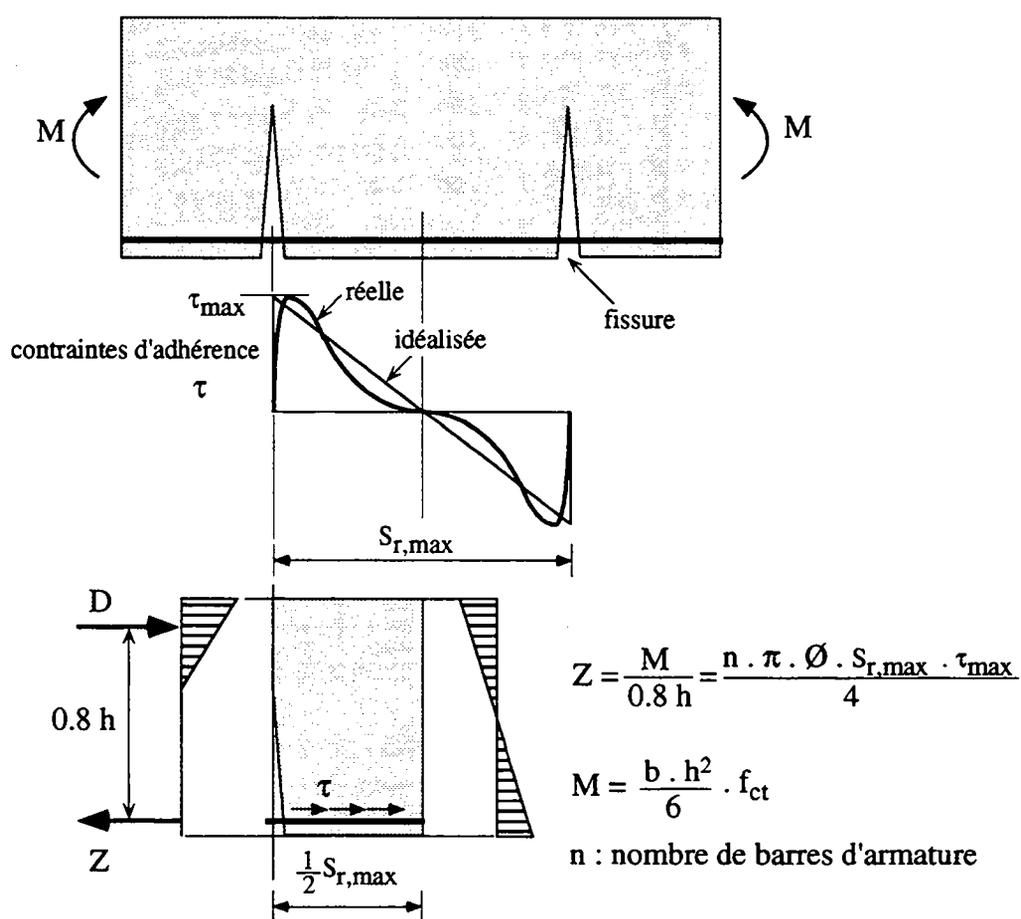


Fig. 2.7 : Mécanisme de transmission des forces par adhérence dans une poutre d'après Saliger [F69]

Ainsi la première relation entre la fissuration et l'adhérence béton - armature fut établie.

Plus tard, plusieurs auteurs ont ajouté un terme supplémentaire à la formule de Saliger afin de tenir compte de l'influence de l'enrobage des barres d'armature lors du calcul de l'espacement

moyen des fissures et de la longueur d'introduction. D'où la forme la plus répandue de cette relation semi-empirique, qui a été utilisée par un grand nombre de chercheurs tels que Ferry-Borges, Beeby, Schiessl, Jaccoud et d'autres. [F32], [F7], [F6], [F70], [F45] :

$$S_{rm} = K \cdot c + \frac{f_{ctm}}{\tau_m} \cdot \frac{\emptyset}{4 \rho} \quad (2.11)$$

$\tau_m$  : contrainte d'adhérence moyenne sur la longueur d'introduction au voisinage d'une fissure

K : une constante empirique

Les valeurs  $K \cdot c$  et  $f_{ctm}/\tau_m$  ont souvent été remplacées par des constantes obtenues empiriquement à partir d'essais de fissuration [F7]. Signalons ici que la relation (2.11) intervient quasiment dans tous les modèles de calcul des ouvertures des fissures à la base des règles pour le contrôle de la fissuration dans les normes et codes actuels tels que l'Eurocode 2 [C3], la norme SIA 162 [C4] ou le Code Modèle 90 [C1].

A la fin des années cinquante, Rehm a présenté pour la première fois, à notre connaissance, un modèle rationnel et physique complet pour la transmission des forces par adhérence dans une structure en B.A. [A55], [A54]. Il a montré la validité théorique et expérimentale d'une relation fondamentale d'adhérence, décrit le comportement physique d'adhérence des barres lisses et nervurées ainsi que les paramètres pouvant l'influencer. Il a également établi un modèle mathématique décrivant le comportement près d'une fissure ainsi que l'équation différentielle d'adhérence qu'il a écrit sous la forme [A54] :

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{4 (1 + \alpha \rho) \cdot a}{\emptyset \cdot E_s} \cdot s^b(x)$$

Les travaux de Martin en 1973 [A45] et Noakowski en 1978 [F64] ont abouti à une solution "fermée" ou analytique permettant le calcul de l'ouverture des fissures, des distributions des contraintes et des déformations dans l'acier et le béton ainsi que le glissement à l'interface acier - béton sur la longueur d'introduction au voisinage d'une fissure isolée (où l'espacement des fissures est plus grand que  $2L_r$ ). Bruggeling a également obtenu la solution de l'ouverture des fissures en admettant une relation d'adhérence du type puissance et proposé un modèle d'ingénieur pour le contrôle de la fissuration [F14]. Enfin, Balazs a proposé une méthode simple et directe donnant la solution de l'équation différentielle non linéaire d'adhérence pour différentes conditions aux limites [A5].

Toutes ces solutions ont livré des expressions analytiques pour le calcul de l'ouverture d'une fissure isolée et de la longueur d'introduction correspondante, en fonction de la qualité du

béton, la quantité et de la répartition de l'armature ainsi que de la loi d'adhérence béton - armature.

La loi d'adhérence a été obtenue à partir d'essais d'adhérence réalisés en laboratoire. L'influence des divers facteurs sur cette loi a été étudiée expérimentalement lors des grandes campagnes d'essais comme celles de Rehm et de Martin et Noakowski [A54], [A46]. Les essais d'adhérence réalisées ces deux dernières décennies ont visé à déterminer l'influence d'un facteur particulier sur la relation d'adhérence, comme le type et la position des barres d'armature, la consistance du béton frais, la résistance du béton durci, le type et la durée du chargement.

A partir de la solution existante pour le calcul de l'ouverture d'une fissure isolée, Krips a développé une première solution analytique pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée [F56]. Van der Veen a proposé en 1990 une méthode plus simple que celle de Krips pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée. Ainsi, à partir de la solution pour une fissure isolée, Van der Veen a établi une solution théorique, basée sur la loi d'adhérence, permettant le calcul de l'ouverture des fissures dans toutes les phases de fissuration [F76].

## **2.2.2 Relation fondamentale d'adhérence**

### **2.2.2.1 Notion d'adhérence**

La relation fondamentale d'adhérence lie, en un point donné, la contrainte d'adhérence entre la barre d'armature et le béton avoisinant au déplacement relatif entre eux appelé "glissement". Cette relation est généralement obtenue à partir d'essais d'adhérence comme l'essai d'arrachement "Pull-out test" ou l'essai par flexion "Beam-test" [C12], [C11].

La contrainte d'adhérence a été initialement définie pour les barres d'armature lisses comme étant la contrainte tangentielle ou le frottement sur la surface latérale de la barre d'armature. Cette définition s'applique également pour les barres nervurées, car elle correspond à une relation constitutive de la liaison béton - armature.

En effet, Rehm a montré que la contrainte à l'interface béton - armature dans le cas d'une armature nervurée ancrée dans un bloc en béton et sollicitée par une force donnée, se décompose en deux parties. La première, et la plus importante, est la contrainte de butée des nervures de la barre sur les petites bielles de béton. La deuxième partie est le frottement sur la partie lisse de la barre entre deux nervures. Ainsi il a défini l'importance des nervures d'une barre pour la reprise des efforts en fonction de la géométrie de sa surface [A54], [A46]. Il a montré que les contraintes réelles d'adhérence pour une barre nervurée peuvent être remplacées par une contrainte fictive du type frottement comme dans le cas de la barre lisse.

Par ailleurs, la force de butée entre le béton et les nervures se décompose en une force parallèle et une autre perpendiculaire à l'axe de la barre d'armature. La composante perpendiculaire à l'axe de la barre est équilibrée par un anneau de béton tendu autour de la barre [A64]. Une rupture par fendage du béton a lieu quand la contrainte de traction dans l'anneau de béton tendu dépasse la résistance à la traction du béton.

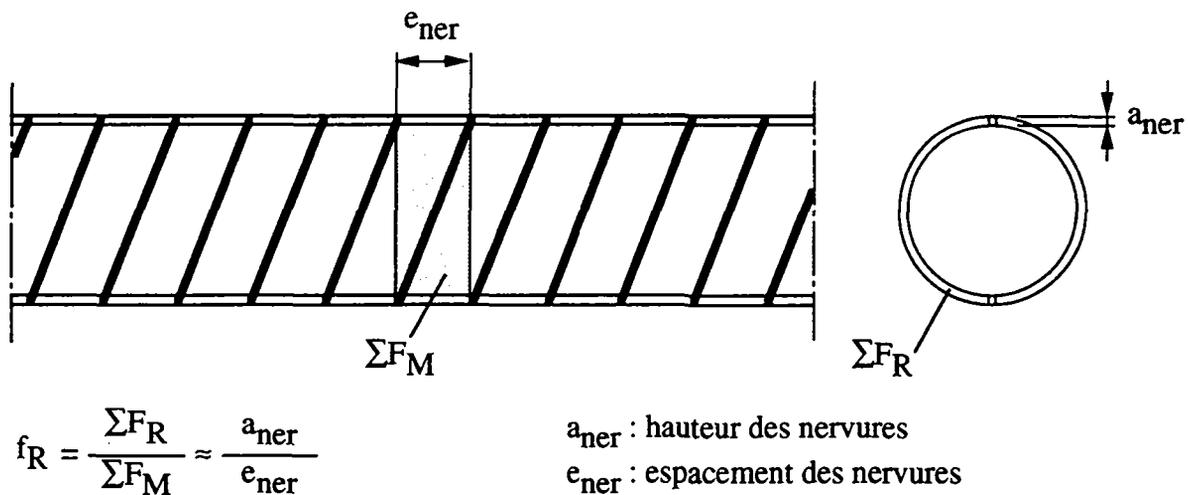
Le coefficient d'aire relative  $f_R$ , illustré à la figure 2.8, définit l'adhérence d'un type de barre d'armature donné [A54], [A46], [A22] :

$$f_R = \frac{\Sigma F_R}{\Sigma F_M} \quad (2.12)$$

$\Sigma F_R$  : aire latérale des nervures projetée sur un plan perpendiculaire à la barre (aire de butée)

$\Sigma F_M$  : aire de la partie lisse de la barre entre deux nervures (aire de frottement)

Le coefficient d'aire relative est  $f_R = 0$  pour les barres lisses et varie de 0.05 à 0.15 pour les barres nervurées ( $f_R \approx 0.08$  en Suisse). La valeur de  $f_R$  donnée par (2.12) correspond à peu près au rapport entre la hauteur et l'espacement des nervures de la barre d'armature.



$$f_R = \frac{\Sigma F_R}{\Sigma F_M} \approx \frac{a_{ner}}{e_{ner}}$$

$a_{ner}$  : hauteur des nervures  
 $e_{ner}$  : espacement des nervures

Fig. 2.8 : Définition du coefficient d'aire relative  $f_R$  d'après Martin et Noakowski [A46]

### 2.2.2.2 Essais d'adhérence

Un grand nombre d'essais de laboratoire a été développé pour établir la relation fondamentale d'adhérence. En plus des deux essais standards de la RILEM bien connus (le "Pull-out test" et le "Beam test"), il y a encore l'essai de tirant [A49], [A48], [A35], [A25] et l'essai "Pull-out" avec moule métallique faisant office de coffrage perdu [A41], [A40]. L'essai d'arrachement "Pull-out test", illustré à la figure 2.9 d'après RILEM, est le plus courant car le plus simple à réaliser [C12].

La force appliquée et le glissement de la barre à son extrémité libre sont mesurés. La longueur d'ancrage doit être la plus petite possible pour avoir une contrainte d'adhérence locale et constante sur la longueur d'ancrage (environ 3 à 5 diamètres). La contrainte d'adhérence s'obtient à partir de la force appliquée sur la barre d'armature dans un essai d'arrachement au moyen de la relation (voir figure 2.9) :

$$\tau = \frac{F}{\pi \cdot \varnothing \cdot L_b} \quad (2.13)$$

- $\tau$  :            contrainte d'adhérence
- $F$  :            force appliquée sur la barre d'armature
- $L_b$  :           longueur d'ancrage de la barre d'armature

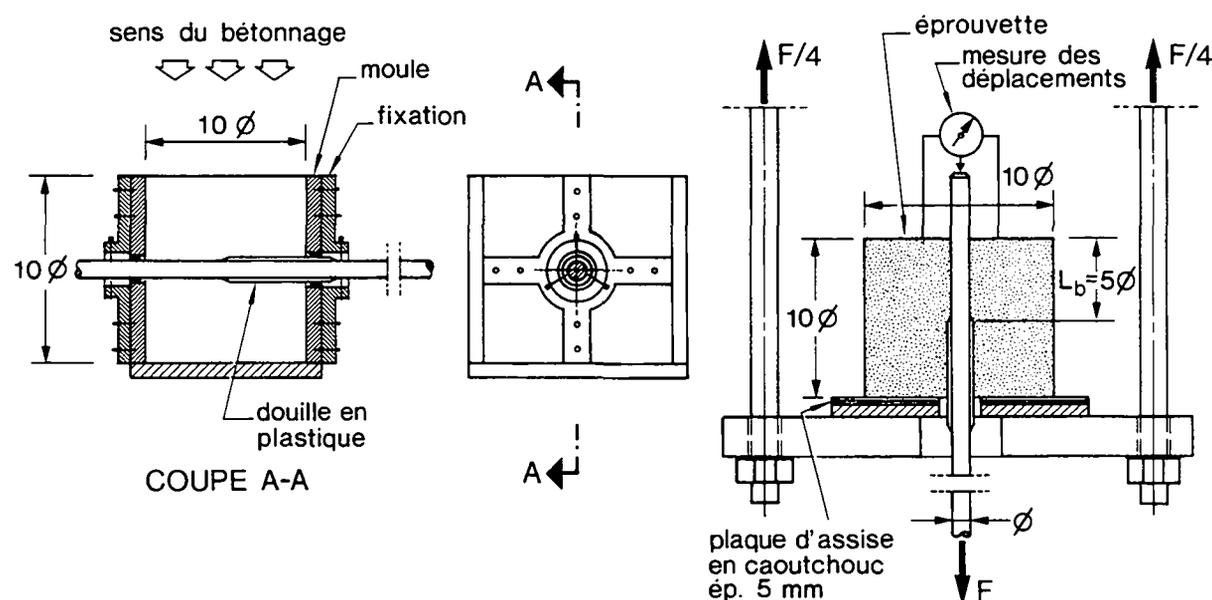


Fig. 2.9 : Schéma de l'essai d'adhérence ("Pull-out test") d'après la RILEM [C12]

Dans le cas de barres nervurées, la contrainte d'adhérence  $\tau$  mesurée lors d'un essai du type "Pull-out" correspond à une contrainte fictive de cisaillement agissant sur la surface latérale de la barre. Ainsi, la relation d'adhérence obtenue traduit le comportement global de la liaison béton-armature ou  $\tau$  est équivalente à la somme des projections des contraintes réelles parallèlement à l'axe de la barre. Ces contraintes sont celles de butée des bielles de béton comprimé sur les nervures et celles tangentielles agissant sur la surface latérale de la barre entre les nervures.

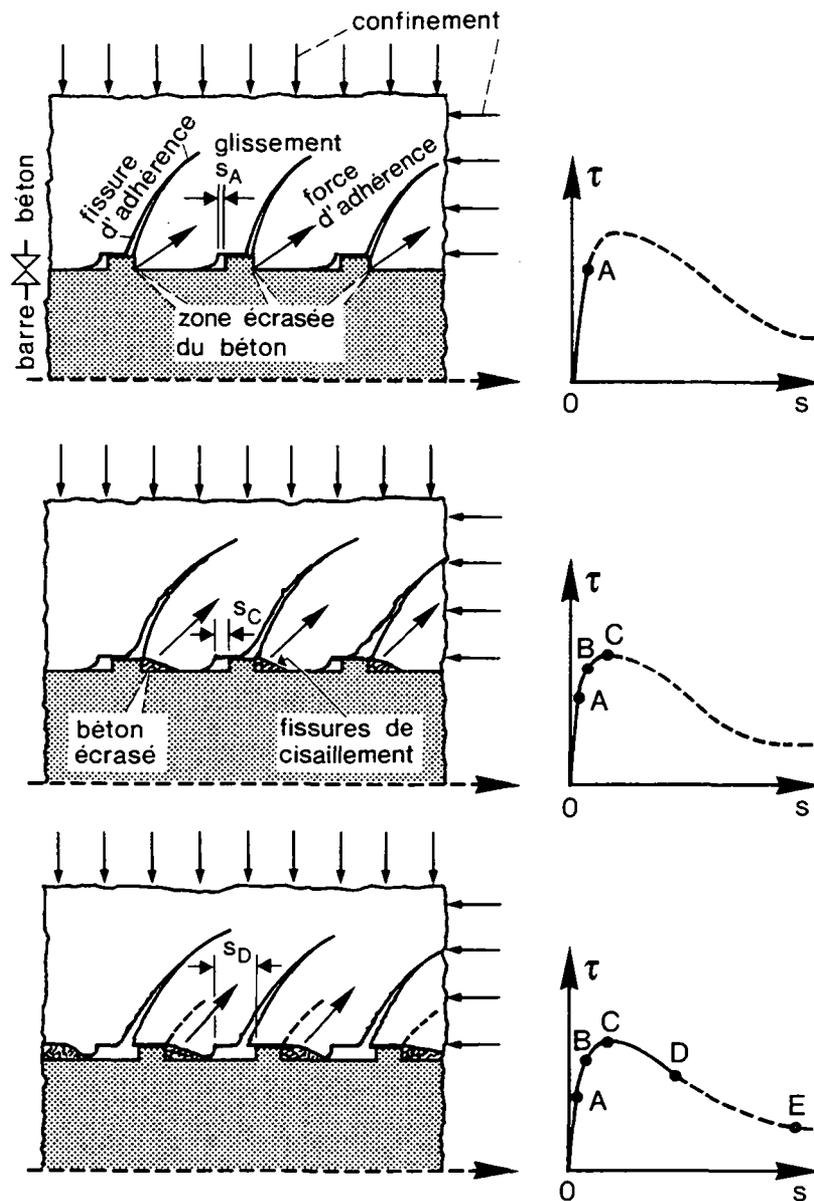


Fig. 2.10 : Mécanisme d'adhérence et schéma de la relation complète d'adhérence d'après Eligehausen et al. [A22]

La forme générale de la courbe d'adhérence et le mécanisme d'adhérence d'une barre nervurée sont illustrés à la figure 2.10. Cette relation peut être obtenue à partir d'un essai d'adhérence du type "Pull-out" où le glissement est contrôlé, et si une armature suffisante de confinement est disposée afin d'éviter une rupture par fendage du béton [A22].

La courbe commence par une contrainte d'adhérence non nulle à l'origine des glissements ( $s = 0$ ), qui correspond à la liaison physico-chimique d'adhésion entre le béton et l'armature. La pente de la courbe, à sa naissance, est élevée. Après mobilisation de la contrainte d'adhésion, les nervures butent sur le béton et commencent à l'écraser. Les faibles valeurs de glissement de la barre se produisent par écrasement des bielles en béton et par la naissance des premières fissures internes (avant le point A de la figure 2.10). Le glissement à ce stade est encore très faible.

Une augmentation de la force provoque le cisaillement partiel des bielles de béton entre les nervures, ce qui se traduit par une nette réduction de la pente de la courbe ( $\tau - s$ ) (point B à la figure 2.10). Enfin, si le confinement est suffisant, on atteint la contrainte maximale d'adhérence (point C), puis on obtient la branche descendante où la contrainte résiduelle correspond à la friction le long de la zone de béton cisailée [A54], [A22], [A10].

### 2.2.3 Facteurs principaux influençant la relation d'adhérence

Le champ d'application de la relation d'adhérence étant très large, les chercheurs se sont souvent intéressés à l'influence de quelques-uns des paramètres sur cette relation. Par exemple, l'influence du degré de confinement et du chargement cyclique a été étudiée dans le but de comprendre le comportement de la liaison béton - armature dans les angles de cadres et autres liaisons d'éléments de structures parasismiques [A63], [A22]. Le mode de rupture en fonction du rapport entre l'enrobage et le diamètre de la barre ( $c/\emptyset$ ) et du degré de confinement, a été étudié pour prévenir les ruptures par fendage du béton d'enrobage dans les zones où l'armature est fortement sollicitée [A64], [A22], [A67], [A66]. Enfin, la branche ascendante de la courbe d'adhérence ( $\tau - s$ ), caractérisant le comportement d'adhérence à l'état de service ( $s < 0.2$  à  $0.3$  mm), a été étudiée en fonction de la résistance et composition du béton, du type d'armature et de la position de la barre d'armature lors du bétonnage. Cette branche a été utilisée pour prédire la fissuration et la déformation des structures en B.A.

#### 2.2.3.1 Influence de la résistance du béton

La plupart des travaux réalisés dans le domaine de l'adhérence ont visé à déterminer la résistance de la liaison d'adhérence en fonction de la résistance du béton [A64], [A22], [A28], [A69], [A66]. Or, pour les problèmes de fissuration il est nécessaire de bien connaître la branche ascendante de la relation ( $\tau - s$ ) correspondant à des faibles valeurs du glissement. On

constate cependant que peu d'auteurs ont cherché à établir cette branche de la loi d'adhérence dans le cas des BHP.

La contrainte d'adhérence pour des faibles valeurs du glissement  $s \leq 0.1$  mm et pour des bétons ordinaires est proportionnelle à la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  d'après [A54], [A45], [F64], [A46]. Par contre, la contrainte de rupture de la liaison d'adhérence semble plutôt être fonction de la résistance à la traction du béton, que l'on peut écrire comme une fonction puissance de la résistance à la compression du béton du type :

$$\tau_u = a_3 \cdot (f_{cm})^{a_2}$$

Les essais d'adhérence effectués sur des bétons à haute résistance jusqu'à  $f_{cm} = 100$  MPa ont montré que le coefficient  $a_2$  varie entre 0.5 et 0.9 suivant les types d'essais d'adhérence effectués et les éprouvettes utilisées pour obtenir la résistance à la compression du béton [A36], [A69], [A50].

Enfin, tous les auteurs ont décrit le même type de comportement de la liaison béton à haute performance - armature nervurée. Ce comportement peut être résumé comme suit [A40], [A61], [A36], [A69], [A50] :

- La valeur de la résistance d'adhérence de collage physico-chimique ou d'adhésion (contrainte d'adhérence à l'origine des glissements) augmente avec la résistance du béton
- La rigidité de la liaison béton - armature augmente avec la résistance du béton. Il s'agit de la pente de la courbe  $\tau - s$  ( $d\tau / ds$ ) dans sa partie initiale appelée aussi module de glissement.

La figure 2.11 illustre les relations d'adhérence en fonction de la résistance à la compression du béton d'après Lahoud [A36]. En examinant attentivement les résultats des essais d'adhérence sur BHP d'après [A36], [A69], on peut constater que la contrainte d'adhérence correspondant à un faible glissement ( $s = 0.1$  à  $0.2$  mm) augmente quasi proportionnellement à la résistance à la compression du béton.

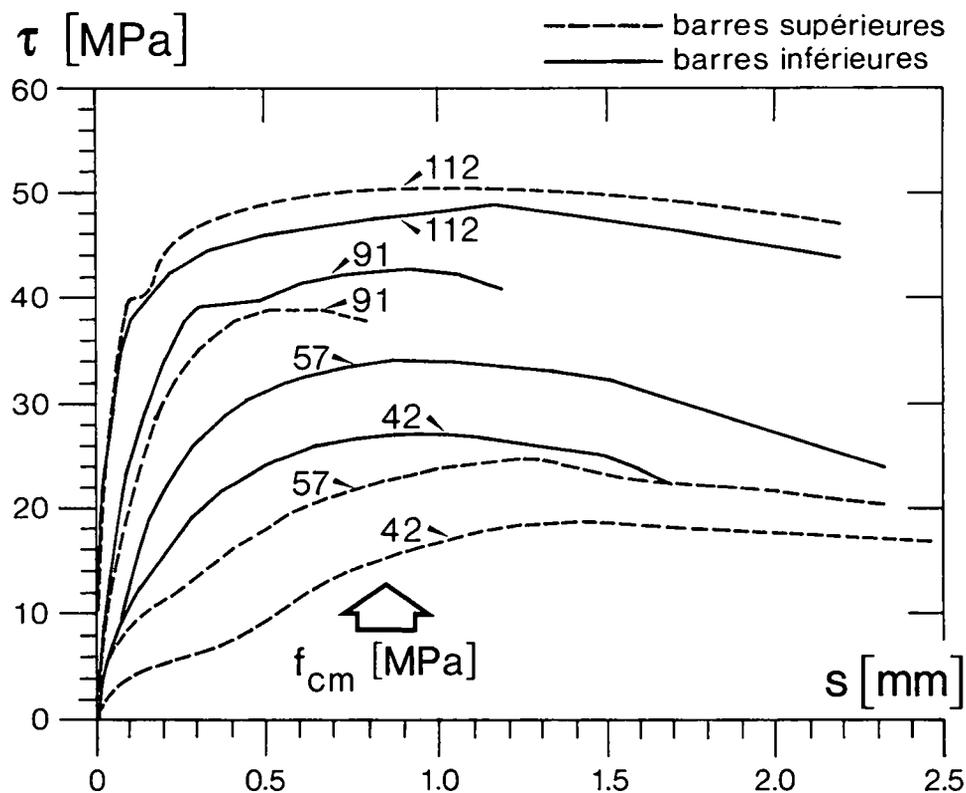


Fig. 2.11 : Comparaison entre différentes relations d'adhérence en fonction de la résistance du béton d'après Lahoud et Allaire [A36]

### 2.2.3.2 Influence de la position des barres d'armature

La position des barres d'armature influence beaucoup la qualité de la liaison béton - armature. Des essais d'adhérence effectués sur bétons ordinaires en variant la position de la barre par rapport à la direction du bétonnage et la distance des barres horizontales par rapport au fond du coffrage, ont fourni les résultats suivants [A54], [A46] :

- Les barres bétonnées en position verticales et chargées dans le sens contraire à la direction du bétonnage ont une meilleure adhérence que les barres bétonnées en position horizontale. La contrainte d'adhérence correspondant à un glissement  $s = 0.1$  mm pour une barre horizontale vaut environ 60% de la contrainte correspondante pour une barre verticale.
- La qualité d'adhérence d'une barre d'armature horizontale augmente avec la distance de la barre à la surface du béton. Des essais d'adhérence ont été réalisés par Martin et Noakowski sur des barres horizontales ancrées dans une tranche de mur de 1 m de hauteur et se trouvant à une distance variable de la surface du béton. Les résultats de ces essais ont montré que la contrainte d'adhérence  $\tau$  ( $s = 0.1$  mm) augmente d'un facteur 2 quand la distance entre la barre et la surface du béton passe de 10 cm à

90 cm. Cette augmentation s'atténue avec la distance entre la barre et la surface du béton.

Ces conclusions ont été confirmées par des recherches ultérieures [A27], [A7], qui les ont encore nuancées en fonction de la valeur du tassement du béton frais, caractérisé par le slump. Cependant, des résultats d'essais plus récents [A36] ont montré que l'influence de la position de la barre d'armature pendant le bétonnage sur l'adhérence diminue quand la résistance du béton augmente. En effet, la figure 2.11 montre que les relations d'adhérence ( $\tau - s$ ) des barres inférieures et supérieures deviennent quasiment identiques pour des résistances à la compression sur cylindres plus élevées que 90 MPa.

Ce phénomène serait dû à la réduction du rapport E/C dans les BHP où l'eau n'est plus disponible en excès pour migrer depuis les couches inférieures vers les couches supérieures du béton. De plus, la fumée de silice diminue le ressuage interne, ce qui se traduit par une qualité plus uniforme du béton près des barres inférieures et supérieures.

Ce résultat avait déjà été observé auparavant pour des bétons ordinaires dans [A46]. En effet, le rapport entre la contrainte d'adhérence, correspondant à un glissement donné ( $s = 0.1$  mm), dans le cas d'une barre "verticale" et celle dans le cas d'une barre "horizontale", diminue quand la résistance du béton augmente de  $f_{ccm} = 10$  MPa à 50 MPa [A46].

Enfin, la réduction de l'adhérence d'une barre horizontale en fonction de sa position s'explique par l'accumulation de mortier poreux près de la moitié inférieure de la barre d'armature. De plus, le tassement du béton frais réduit la hauteur efficace des nervures de la barre d'armature quand elles buttent sur les bielles de béton [A54].

En conclusion on peut dire, à l'état actuel des connaissances, que l'effet de la position des barres supérieures réduit de l'ordre de 50% la qualité d'adhérence pour les bétons ordinaires (BO). Par contre, pour les BHP, cette réduction a tendance à s'atténuer beaucoup voire s'annuler.

### 2.2.3.3 Influence du type de barres d'armature

Il est admis, à l'heure actuelle, que l'influence de la géométrie de la barre, en particulier de sa surface, peut être prise en compte au moyen du coefficient d'aire relative  $f_R$ , défini par l'équation (2.12) [A54], [A46], [A10], [F13].

La figure 2.12 montre les relations d'adhérence ( $\tau - s$ ) mesurées lors des essais "Pull-out" réalisés sur plusieurs types de barres d'armatures ayant différentes valeurs du coefficient d'aire relative  $f_R$  d'après [A46]. Selon ces auteurs, la contrainte d'adhérence correspondant à un glissement donné augmente linéairement avec le coefficient d'aire relative  $f_R$ .

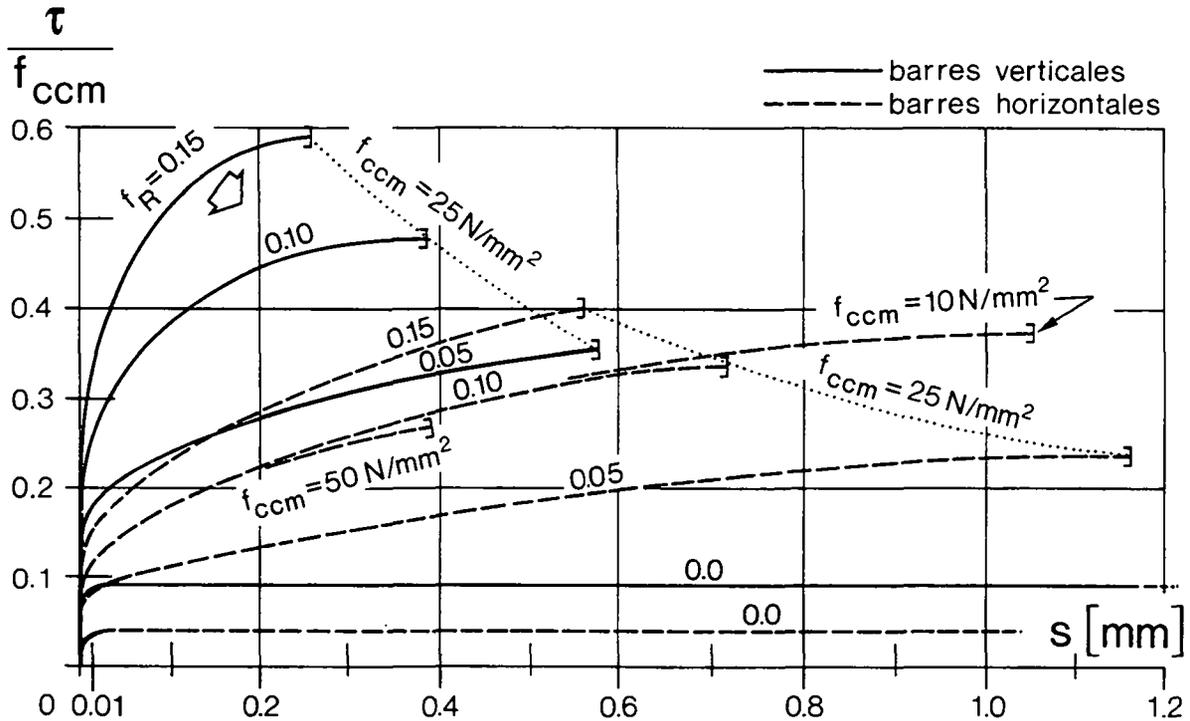


Fig. 2.12 : Influence du type de barre d'armature sur la relation d'adhérence d'après Martin et Noakowski [A46]

Les barres ayant le même coefficient d'aire relative  $f_R$ , mais différentes hauteurs des nervures, fournissent la même loi d'adhérence ( $\tau - s$ ) pour les faibles valeurs du glissement [A62], [A10]. Toutefois, une augmentation de la hauteur des nervures d'une barre, sans changer le facteur  $f_R$ , augmente le risque d'une rupture par fendage du béton [A10]. La diminution de la hauteur des nervures d'une barre d'armature entraîne une augmentation de l'effet de leur position dans l'élément (cf. §2.2.3.2). Ainsi, les barres à faible hauteur des nervures sont plus sensibles à l'effet de position dans l'élément et au tassement du béton que les barres à plus grande hauteur des nervures [A54].

#### 2.2.4 Diverses expressions de la relation d'adhérence

Une multitude d'expressions mathématiques ont été proposées pour modéliser la partie ascendante de la relation ( $\tau - s$ ) en fonction des principaux facteurs d'influence exposés au §2.2.3. Voici quelques exemples de ces expressions :

Rehm a proposé plusieurs équations du type [A54] :

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = a \cdot s^b + a_0 \cdot s$$

où  $a_0$ ,  $a$  et  $b$  sont des constantes empiriques données pour chaque type de barre d'armature. La valeur de  $b$  variait de 0.2 à 0.5.

Martin a utilisé une forme équivalente mais sans le terme linéaire [A45] :

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = a \cdot s^b + a_0$$

avec  $a_0 = 0.032$  et  $s$  en cm.

Les coefficients  $a$  et  $b$  sont des constantes tabléées pour différents types de barres d'armature ( $f_R = 0.05$  à  $0.4$ ). Pour une barre d'armature caractérisée par  $f_R = 0.05$ ,  $a = 0.87$  et  $b = 0.48$ . Pour tenir compte de la position des barres d'armature et du type de barres utilisées, l'équation précédente a été écrite sous la forme générale suivante dans [A46] :

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = (f(s) \cdot f_R + a_0) \cdot a_3 \quad (2.14)$$

$f(s)$  : fonction du glissement (qui n'est pas donnée)

$a_0$  : coefficient tenant compte du frottement acier - béton de la partie de la barre entre deux nervures

$a_3$  : coefficient tenant compte de la position de la barre lors du bétonnage,  $a_3 = 1$  pour une barre horizontale et  $a_3 = 2.2$  pour une barre verticale chargée dans le sens contraire à celui du bétonnage

Noakowski a déduit l'expression suivante pour la loi ( $\tau - s$ ) d'une barrée nervurée ( $f_R = 0.065$ ) à partir des résultats d'essais de Martin [A45], dans le but de faciliter la résolution par intégration de l'équation différentielle d'adhérence [F64] :

$$\frac{\tau}{f_{ccm}} = 0.58 \cdot s^{0.3} \quad (2.15)$$

avec  $s$  en cm.

Le même auteur a proposé, dans une publication ultérieure traitant du calcul des ouvertures des fissures et des déformations dans les structures en B.A., d'utiliser d'autres relations d'adhérence obtenues à partir d'essais réalisés par Janovic ( $f_R = 0.06$ ) [F62] :

Pour les barres inférieures :

$$\tau = 0.95 \cdot f_{ccm}^{0.66} \cdot s^{0.12} \quad (2.16)$$

avec  $s$  en mm.

Pour les barres supérieures :

$$\tau = 0.8 f_{ccm}^{0.66} \cdot s^{0.20} \quad (2.17)$$

avec s en mm.

Enfin, Bruggeling a proposé deux relations ( $\tau - s$ ) qui tiennent compte de la qualité d'adhérence. Elles sont valables pour les bétons ordinaires et les barres ayant un coefficient d'aire relative  $f_R = 0.065$  [F13] :

cas général :

$$\tau = 0.38 (f_{cck} + 4 \text{ MPa}) \cdot s^{0.18} \quad (2.18)$$

cas des barres supérieures :

$$\tau = 0.32 (f_{cck} + 4 \text{ MPa}) \cdot s^{0.28} \quad (2.19)$$

avec s en mm.

Les barres horizontales sont considérées comme supérieures quand elles sont placées à une distance d'au moins 20 cm du fond du coffrage ou à une distance inférieure à 20 cm de la surface supérieure du béton [F13].

Citons pour terminer le Code Modèle du CEB-FIP [C1] où la relation ( $\tau - s$ ) est partagée en quatre fonctions selon l'intervalle du glissement considéré, afin de modéliser la courbe complète de la loi d'adhérence (Figure 2.10). Pour la branche ascendante de la courbe la fonction suivante est adoptée :

$$\tau = \tau_{\max} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^b ; 0 \leq s \leq s_1 \quad (2.20)$$

$\tau_{\max}$  et  $s_1$  : contrainte d'adhérence maximale et le glissement correspondant

avec s en mm et  $b = 0.4$ .

Différentes valeurs de  $s_1$  et  $\tau_{\max}$  sont indiquées en fonction du confinement du béton et des conditions d'adhérence. Le glissement maximal  $s_1$  est considéré constant quelle que soit la résistance du béton alors que  $\tau_{\max}$  est donné par une relation du type :

$$\tau_{\max} = a_3 \cdot \sqrt{f_{ck}}$$

Le coefficient  $a_3$  tient compte des conditions d'adhérence et du confinement. Par exemple, dans le cas de béton "non confiné" le Code Modèle prescrit les valeurs suivantes :

$$s_1 = 0.6 \text{ mm}$$

- $a_3 = 2$  dans le cas de bonnes conditions d'adhérence  
 $a_3 = 1$  dans le cas de mauvaises conditions adhérence.

Cette relation, qui semble avoir été établie pour des bétons ordinaires, sous-estime, à notre avis, très largement la contrainte d'adhérence pour les faibles valeurs de glissement, surtout dans le cas de mauvaises conditions d'adhérence et de BHP. Il suffit, pour s'en convaincre, de comparer les contraintes d'adhérence calculées à l'aide de (2.20) pour  $s = 0.1$  à  $0.2$  mm avec les valeurs mesurées lors des essais d'adhérence sur BHP (figure 2.11 et dans [A36], [A69], [A50]).

On peut conclure de ce qui précède :

- la forme correcte et la plus pratique de la relation d'adhérence est celle du type puissance (2.15) à (2.20)
- la contrainte d'adhérence pour des faibles glissements varie linéairement avec le coefficient d'aire relative  $f_R$  et avec la résistance du béton à la compression
- la puissance du glissement dans la loi d'adhérence dépend de la qualité d'adhérence, en particulier de la position des barres lors du bétonnage et sa valeur peut varier entre 0.12 et 0.5.

## 2.3 Modèles de calcul d'ouvertures des fissures

### 2.3.1 Modèles de calcul semi-empiriques (classiques)

Les modèles classiques pour le calcul de l'ouverture des fissures utilisent une formulation semi-empirique de l'espacement moyen des fissures et de la longueur d'introduction similaire à celle de l'équation (2.11). De plus ils sont tributaires de l'hypothèse sur la distribution des déformations relatives de l'acier d'armature au voisinage des fissures. Cette dernière est nécessaire pour le calcul de la déformation relative moyenne de l'acier au voisinage des fissures.

#### 2.3.1.1 Modèle de calcul en phase de formation des fissures d'après Jaccoud

Dans le cadre d'une recherche sur l'armature minimale et le contrôle de la fissuration des structures en B.A., Jaccoud a développé un modèle simple et efficace pour la prédiction des ouvertures des fissures d'une structure en B.A., en phase de formation des fissures [F45].

Ce modèle, illustré à la figure 2.13, remplace sur une longueur de  $2L_T$  au voisinage d'une fissure dans un tirant, les distributions réelles des déformations relatives dans l'acier et dans le béton par des "blocs" de déformations constantes. Les intégrales des distributions des déformations réelle et simplifiée au voisinage de la fissure sont égales. Cela signifie que le

béton est détaché de l'armature sur une longueur  $L'_2 = 2 \eta L_r$  au voisinage de la fissure et que sur le reste de la longueur du tirant, le béton et l'armature travaillent en stade I ( $\epsilon_{s1} = \epsilon_{c1}$ ).

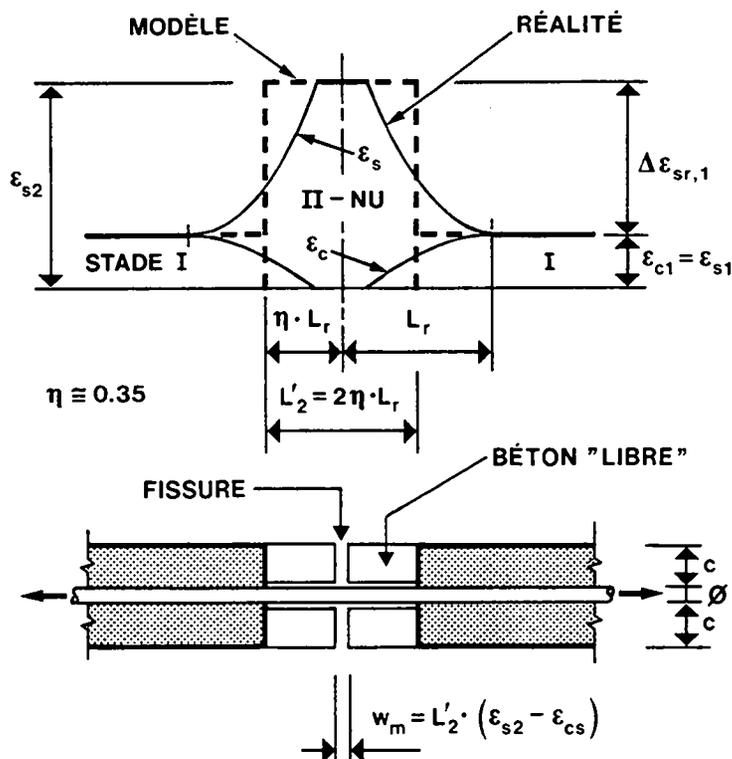


Fig. 2.13 : Comportement réel au voisinage d'une fissure et modèle de Jaccoud [F45]

Ce modèle tient compte de l'augmentation de l'ouverture de fissure en fonction du temps qu'il attribue à la déformation du béton "libre" sur la longueur  $L'_2$ . La déformation libre étant à peu près égale au retrait du béton comme l'ont montré les ouvertures des fissures mesurées lors des essais de longue durée sur tirants en B.A. [F48]. En admettant que la longueur d'introduction  $L_r$  est égale à l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$  donnée par Schiessl [F70], Jaccoud a obtenu à partir des essais de tirants sous déformation imposée, la valeur  $\eta = 0.35$  [F45]. Cette valeur correspond à peu près à l'hypothèse plausible d'une distribution parabolique des déformations relatives de l'acier sur une longueur égale à  $2L_r$  au voisinage de la fissure. Ainsi, l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures est donnée par :

$$w_m = 0.7 L_r \cdot (\epsilon_{s2} - \epsilon_{cL}) \quad (2.21)$$

$\epsilon_{cL}$  : déformation libre du béton au voisinage de la fissure

La longueur d'introduction  $L_r$  est définie d'après Schiessl [F70] par :

$$L_r \cong S_{rm} = 50 + \frac{1}{4} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{\varnothing}{\rho_{ef}} \quad , \text{ en mm} \quad (2.22)$$

$k_1$  : facteur qui tient compte des caractéristiques d'adhérence des barres d'armature  
 $k_1 = 0.8$  pour les barres à hautes adhérence et  $k_1 = 1.6$  pour les barres lisses

$k_2$  : facteur qui tient compte de la distribution des contraintes sur la section  
 $k_2 = 1$  dans le cas de traction pure et  $k_2 = 0.5$  dans le cas de la flexion simple

Le pourcentage effectif d'armature est défini par rapport à la section du béton d'enrobage par :

$$\rho_{ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} = \frac{0.25 \cdot \pi \cdot \emptyset^2}{(2c + \emptyset) \cdot e} \quad (2.23)$$

$e$  : l'espacement des barres d'armature

$c$  : l'enrobage des barres d'armature

La déformation relative de l'armature au droit des fissures est donnée par :

$$\varepsilon_{s2} = \frac{f_{ct,i}}{\rho \cdot E_s} \cdot (1 + (\alpha - 1) \rho) \quad (2.24)$$

$f_{ct,i}$  : résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la  $i$ ème fissure donnée par (2.8 et 2.10)

Ce modèle permet également d'estimer la contrainte de traction dans le béton et le nombre de fissures en tenant compte de la déformation différée du béton [F45], [F30].

La longueur d'introduction donnée par l'équation (2.22) ne dépend pas de la résistance du béton. En fait, le coefficient  $k_1$  est égal au rapport entre la résistance à la traction du béton et la contrainte moyenne d'adhérence sur la longueur d'introduction. Ce rapport est une constante dans l'équation (2.22) et toutes les formulations équivalentes :

$$k_1 = \frac{f_{ctm}}{\tau_m}$$

D'une part, les résultats présentés au §2.2.3 et §2.2.4, ont montré que la contrainte d'adhérence augmente de façon proportionnelle à la résistance à la compression du béton. D'autre part la résistance à la traction du béton augmente avec la puissance 0.6 de la résistance à la compression du béton selon l'équation (2.6). Il en résulte que le coefficient  $k_1$  devrait diminuer avec l'accroissement de la résistance à la compression du béton. Par conséquent, les modèles de fissuration utilisant la formulation semi-empirique ne tiennent pas correctement compte de l'amélioration de la liaison béton - armature grâce à l'utilisation d'un BHP.

En résumé, ce modèle a l'avantage d'être simple, valable en phase de formation des fissures - ce qui est rarement le cas pour les modèles classiques - et de permettre de tenir compte des effets différés du béton en particulier du retrait. Toutefois, il présente les deux inconvénients suivants :

- Il n'est pas valable en phase de fissuration stabilisée
- Il ne tient pas correctement compte de l'amélioration de l'adhérence entre le béton et l'acier d'armature qui résulterait de l'utilisation d'un BHP.

### 2.3.1.2 Modèle de calcul en phase de fissuration stabilisée (Beeby et Schiessl)

Ce modèle a également été développé et utilisé par d'autres chercheurs que ceux mentionnés ci-dessus. Chacun a apporté une contribution théorique ou expérimentale. Le principe du calcul est simple comme le montre bien Beeby dans ses publications [F6], [F5].

L'ouverture moyenne des fissures est donnée par l'espacement moyen des fissures multiplié par la différence entre les déformations moyennes de l'acier d'armature et du béton entre les fissures :

$$w_m = S_{fm} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \quad (2.25)$$

L'espacement moyen des fissures  $S_{fm}$  est défini par une expression semi-empirique semblable à celle de l'équation (2.22).

La déformation relative moyenne de l'acier  $\epsilon_{sm}$  est généralement calculée au moyen d'un facteur d'intégration  $\beta$ , qui définit la contribution du béton tendu entre les fissures en fonction de la déformation relative de l'acier au droit de la fissure  $\epsilon_{s2}$  selon (2.1). Ce facteur d'intégration dépend donc de la distribution des déformations relatives de l'acier au voisinage des fissures. La contribution du béton tendu, dans ce type de modèle, peut être écrite sous la forme générale suivante (voir également §2.1.2) :

$$\Delta\epsilon_s = \beta \cdot \Delta\epsilon_{sr,1} \quad (2.26.a)$$

avec,

$$\Delta\epsilon_{sr,1} = \epsilon_{s2,r1} - \epsilon_{s1,r1}$$

$\Delta\epsilon_{sr,1}$  représente la différence entre les déformations relatives de l'acier en stade II-nu et en stade I au moment de l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure. La faible valeur de la déformation en stade I de l'acier et du béton  $\epsilon_{s1,r1}$  est parfois négligée. Dans ce cas, la contribution du béton tendu devient:

$$\Delta\epsilon_s = \beta \cdot \epsilon_{s2,r1}$$

Diverses hypothèses existent pour définir la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée, donc  $\beta$ . L'expression de la contribution du béton tendu  $\Delta\epsilon_s$  adoptée dans le Manuel "Fissuration et Déformation" du CEB [F18], diminue hyperboliquement avec le niveau de

charge. D'autres auteurs ont également admis cette hypothèse [F6], [F5], [F70], qui revient à poser dans l'équation (2.26):

$$\beta = \frac{\sigma_{sr1}}{\sigma_{s2}}$$

Cela dit, le Manuel "Fissuration et Déformation" ajoute une importante limitation lorsqu'il s'agit du calcul de l'ouverture des fissures :

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} \geq 0.4 \varepsilon_{s2}$$

Cette condition signifie que la méthode n'est valable qu'en phase de fissuration stabilisée, quand  $\sigma_{s2}$  dépasse largement la valeur  $\sigma_{sr1}$  ( $\sigma_{s2} \geq 1.3 \sigma_{sr1}$ ). D'ailleurs, le Manuel propose de calculer l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée en admettant la valeur suivante pour la déformation relative moyenne de l'acier :

$$\varepsilon_{sm} = 0.5 \varepsilon_{s2} = 0.5 \frac{f_{ctm}}{\rho \cdot E_s} \quad (2.26.b)$$

Plusieurs auteurs ont cherché à simplifier la formule de la contribution du béton tendu en admettant une valeur constante de  $\beta$  dans l'équation (2.26) [C1], [F27], [F80]. En revanche, la valeur qu'ils ont accordée à  $\beta$  varie beaucoup suivant le modèle ( $\beta = 0.4$  à  $0.7$ , voir §2.1.2) et l'hypothèse admise pour l'augmentation de la force de fissuration en phase de formation des fissures [C1], [F80], [F76].

Enfin, la méthode du facteur d'intégration peut être appliquée pour calculer les ouvertures des fissures en phase de formation des fissures. Ce calcul peut être effectué, d'après Beeby, en admettant  $\beta = 0.5$  dans l'équation (2.26) et  $L_r = 0.75 S_{rm}$  [F4].

En résumé, les modèles présentés ici sont simples et pratiques mais ils présentent les inconvénients suivants :

- en général, ils ne sont valables qu'en phase de fissuration stabilisée
- ils ne tiennent pas correctement compte de l'influence de l'amélioration de la qualité du béton sur l'espacement des fissures et l'adhérence béton - armature
- ils sont tributaires d'une hypothèse sur la distribution des déformations dans l'acier entre les fissures (valeur de  $\beta$ ).

### 2.3.2 Modèle de calcul basé sur la loi d'adhérence béton - armature (modèle analytique)

Le modèle de calcul des ouvertures des fissures présenté dans ce paragraphe permet, à partir d'une seule hypothèse, la relation d'adhérence béton - armature ( $\tau - s$ ), d'obtenir analytiquement la longueur d'introduction, les contraintes dans l'acier d'armature et le béton ainsi que le glissement entre la barre d'armature et le béton au voisinage d'une fissure. Le glissement au droit de la fissure étant égal à la moitié de l'ouverture de la fissure. Ce modèle a été développé depuis plus de 30 ans mais délaissé pour des modèles plus pratiques comme ceux du paragraphe 2.3.1.

#### 2.3.2.1 Équation différentielle d'adhérence

L'établissement de l'équation différentielle d'adhérence et de sa solution se fait à partir de considérations d'équilibre et de compatibilité des déplacements sur la longueur d'introduction près d'une fissure dans le tronçon de tirant illustré à la figure 2.14. Le développement et la résolution de l'équation différentielle d'adhérence sont exposés ci-dessous d'après les travaux réalisés par Rehm [A54], Noakowski [F64], Krips [F56], Van der Veen [F76], Bruggeling [F13] et d'autres encore.

L'origine de l'axe des  $x$  se situe dans la section la plus proche de la fissure travaillant en stade I ( $\epsilon_{c1} = \epsilon_{s1}$  et  $s(x=0) = 0$ ). L'effort normal est entièrement repris par l'armature au droit de la section fissurée. Il est réintroduit progressivement sur la longueur d'introduction  $L_T$ , à l'aide des contraintes d'adhérence  $\tau(x)$  à l'interface béton - armature.

La figure 2.14 montre que la déformation relative du béton dans une section donnée, située à la distance  $x$  de la section homogène, varie transversalement dans une petite zone autour de la barre d'armature appelée "zone de distorsion". Par contre, les sections planes restent planes ( $\epsilon_c(x)$  constante) sur le reste de la section, en dehors de cette zone de distorsion. Signalons ici que le "glissement" (la différence de déplacement)  $s(x)$  entre le béton et l'armature est défini dans le modèle de calcul à l'aide de la déformation du béton  $\epsilon_c(x)$ , considérée dans la zone où les sections planes restent planes.

L'hypothèse de départ de la solution de l'équation différentielle est la relation fondamentale d'adhérence dans la section  $x$ , de type fonction puissance et définie par ses paramètres  $a$  et  $b$  (voir §2.2.4):

$$\tau(x) = a \cdot s^b(x) \quad (2.27)$$

L'équilibre d'un élément  $dx$  se trouvant dans la zone d'introduction de la force depuis la fissure dans un tirant en B.A., nous donne (figure 2.14) :

$$d\sigma_s(x) \cdot A_s = \pi \cdot \emptyset \cdot \tau(x) \cdot dx = - d\sigma_c(x) \cdot A_c$$

$$\text{d'où} \quad \frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{4}{\emptyset} \cdot \tau(x) \quad \text{et} \quad \frac{d\sigma_c(x)}{dx} = -\frac{4 \rho}{\emptyset} \cdot \tau(x) \quad (2.28)$$

Le glissement entre la barre d'armature et le béton dans une section donnée située à la distance  $x$  de la section homogène, est défini comme étant la différence entre le déplacement de l'armature et celui du béton considéré à la surface de l'élément (zone où les sections planes restent planes) comme l'illustre la figure 2.14. Ainsi le glissement entre le béton et l'armature à la section  $x$  est défini par :

$$s(x) = \int_0^x (\epsilon_s(x) - \epsilon_c(x)) dx \quad (2.29)$$

La variation du glissement au droit de la section  $x$  sur une longueur  $dx$  est donnée par la différence des déformations entre l'acier et le béton dans cette section, soit :

$$\frac{ds(x)}{dx} = \epsilon_s(x) - \epsilon_c(x) \quad (2.30)$$

En dérivant (2.30) par rapport à  $x$ , on trouve :

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{d\epsilon_s(x)}{dx} - \frac{d\epsilon_c(x)}{dx}$$

En admettant que l'acier et le béton respectent la loi de Hooke et en substituant les termes de l'équation précédente au moyen de (2.28), on obtient :

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \left( \frac{4}{\emptyset \cdot E_s} + \frac{4 \rho}{\emptyset \cdot E_c} \right) \cdot \tau(x)$$

En insérant la relation d'adhérence (2.27) dans l'équation précédente, on trouve :

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{4 (1 + \alpha \rho) \cdot a}{\emptyset \cdot E_s} \cdot s^b(x) \quad (2.31)$$

L'équation (2.31) est appelée "équation différentielle d'adhérence". Sa solution générale a été obtenue de différentes manières par Noakowski, Balazs, Bruggeling et d'autres [F64], [A5], [F13], sous la forme suivante :

$$s(x) = \left( \frac{2 (1 + \alpha \rho)}{\emptyset \cdot E_s} \cdot a \cdot \frac{(1 - b)^2}{(1 + b)} \right)^{1/1-b} \cdot x^{2/1-b} \quad (2.32)$$

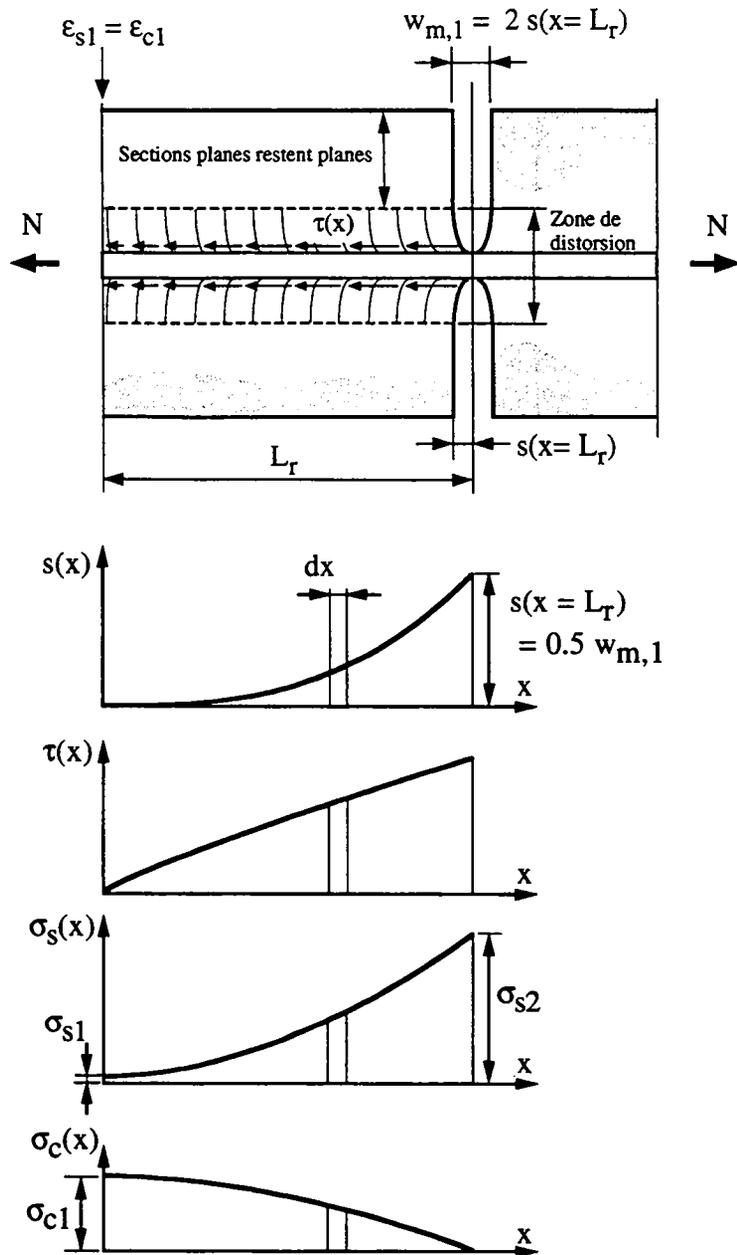


Fig. 2.14 : Distributions des contraintes dans l'acier et le béton au voisinage d'une fissure

Cette solution peut être obtenue directement par une double intégration après une séparation des variables [A5] en tenant compte des valeurs aux limites ( $s(0) = s'(0) = 0$ ). Autrement dit, la solution analytique existe si et seulement si les valeurs aux limites sont connues ( $\epsilon_{s1} = \epsilon_{c1}$  pour  $x = 0$ ). C'est le cas quand l'espacement des fissures est plus grand ou égal à  $2L_r$  donc en phase de formation des fissures.

Les distributions des contraintes dans le béton  $\sigma_c(x)$  et dans l'acier  $\sigma_s(x)$  s'obtiennent par intégration à partir des équations (2.28). La distribution des contraintes d'adhérence  $\tau(x)$  s'obtient en remplaçant  $s(x)$  défini par (2.32) dans la loi d'adhérence (2.27).

La longueur d'introduction  $L_r$  se déduit à partir de l'expression de la distribution des contraintes dans l'acier  $\sigma_s(x)$  en y introduisant pour  $x = L_r$  la contrainte  $\sigma_s(x) = \sigma_{s2}$ . Cette longueur d'introduction s'écrit sous la forme suivante d'après [F64] :

$$L_r = \frac{2}{1-b} \cdot \left( \frac{(1+b) \cdot \emptyset \cdot (E_s)^b \cdot (\sigma_{s2})^{(1-b)}}{8 \cdot a \cdot (1+\alpha\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (2.33)$$

Les distributions des contraintes et du glissement au voisinage de la fissure s'écrivent sous une forme élégante en fonction de la variable adimensionnelle  $x/L_r$  [F64].

La distribution des contraintes dans l'acier :

$$\sigma_s(x) = \sigma_{s1} \cdot \left( 1 + \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1}}{\sigma_{s1}} \left( \frac{x}{L_r} \right)^{1+b/1-b} \right) \quad (2.34.a)$$

La distribution des contraintes dans le béton :

$$\sigma_c(x) = \sigma_{c1} \cdot \left( 1 - \left( \frac{x}{L_r} \right)^{1+b/1-b} \right) \quad (2.34.b)$$

La distribution du glissement  $s(x)$  :

$$s(x) = \frac{1-b}{2} \cdot L_r \cdot \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \cdot \left( \frac{x}{L_r} \right)^{2/1-b} \quad (2.34.c)$$

La distribution des contraintes d'adhérence  $\tau(x)$  se déduit en introduisant (2.34.c) dans (2.27) :

$$\tau(x) = a \cdot \left( \frac{1-b}{2} \cdot L_r \cdot \frac{\sigma_{s2}}{E_s} \right)^b \cdot \left( \frac{x}{L_r} \right)^{2b/1-b} \quad (2.34.d)$$

La forme des distributions  $\sigma_s(x)$ ,  $\sigma_c(x)$ ,  $\tau(x)$  et  $s(x)$  dépend de la valeur du coefficient  $b$ . Par exemple, pour  $b = 1/3$ , la distribution des contraintes d'adhérence  $\tau(x)$  est linéaire alors que celle des contraintes  $\sigma_s(x)$  est parabolique et celle du glissement  $s(x)$  est cubique.

Le glissement maximum au droit de la fissure, qui vaut la moitié de l'ouverture de la fissure, s'obtient en introduisant  $x = L_r$  dans l'équation (2.34.c).

### 2.3.2.2 Ouvertures des fissures d'après Bruggeling

Par une autre méthode Bruggeling a obtenu la même solution de l'équation différentielle d'adhérence que celle exposée ci-dessus. Pour ce faire, il a introduit des facteurs dits "de forme", qui définissent la déformation relative moyenne de l'acier et la contrainte d'adhérence moyenne entre 0 et  $x$  en fonction de leurs valeurs en  $x$ . Sans développer la méthode en détail,

nous montrons ci-après les résultats obtenus pour ces facteurs et le calcul de l'ouverture de la première fissure d'après [F13].

Pour les contraintes dans l'acier, le facteur de forme est :

$$\Sigma\sigma_s = \frac{\int_0^x (\sigma_s(x) - \sigma_{s1}) dx}{x (\sigma_s(x) - \sigma_{s1})} = \frac{1-b}{2} \quad (2.35)$$

Pour les contraintes d'adhérence au voisinage de la fissure, le facteur de forme est :

$$\Sigma\tau = \frac{\int_0^x \tau(x) dx}{\tau(x) \cdot x} = \frac{1-b}{1+b} \quad (2.36)$$

L'ouverture d'une fissure isolée en phase de formation des fissures est donnée par l'expression suivante :

$$w_m = 2 \cdot \left( \frac{(1+b) \cdot \varnothing \cdot \sigma_{sr}^2}{8 \cdot a \cdot E_s (1+\alpha\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (2.37)$$

$w_m$  : ouverture de la fissure isolée

$\sigma_{sr}$  : contrainte dans l'acier d'armature au droit de la fissure

a et b : facteurs définissant la loi d'adhérence selon l'équation (2.27)

Les paramètres suivants sont proposés pour la loi d'adhérence (voir équations 2.18 et 2.19) :

Cas général :  $a = 0.38 (f_{cck} + 4 \text{ MPa})$  ;  $b = 0.18$

Barres supérieures :  $a = 0.32 (f_{cck} + 4 \text{ MPa})$  ;  $b = 0.28$

$\tau$  et  $f_{cck}$  sont en (MPa) et s en (mm).

La contrainte dans l'acier en stade II-nu  $\sigma_{sr}$  est calculée à l'aide de la résistance à la traction du béton  $f_{ct}$  définie comme suit :

$$\text{Charge instantanée ou à court terme} \quad f_{ct} = 1.09 f_{ctk} \quad (2.38.a)$$

$$\text{Charge de longue durée ou à long terme} \quad f_{ct} = 0.87 f_{ctk} \quad (2.38.b)$$

où  $f_{ctk}$  est la résistance caractéristique du béton (fractile inférieur de 5%) définie par la relation :

$$f_{ctk} = 0.4 \sqrt{f_{cck}} \quad (2.38.c)$$

La longueur d'introduction a été obtenue à partir de l'expression du glissement  $s(x)$  en  $y$  introduisant  $s(x=L_r) = 0.5 w_m$  :

$$L_r = \frac{w_m \cdot E_s}{(1 - b) \cdot \sigma_{sr}} \quad (2.39)$$

Le modèle analytique a l'avantage de tenir compte de la qualité d'adhérence BHP - armature au travers de la loi d'adhérence ( $\tau - s$ ). Cela le rend plus adapté que les méthodes classiques (§2.3.1) à la prédiction du comportement à la fissuration des structures en BHP. Cependant il faut rappeler que le calcul de l'ouverture des fissures présenté ici, est uniquement valable en phase de formation des fissures, quand l'espacement entre deux fissures vaut au moins  $2L_r$ . Ce n'est évidemment pas le cas en phase de fissuration stabilisée puisque le glissement entre le béton et l'armature s'étend sur toute la longueur du tirant et l'espacement moyen des fissures devient plus faible que  $2L_r$ .

### 2.3.2.3 Ouvertures des fissures d'après Van der Veen

Pour calculer l'ouverture des fissures en phase de fissuration stabilisée dans un tirant en B.A., Van der Veen a proposé récemment une méthode relativement simple. Cette méthode permet de calculer la déformation relative moyenne de l'acier d'armature entre les fissures en fonction des déformations relatives de l'acier en stade II-nu et en stade I ( $\epsilon_{s2}$  et  $\epsilon_{s1}$ ) ainsi que du facteur d'adhérence  $b$  [F76]. Il a admis, pour ce faire, les mêmes hypothèses que Bruggeling en ce qui concerne la loi d'adhérence et la résistance à la traction du béton (§2.3.2.2). Il a également supposé que toutes les fissures apparaissent pour une même valeur de résistance à la traction du béton  $f_{ct}$  admise égale à celle correspondant à la stabilisation de la fissuration (2.38.a).

La déformation relative moyenne de l'acier au voisinage d'une fissure isolée ou en phase de formation des fissures  $\epsilon_{sm,1}$ , peut s'écrire à partir de l'équation (2.35) sous la forme suivante [F76] :

$$\epsilon_{sm,1} = \frac{(1 - b)}{2} \cdot \epsilon_{s2,r} + \frac{(1 + b)}{2} \cdot \epsilon_{s1,r} \quad (2.40.a)$$

$\epsilon_{s2,r}$  et  $\epsilon_{s1,r}$  : déformations relatives de l'acier en stade II-nu et en stade I correspondant à la résistance à la traction  $f_{ct}$

Dans le cas de fissures isolées, la déformation relative moyenne du béton  $\epsilon_{cm,1}$  entre 2 fissures espacées de  $2L_r$ , s'obtient de la même façon que  $\epsilon_{sm,1}$  à l'aide du facteur de forme des contraintes dans le béton [F76] :

$$\epsilon_{cm,1} = \frac{1 - b}{2} \cdot \epsilon_{s1,r} \quad (2.40.b)$$

avec, 
$$\varepsilon_{s1,r} = \frac{f_{ct}}{E_c}$$

Le principe du calcul de la déformation moyenne de l'acier en phase de fissuration stabilisée  $\varepsilon_{sm}$  est indiqué ci-dessous.

Si l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$  est connu en fonction de  $L_r$ , il est possible de l'exprimer en fonction de  $L_r$  et de  $2L_r$ . Cela revient à remplacer les fissures espacées de  $S_{rm}$  en moyenne par des fissures tantôt espacées de  $L_r$ , tantôt de  $2L_r$ , sur toute la longueur du tirant. Ainsi, le calcul de la déformation moyenne de l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration est ramené au calcul de la déformation moyenne de l'acier dans les deux cas particuliers des 2 fissures espacées de  $2L_r$  ou de  $L_r$ .

La déformation moyenne de l'acier  $\varepsilon_{sm,2}$  entre deux fissures espacées d'une seule longueur d'introduction  $L_r$ , a été obtenue en fonction du facteur  $b$  à l'aide des "facteurs de forme" :

$$\varepsilon_{sm,2} = \frac{(3+b)(1-b)}{4} \cdot \varepsilon_{s2,r} + \frac{(1+b)^2}{4} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.41.a)$$

La déformation relative moyenne du béton  $\varepsilon_{cm,2}$  entre 2 fissures espacées de  $L_r$ , est définie comme suit [F76] :

$$\varepsilon_{cm,2} = \frac{(1+b)^2}{4} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.41.b)$$

En admettant que l'espacement moyen des fissures vaut  $S_{rm} = 1.5 L_r$ , la déformation moyenne de l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration (à l'apparition de la dernière fissure) se calcule par :

$$\varepsilon_{sm,n} = \frac{2 \varepsilon_{sm,1} + \varepsilon_{sm,2}}{3}$$

En introduisant (2.40.a) et (2.41.a) dans l'expression précédente, la déformation moyenne de l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration devient :

$$\varepsilon_{sm,n} = \frac{(1-b)(7+b)}{12} \cdot \varepsilon_{s2,r} + \frac{(1+b)(5+b)}{12} \cdot \varepsilon_{s1,r} \quad (2.42)$$

Le second terme de l'équation précédente est égal à la déformation moyenne du béton  $\varepsilon_{cm,n}$  au moment de la stabilisation de la fissuration.

En supposant  $S_{rm} = 1.5 L_r$ , l'ouverture moyenne des fissures au moment de l'apparition de la dernière fissure vaut alors :

$$w_{m,n} = S_{rm} \cdot (\varepsilon_{sm,n} - \varepsilon_{cm,n}) = \frac{(1-b)(7+b)}{8} \cdot L_r \cdot \varepsilon_{s2,r} \quad (2.43)$$

D'après ces résultats, Van der Veen a conclu que le rapport entre l'ouverture moyenne des fissures au moment de la stabilisation de la fissuration  $w_{m,n}$  (2.43) et de l'ouverture d'une fissure isolée (première fissure)  $w_m$  (2.37) est de 0.9. Cette conclusion est étonnante à premier abord, mais elle est en accord avec l'hypothèse que la force de fissuration reste constante durant la phase de formation des fissures. Il n'en reste pas moins que cette conclusion n'est pas réaliste. Elle contredit les observations expérimentales qui confirment le fait que l'ouverture moyenne des fissures a tendance à augmenter en phase de formation des fissures.

## 2.4 Méthodes de calcul réglementaires pour le contrôle de la fissuration

### 2.4.1 Règles de la norme SIA 162 [C4]

Cette norme permet de contrôler la fissuration sans calcul direct des ouvertures des fissures en fonction du niveau d'exigence requis pour la structure [C4]. Le niveau d'exigences usuelles correspond à l'ouverture moyenne des fissures  $w_m \approx 0.35$  mm et celui d'exigences sévères à  $w_m \approx 0.25$  mm. Elle comprend d'une part une méthode pour dimensionner l'armature minimale qu'il est nécessaire de placer dans les éléments susceptibles de se fissurer par suite de l'entrave à des déformations imposées. D'autre part, elle comprend une limitation des contraintes dans les aciers d'armature, de manière à limiter la fissuration des éléments soumis à des charges imposées.

La formule proposée pour dimensionner l'armature minimale permet, au moyen d'un seul calcul, de satisfaire aux deux critères de non plastification de l'acier et de contrôle de l'ouverture des fissures à une valeur fixée selon le niveau d'exigence requis. Cette formule est dérivée du modèle de calcul des ouvertures des fissures développé par Jaccoud et exposé sous §2.3.1.1. [F45]. La quantité d'armature à disposer dans le cas d'exigences usuelles s'obtient par l'équation :

$$A_{s,min} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y} \quad (2.44)$$

$\alpha$  : coefficient qui dépend de l'espacement des barres d'armature  $e$  (mm) avec  
 $\alpha = 1 + 0.002 (e - 100)$ ;  $100 \text{ mm} \leq e \leq 300 \text{ mm}$

$\beta$  : facteur tenant compte de la répartition des contraintes au sein de la section au moment de la fissuration

En flexion :  $\beta = 0.5$

En traction :  $\beta = 0.85$  pour  $h \leq 0.3$  m  
 $\beta = 0.5$  pour  $h \geq 0.8$  m  
 $\beta = 1.06 - 0.7 h$  pour  $0.3 < h < 0.8$  m

$A_{ct}$  : aire déterminante de la partie tendue de la section de béton (c'est la partie tendue de la section en flexion et toute la section en traction pure)  
 $f_{ct}$  : valeur de calcul de la résistance à la traction du béton (limitée à 2.5 MPa pour tous les bétons de classe supérieure à B35/25)  
 $f_y$  : valeur de calcul de la limite d'écoulement de l'acier d'armature ( $f_y = 460$  MPa)

Par ailleurs, une vérification des contraintes dans l'acier d'armature doit être effectuée sous charges imposées uniquement. La contrainte dans l'armature, calculée à l'état fissuré sous charges de poids propre de la structure, des charges permanentes et de longue durée, ne doit pas dépasser la valeur de la contrainte admissible donnée en fonction de l'espacement des barres d'armature à la figure 20 de la norme SIA 162. Cette limitation des contraintes a été obtenue d'après un modèle classique de calcul des ouvertures des fissures, comme ceux présentés au §2.3.1, qui n'est pas valable pour les BHP.

Une seconde limitation des contraintes moins sévère que la première, s'applique sous le cumul du poids propre, des charges permanentes ainsi que d'une action de courte durée, sans tenir compte des sollicitations résultant des déformations imposées. Cette limitation permet d'éviter la plastification de l'armature sous le cumul des charges de service et d'une déformation imposée agissant simultanément. La contrainte admissible est donnée par :

$$\sigma_{s,adm} = 0.95 f_y - 100 \text{ N/mm}^2$$

Le défaut principal des règles de cette norme c'est qu'elles ne sont pas valables pour les BHP. L'armature minimale calculée par cette méthode dans le cas d'un BHP peut se plastifier à l'état de service puisque la résistance à la traction du béton  $\gamma$  est supérieurement bornée à  $f_{ct} = 2.5$  MPa.

#### 2.4.2 Méthode de l'Eurocode 2 [C3]

Cette méthode permet de limiter la valeur de l'ouverture maximale des fissures à l'état de service à une valeur de l'ordre de 0.3 mm pour le B.A. (respectivement 0.2 mm pour le B.P.). Cette valeur est considérée comme satisfaisante vis à vis de l'aspect et de la durabilité pour les structures en B.A. situées à l'extérieur donc exposées à l'eau, au gel et aux sels de déverglaçage [C3], [F42].

Le calcul se partage en deux parties, la première concerne les sections minimales d'armature et la seconde le contrôle de la fissuration sans calcul direct de l'ouverture des fissures. L'armature minimale est donnée par une formule semblable à celle de la norme suisse SIA 162 mais plus générale et plus flexible. Elle permet une fine graduation de la quantité d'armature en fonction du niveau d'exigence par le choix de la contrainte dans l'acier au droit de la fissure. De plus, elle tient compte de la résistance à la traction du béton pour toutes les classes de résistance. L'armature minimale se calcule par l'équation :

$$A_S = k_C \cdot k \cdot f_{ct,ef} \cdot \frac{A_{ct}}{\sigma_S} \quad (2.45)$$

- $f_{ct,ef}$  : résistance effective à la traction du béton au moment de la fissuration
- $A_S$  : section d'armature dans la zone tendue
- $A_{ct}$  : aire de la zone tendue de la section de béton juste avant l'apparition de la première fissure
- $\sigma_S$  : contrainte admissible maximale de l'armature après fissuration (calculée en stade II-nu). En général, elle est admise égale à la limite élastique de l'acier d'armature  $f_y$  mais une valeur plus faible peut être choisie d'après le tableau 4.11 de l'EC 2 pour limiter l'ouverture des fissures
- $k_C$  : coefficient tenant compte de la distribution des contraintes dans la section avant fissuration.  $k_C = 1.0$  en traction pure et  $0.4$  en flexion simple
- $k$  : coefficient tenant compte de l'effet d'autocontraintes non uniformes, donné en fonction de l'épaisseur de la section. Le coefficient  $k$  est le même que celui donné au tableau 2.2.

Le contrôle de la fissuration sans calcul direct s'effectue en vérifiant que le diamètre des barres utilisées ne dépasse pas une valeur maximale donnée en fonction de la contrainte admissible dans l'acier d'armature  $\sigma_S$  sous charges de service (voir tableau 4.11 de l'EC 2). Ce contrôle garantit que l'ouverture maximale des fissures est plus faible que  $0.3$  mm dans les éléments en béton armé.

La formule de calcul direct de l'ouverture moyenne des fissures de l'Eurocode 2 est similaire à celle du modèle classique (2.25) [F7], [F70]. La valeur de calcul de l'ouverture des fissures (ou l'ouverture maximale des fissures), est reliée à l'ouverture moyenne des fissures par le facteur  $\beta$ , qui définit un fractile supérieur des ouvertures des fissures :

$$w_k = \beta \cdot w_m \quad (2.46)$$

sous charge imposée	$\beta = 1.7$	
sous déformation imposée	$\beta = 1.3$	si $h \leq 0.3$ m
	$\beta = 1.7$	si $h \geq 0.8$ m

Pour les sections de dimensions intermédiaires ( $0.3 < h < 0.8$  m), les valeurs de  $\beta$  peuvent être interpolées.

Mis à part le calcul de l'armature de non-plastification, qui peut être effectué en posant  $\sigma_s = f_y$  dans l'équation (2.45), cette méthode ne tient pas suffisamment et correctement compte de l'influence de la résistance du béton sur la fissuration du moins pour son application aux BHP. En effet, le contrôle de la fissuration sans calcul direct découle directement du modèle classique pour le calcul des ouvertures des fissures dont nous avons vu précédemment les limites (§2.3.1).



### **3. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE SUR TIRANTS EN BÉTON ARMÉ**

#### **3.1 Introduction**

L'ensemble des essais réalisés dans le cadre de cette thèse avait pour but d'étudier l'influence de la composition du béton, en particulier de sa résistance, et de la quantité d'armature sur la fissuration d'éléments en béton armé. Pour ce faire, un grand nombre d'essais (135 au total) de fissuration sur petits tirants en béton armé (1.15 m x 0.10 m x 0.10 m) a été effectué dans la halle d'essais des structures du Département de Génie Civil de l'EPFL. Ces essais ont été accompagnés de divers essais sur éprouvettes des mêmes bétons. L'objectif principal des essais sur tirants était l'étude du comportement global à la fissuration et de l'ouverture moyenne des fissures d'un tirant en fonction de la résistance du béton, sous déformation imposée de traction pure et de courte durée. Pour ce faire, la résistance à la compression du béton sur cylindres a été variée dans l'intervalle  $f_{cm} = 30$  à 90 MPa. Les essais sur petites éprouvettes ont été réalisés par le Laboratoire des Matériaux de Construction de l'EPFL (LMC) et celui de l'entreprise SIKA à Zurich dans le but de déterminer certaines caractéristiques mécaniques du béton (traction directe, compression, module, adhérence) et quelques propriétés relatives à sa durabilité et à sa rhéologie (perméabilité, porosité et retrait).

Tous les résultats des essais sur tirants et sur éprouvettes ainsi que toutes les autres informations détaillées concernant les essais et les matériaux utilisés ont été rassemblés dans un rapport des essais qui a été publié en 1993 [F28]. Ce rapport contient en outre une première analyse des résultats concernant la fissuration et les ouvertures moyennes des fissures. Cette analyse, complétée et affinée, sera présentée à la fin de ce chapitre sous forme d'une synthèse des résultats d'essais.

L'objectif du présent chapitre est de résumer les résultats les plus importants qui ressortent de l'étude expérimentale et de les interpréter en vue de permettre le calibrage numérique du modèle théorique au chapitre suivant. Après une description sommaire des essais de fissuration, des exemples de résultats du dépouillement de quelques essais de fissuration sont présentés.

#### **3.2 Paramètres et description des essais sur tirants**

Les paramètres des essais sur tirants étaient la composition du béton et la quantité d'armature. Concernant le béton, il s'agissait de 16 compositions différentes dont 14 ont été utilisées pour la fabrication des tirants (tous, sauf les bétons N21 et N31 avec 5% de fumée de silice). Les essais avec le béton N22 ont été répétés 2 fois. Ainsi, le nombre total de gachées réalisées pour fabriquer les tirants est égal à 15. Le type de ciment, le dosage en ciment et les dosages en fumée de silice et en adjuvant superplastifiant ont été variés dans les différentes compositions.

La courbe granulométrique, la quantité et le type des granulats étaient les mêmes pour tous les bétons (granulats roulés 0-32 mm de nature silico-calcaire), sauf pour les bétons H50 et H52, où des granulats calcaires concassés 3-16 mm ont été utilisés en même temps qu'un sable roulé 0-3 mm.

La composition des bétons confectionnés et leur consistance sont indiquées au tableau 3.1.

Béton	Ciment (Kg/m <sup>3</sup> )	FS (% p.c.)	Eau (l/m <sup>3</sup> )	E/C (-)	E/C+FS (-)	Adjuvant SIKAMENT 320 (%p.c.)	Filler calcaire (Kg/m <sup>3</sup> )	Consistance	
								Slump (cm)	Étalement (cm)
N10	275	0	146.1	0.53	0.53	1.2	75	6	38.0
N12	275	10	145.2	0.53	0.48	1.5	50	9	36.0
N20	300	0	148.8	0.50	0.50	1.0	50	5	32.0
N21	300	5	142.7	0.48	0.45	1.2	35	3	33.5
N22	300	10	147.5	0.49	0.45	1.5	20	12	41.5
N30	350	0	150.7	0.43	0.43	1.0	0	21	53.5
N31	350	5	152.5	0.44	0.41	1.4	0	20	54.0
N32	350	10	149.0	0.43	0.39	1.5	0	11	44.5
N40	400	0	157.4	0.39	0.39	1.0	0	24	55.0
N42	400	10	159.4	0.40	0.36	1.5	0	19	50.0
S20	300	0	149.0	0.50	0.50	1.0	50	17	50.0
S22	300	10	140.6	0.47	0.43	1.5	20	10	42.5
S30	350	0	145.2	0.41	0.41	1.0	0	9	44.5
S32	350	10	141.9	0.41	0.37	1.5	0	9	40.0
H50	550	0	145.0	0.26	0.26	2.5	0	15	35.0
H52	550	10	151.0	0.27	0.25	2.5	0	10	33.0

Tableau 3.1 : Composition et consistance des bétons

La consistance visée du béton frais était définie par un étalement = 45 cm ± 5 cm et un Slump = 10 cm ± 1 cm. La valeur moyenne de la consistance obtenue pour tous les bétons utilisées pour fabriquer les tirants, est la suivante :

$$\text{Slump} = 13 \text{ cm} \quad \text{et} \quad \text{Étalement} = 43 \text{ cm}$$

Lors de chaque bétonnage 9 tirants ont été coulés horizontalement en 3 groupes de 3 dans des coffrages métalliques.

Les trois pourcentages d'armature qui ont été utilisés sont  $\rho = 0.79\%$ ,  $1.54\%$  et  $3.14\%$ , correspondant respectivement aux diamètres de barre 10 mm, 14 mm et 20 mm. L'armature de chaque tirant était constituée d'une seule barre d'armature à haute adhérence en acier S500 ( $f_R \cong 0.08$ ) placée horizontalement au centre de la section carrée (0.10 m x 0.10 m). Pour chaque béton et chaque armature, trois tirants ont été fabriqués et testés afin d'estimer la dispersion. Ainsi, la combinaison des paramètres béton et armature nous donne le nombre total d'essais, soit :

$$15 \text{ bétons} \times 3 \text{ armatures} \times 3 = 135 \text{ essais}$$

Chaque tirant est désigné par un nom composé de trois éléments : la désignation du béton, le diamètre de la barre d'armature et le numéro du tirant essayé sur les trois tirants identiques (même béton et même armature). Ainsi, S22-10-1 désigne le tirant fabriqué avec le béton S22, une barre d'armature  $\varnothing 10$  et c'est le premier essai sur les trois tirants identiques fabriqués.

Une cure identique a été appliquée à tous les tirants. Elle commençait par un recouvrement immédiatement après le bétonnage par des nattes guritherm. Le lendemain, les tirants ont été déplacés à la cave du laboratoire où l'humidité et la température étaient à peu près constantes tout en étant maintenus dans leur coffrage et recouverts des nattes isolantes. A l'âge de 6 jours, les tirants ont été décoffrés et placés dans une chambre humide pendant une semaine ( $T \approx 20^\circ\text{C}$  et  $HR \approx 98\%$ ). A partir de l'âge de 14 jours, les tirants ont été stockés à l'air libre dans la halle de structure non climatisée jusqu'au moment de l'essai à environ 28 jours d'âge. Cette cure permettait d'empêcher pratiquement toute évaporation d'eau pendant les 14 premiers jours suivant le bétonnage. Le retrait de séchage du béton dans les tirants s'est donc produit essentiellement entre l'âge de 14 et 28 jours.

Bien qu'aucune fissure ne fut visible, les tirants étaient vraisemblablement microfissurés au début d'un essai. Cela, d'une part en raison du retrait entravé par la présence de l'armature et, d'autre part, en raison de gradients hydriques sur l'épaisseur de l'élément. Ceci explique la réduction constatée de la résistance effective à la traction du béton dans les tirants par rapport à la résistance moyenne à la traction directe du béton obtenue sur éprouvettes cylindriques 16 x 32 cm ayant subi la même cure que les tirants.

Le schéma et une photo de l'essai de tirant sont montrés à la figure 3.1. La force de traction est introduite dans le tirant par serrage des mâchoires du plateau de la presse de la partie de la barre d'armature qui dépasse le béton aux extrémités du tirant.

Les essais de tirants ont été effectués sous déplacement imposé  $\Delta L$  de courte durée (chaque essai durait environ 1h30) à l'âge de  $28 \pm 1$  jours.

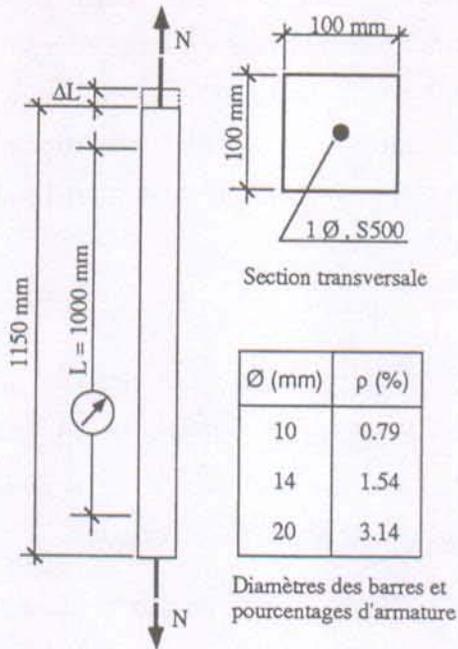


Fig. 3.1(a) : Schéma de l'essai sur tirant en béton armé

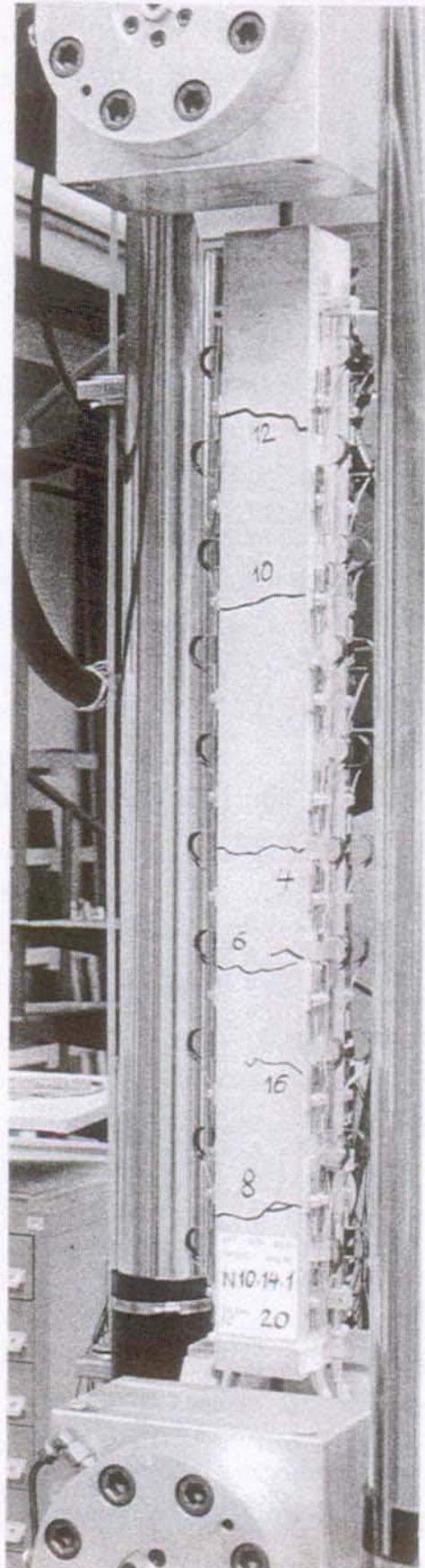


Fig. 3.1(b) :  
Photo de l'essai sur tirant sous déformation imposée de courte durée

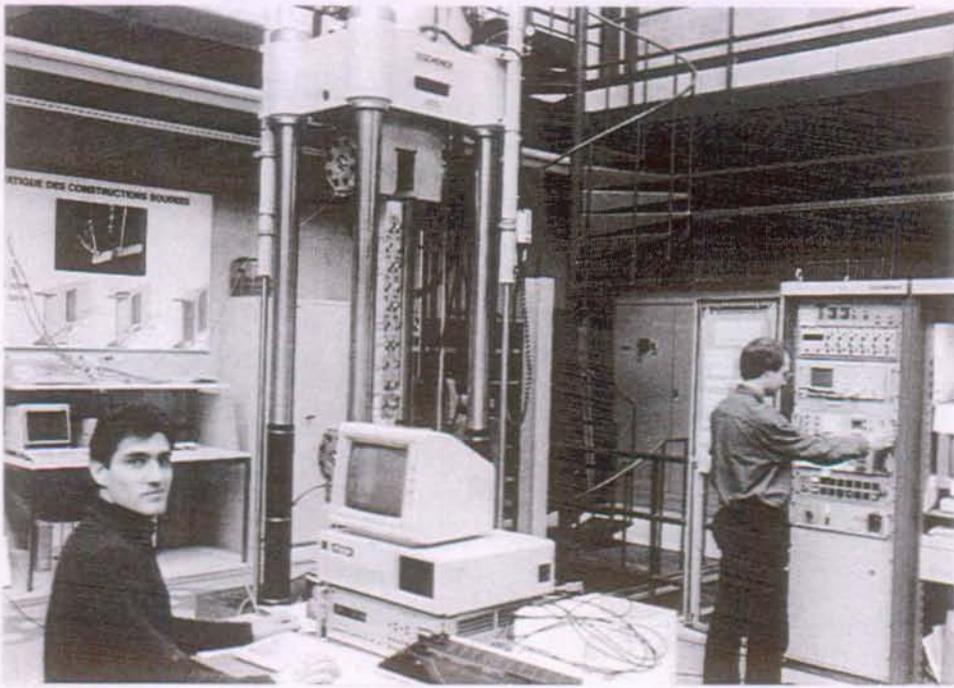


Fig. 3.2(a) : Vue générale du dispositif d'essai

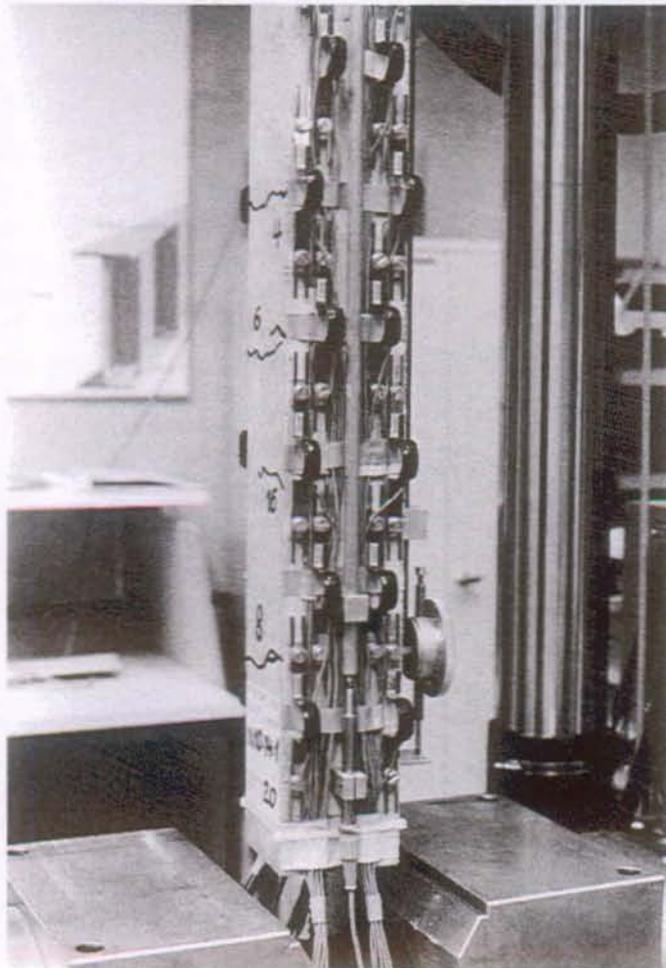


Fig. 3.2(b) : Détail des jauges  $\Omega$  pour la mesure d'ouvertures individuelles des fissures

L'allongement total du tirant était mesuré sur une longueur de 1 m au centre de l'élément au moyen de deux capteurs inductifs placés sur deux faces opposées du tirant alors que les ouvertures des fissures étaient mesurées à l'aide de 40 jauges  $\Omega$  placées sur les mêmes faces que les capteurs inductifs. Les jauges  $\Omega$  ont été vissées sur des taquets collés au préalable distants de 10 cm dans le sens longitudinal (voir photo figure 3.2(b)). L'allongement total du tirant ainsi mesuré était transmis automatiquement au système de contrôle de la machine d'essai qui permettait de diriger l'essai en déformation.

L'effort normal dans le tirant était également mesuré à chaque lecture automatiquement par la machine d'essai et transmis à la chaîne de mesures. Toutes les grandeurs nécessaires au dépouillement ultérieur des mesures étaient enregistrées sur ordinateur au travers d'une centrale de mesure UPM60/HBM à chaque lecture pendant l'essai.

Les figures 3.2(a) et 3.2(b) illustrent le dispositif de mesures et de mise en charge des essais de fissuration sur tirants.

### 3.3 Principaux résultats des essais

Les résultats complets du dépouillement des essais sur tirants et ceux des essais sur éprouvettes ont été présentés dans le rapport d'essai [F28]. Nous nous contentons ici de résumer les résultats obtenus dans l'étude expérimentale. En premier lieu, les résultats des essais sur éprouvettes en béton sont présentés sommairement. En second lieu, un exemple des diagrammes contrainte dans l'acier - déformation relative ( $\sigma_s - \epsilon$ ) et ouverture moyenne des fissures - déformation relative ( $w_m - \epsilon$ ) est présenté dans le cas de quelques essais sur tirants.

Enfin, une synthèse des résultats montre l'influence de l'armature sur la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $f_{ct,1}$ , respectivement de la dernière fissure  $f_{ct,n}$ , ainsi que l'influence de la résistance du béton sur l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée donnée, par exemple  $\epsilon = 0.5\%$ .

#### 3.3.1 Résultats des essais sur éprouvettes

Les principaux résultats des essais sur éprouvettes à l'âge de 28 jours sont indiqués au tableau 3.2. La résistance moyenne à la compression sur cylindres  $f_{cm}$ , le module d'élasticité  $E_c$  et la résistance moyenne à la traction directe du béton  $f_{ctm}$  se trouvent dans les trois premières colonnes de ce tableau. Il s'agit des valeurs moyennes obtenues sur 3 éprouvettes pour les essais de compression et de module, respectivement sur 6 éprouvettes pour la résistance à la traction. Des essais de résistance à la compression ont également été réalisés à l'âge de 7 j et 90 j.

Les deux dernières colonnes du tableau 3.2 concernent l'essai de perméabilité réalisé par SIKA. Il s'agit des valeurs mesurées de la profondeur de pénétration maximale de l'eau  $P_{max}$  et du

volume d'eau ayant pénétré dans l'éprouvette lors de l'essai de perméabilité effectué d'après la norme DIN 1048. Les bétons H50 et H52 n'ont pas subi tous les essais sur éprouvettes, car ils ont été confectionnés dans l'unique but d'étendre la gamme des résistances des bétons utilisés dans les tirants jusqu'à  $f_{cm} = 90$  MPa.

Béton	$f_{cm}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	Perméabilité	
				Pmax	volume
				(mm)	(ml)
N10	29.9	29.9	2.1	68	17
N12	44.8	29.0	2.6	18	3
N20	32.4	29.1	2.5	37	11
N21	44.2	31.0	2.4	22	3
N22	48.6	33.0	2.7	21	2
N30	36.9	30.3	2.6	33	8
N31	42.6	30.9	2.5	26	1
N32	53.8	31.2	3.0	6	3
N40	39.9	30.3	2.8	24	2
N42	55.4	32.8	3.2	3	1
S20	38.8	29.3	2.8	22	5
S22	56.9	30.4	2.9	3	1
S30	46.3	27.0	2.8	18	3
S32	65.0	31.6	3.1	8	2
H50	67.2	41.8	3.1		
H52	87.1	41.3	4.7		

Tableau 3.2 Propriétés des bétons à l'état durci à l'âge de 28 jours.

Le retrait de séchage était globalement du même ordre de grandeur pour tous les bétons. Sa valeur était environ  $0.3 \pm 0.05$  ‰ et  $0.5 \pm 0.08$  ‰, respectivement après 28 et 360 jours de séchage. Les éprouvettes de retrait ont subi une cure différente de celle des tirants puisqu'elles ont été placées à l'âge de 6 jours dans une chambre où la température était contrôlée à  $T = 20$  °C et l'humidité à  $HR = 60\%$ . La 1<sup>ère</sup> mesure de retrait a été effectuée à l'âge de 7 jours après 1 jour de séchage.

La figure 3.3 illustre la relation entre la résistance moyenne à la traction directe  $f_{ctm}$  et celle à la compression du béton  $f_{cm}$ . La courbe "IBAP" a été obtenue par régression non linéaire sur un nuage de points ( $f_{ctm} - f_{cm}$ ) représentant les résultats de plusieurs campagnes d'essais réalisées à l'IBAP, dont celle de cette recherche (courbe "Farra"). La courbe ( $f_{ctm} - f_{cm}$ ) obtenue sur la

base de nos résultats d'essais seulement, indiquée par "Farra" à la figure 3.3, passe légèrement en dessous de la courbe "IBAP" tenant compte de tous les résultats d'essais.

D'autre part, les résultats des essais sur tirants en B.A. ont montré que la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la première fissure  $f_{ct,1}$  augmente de 95% en moyenne quand la résistance à la compression du béton varie de 30 à 90 MPa [F28]. Cette augmentation correspond tout à fait à celle découlant de l'équation "IBAP" pour la même variation de  $f_{cm}$  :

$$f_{ctm} = 0.3 (f_{cm})^{0.6} \quad (3.1)$$

La synthèse d'un grand nombre de résultats d'essais de traction, effectués dans le monde entier sur des bétons de résistance  $f_{cm} = 20$  à 120 MPa, réalisée récemment à l'IBAP par Jaccoud et Leclercq dans le cadre d'un groupe de travail du CEB/FIP sur les BHP [F17], a confirmé la validité de l'équation (3.1). Par conséquent, cette équation sera retenue dans le modèle de calcul théorique pour la prédiction de la résistance moyenne à la traction du béton en fonction de celle à la compression .

Enfin, la figure 3.3 montre que l'équation de l'Eurocode 2 (et du Code Modèle 90) surestime largement la résistance à la traction du béton dans le cas des BHP.

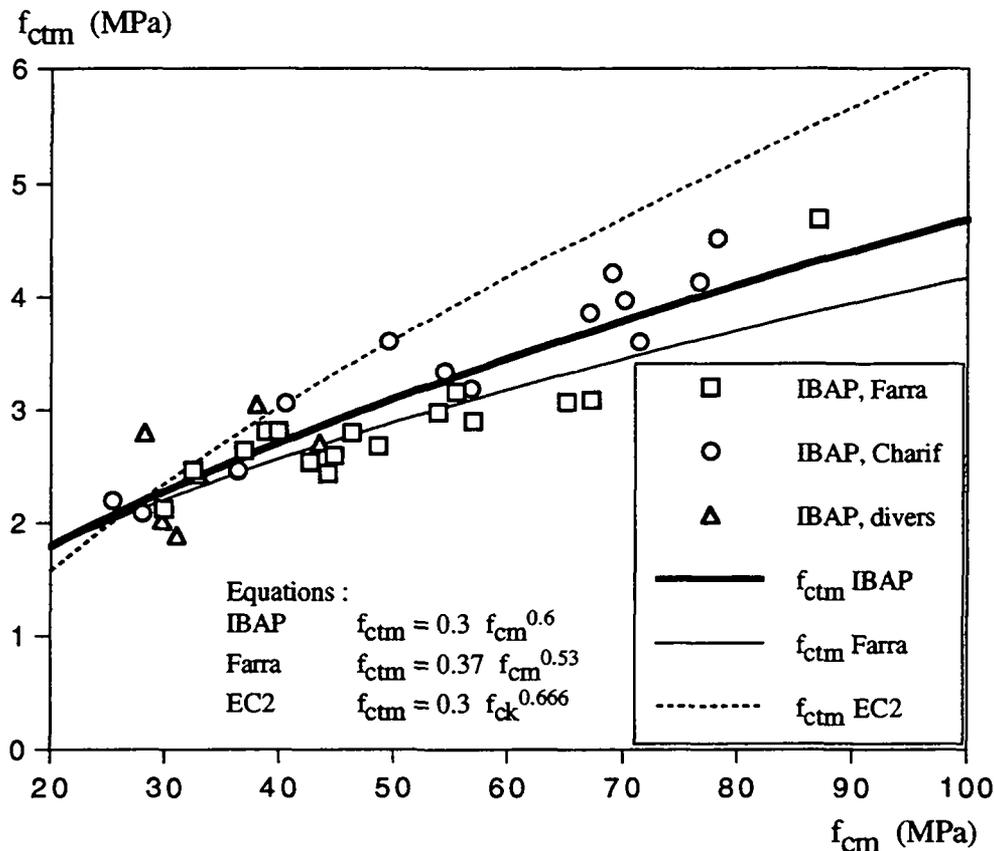


Fig. 3.3 : Relation entre la résistance à la traction directe du béton et celle à la compression d'après des essais réalisés à l'IBAP

### 3.3.2 Résultats du dépouillement d'un essai

Les résultats du dépouillement d'une série de trois essais de tirants ayant le même béton (S22) et la même armature ( $\varnothing 10$ ) sont présentés dans ce paragraphe.

Rappelons que la contrainte dans l'acier d'armature calculée en stade II-nu est proportionnelle à l'effort normal dans le tirant étant donné qu'elle est définie par l'équation suivante :

$$\sigma_{s2} = \frac{N}{A_s}$$

La déformation relative mesurée sur une longueur  $L = 1$  m au centre du tirant est définie par :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

où  $\Delta L$  est l'allongement du tirant sur 1 m de longueur, comme l'illustre la figure 3.1.

La figure 3.4 montre le relevé des fissures pour l'un des trois tirants en question (S22-10-3), en fonction du niveau de la déformation imposée  $\varepsilon$ . Le numéro indiqué près de chaque fissure sur le tirant représente le numéro de la lecture effectuée juste après l'apparition de la fissure. La figure 3.4 permet de suivre l'ordre d'apparition des fissures durant l'essai quand la déformation imposée augmente.

Les diagrammes  $(\sigma_{s2} - \varepsilon)$  et  $(w_m - \varepsilon)$  sont présentés pour les trois tirants S22-10-1 à S22-10-3 aux figures 3.5(a) et 3.5(b).

Un nombre important de fissures étaient non traversantes pendant leur phase d'amorçage mais ces fissures se sont propagées rapidement sur toute la section avec l'augmentation de la déformation imposée. L'enveloppe des points de crête (enveloppe supérieure) des diagrammes  $(\sigma_{s2} - \varepsilon)$  et  $(w_m - \varepsilon)$  caractérise le comportement à la fissuration du tirant car, pour une vitesse d'essai fixée, elle ne dépend que du béton et de l'armature et non pas des caractéristiques de la machine d'essai utilisée. La figure 3.5(a) montre que pour provoquer une nouvelle fissure dans le tirant, il est nécessaire d'augmenter l'effort normal (ou la contrainte dans l'acier  $\sigma_{s2}$ ) par rapport à celui correspondant à l'apparition de la fissure précédente.

On constate à la figure 3.5(b) que, lorsque la déformation imposée  $\varepsilon$  augmente, l'ouverture moyenne des fissures  $w_m$  augmente moins vite en phase de formation des fissures que durant la phase de fissuration stabilisée. Autrement dit, la pente de l'enveloppe de la courbe  $(w_m - \varepsilon)$  est plus grande en phase de fissuration stabilisée qu'en phase de formation des fissures. En outre, ces courbes sont caractéristiques d'un essai dirigé en déformation où l'apparition d'une nouvelle fissure s'accompagne d'une chute brusque de la force et de l'ouverture moyenne des fissures dans le tirant. La valeur importante de ces chutes dans nos essais est due à la grande différence de rigidité entre la machine d'essai et le tirant.

ESSAI S22-10-3 RELEVÉ DES FISSURES

$\rho = A_s / A_c = 0.79\%$

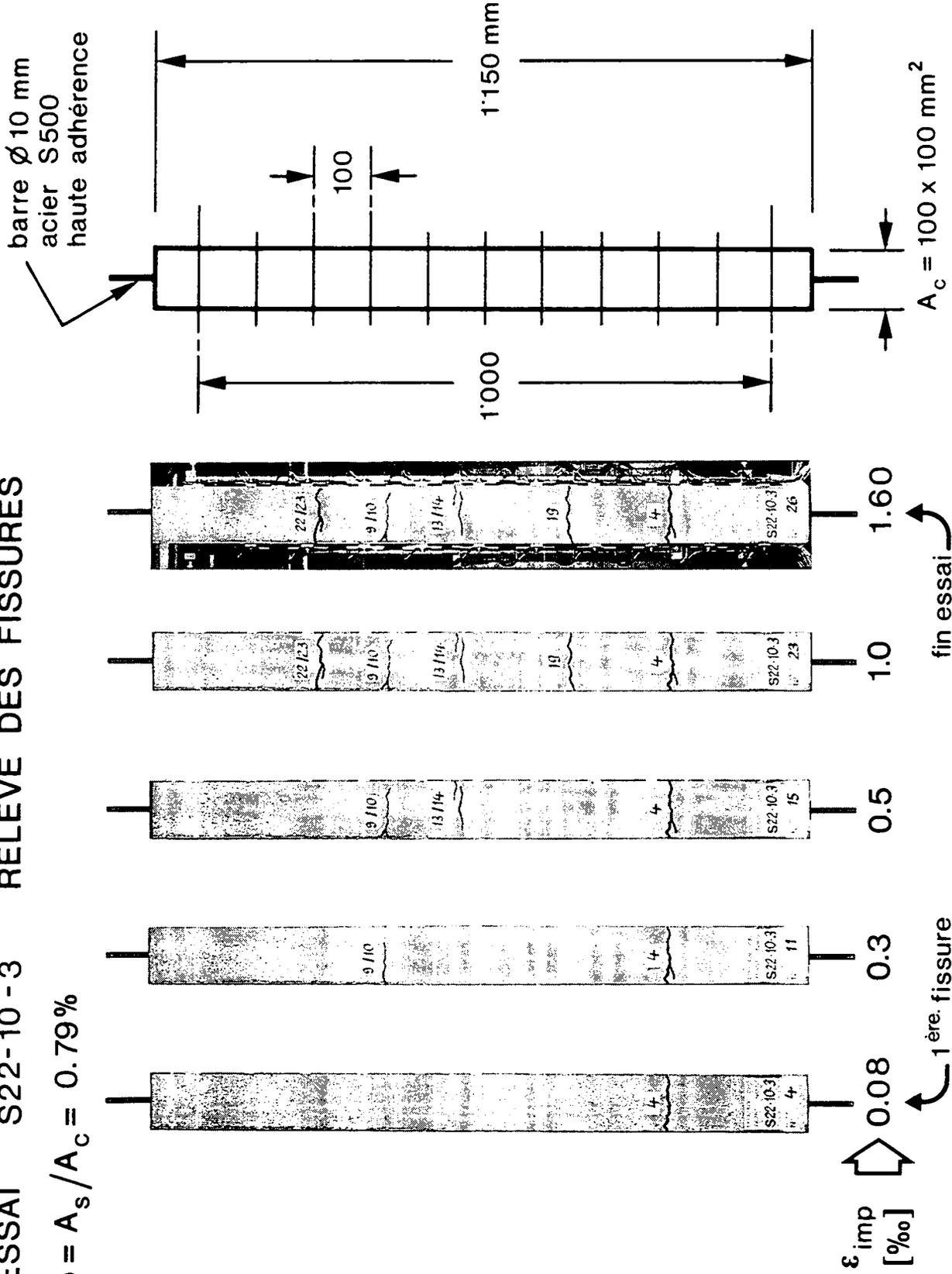


Fig. 3.4 : Relevé des fissures d'un essai de tirant en béton armé. Tirant S22-10-3

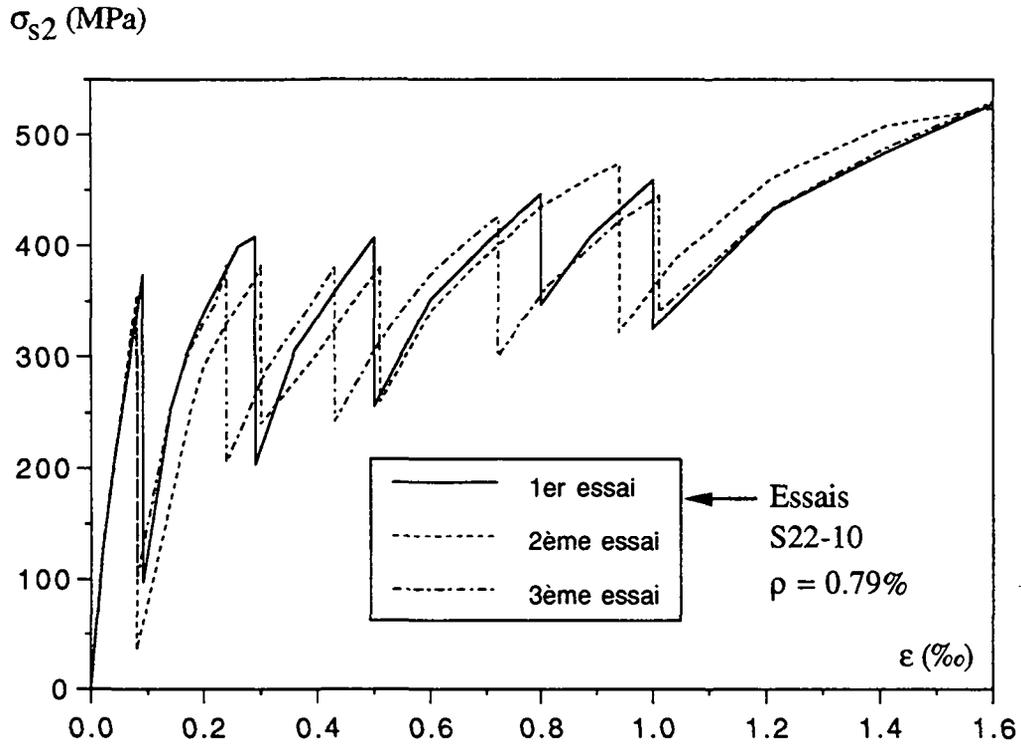


Fig. 3.5(a) : Diagramme contrainte - déformation ( $\sigma_{s2}$  -  $\epsilon$ ) des essais sur tirants S22-10-1 à S22-10-3

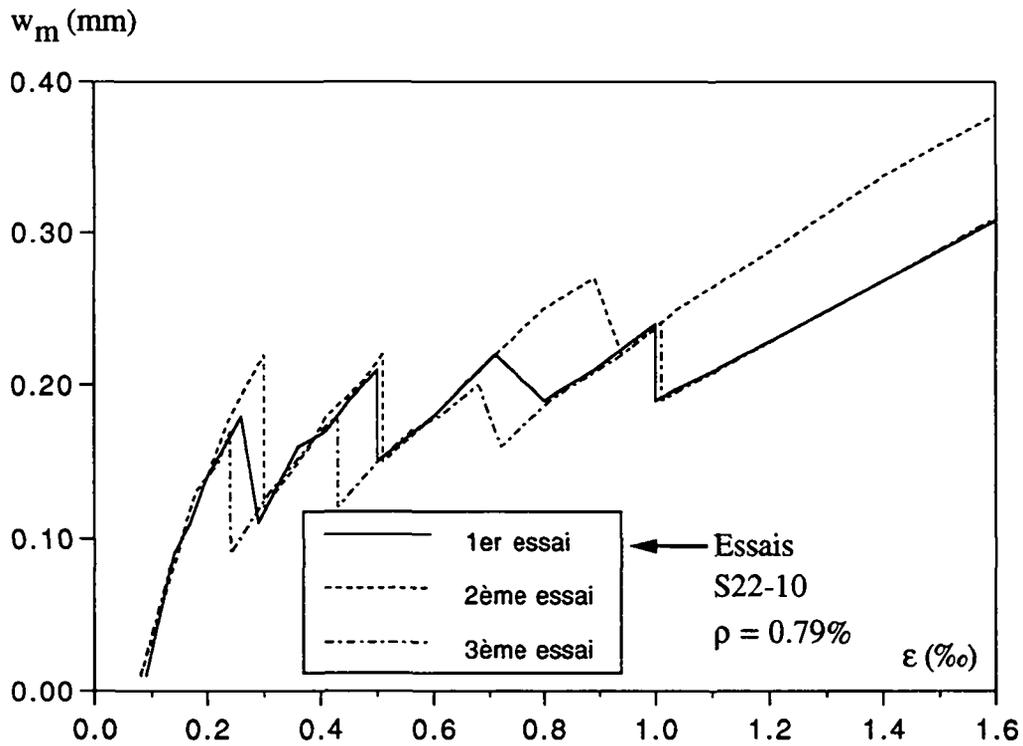


Fig. 3.5(b) : Diagramme ouverture moyenne des fissures - déformation ( $w_m$  -  $\epsilon$ ) des essais sur tirants S22-10-1 à S22-10-3

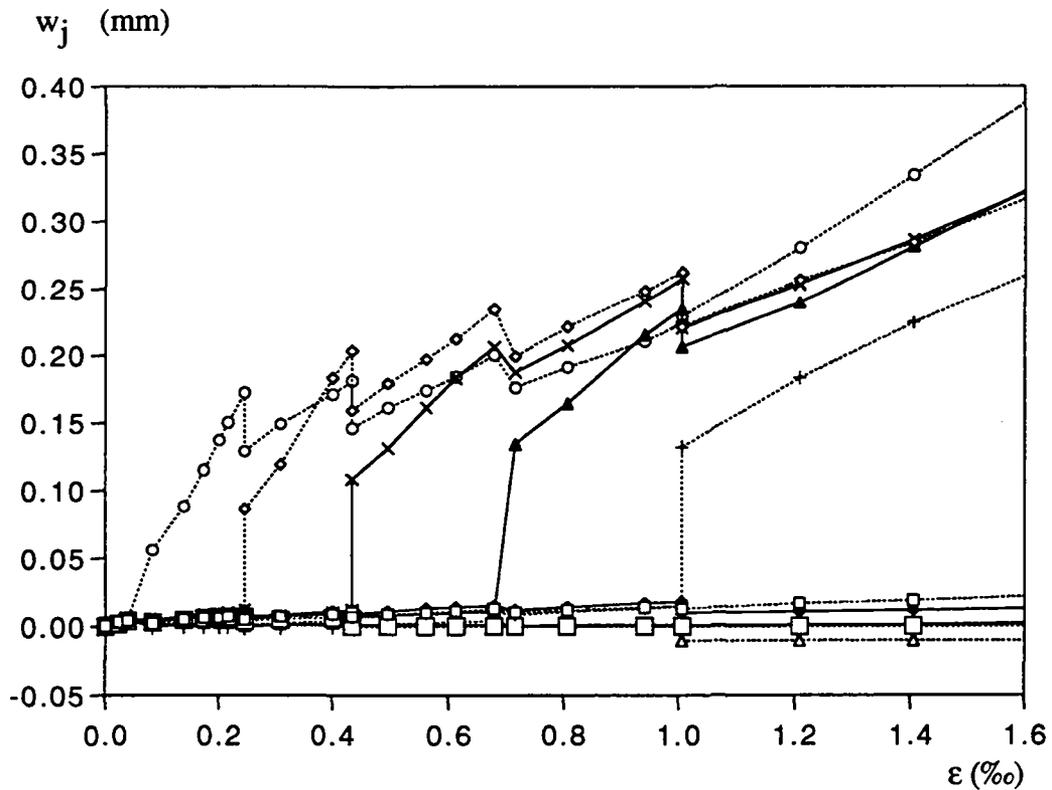
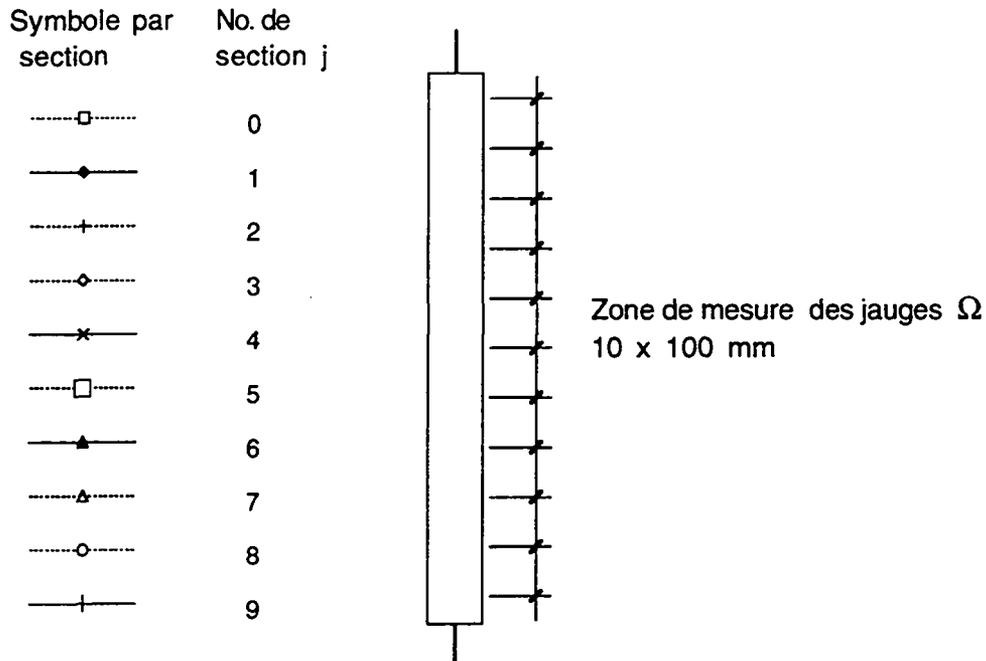


Fig. 3.6 : Ouvertures moyennes des fissures individuelles mesurées par jauges  $\Omega$  en fonction de la déformation totale  $\varepsilon$  (tirant S22-10-3)

La figure 3.6 illustre, à titre d'exemple, les courbes ( $w_j - \epsilon$ ) représentant l'évolution des ouvertures moyennes de fissures individuelles mesurées par jauges  $\Omega$  en fonction de la déformation totale  $\epsilon$  du tirant dans l'essai S22-10-3. Chaque courbe ( $w_j - \epsilon$ ) représente la moyenne des quatre valeurs mesurées par les 4 jauges  $\Omega$  placées au droit de la section  $j$  ( $j = 0$  à  $9$ ).

La figure 3.6 confirme le phénomène décrit ci-dessus sur la base des ouvertures des fissures individuelles. En effet, cette figure montre que l'apparition d'une nouvelle fissure provoque une fermeture partielle des fissures existantes dans le tirant. Cette figure montre que les ouvertures moyennes des fissures individuelles du tirant sont du même ordre de grandeur.

### 3.3.3 Synthèse des résultats d'essais sur tirants

#### • Résistance effective à la traction du béton

L'analyse des résultats d'essais sur tirants a montré que la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure, respectivement de la dernière fissure, était influencée par le pourcentage d'armature. La résistance effective à la traction du béton d'un tirant à l'apparition de la première fissure  $f_{ct,1}$  est d'autant plus faible que le pourcentage d'armature était élevé. Cette réduction provient de la présence d'une contrainte de traction résultant de l'entrave au retrait du béton suite à la présence de l'armature.

La régression linéaire effectuée sur les points ( $f_{ct,1} / f_{ctm} - \rho$ ) nous a fourni la relation suivante, illustrée à la figure 3.7 :

$$\frac{f_{ct,1}}{f_{ctm}} = \eta\rho = 0.983 - 11.19 \rho \quad (3.2)$$

La figure 3.7 montre, malgré l'énorme dispersion des valeurs de  $\eta\rho$ , que la présence de l'armature dans une structure mince sujette au retrait peut réduire de façon considérable la résistance effective à la traction du béton [F28].

La résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la dernière fissure  $f_{ct,n}$  a également été déduite à partir de chaque essai de tirant [F28].

Une régression linéaire effectuée sur le nuage de points ( $f_{ct,n} / f_{ct,1} - \rho$ ) nous a fourni la relation suivante, illustrée à la figure 3.8 :

$$\frac{f_{ct,n}}{f_{ct,1}} = \delta = 1.13 + 26.08 \rho \quad (3.3)$$

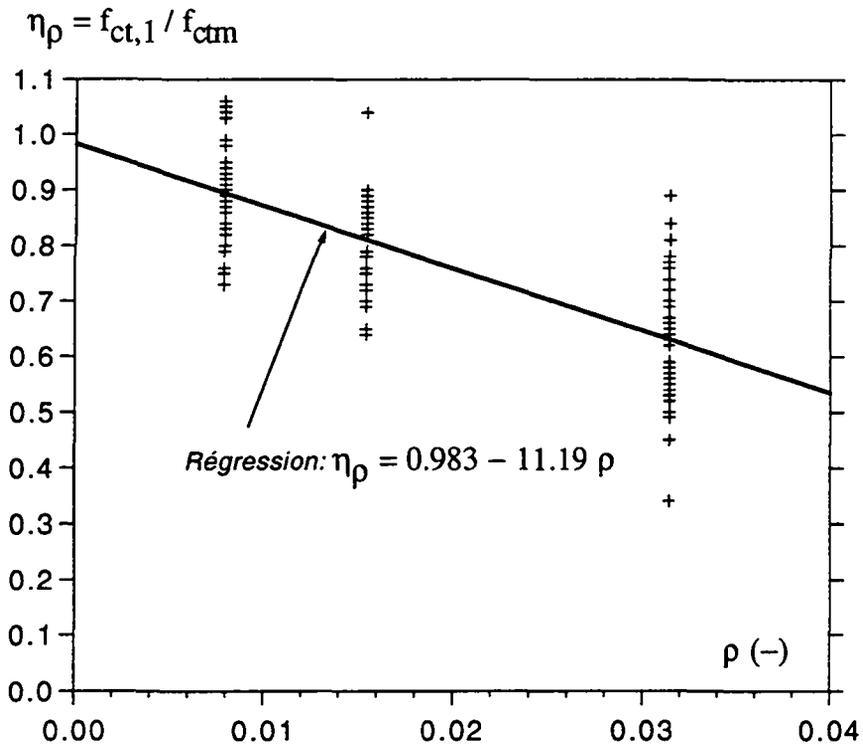


Fig. 3.7 Influence du pourcentage d'armature  $\rho$  sur le rapport  $f_{ct,1} / f_{ctm}$  selon nos essais sur tirants ( $h = 0.10$  m)

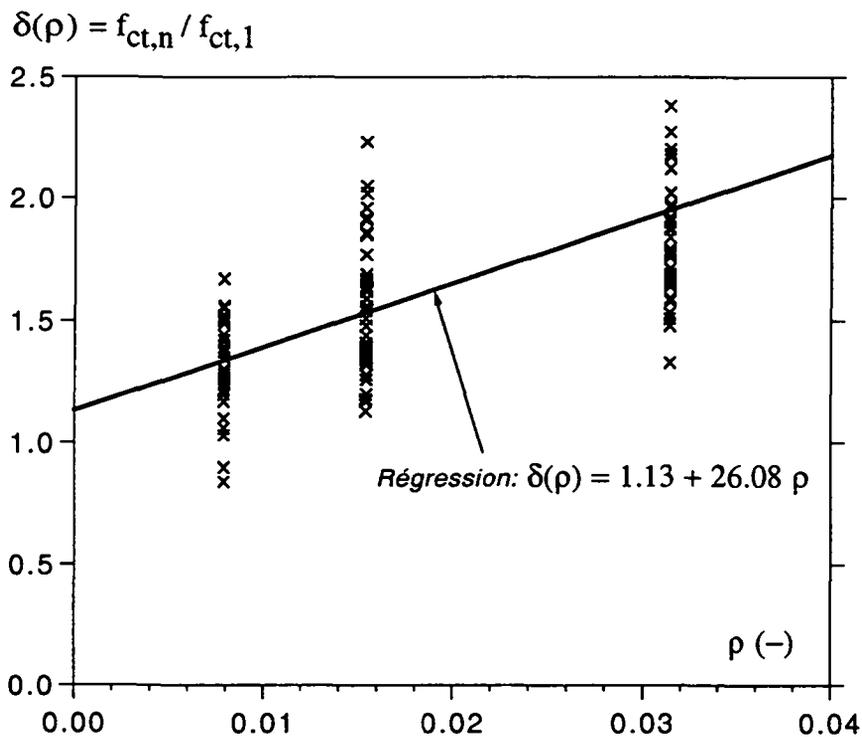


Fig. 3.8 Influence du pourcentage d'armature sur  $\delta = f_{ct,n} / f_{ct,1}$

Signalons ici qu'il était extrêmement difficile de définir, de façon précise, le point correspondant à la stabilisation de la fissuration ( $f_{ct,n}$  et  $\epsilon_{srn}$ ) à partir des essais sur tirants, étant donné que la fissuration stabilisée n'était pas atteinte systématiquement dans tous les essais et que la transition entre la phase de formation des fissures et celle de fissuration stabilisée s'effectue en réalité plutôt progressivement que brusquement en un point donné. Le nombre final de fissures atteint était en outre peu élevé (de 3 à 8) étant donné la faible longueur des tirants.

Signalons encore que la résistance effective à la traction du béton dépend d'autres facteurs, qui n'ont pas été étudiés ici, tels que l'épaisseur de la structure  $h$  et la valeur du retrait libre du béton  $\epsilon_{cs}$ .

#### • Ouvertures moyennes des fissures

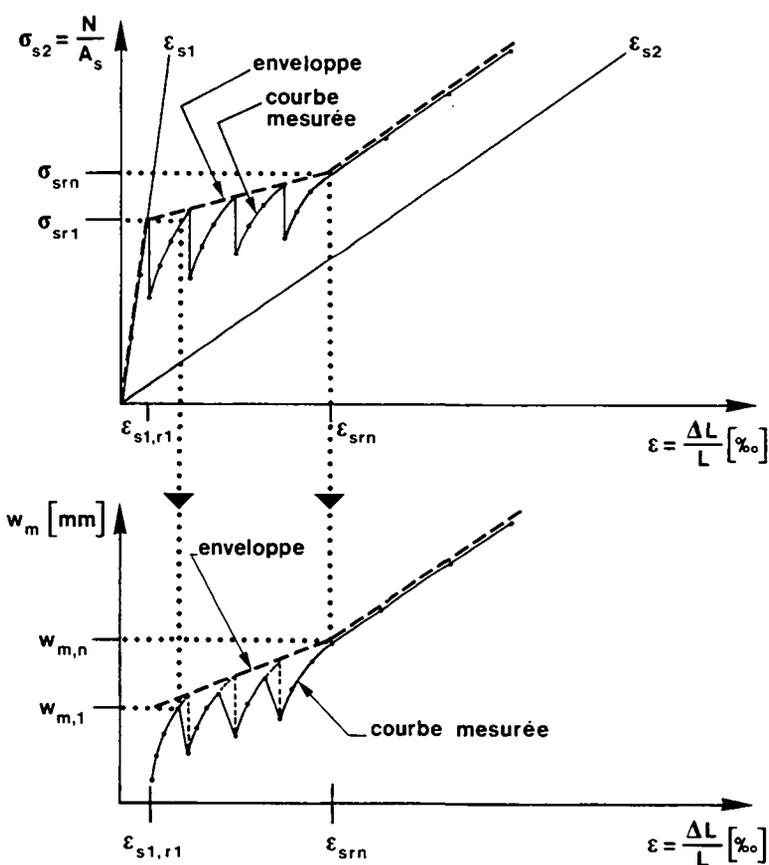


Fig. 3.9 Courbes enveloppes des diagrammes ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) et ( $w_m - \epsilon$ ) mesurés lors d'un essai de tirant

L'ouverture moyenne des fissures sous la déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$  a été obtenue à partir de chaque courbe enveloppe ( $w_m - \varepsilon$ ) résultant d'un essai de tirant. La définition de la courbe enveloppe est illustrée à la figure 3.9. Les valeurs de  $w_m$  ainsi obtenues sont représentées en fonction de la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  à la figure 3.10 pour l'ensemble des essais dépouillés.

Les courbes illustrées à la figure 3.10 ont été obtenues à partir de régressions non linéaires des moindres carrés effectuées sur les 3 nuages de points ( $w_m, f_{cm}$ ) correspondant respectivement aux 3 quantités d'armature utilisées :  $\text{Ø}10, \rho = 0.79\%$ ;  $\text{Ø}14, \rho = 1.54\%$ ; et  $\text{Ø}20, \rho = 3.14\%$ .

Ces courbes montrent que l'ouverture moyenne des fissures sous une déformation imposée de  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$  augmente peu avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton. Cette augmentation est de 22% (moyenne pour les trois pourcentages d'armature) quand la résistance du béton varie de 30 à 90 MPa. Cependant, la courbe de régression ( $w_m - f_{cm}$ ) correspondant au  $\text{Ø}14$  ( $\rho = 1.54\%$ ) a une "pente" plus élevée que celle des deux autres courbes de régression ( $\text{Ø}10$  et  $\text{Ø}20$ ).

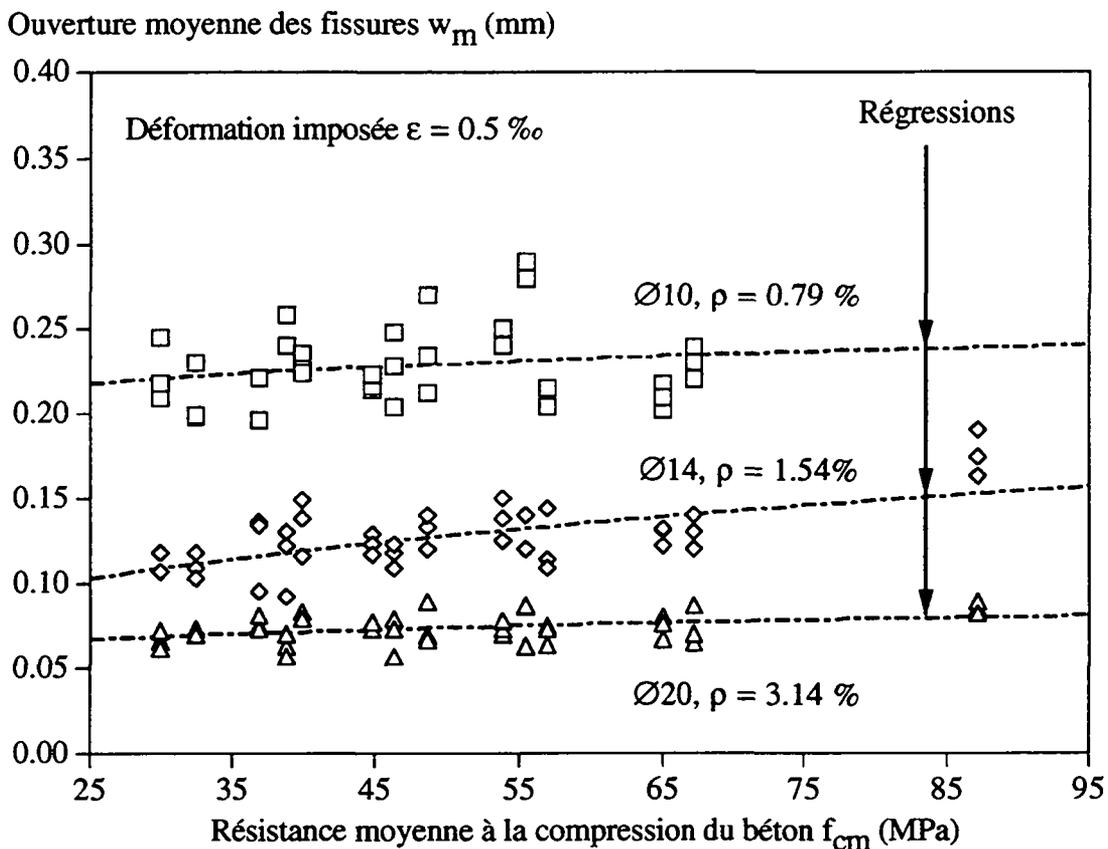


Fig. 3.10 Influence de la résistance à la compression du béton sur les ouvertures moyennes des fissures mesurées sur petits tirants sous déformation imposée ( $\varepsilon = 0.5\text{‰}$ )

Remarquons que cette "pente" (obtenue à partir de la totalité des résultats de tirants avec Ø14) est plus élevée que celle de la régression limitée aux résultats des bétons jusqu'à une résistance de  $f_{cm} = 70$  MPa. En effet, les résultats correspondant au béton H52 ( $f_{cm} = 87$  MPa) semblent sortir du nuage de points. Il nous paraît toutefois raisonnable de négliger les résultats du béton H52 dans cette analyse étant donné la composition très différente de ce béton par rapport à tous les autres et, d'autre part, étant donné le faible nombre de résultats pour  $f_{cm} > 70$  MPa. Il en résulte que l'augmentation moyenne de l'ouverture des fissures n'est que de 17% (sans les résultats avec H52 et Ø14), quand la résistance du béton varie de 30 à 90 MPa.

A résistance à la compression identique, aucune influence significative de la composition du béton (type et dosage en ciment et dosage en fumée de silice) sur l'ouverture moyenne des fissures n'a pu être observée dans les essais sur tirants.

En conclusion et compte tenu de l'importance de la dispersion régissant le phénomène de fissuration, l'ouverture moyenne des fissures dans un élément sollicité en déformation imposée et se trouvant en phase de formation des fissures n'est guère augmentée quand la résistance du béton augmente de 30 à 90 MPa, toutes autres choses étant égales par ailleurs.

Signalons enfin que des essais sur grands tirants réalisés récemment à l'IBAP par Mivelaz [F61] ont montré que l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée dans un élément en BHP ( $f_{cm} = 78$  MPa) et celle dans un élément similaire en BO ( $f_{cm} = 42$  MPa) sont du même ordre de grandeur. Ces résultats confirment nos observations sur petits tirants et, en particulier, le fait que l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée dans un tirant reste du même ordre de grandeur lorsque la résistance à la compression du béton varie de 30 à 90 MPa, toute autre chose (en particulier l'armature) restant inchangée.



## 4. CONTRIBUTION À LA GÉNÉRALISATION DU MODÈLE ANALYTIQUE

### 4.1. Analyse critique des modèles de calcul existants et démarche de l'étude

#### 4.1.1 Limites des modèles classiques

Les modèles de calcul des ouvertures des fissures et méthodes de contrôle de la fissuration utilisés dans les codes et normes actuels pour les structures en béton armé, ont été développés ces dernières décennies à partir d'essais réalisés sur des éléments en bétons ordinaires. La plupart de ces méthodes de calcul, désignées ici par "classiques" (2.25), sont basées sur une formulation semi-empirique où la longueur d'introduction  $L_r$ , l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$  et la déformation relative moyenne de l'acier  $\epsilon_{sm}$  sont définis par les équations semi-empiriques (2.22) et (2.26.b), qui découlent d'essais sur éléments dont la résistance moyenne à la compression du béton sur cylindres à l'âge de 28 jours ne dépasse pas environ 40 MPa. Ces modèles ne sont donc pas applicables, sans autre aux bétons à hautes performances (BHP).

De plus, les modèles "classiques" ne sont valables que dans l'une ou l'autre des phases de fissuration. Or, en réalité la phase de fissuration dans laquelle se trouve un élément de structure n'est, à priori, pas déterminée. Par exemple, le modèle proposé par Schiessl [F70] et représentatif de la majeure partie des méthodes de calcul des ouvertures des fissures utilisées dans les codes et normes actuels, n'est valable qu'en phase de fissuration stabilisée. Il ne peut être appliqué, pour cette raison, pour la prédiction de l'ouverture des premières fissures. En effet, l'espacement moyen des fissures donné par (2.22) n'a de sens que si la fissuration est stabilisée. Par contre, d'autres modèles de calcul des ouvertures des fissures ne sont valables que dans la phase de formation des fissures. C'est le cas du modèle pratique développé par Jaccoud [F45], qui est à l'origine de la méthode de calcul de l'armature minimale de la norme suisse SIA 162 [C4]. En plus, la longueur d'introduction  $L_r$ , utilisée dans ce modèle, est déduite de l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$  proposé par Schiessl. Les domaines de validités des méthodes classiques pour le calcul des ouvertures des fissures sont illustrés par la figure 4.1.

En examinant l'équation de l'espacement moyen des fissures des modèles classiques (2.22) on constate que le coefficient  $k_1 = f_{ctm}/\tau_m$  est une constante. Cela signifie que la longueur d'introduction et l'espacement moyen des fissures sont indépendants de la résistance du béton. Par contre, la déformation relative moyenne de l'acier  $\epsilon_{sm}$  au voisinage des fissures, calculée d'après ce modèle, augmente proportionnellement à la résistance à la traction du béton  $f_{ctm}$  selon (2.26.b).

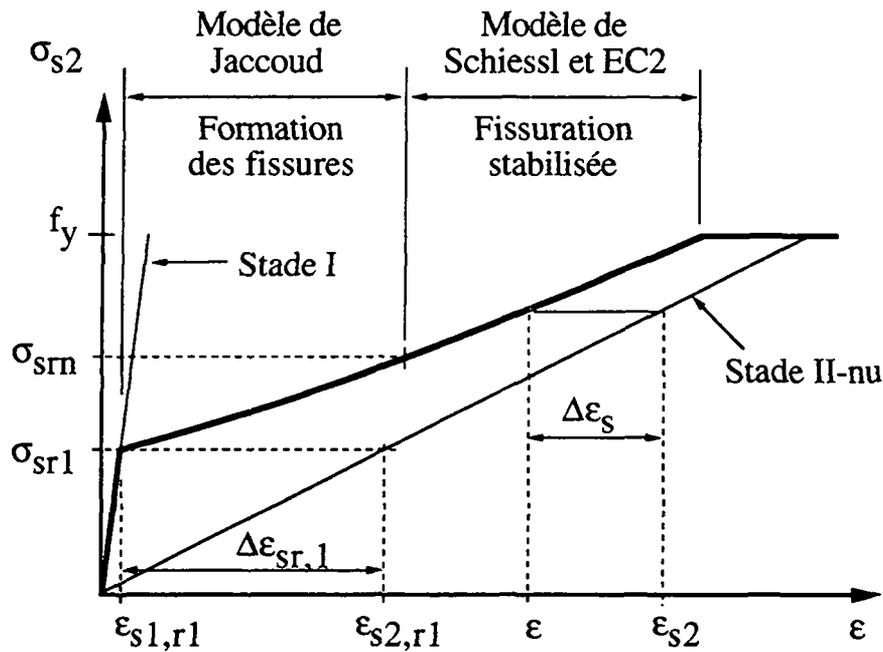


Fig. 4.1 : Domaines de validité des modèles classiques pour le calcul des ouvertures de fissures

L'ouverture moyenne des fissures dans les modèles classiques est définie par l'équation (2.25) comme étant le produit de l'espacement moyen des fissures et de la déformation relative moyenne de l'acier d'armature. Il en résulte, en raison de l'équation (2.25), que l'ouverture moyenne des fissures calculée, d'après ce modèle, augmente proportionnellement à la résistance à la traction du béton  $f_{ctm}$ . Cependant, l'étude expérimentale effectuée dans le cadre de cette recherche [F28], a montré que l'ouverture moyenne des fissures d'un tirant sous déformation imposée constante, de par exemple 0.5 ‰, augmente peu lorsque la résistance du béton augmente. Ceci malgré l'augmentation de la force de fissuration de façon proportionnelle à la résistance à la traction du béton.

En résumé, les modèles classiques pour le calcul des ouvertures des fissures surestiment l'augmentation de l'ouverture moyenne des fissures avec celle de la résistance du béton, car ils ne tiennent pas correctement compte de l'amélioration de l'adhérence béton - armature qui résulte de l'utilisation des BHP. Cette amélioration entraîne la diminution de la longueur d'introduction  $L_T$  dans le cas des BHP par rapport à celle des BO. Il est donc souhaitable d'avoir une méthode de prédiction des ouvertures de fissures et de contrôle de la fissuration, qui soit valable quelles que soient la phase de fissuration et la résistance du béton.

Des modèles de calcul des ouvertures de fissures plus modernes, mais plus complexes, basés sur la loi d'adhérence béton - armature se sont avérés très efficaces pour la prédiction du comportement à la fissuration des BHP (voir §2.2.3). Cependant, les paramètres de ces modèles ont également été calibrés lors d'essais d'adhérence effectués sur éprouvettes en BO et exigent donc une adaptation aux BHP.

#### 4.1.2 Modèles existants adoptés et démarche de l'étude

Le développement d'un nouveau modèle de calcul d'ouverture de fissures ne faisant pas partie des objectifs de cette thèse, nous avons adopté un modèle de calcul et des solutions théoriques existants dans la littérature qui ont été initialement développés par plusieurs chercheurs tels que Noakowski, Bruggeling et Van der Veen. Le modèle de calcul d'ouverture de fissures, basé sur la relation d'adhérence béton-armature, a déjà été exposé au §2.3.2. Contrairement aux modèles classiques présentés au §4.1.1, ce modèle a l'avantage de pouvoir tenir compte de l'influence de la résistance du béton sur la fissuration au moyen d'un choix adéquat de la relation d'adhérence béton-armature.

Une synthèse appropriée des solutions théoriques partielles existantes, permet d'obtenir un modèle généralisé pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures, basé sur la relation d'adhérence et valable quelles que soient la résistance du béton et la phase de fissuration de la structure. Les paramètres de la relation d'adhérence sont obtenus par calibrage en comparant les ouvertures moyennes des fissures calculées à l'aide du modèle à celles mesurées lors des 135 essais sur tirants en B.A.

Rappelons ici que nous avons choisi de désigner par "bétons à hautes performances" ou BHP, les bétons à hautes résistances. En fait, la résistance du béton durci est le paramètre prédominant sur l'ouverture des fissures et sur la quantité d'armature nécessaire pour le contrôle de la fissuration des structures en B.A. Bien entendu, les bétons à hautes performances offrent d'autres avantages en plus de leur haute résistance (faible chaleur d'hydratation, faible perméabilité, durabilité accrue, meilleure ouvrabilité, ..).

La démarche suivie dans cette étude pour mettre au point, calibrer et valider le modèle de calcul d'ouverture de fissures est illustrée par l'organigramme de la figure 4.2. Cette figure montre l'interaction entre les données théoriques existantes dans la littérature, celles expérimentales obtenues à partir des essais de laboratoire ainsi que les diverses hypothèses admises et les étapes de calcul de l'ouverture moyenne des fissures.

En premier lieu, une relation multilinéaire contrainte-déformation semblable à celle du Code Modèle 90 est choisie pour représenter le comportement global d'un tirant. Les résistances effectives à la traction du béton à l'apparition de la première et dernière fissure sont estimées en fonction de la résistance moyenne à la traction directe du béton sur éprouvettes à l'aide des facteurs multiplicatifs  $\lambda$  et  $\delta$ . Le facteur  $\lambda$  correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure a été repris de la littérature alors que le facteur  $\delta$  correspondant à l'apparition de la dernière fissure a été obtenu à partir de nos propres résultats d'essais sur tirants.

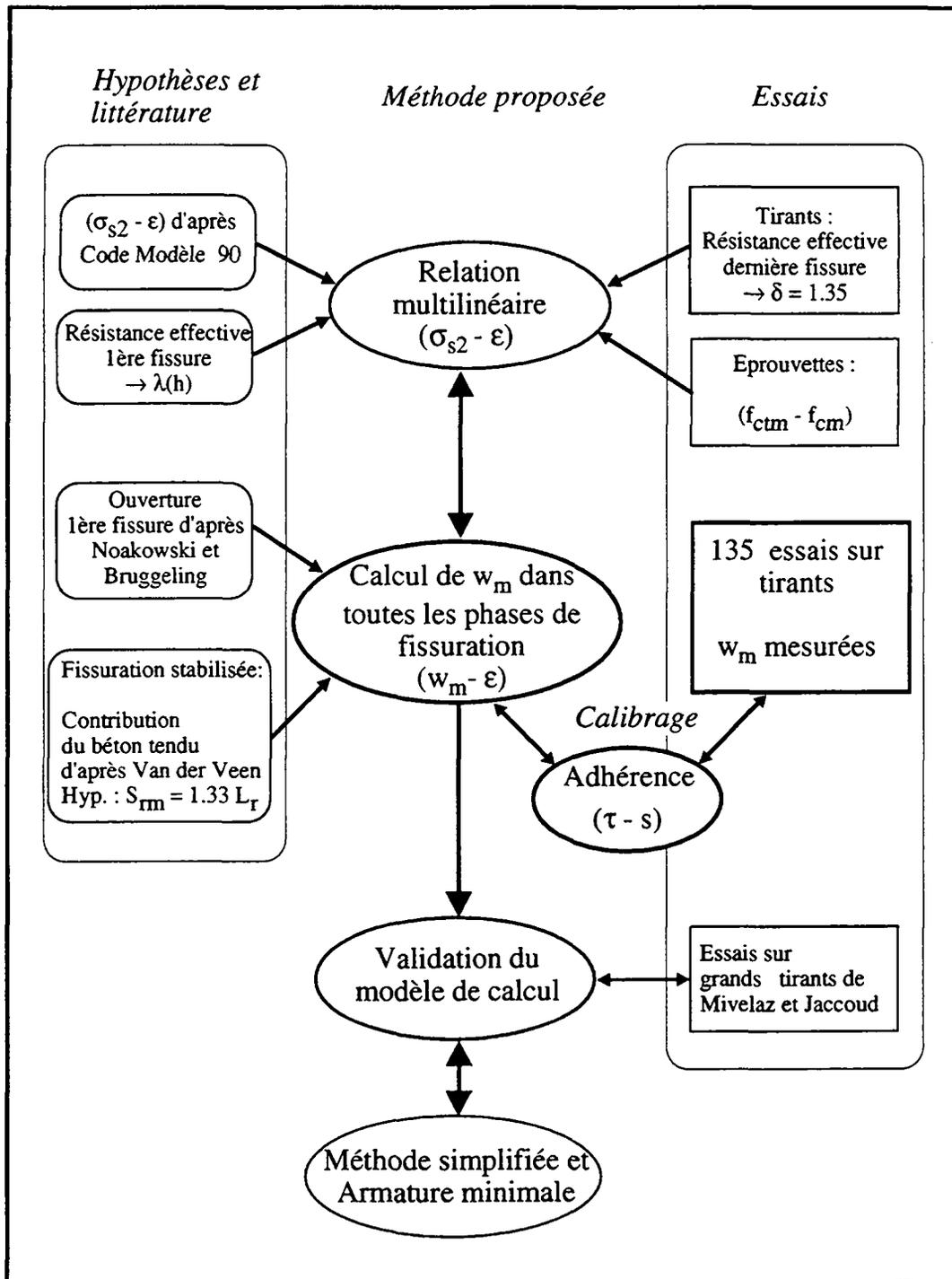


Fig. 4.2 : Organigramme illustrant la démarche de l'étude

En second lieu, l'ouverture de la première fissure ainsi que la longueur d'introduction sont calculés à l'aide du modèle analytique basé sur une relation locale d'adhérence initialement développé par Rehm, Noakowski, Bruggeling et d'autres (§2.3.2.1 et §2.3.2.2). La contribution du béton tendu et l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée sont calculées à partir d'une solution qui a été récemment développée par Van der Veen (§2.3.2.3), en adoptant des hypothèses différentes concernant l'espacement

moyen des fissures et la relation multilinéaire contrainte-déformation. Les paramètres de la relation d'adhérence sont calibrés sur la base des nombreux essais de fissuration réalisés sur petits tirants.

Le modèle analytique calibré est ensuite utilisé pour prédire la relation multilinéaire contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) et la relation ouverture moyenne des fissures - déformation ( $w_m - \epsilon$ ), dans un tirant en B.A. lorsque la résistance à la compression du béton varie entre 30 à 90 MPa. Des comparaisons entre les ouvertures des fissures calculées à l'aide du modèle et celles mesurées lors d'essais sur grands tirants réalisés à l'IBAP permettent de valider le modèle de calcul pour les structures de dimensions réalistes, de l'ordre de 0.20 à 0.40 m d'épaisseur. Enfin, des méthodes de calcul simplifiées sont développées à partir du modèle de calcul d'ouverture de fissures, afin de permettre le contrôle de la fissuration dans les structures en béton à l'aide d'une armature minimale appropriée.

## **4.2 Relation multilinéaire contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) pour un tirant en B.A.**

### **4.2.1 Généralités**

Le comportement réel à la fissuration d'un tirant et ses diverses phases de fissuration ont été décrits au chapitre 2. Nous allons dans ce paragraphe représenter par un modèle mathématique ce comportement réel de la façon la plus fidèle et la plus générale possible. Le but de cette modélisation est de trouver une relation généralisée contrainte - déformation du tirant et de mettre en évidence les facteurs pouvant l'influencer.

Les divers auteurs ayant déjà utilisé ce type de modèles ont souvent admis différentes hypothèses concernant la définition du point de stabilisation de la fissuration et l'évolution de la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée (voir §2.1).

Le choix de la relation multilinéaire contrainte - déformation pour un tirant en B.A. repose sur les arguments suivants :

- La relation est simple et général à la fois: les droites ont une expression mathématique simple mais étant réticulées à leurs extrémités, elles permettent de modéliser et couvrir toutes les possibilités de comportement entre les 2 droites du stade I et du stade II-nu.
- Elle met en évidence les différentes phases de fissuration : contrairement au modèle hyperbolique [F18], la relation multilinéaire montre clairement dans le diagramme ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) le point de passage entre la phase de formation des fissures et celle de fissuration stabilisée. Cela facilite le développement et l'application des méthodes de calcul et de contrôle de la fissuration en permettant de les partager de façon analogue aux phases de fissuration.

#### 4.2.2 Description de la relation multilinéaire ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ )

Les hypothèses adoptées pour la relation multilinéaire contrainte - déformation d'un tirant en béton armé représenté à la figure 4.3, sont les suivantes:

- Le tirant se comporte en stade I, élastique linéaire, jusqu'à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure.
- La courbe force - déformation ou contrainte - déformation du modèle représente l'enveloppe de la courbe mesurée lors d'un essai de tirant en laboratoire.
- La phase de fissuration stabilisée existe. Cette phase commence à une valeur de sollicitation définie par le point B de la figure 4.3, de coordonnées  $(\epsilon_{srn}, \sigma_{srn})$ . L'espacement des fissures ainsi que leur nombre restent constants avec l'accroissement de la sollicitation au delà du point B.
- La contribution du béton tendu entre les fissures  $\Delta\epsilon_{s,n}$ , est constante dans la phase de fissuration stabilisée.
- La phase de rupture est représentée, dans le diagramme contrainte - déformation, par une droite horizontale au niveau de la contrainte de plastification de l'acier d'armature  $f_y$ , même quand la plastification de l'acier d'armature a lieu en phase de formation des fissures (c'est le cas quand  $\rho < \frac{f_{ct,n}}{f_y}$ ).
- La relation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) est établie pour les sollicitations de courte durée. Elle pourrait être étendue aux sollicitations de longue durée ou à celles cycliques, mais cela ne l'a pas été dans le cadre de la présente étude.
- La relation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) est établie pour des éléments dont l'épaisseur ne dépasse pas 40 cm environ. Pour des éléments de forte épaisseur, on reprend les données communément admises en l'état actuel des connaissances, et en particulier de celles expérimentales.

Voici maintenant une courte description de la relation multilinéaire contrainte - déformation pour un tirant en B.A. représentée à la figure 4.3. La courbe se compose de 3 segments de droites inclinées suivis d'une semi-droite horizontale qui modélise le comportement en phase de rupture. Le segment OA de pente  $E_1$ , représente la phase homogène (non fissurée) ou stade I, AB de pente  $E_2$ , représente la phase de formation des fissures et BC de pente  $E_3$  (égale à  $E_s$  dans les axes  $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) la phase de fissuration stabilisée.

La relation multilinéaire ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) du comportement global du tirant est entièrement déterminée, par les points A et B et C. Le point A de coordonnées  $(\epsilon_{s1,r1}, \sigma_{sr1})$  correspond à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure. La contrainte  $\sigma_{sr1}$  dans l'acier au droit de la fissure correspond à la

résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  lors de l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure dans le tirant . Le point B de coordonnées  $(\epsilon_{srn}, \sigma_{srn})$  définit l'apparition de la dernière fissure. Il est le point de passage entre la phase de formation des fissures et celle de fissuration stabilisée. Ainsi, l'augmentation de la contrainte  $\sigma_{s2}$  en phase de formation des fissures est définie par :

$$\delta = \frac{\sigma_{srn}}{\sigma_{sr1}} = \frac{f_{ct,n}}{f_{ct,1}}$$

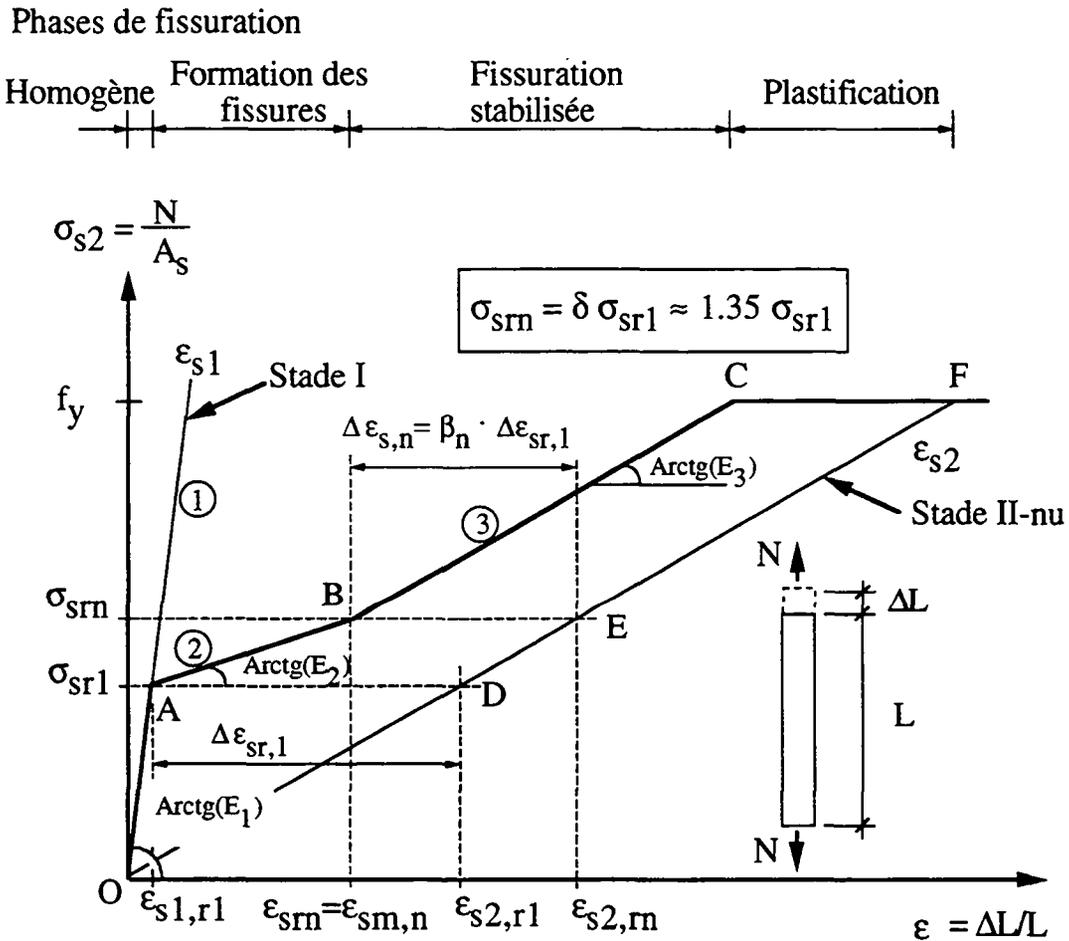


Fig. 4.3 : Modèle multilinéaire: Relation contrainte - déformation relative ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) d'un tirant en béton armé

La contribution du béton tendu entre les fissures au moment de l'apparition de la dernière fissure est définie par l'équation (4.2) en fonction  $\Delta \epsilon_{sr,1}$ . La grandeur  $\Delta \epsilon_{sr,1}$  est la différence entre la déformation relative de l'acier dans une section en stade II-nu et celle dans une autre section en stade I, au moment de l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure (équation 4.1).

$$\Delta\varepsilon_{sr,1} = \varepsilon_{s2,r1} - \varepsilon_{s1,r1} = \frac{1 - \rho}{1 + (\alpha - 1) \rho} \cdot \varepsilon_{s2,r1} = \frac{(1 - \rho) \cdot f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} \quad (4.1)$$

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \beta_n \cdot \Delta\varepsilon_{sr,1} = \beta_n \cdot \frac{(1 - \rho) \cdot f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} \quad (4.2)$$

Le point de stabilisation de la fissuration B, est ainsi défini par les paramètres  $\delta$  et  $\beta_n$ . Le facteur  $\delta$  définit le niveau de sollicitation  $\sigma_{sm}$  au moment de l'apparition de la dernière fissure (stabilisation de la fissuration), alors que  $\beta_n$  définit la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_{s,n}$  correspondant à la contrainte  $\sigma_{sm}$ .

Il est possible de modéliser correctement le comportement force - déplacement d'un tirant, en choisissant différents couples de valeurs des paramètres  $\delta$  et  $\beta_n$ . Toutefois, un choix arbitraire de ces paramètres peut ne pas convenir du point de vue de la fissuration. En effet, la déformation relative du tirant au moment de l'apparition de la dernière fissure (point B) a une signification locale puisqu'elle représente également la déformation moyenne de l'acier entre les fissures. Pour cette raison le facteur  $\beta_n$  sera déterminé à l'aide du modèle local pour le calcul de l'ouverture des fissures. On montrera au §4.3 que  $\beta_n$  s'écrit en fonction du facteur d'adhérence  $b$  et de  $\delta$ , en égalant la déformation relative du tirant  $\varepsilon$  et la déformation relative moyenne de l'acier d'armature  $\varepsilon_{sm,n}$ , au point de stabilisation de la fissuration (point B à la figure 4.3). Le paramètre  $\delta$  dépend essentiellement de la variabilité de la résistance effective à la traction du béton. Sa valeur sera déterminée au §4.2.3 à partir des résultats d'essais sur tirants.

Ouvrons enfin une parenthèse à propos de l'extension de la relation multilinéaire ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) aux sollicitations de longue durée. Cette extension serait possible à condition de considérer l'influence du temps sur les paramètres du modèle. D'abord, le fluage du béton en traction intervient dans le calcul de la droite représentant le stade I. Ensuite, un éventuel "fluage" de la liaison béton - armature peut réduire la contribution du béton tendu. Cette réduction pourrait être prise en compte en adoptant une valeur plus faible pour  $\beta_n$  dans le cas de sollicitations de longue durée.

#### 4.2.3 Résistance effective à la traction du béton

La résistance effective à la traction du béton correspondant à l'apparition des fissures successives  $f_{ct,i}$  dans un tirant en B.A. augmente de  $f_{ct,1}$  pour la première fissure à  $f_{ct,n}$  pour la dernière fissure. La raison de cette augmentation est la variation aléatoire de la résistance à la traction au sein de l'élément structural. Les premières fissures apparaissent dans les sections où la résistance à la traction est la plus faible. Ainsi la résistance effective ou apparente à la traction

du béton à l'apparition de la première fissure est généralement plus faible que la valeur moyenne de la résistance à la traction du béton dans la structure ou dans l'élément considéré.

D'autre part, la résistance à la traction dans une structure réelle est plus faible que celle obtenue sur des petites éprouvettes du même béton. Cette différence provient de la présence de contraintes de traction et de compression auto équilibrées sur la section en béton de l'élément de structure et de la microfissuration du béton qui en résulte ainsi que de l'influence de la taille sur la résistance. Ces autocontraintes sont dues à l'entrave au retrait du béton considéré par l'armature et aux gradients thermique et hydrique agissant sur la section [F30], [B49].

L'estimation de la résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  est nécessaire pour le calcul des ouvertures de fissures. Cette évaluation peut s'effectuer à partir de la résistance moyenne à la traction du béton sur éprouvettes corrigée par des facteurs qui tiennent compte de la variabilité de la résistance à la traction et de l'influence des autocontraintes dans la structure.

On définit les résistances effectives à la traction à l'apparition de la première et de la dernière fissure comme suit :

$$f_{ct,1} = \lambda \cdot f_{ctm}(t) \quad (4.3)$$

$$f_{ct,n} = \delta \cdot f_{ct,1} = \lambda \cdot \delta \cdot f_{ctm}(t) \quad (4.4)$$

avec  $\lambda < 1$  et  $\delta > 1$ .

La résistance moyenne à la traction directe du béton à un âge donné  $f_{ctm}(t)$ , s'exprime en fonction de celle à l'âge de 28 jours et du facteur  $\eta_t$  donné au tableau 2.1 au §2.1.3. La fonction de durcissement  $\eta_t$  décrit l'évolution de la résistance à la traction du béton dans le temps avant l'âge de 28 jours :

$$f_{ctm}(t) = \eta_t \cdot f_{ctm}(28j) \quad (4.5)$$

La résistance moyenne à la traction directe du béton à l'âge de 28 jours s'obtient de la relation empirique définie par l'équation (3.1) :

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot (f_{cm})^{0.6} \quad (4.6)$$

L'influence des autocontraintes sur la résistance effective à la traction dépend principalement de l'épaisseur de la structure  $h$  et du pourcentage d'armature  $\rho$ . Pour l'influence de l'épaisseur, à défaut d'une propre recherche sur la question, nous avons admis le facteur  $\lambda(h)$  proposé par Schiessl [F70], adopté par d'autres chercheurs et dans certains codes et donné au tableau 2.2 au chapitre 2 [F45], [C3], [C1]. Ce facteur a été établi dans le cas d'éléments à pourcentage d'armature courant ( $\rho = 0.5$  à  $1\%$ ). Tandis que l'influence du pourcentage d'armature a été constatée lors des nombreux essais que nous avons effectués sur des petits tirants en B.A.

[F28]. Il nous a été possible de déduire deux fonctions de  $\rho$  par régressions linéaires sur les valeurs mesurées de  $f_{ct,1}/f_{ctm}$  et  $f_{ct,n}/f_{ctm}$  à l'âge de 28 jours (équation  $\eta_\rho$  et  $\delta$ ). Les fonctions empiriques de  $\eta_\rho$  et de  $\delta$  ainsi obtenues sont illustrées à la figure 4.4.

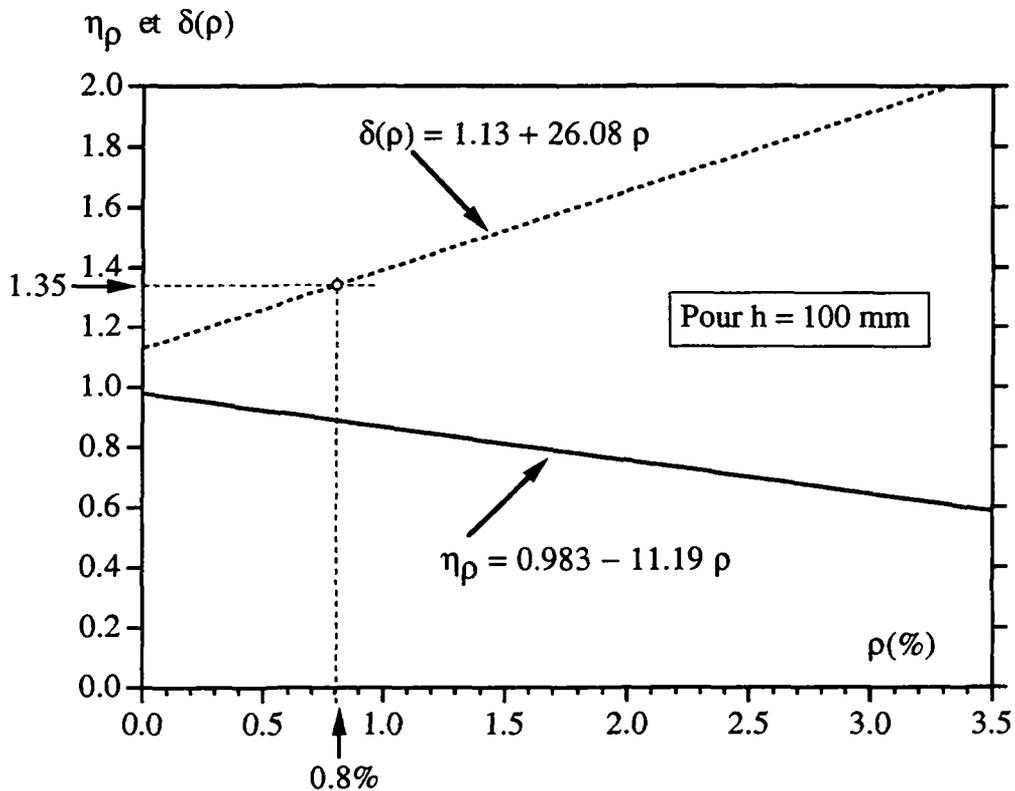


Fig. 4.4 : Relations empiriques montrant l'influence de  $\rho$  sur les facteurs  $\eta_\rho$  et  $\delta$  [F28]

Cependant, nous allons admettre pour simplifier l'estimation des résistances effectives à la traction du béton dans le modèle de calcul, que l'influence de l'armature est donnée par des valeurs constantes de  $\eta_\rho$  et  $\delta$ , c'est-à-dire indépendantes du pourcentage d'armature  $\rho$ . Cette simplification est admissible pour les pourcentages courants d'armature, généralement compris entre 0.5 et 1% pour des éléments sollicités en traction pure. Pour de telles valeurs, les variations de  $\eta_\rho$  et de  $\delta$  dues à  $\rho$  peuvent en effet être considérées comme négligeables comme l'indique la figure 4.4. On adopte ainsi la valeur de  $\delta$  correspondant au pourcentage moyen d'armature  $\rho = 0.8\%$  soit :

$$\delta = 1.35$$

En définitive, les résistances effectives à la traction du béton, correspondant à la première et à la dernière fissure, peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$f_{ct,1} = \lambda(h) \cdot f_{ctm}(t) \quad (4.7)$$

$$f_{ct,n} = 1.35 \cdot \lambda(h) \cdot f_{ctm}(t) \quad (4.8)$$

Avec,

$$\begin{aligned} \lambda(h) &= 0.8 && \text{pour } h \leq 0.3 \text{ m} \\ \lambda(h) &= 0.5 && \text{pour } h \geq 0.8 \text{ m} \\ \lambda(h) &= 0.98 - 0.6 h && \text{pour } 0.3 \text{ m} < h < 0.8 \text{ m} \end{aligned} \quad (4.9)$$

La figure 4.5 montre les fonctions de l'épaisseur  $\lambda(h)$  et  $1.35 \lambda(h)$  permettant d'estimer les résistances effectives à la traction du béton  $f_{ct,1}$  et  $f_{ct,n}$ , en fonction de la résistance moyenne à la traction du béton  $f_{ctm}$ .

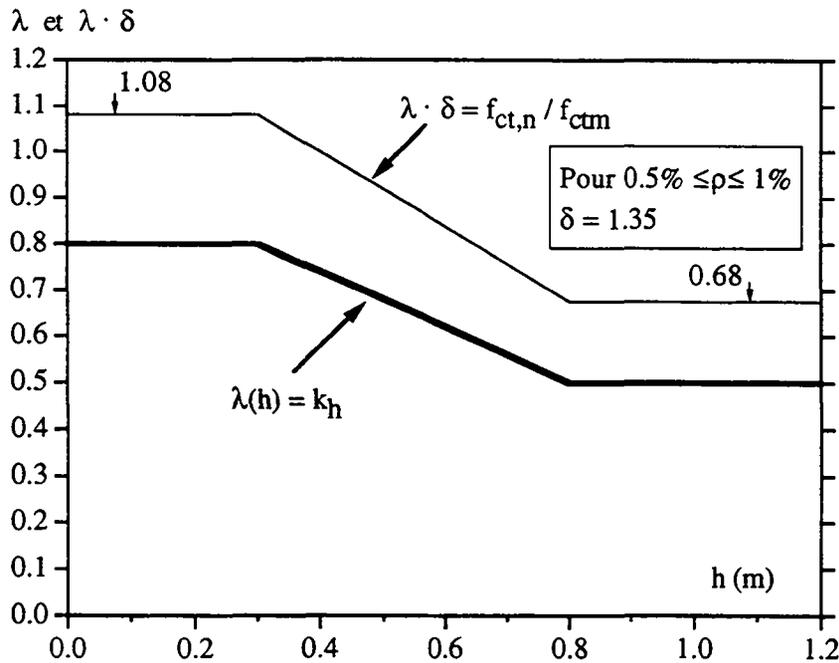


Fig. 4.5 : Relations empiriques montrant l'influence prépondérante de l'épaisseur  $h$  sur les facteurs  $\lambda(h)$  et  $\lambda \cdot \delta$  permettant d'estimer  $f_{ct,1}$  et  $f_{ct,n}$

#### 4.2.4 Formulation mathématique

La relation mathématique exprimant la loi contrainte - déformation d'un tirant en béton armé, peut être écrite en fonction de plusieurs variables équivalentes. Par exemple, force - déplacement ( $N - \Delta L$ ), force - déformation relative ( $N - \epsilon$ ), contrainte dans l'acier - déformation relative ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) ou encore, contrainte dans le béton - déformation relative ( $\sigma_{c1} - \epsilon$ ). Établissons, par équilibre des forces, l'équivalence entre l'effort normal de traction et les contraintes  $\sigma_{c1}$  dans une section en stade I d'un côté et celles dans une section en stade II-nu de l'autre.

$$N = A_c (1 + (\alpha - 1)\rho) \cdot \sigma_{c1} = A_s \cdot \sigma_{s2} \quad (4.10)$$

On peut ainsi exprimer la contrainte dans l'armature au droit de la fissure en fonction de celle dans le béton d'une section homogène (en stade I):

$$\sigma_{s2} = \sigma_{c1} \cdot \frac{1 + (\alpha - 1)\rho}{\rho} \quad (4.11)$$

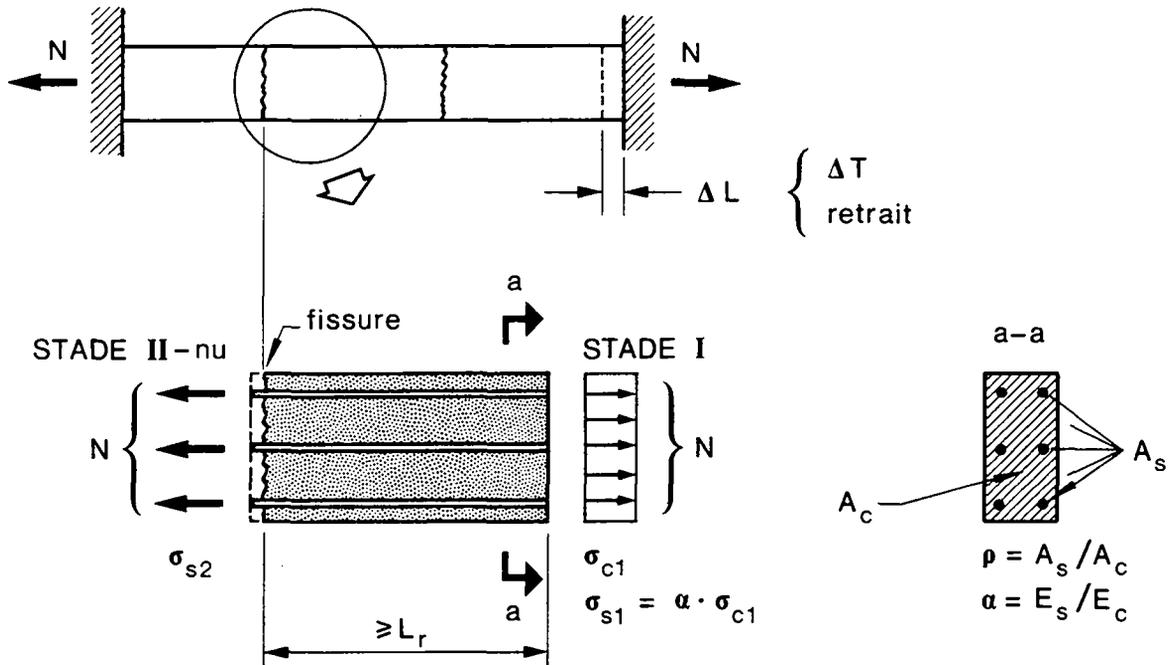


Fig. 4.6 : Équilibre des forces au voisinage d'une fissure dans un tirant

Le béton et l'acier respectent la loi de Hooke d'où:

$$\sigma_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_{c1}$$

$$\sigma_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2}$$

$$\sigma_{s1} = E_s \cdot \varepsilon_{s1} = \alpha \cdot \sigma_{c1} \quad (4.12)$$

En introduisant (4.12) dans (4.11), on établit la relation entre les contraintes dans l'acier d'armature en stade I et en stade II-nu:

$$\sigma_{s2} = \sigma_{s1} \cdot \frac{1 + (\alpha - 1)\rho}{\alpha \rho}$$

La formulation mathématique se résume aux équations des droites 1 à 3 que nous définissons ci-après dans les axes  $(\sigma_{s2} - \varepsilon)$  seulement (voir figure 4.3). Les équations des droites 1 à 3 dans les représentations  $(\sigma_{c1} - \varepsilon)$  et  $(N - \varepsilon)$ , ainsi que leurs pentes ( $E_1$  à  $E_3$ ), sont développées en détail à l'Annexe A. Les paramètres déterminant la loi de comportement  $(\sigma_{s2} - \varepsilon)$  d'un tirant en béton armé sont:  $\delta$ ,  $\beta_n$ ,  $f_{ct,1}$ ,  $\rho$ ,  $E_s$  et  $\alpha$ .

Voici les équations des droites 1 à 3 :

- Droite 1 ( $\sigma_{s2} \leq \sigma_{sr1}$ ) : phase homogène (Stade I)

$$\sigma_{s2} = E_1 \cdot \varepsilon_{c1} = \frac{1 + (\alpha - 1)\rho}{\alpha \rho} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{c1} \quad (4.13)$$

- Droite 2 ( $\sigma_{sr1} \leq \sigma_{s2} \leq \sigma_{srn}$ ): phase de formation des fissures

$$\sigma_{s2} = E_2 \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{s1,r1}) + \sigma_{sr1} \quad (4.14)$$

- Droite 3 ( $\sigma_{s2} \geq \sigma_{srn}$ ): phase de fissuration stabilisée

$$\sigma_{s2} = E_3 \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{srn}) + \sigma_{srn} = E_s \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{srn}) + \sigma_{srn} \quad (4.15)$$

La pente de la droite 2 représentant la phase de formation des fissures  $E_2$  est donnée par :

$$E_2 = \frac{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}}$$

En développant cette dernière expression, on obtient l'équation suivante définissant  $E_2$  en fonction des paramètres:  $\delta$ ,  $\beta_n$ ,  $\alpha$ ,  $E_s$  et  $\rho$  (voir Annexe A et l'équation (A.14)) :

$$E_2 = \frac{(\delta - 1) \cdot (1 + (\alpha - 1)\rho)}{[\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha \rho]} \cdot E_s$$

La pente ( $E_2$ ) de la droite représentant la phase de formation des fissures dans le diagramme ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) est une constante pour des valeurs données de  $\delta$  et  $\beta_n$ . En adoptant les valeurs  $\alpha = 6.5$  et  $\beta_n = 0.72$ , on obtient la pente  $E_2 = 0.57 E_s$ . La valeur de  $\beta_n$  adoptée ici correspond à la valeur du coefficient d'adhérence  $b = 0.3$  et sera obtenue au § 4.3.3.

La déformation du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $\varepsilon_{s1,r1}$  s'obtient à partir de la résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  en appliquant la loi de Hooke:

$$\varepsilon_{s1,r1} = \frac{f_{ct,1}}{E_c} = \lambda \cdot \frac{f_{ctm}}{E_c} \quad (4.16)$$

La déformation relative du tirant correspondant à la stabilisation de la fissuration  $\varepsilon_{srn}$  est définie par :

$$\varepsilon_{srn} = \varepsilon_{s2,rn} - \Delta\varepsilon_{s,n} \quad (4.17)$$

Les déformations relatives de l'acier au droit des fissures (en stade II-nu) à l'apparition de la première et de la dernière fissure s'obtiennent en introduisant les résistances effectives à la traction du béton  $\sigma_{c1} = f_{ct,1}$  respectivement,  $\sigma_{cn} = f_{ct,n}$  dans (4.11):

$$\varepsilon_{s2,r1} = \frac{\sigma_{sr1}}{E_s} = \frac{f_{ct,1}(1 + (\alpha - 1)\rho)}{\rho \cdot E_s} \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_{s2,m} = \frac{\sigma_{sm}}{E_s} = \frac{\delta \cdot f_{ct,1}(1 + (\alpha - 1)\rho)}{\rho \cdot E_s} \quad (4.19)$$

En introduisant (4.2) et (4.19) dans (4.17), on trouve après développement et compte tenu de (4.18), l'expression de la déformation relative au moment de stabilisation de la fissuration  $\varepsilon_{sm}$ :

$$\varepsilon_{sm} = [\delta(1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n(1 - \rho)] \cdot \frac{f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} = \left( \delta - \frac{\beta_n(1 - \rho)}{1 + (\alpha - 1)\rho} \right) \cdot \varepsilon_{s2,r1} \quad (4.20)$$

Si la plastification des aciers apparaît durant la phase de fissuration stabilisée, la contribution du béton tendu au moment de la plastification est donnée par l'équation (4.2). On peut ainsi en déduire la déformation relative du tirant au début de la phase de la plastification de l'armature, représentée par le point C à la figure 4.3 :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{sy} - \Delta\varepsilon_{s,n} = \frac{f_y}{E_s} - \frac{\beta_n(1 - \rho)f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} \quad (4.21.a)$$

Si la plastification de l'armature apparaît durant la phase de formation des fissures, le diagramme multilinéaire se réduit à 2 droites inclinées et une droite horizontale représentant la phase de plastification comme montré à la figure 4.7.

La déformation relative du tirant au début de la phase de plastification se déduit de (4.14) en posant  $\sigma_{s2} = f_y$  :

$$\varepsilon_y = \frac{f_y - \sigma_{sr1}}{E_2} + \varepsilon_{s1,r1} \quad (4.21.b)$$

La déformation du tirant au moment de la plastification de l'acier dépend donc dans ce cas de la différence entre  $f_y$  et  $\sigma_{sr1}$ .

Le pourcentage d'armature d'un tirant doit vérifier la condition suivante, découlant de l'équation 4.11, pour éviter la plastification de l'acier d'armature durant la phase de formation des fissures:

$$\rho \geq \frac{f_{ct,n}}{f_y - (\alpha - 1)f_{ct,n}} = \frac{\lambda \cdot \delta \cdot f_{ct,m}}{f_y - (\alpha - 1) \cdot \lambda \cdot \delta \cdot f_{ct,m}} \quad (4.22)$$

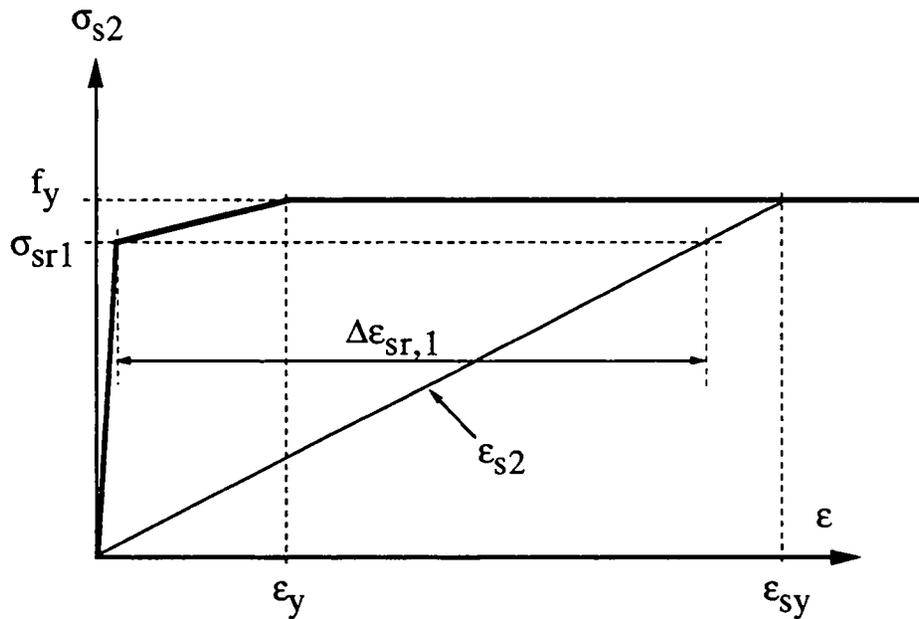


Fig. 4.7 : Diagramme contrainte - déformation en cas de plastification de l'armature durant la phase de formation des fissures

Comparons pour terminer le diagramme contrainte - déformation ( $\sigma_{s2}$ - $\epsilon$ ) du modèle multilinéaire avec celui du modèle hyperbolique du CEB [F18]. Les paramètres utilisés pour le calcul de la loi multilinéaire sont les suivants:  $\lambda = 0.8$  et  $\beta_n = 0.72$ . Signalons ici que l'expression permettant le calcul de  $\beta_n$  en fonction du facteur d'adhérence  $b$  et de  $\delta$  sera développée au §4.3.3. La valeur adoptée ici pour  $\beta_n$  correspond à  $b = 0.3$  et  $\delta = 1.35$ . La même résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  est considérée pour les 2 modèles. Des courbes contrainte - déformation pour 3 tirants ayant la même résistance du béton, mais 3 pourcentages d'armature différents, sont tracées à l'aide des 2 modèles à la figure 4.8.

La différence entre les courbes calculées selon les 2 modèles est faible, pour les pourcentages courants d'armature et pour des déformations imposées raisonnables ne dépassant pas 0.8 ‰. Cette comparaison montre la capacité du modèle multilinéaire à prédire la relation ( $\sigma_{s2}$  -  $\epsilon$ ) d'un tirant en B.A.

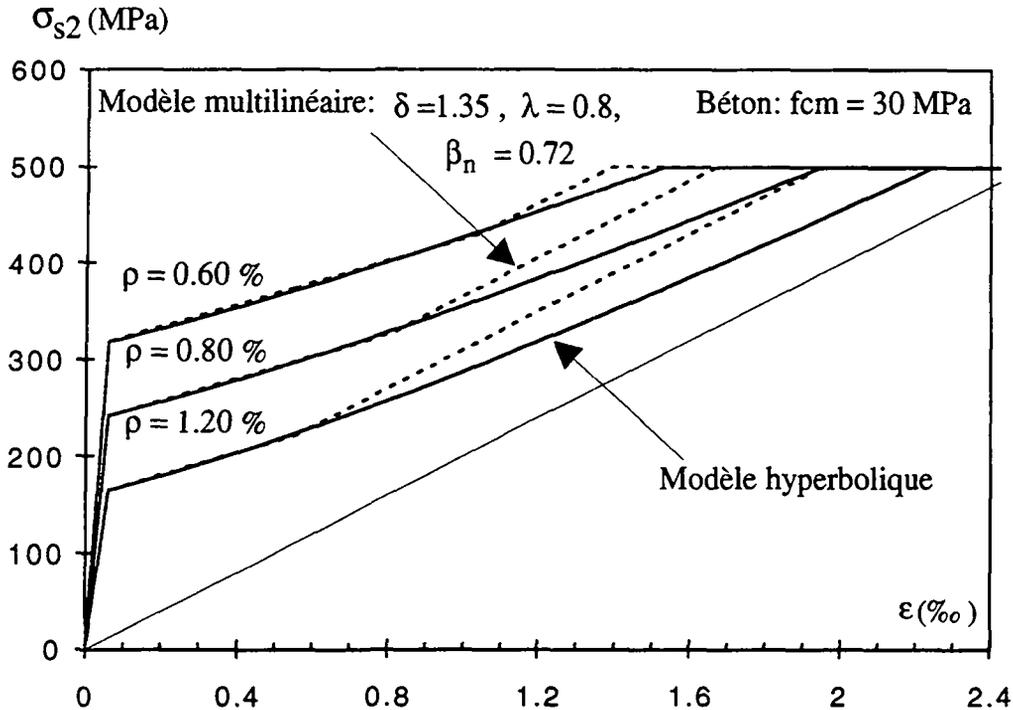


Fig. 4.8 : Comparaison entre la loi contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) hyperbolique du CEB et celle multilinéaire

La construction du diagramme contrainte - déformation pour un tirant en B.A. (figure 4.3) se résume aux étapes suivantes:

- Estimation de la résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $f_{ct,1} = \lambda f_{ctm}$  avec  $\lambda$  (h) selon (4.9)
- Calcul du point A ( $\epsilon_{s1,r1}$ ,  $\sigma_{sr1}$ ) au moyen des équations (4.16) et (4.18)
- Calcul du point B ( $\epsilon_{sm}$ ,  $\sigma_{sm}$ ) à l'aide des équations (4.20) et (4.19) après avoir choisi une valeur pour  $\delta$  et  $\beta_n$ , pour lesquelles nous proposons  $\delta = 1.35$  et  $\beta_n = 0.72$ .
- On trace la droite représentant le stade II-nu et on calcule en particulier les points D ( $\epsilon_{s2,r1}$ ,  $\sigma_{sr1}$ ) et E ( $\epsilon_{s2,m}$ ,  $\sigma_{sm}$ )
- On trace, du point B, une parallèle BC à la droite OF du stade II-nu. Le point de rupture C est donné par les coordonnées ( $\epsilon_y$ ,  $f_y$ ).

## 4.3 Calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans toutes les phases de fissuration

### 4.3.1 Principe du calcul

Le modèle analytique basé sur la loi d'adhérence ( $\tau - s$ ) pour le calcul de l'ouverture d'une fissure isolée, a été présenté au chapitre 2 sur la base des travaux de plusieurs chercheurs [F64], [F13]. Une extension de ce modèle à la phase de fissuration stabilisée, effectuée par Van der Veen [F76], a montré que l'ouverture moyenne des fissures au moment de l'apparition de la dernière fissure valait 90 % de l'ouverture de la 1<sup>ère</sup> fissure. Cette conclusion découle de l'hypothèse de Van der Veen selon laquelle la force de fissuration reste constante en phase de formation des fissures.

Il s'agit, dans ce paragraphe, d'établir les formules de calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans toutes les phases de fissuration, à partir des solutions existantes dans la littérature [F64], [F76], [F13]. Nous admettons pour cette extension des hypothèses différentes de celles généralement admises concernant la loi contrainte - déformation d'un tirant et l'espacement moyen des fissures en phase de fissuration stabilisée. Cela, afin d'améliorer la prédiction des ouvertures des fissures dans toutes les phases de fissuration.

Les résistances effectives à la traction du béton à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $f_{ct,1}$  respectivement dernière fissure  $f_{ct,n}$  sont estimées conformément au §4.2.3. Le facteur  $\beta_n$  définissant la contribution du béton tendu en phase de fissuration stabilisée sera exprimé, à partir de la théorie, en fonction de  $\delta$  et du facteur d'adhérence  $b$ . Les coefficients définissant la relation d'adhérence ( $a$  et  $b$ ) seront déterminés ultérieurement au §4.4 à partir des ouvertures moyennes des fissures mesurées lors des essais sur tirants.

Le principe de l'extension est de faire correspondre au diagramme multilinéaire contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) d'un tirant en B.A., le diagramme bilinéaire ouverture moyenne des fissures - déformation ( $w_m - \epsilon$ ), illustré à la figure 4.9. La première droite de ce diagramme représente l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures; elle est déterminée par le point G ( $\epsilon_{s1,r1}, w_{m,1}$ ), correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure, et le point H ( $\epsilon_{srm}, w_{m,n}$ ), correspondant à l'apparition de la dernière fissure. La deuxième droite représente l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée; elle est désignée par HI à la figure 4.9 dont la pente est égale à l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$ .

L'ouverture moyenne des fissures sera calculée à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure et à celle de la dernière fissure, en phase de formation des fissures, et ensuite, en phase de fissuration stabilisée. Les diagrammes calculés ( $w_m - \epsilon$ ) et ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) correspondent aux enveloppes de ceux qui sont mesurées lors d'un essai (voir figures 3.9 et 4.15).

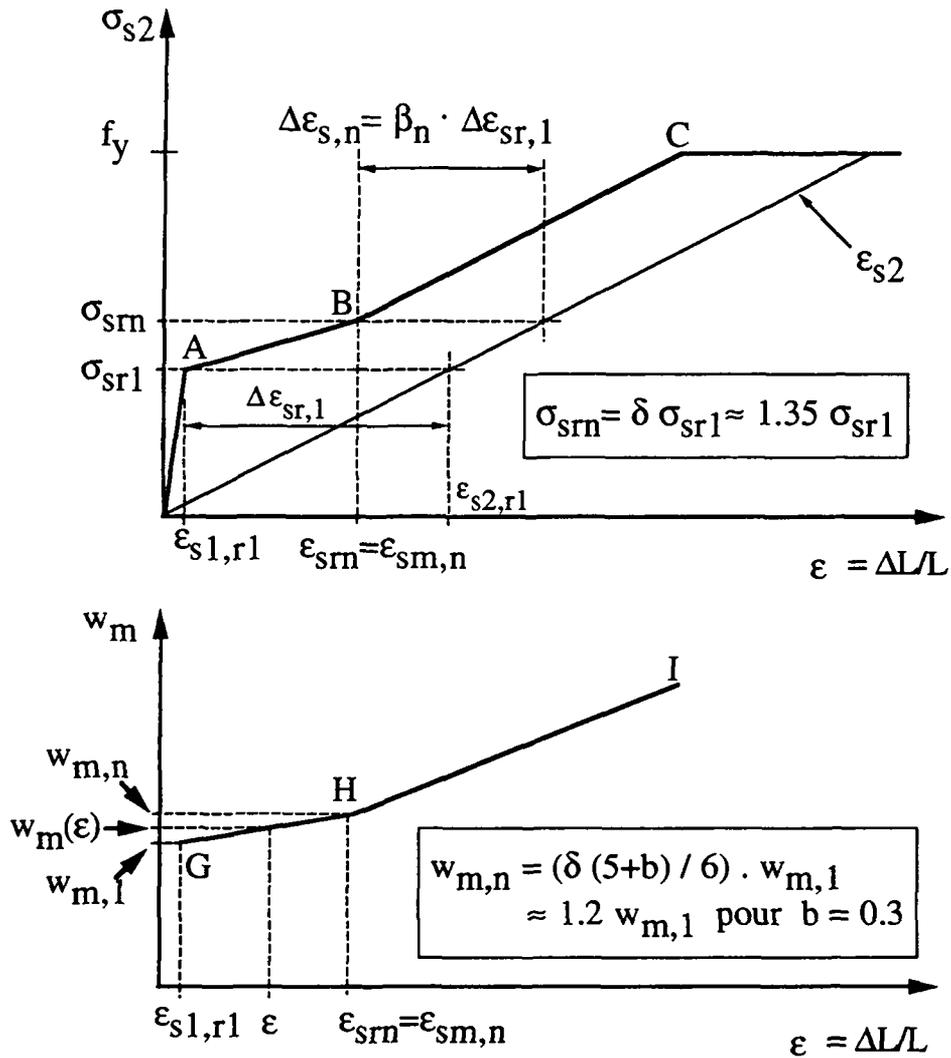


Fig. 4.9 : Correspondance entre les diagrammes  $(\sigma_{s2} - \epsilon)$  et  $(w_m - \epsilon)$  d'un tirant en B.A.

Le diagramme  $(w_m - \epsilon)$  est valable sous sollicitation de force imposée ou de déformation imposée étant donné que le diagramme contrainte - déformation  $(\sigma_{s2} - \epsilon)$  l'est également.

#### 4.3.2 Ouverture de la première fissure d'après Noakowski et Bruggeling

L'ouverture de la 1<sup>ère</sup> fissure peut être calculée à partir des solutions existantes exposées au §2.3.2 et développées par Noakowski et Bruggeling [F64], [F13].

Nous adopterons pour la suite de l'étude la relation fondamentale d'adhérence selon la forme générale suivante :

$$\tau = a \cdot \left( \frac{s}{s_1} \right)^b \quad (4.23.a)$$

Avec, 
$$a = a_1 \cdot (f_{cm})^{a_2} \quad (4.23.b)$$

$\tau$ ,  $f_{cm}$  en (MPa) et  $s$  en (mm).

$s_1 = 1$  mm : constante permettant de rendre  $s/s_1$  adimensionnel

$a_1, a_2$  et  $b$  : coefficients définissant la relation d'adhérence ( $\tau - s$ ).

Les coefficients définissant la loi d'adhérence dépendent du type d'armature utilisé et de la qualité d'adhérence béton - armature. C'est le coefficient d'aire relative  $f_R$  qui détermine l'influence du type de barres d'armature, alors que la position des barres d'armature influence la qualité de la liaison d'adhérence (voir §2.2.3). Les valeurs de ces coefficients seront déterminées au §4.4 au moyen de comparaisons entre les ouvertures des fissures mesurées lors des essais sur tirants et celles calculées à l'aide du modèle, sous déformation imposée  $\epsilon = 0.5\%$ .

En introduisant la contrainte dans l'acier correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $\sigma_{sr1}$  et les paramètres d'adhérence selon (4.23.a), dans les équations (2.33) et (2.37), on obtient l'équation de l'ouverture de la 1<sup>ère</sup> fissure  $w_{m,1}$  et la longueur d'introduction  $L_r$  :

$$w_{m,1} = 2 \cdot \left( \frac{(1+b) \cdot \varnothing \cdot s_1^b \cdot \sigma_{sr1}^2}{8 \cdot a \cdot E_s (1+\alpha\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} = (1-b) \cdot L_r \cdot \epsilon_{s2,r1} \quad (4.24.a)$$

$$L_r = \frac{w_{m,1} \cdot E_s}{(1-b) \sigma_{sr1}} = \frac{2}{1-b} \cdot \left( \frac{(1+b) \cdot \varnothing \cdot s_1^b \cdot E_s^b \cdot \sigma_{sr1}^{(1-b)}}{8 \cdot a \cdot (1+\alpha\rho)} \right)^{\frac{1}{1+b}} \quad (4.24.b)$$

#### 4.3.3 Déformation relative moyenne de l'acier en phase de fissuration stabilisée et contribution du béton tendu d'après Van der Veen

Nous présentons dans ce paragraphe le calcul théorique de la déformation relative moyenne de l'acier d'armature  $\epsilon_{sm}$  et de la contribution du béton tendu  $\Delta\epsilon_{s,n}$  en phase de fissuration stabilisée, en fonction des déformations relatives de l'acier en stade I  $\epsilon_{s1}$  et en stade II-nu  $\epsilon_{s2}$  ainsi que du facteur d'adhérence  $b$ .

Nous admettons les hypothèses suivantes pour l'extension du modèle de calcul existant à la phase de fissuration stabilisée :

- L'augmentation de la résistance effective à la traction du béton entre la première et la dernière ou  $n^{\text{ième}}$  fissure est définie par le facteur  $\delta$  conformément au §4.2.3
- L'espacement moyen des fissures  $S_{fm}$  est défini par la relation :

$$S_{rm} = \frac{4}{3} \cdot L_T \quad (4.25)$$

La deuxième hypothèse se justifie par le fait que l'espacement moyen des fissures en phase de fissuration stabilisée  $S_{rm}$ , se trouve entre la valeur minimale et maximale de l'espacement des fissures ( $L_T \leq S_{rm} \leq 2L_T$ ). Ainsi, un espacement moyen des fissures égal à  $S_{rm} = 4/3 L_T$  signifie que l'espacement des fissures est minimal ( $S_{r,min} = L_T$ ) sur une moitié de la longueur du tirant et maximal ( $S_{r,max} = 2L_T$ ) sur l'autre moitié.

L'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée peut être déduite de l'équation générale pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures:

$$w_m = \int_0^{S_{rm}} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)) dx = S_{rm} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (4.26)$$

Rappelons ici qu'en phase de fissuration stabilisée la déformation relative moyenne du tirant  $\varepsilon$  prise sur toute sa longueur et la déformation moyenne de l'acier  $\varepsilon_{sm}$  sont identiques, c'est-à-dire que pour  $\sigma_{s2} \geq \sigma_{sm}$  :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_{sm} = \varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{s,n} \quad (4.27.a)$$

En particulier la déformation relative du tirant  $\varepsilon_{srm}$  correspondant au début de la phase de fissuration stabilisée dans un tirant est égale à la déformation relative moyenne de l'acier entre les fissures  $\varepsilon_{sm,n}$ . En introduisant  $\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s2,m}$  dans (4.27.a), on obtient :

$$\varepsilon_{srm} = \varepsilon_{s2,m} - \Delta\varepsilon_{s,n} = \varepsilon_{sm,n} \quad (4.27.b)$$

Par conséquent, il suffit de connaître la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_{s,n}$  pour calculer l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée à l'aide de (4.26) et (4.27.a).

Ainsi, le calcul des ouvertures de fissures est ramené à celui de la déformation relative moyenne de l'armature au point de stabilisation de la fissuration ( $\varepsilon_{srm} = \varepsilon_{sm,n}$  représentée par le point B à la figure 4.9). Pour calculer la déformation relative moyenne de l'acier au point de stabilisation de la fissuration, nous utilisons la méthode développée par Van der Veen et présentée au §2.3.2.3. Cette méthode consiste à calculer  $\varepsilon_{sm,n}$  en fonction des valeurs de la déformation relative moyenne de l'acier  $\varepsilon_{sm}$ , dans les 2 cas particuliers de l'espacement maximal et minimal des fissures, au moment de l'apparition de la dernière fissure.

Ces deux valeurs sont désignées ici par :

$\epsilon_{sm,n1}$  : déformation relative de l'acier d'armature entre 2 fissures espacées de  $2L_r$ , au moment de l'apparition de la dernière fissure

$\epsilon_{sm,n2}$  : déformation relative de l'acier d'armature entre 2 fissures espacées de  $L_r$ , au moment de l'apparition de la dernière fissure

Pour calculer les déformations relatives moyennes de l'acier dans le cas de l'espacement maximal, respectivement minimal des fissures ( $\epsilon_{sm,n1}$  et  $\epsilon_{sm,n}$ ) en fonction du paramètre d'adhérence  $b$ , nous utilisons les expressions obtenues par Van der Veen [F76] et exposées au §2.3.2.3.

En introduisant les valeurs des déformations relatives de l'acier en stade I et en stade II-nu, au moment de l'apparition de la dernière fissure ( $\epsilon_{s1,rn}$  et  $\epsilon_{s2,rn}$  correspondant à  $\sigma_{srn} = 1.35 \sigma_{sr1}$ ) dans les équations (2.40.a) et (2.41.a), on obtient :

$$\epsilon_{sm,n1} = \frac{(1 - b)}{2} \epsilon_{s2,rn} + \frac{(1 + b)}{2} \epsilon_{s1,rn} \quad (4.28.a)$$

$$\epsilon_{sm,n2} = \frac{(1 - b)(3 + b)}{4} \epsilon_{s2,rn} + \frac{(1 + b)^2}{4} \epsilon_{s1,rn} \quad (4.28.b)$$

La déformation moyenne de l'acier  $\epsilon_{sm,n}$  s'obtient par intégration de la distribution des déformations  $\epsilon_s(x)$  sur la longueur du tirant (voir figure 4.10).

L'intégrale de la déformation  $\epsilon_s(x)$  au moment de l'apparition de la dernière fissure sur une longueur de  $4L_r$  s'écrit en fonction de  $\epsilon_{sm,n}$  d'un coté et de  $\epsilon_{sm,n1}$  et  $\epsilon_{sm,n2}$  de l'autre (voir figure 4.10) :

$$\int_0^{4L_r} \epsilon_s(x) dx = \epsilon_{sm,n} \cdot 4L_r = 2L_r \cdot \epsilon_{sm,n1} + 2L_r \cdot \epsilon_{sm,n2}$$

Ainsi, la déformation relative moyenne de l'armature au moment de l'apparition de la dernière fissure  $\epsilon_{sm,n}$  s'exprime en fonction des grandeurs  $\epsilon_{sm,n1}$  et  $\epsilon_{sm,n2}$  :

$$\epsilon_{sm,n} = \frac{\epsilon_{sm,n1} + \epsilon_{sm,n2}}{2} \quad (4.29)$$

La figure 4.10 montre un schéma de la distribution des déformations dans l'acier au moment de la stabilisation de la fissuration et le calcul de  $\epsilon_{sm,n}$ , par intégration de  $\epsilon_s(x)$ .

En introduisant (4.28.a) et (4.28.b) dans (4.29), on obtient la déformation relative moyenne de l'acier d'armature à l'apparition de la dernière fissure:

$$\epsilon_{sm,n} = \frac{(1 - b)(5 + b)}{8} \epsilon_{s2,rn} + \frac{(1 + b)(3 + b)}{8} \epsilon_{s1,rn} \quad (4.30)$$

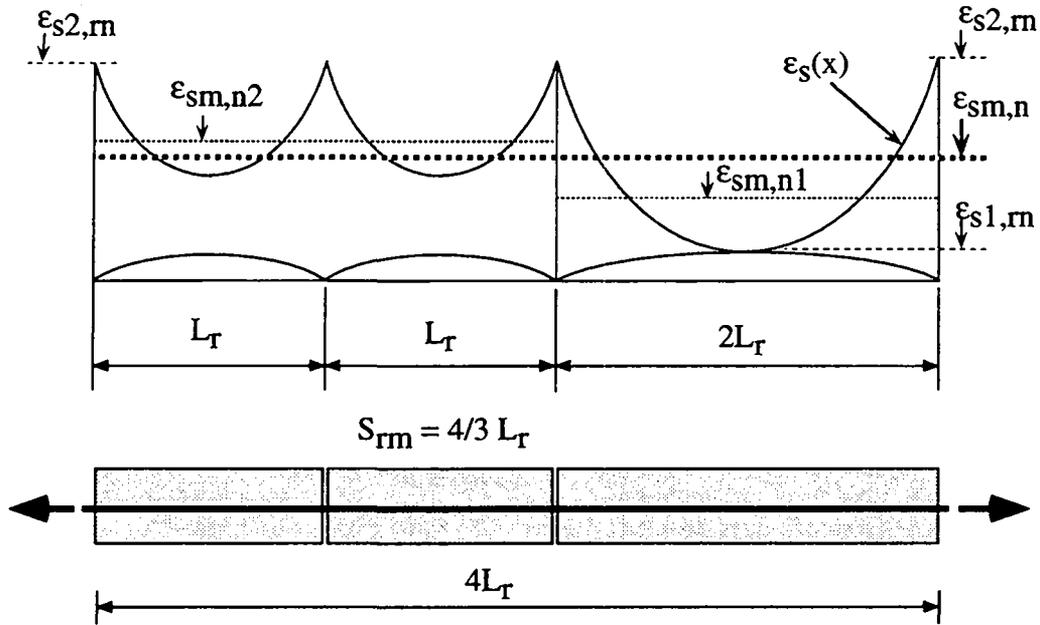


Fig. 4.10 : Calcul de la déformation moyenne dans l'acier d'armature  $\epsilon_{sm,n}$  à l'apparition de la dernière fissure

On déduit la contribution du béton tendu entre les fissures en phase de fissuration stabilisée en introduisant (4.30) dans (4.27.a). Cette expression peut s'écrire après quelques transformations et en tenant compte de l'équation (4.1), sous la forme suivante (voir Annexe D) :

$$\Delta\epsilon_{s,n} = \epsilon_{s2,m} - \epsilon_{sm,n} = \frac{\delta (1 + b) (3 + b)}{8} \cdot \Delta\epsilon_{sr,1} \quad (4.31)$$

En égalant (4.2) et (4.31), on trouve la valeur du coefficient  $\beta_n$  en fonction du coefficient d'adhérence  $b$  et de  $\delta$  :

$$\beta_n = \frac{\delta (1 + b) (3 + b)}{8} \quad (4.32)$$

En adoptant  $\delta = 1.35$  et la valeur moyenne  $b = 0.3$ , on obtient :

$$\beta_n = 0.72$$

La valeur de  $\beta_n$  varie de 0.65 pour  $b = 0.2$  à 0.8 pour  $b = 0.4$ . On en conclut que le facteur  $\beta_n$  dépend peu du facteur d'adhérence  $b$  pour un type de barre d'armature donné (ici de l'acier S500 avec  $f_R = 0.08$ ).

Sous déformation imposée, la variation de  $\beta_n$  n'influence pratiquement pas l'ouverture moyenne des fissures. Par contre, sous charge imposée, une réduction de  $\beta_n$  implique une

augmentation de l'ouverture moyenne des fissures en raison de la réduction de  $\Delta\varepsilon_{s,n}$  dans l'équation (4.27.a). Toutefois, cette augmentation est peu importante (elle n'excède pas 20%) quand  $\beta_n$  varie de 0.8 à 0.65.

Calculons maintenant la déformation moyenne du béton  $\varepsilon_{cm,n}$  au moment de l'apparition de la dernière fissure. On utilise, pour ce faire, la même méthode que celle utilisée ci-dessus pour le calcul de  $\varepsilon_{sm,n}$ . En se rapportant à la solution de Van der Veen, présentée au chapitre 2, on calcule les déformations moyennes du béton dans les deux cas particuliers de l'espacement maximal et minimal des fissures ( $\varepsilon_{cm,n1}$  et  $\varepsilon_{cm,n2}$ ) en introduisant ( $\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{s1,m}$ ) dans les équations (2.40.b) et (2.41.b). D'où la déformation relative moyenne du béton au moment de l'apparition de la dernière fissure :

$$\varepsilon_{cm,n} = \frac{1}{2} \left( \frac{1+b}{2} + \frac{(1+b)^2}{4} \right) \varepsilon_{s1,m} = \frac{(1+b)(3+b)}{8} \varepsilon_{s1,m} \quad (4.33)$$

#### 4.3.4 Ouvertures des fissures en phase de formation des fissures et de fissuration stabilisée

Le calcul de l'ouverture moyenne des fissures est maintenant possible dans toutes les phases de fissuration. La différence entre la déformation relative moyenne de l'acier et celle du béton à l'apparition de la dernière fissure, est obtenue des équations (4.30) et 4.33) :

$$\varepsilon_{sm,n} - \varepsilon_{cm,n} = \frac{\delta(1-b)(5+b)}{8} \cdot \varepsilon_{s2,r1} \quad (4.34)$$

L'ouverture des fissures au moment de la stabilisation de la fissuration,  $w_{m,n}$  se calcule au moyen de l'équation (4.26) en y remplaçant l'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$  (4.25) et la différence des déformations moyennes entre l'acier et le béton (4.34):

$$w_{m,n} = \frac{4}{3} L_r \cdot \frac{\delta(1-b)(5+b)}{8} \cdot \varepsilon_{s2,r1} \quad (4.35)$$

Le rapport entre l'ouverture moyenne des fissures à l'apparition de la dernière fissure  $w_{m,n}$  et l'ouverture de la 1<sup>ère</sup> fissure  $w_{m,1}$ , peut être déduit des équations (4.24.a) et (4.35):

$$\frac{w_{m,n}}{w_{m,1}} = \frac{5+b}{6} \cdot \delta \quad (4.36)$$

L'augmentation de l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures est de l'ordre de 20% pour  $b = 0.3$  et  $\delta = 1.35$ . La valeur du rapport définie par (4.36) varie de 1.17 pour  $b = 0.2$  à 1.22 pour  $b = 0.4$  quand  $\delta = 1.35$ . Par conséquent, cette augmentation est peu sensible à la valeur du coefficient  $b$ .

L'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures peut alors être calculée par interpolation entre les 2 valeurs  $w_{m,1}$  et  $w_{m,n}$  (voir figure 4.9). Écrivons, en premier lieu, l'équation de la droite passant par G ( $\epsilon_{s1,r1}$ ,  $w_{m,1}$ ) et H ( $\epsilon_{s1,rn}$ ,  $w_{m,n}$ ) dans le système d'axes ( $w_m - \epsilon$ ). Le passage par la suite à l'expression ( $w_m - \sigma_{s2}$ ) est aisé, étant donné que la relation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) est connue. On calcule d'abord la pente du segment de droite GH, dans le diagramme ( $w_m - \epsilon$ ) de la figure 4.9 :

$$\frac{\Delta w}{\Delta \epsilon} = \frac{w_{m,n} - w_{m,1}}{\epsilon_{srn} - \epsilon_{s1,r1}} = \left( \frac{(5+b)\delta}{6} - 1 \right) \cdot \frac{w_{m,1}}{\epsilon_{srn} - \epsilon_{s1,r1}} \quad (4.37)$$

L'ouverture des fissures sous déformation imposée quelconque  $\epsilon$  en phase de formation des fissures ( $\epsilon_{s1,r1} \leq \epsilon \leq \epsilon_{srn}$ ), est définie par :

$$w_m(\epsilon) = w_{m,1} + \frac{\Delta w}{\Delta \epsilon} \cdot (\epsilon - \epsilon_{s1,r1})$$

On trouve, enfin l'équation de  $w_m(\epsilon)$  en introduisant (4.37) dans l'équation précédente:

$$w_m(\epsilon) = w_{m,1} \cdot \left( 1 + \left( \frac{(5+b)\delta}{6} - 1 \right) \cdot \frac{\epsilon - \epsilon_{s1,r1}}{\epsilon_{srn} - \epsilon_{s1,r1}} \right) \quad (4.38)$$

De la figure 4.3, par un simple raisonnement de triangles semblables, on déduit l'égalité suivante:

$$\frac{\epsilon - \epsilon_{s1,r1}}{\epsilon_{srn} - \epsilon_{s1,r1}} = \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{sr1}}{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}}$$

Par conséquent, l'expression (4.38) peut aussi s'écrire en fonction du niveau de charge ou, autrement dit, de la contrainte  $\sigma_{s2}$  dans l'acier au droit des sections fissurées.

$$w_m(\sigma_{s2}) = w_{m,1} \cdot \left( 1 + \left( \frac{(5+b)\delta}{6} - 1 \right) \cdot \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{sr1}}{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}} \right) \quad (4.39)$$

L'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée s'obtient en introduisant la déformation relative moyenne de l'acier ( $\epsilon_{sm}$ ) de l'équation (4.27.a) et celle du béton ( $\epsilon_{cm} = \epsilon_{cm,n}$ ) de (4.33) dans l'équation (4.26) :

$$w_m = \frac{4}{3} L_r \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = \frac{4}{3} L_r \cdot (\epsilon_{s2} - \beta_n \cdot \epsilon_{s2,r1}) \quad (4.40)$$

Si l'on néglige le terme  $\epsilon_{cm}$  généralement faible, l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée devient :

$$w_m \approx \frac{4}{3} L_r \cdot \varepsilon_{sm} = \frac{4}{3} L_r \cdot (\varepsilon_{s2} - \Delta\varepsilon_{s,n}) \quad (4.41)$$

Signalons enfin que l'Annexe B contient également les grandeurs définies par les équations (4.35) à (4.40), mais exprimées sous une forme similaire en fonction du facteur  $\beta_n$ .

Résumons le calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans un tirant en béton armé par les étapes suivantes:

- Calcul de l'ouverture de la première fissure et de la longueur d'introduction: équation (4.24.a et 4.24.b)
- Calcul de la contribution du béton tendu et de la déformation moyenne de l'acier au point de stabilisation de la fissuration : équations (4.31 et 4.30)
- Calcul de l'ouverture des fissures en phase de formation des fissures ( $\sigma_{sr1} \leq \sigma_{s2} \leq \sigma_{srn}$ ) : équations (4.38 ou 4.39)
- Calcul de l'ouverture des fissures en phase de fissuration stabilisée ( $\sigma_{s2} \geq \sigma_{srn}$  ou  $\varepsilon \geq \varepsilon_{srn}$ ) : équation (4.40).

## 4.4 Calibrage des paramètres et validation du modèle analytique pour les BHP

### 4.4.1 Hypothèses et résultats du calibrage

Le calibrage du modèle analytique pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures et sa validation pour les BHP sera effectué à partir des ouvertures des fissures mesurées lors des essais de tirants réalisés à l'IBAP dans le cadre de ce travail de recherche. Les résultats de ces essais ont montré que l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures dans un tirant sous une déformation imposée de 0.5 ‰, augmente peu avec l'augmentation de la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  (seulement de 17 % en moyenne quand  $f_{cm}$  varie de 30 à 90 MPa).

La résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  est considérée comme la variable représentative du béton dans le modèle de calcul des ouvertures des fissures. Les autres propriétés du béton ayant une influence sur les ouvertures des fissures peuvent en effet être exprimées en fonction de  $f_{cm}$ . Ce choix repose également sur le fait que la résistance à la compression du béton est la caractéristique la plus facile à déterminer et qu'elle est très souvent bien connue de l'ingénieur.

Les deux caractéristiques mécaniques principales du béton intervenant dans le calcul de l'ouverture des fissures sont sa résistance moyenne à la traction  $f_{ctm}$  et celle d'adhérence, toutes deux fonctions de la résistance à la compression  $f_{cm}$ . Par conséquent, le choix des relations entre la résistance à la traction et celle à la compression du béton ainsi que celui de la loi d'adhérence ( $\tau - s$ ), fonction également de la résistance à la compression du béton, est déterminant pour le calcul des ouvertures des fissures. En effet, la force de fissuration dans un tirant est proportionnelle à la résistance à la traction du béton  $f_{ctm}$  (4.10) alors que la contrainte d'adhérence augmente proportionnellement à  $f_{cm}$  (voir §2.2.3).

La relation adoptée entre la résistance à la traction directe et celle à la compression du béton ( $f_{ctm} - f_{cm}$ ) est celle obtenue à partir d'essais effectués à l'IBAP sur éprouvettes cylindriques 16 cm x 32 cm à l'âge de 28 jours [F28]. Une régression non linéaire des moindres carrées effectuée sur ces résultats d'essais au chapitre 3, nous a fourni l'équation (3.1) (voir figure 3.3):

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot (f_{cm})^{0.6}$$

avec,  $f_{ctm}$  et  $f_{cm}$  en (MPa).

Le module d'élasticité du béton utilisé dans le calcul est donné par l'équation empirique suivante [C3] :

$$E_c = 9.5 \cdot (f_{cm})^{0.333} \quad (4.42)$$

avec,  $E_c$  en (GPa) et  $f_{cm}$  en (MPa).

Les valeurs des facteurs  $\lambda$  et  $\delta$ , définissant les résistances effectives à la traction du béton  $f_{ct,1}$  et  $f_{ct,n}$  (4.3 et 4.4), utilisées pour établir les courbes calculées, des figures 4.11(a) et 4.11(b) sont les valeurs moyennes mesurées lors des essais et illustrées à la figure 4.3. Les résistances effectives à la traction du béton utilisées dans le calcul de calibrage sont donc définies à la figure 4.4 par :

$$\lambda = \eta\rho \quad \text{et} \quad \delta = \delta(\rho)$$

Le calibrage numérique du modèle de calcul des ouvertures des fissures a pour but de déterminer les valeurs des paramètres d'adhérence ( $a_1$ ,  $a_2$  et  $b$ ), afin d'avoir la meilleure correspondance entre les ouvertures des fissures mesurées lors des essais et celles calculées à l'aide du modèle. Les paramètres d'adhérence obtenus correspondent au type de barres d'armatures à hautes adhérence courantes en Suisse et utilisées pour ces tirants d'essai. Ce sont des barres du type TOPAR 500S, fabriquées à l'usine Von Roll de Monteforno en Suisse. Le coefficient d'aire relative de ce type de barre vaut environ  $f_R = 0.08$  (voir figure 2.9).

Il a fallu un long travail de tâtonnement pour obtenir la loi d'adhérence définie par ( $a_1$ ,  $a_2$  et  $b$ ), qui donne la meilleure correspondance entre les valeurs mesurées et calculées des ouvertures des fissures. Il s'agit en fait d'obtenir une relation d'adhérence unique, permettant la prédiction de l'ouverture moyenne des fissures, au moyen du modèle analytique, pour tout pourcentage et répartition de l'armature. De plus, cette loi d'adhérence doit également permettre la prédiction de l'ouverture moyenne de fissures en fonction de la résistance du béton ( $f_{cm} = 30$  à  $90$  MPa). Nous avons, pour ce faire, recherché plusieurs groupes des valeurs ( $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b$ ), dont l'introduction dans le modèle analytique fournit des valeurs calculées des ouvertures des fissures assez proches de celles mesurées. Nous avons ensuite choisi le vecteur qui semblait permettre la meilleure prédiction par le calcul des ouvertures des fissures mesurées.

Les ouvertures moyennes des fissures calculées en phase de formation des fissures en admettant  $b = 0.3$  et plusieurs valeurs des paramètres d'adhérence ( $a_1$ ,  $a_2$ ) sont comparées aux figures 4.11(a) et 4.11(b) à celles mesurées lors des essais sur tirants de petites dimensions ( $h = 100$  mm), sous une déformation imposée de courte durée  $\varepsilon = 0.5$  ‰. La comparaison concerne les tirants avec les 2 pourcentages d'armatures  $\rho = 0.79$  ‰ et  $1.54$  ‰. Les courbes en trait mixte sur les figures 4.11(a) et 4.11(b) sont obtenues par régressions non linéaires, effectuées sur chaque nuage de points ( $f_{cm}$ ,  $w_m$ ) correspondant aux valeurs mesurées. Les autres courbes en trait plein et en traitillé représentent les valeurs calculées de l'ouverture moyenne de fissures en admettant les valeurs des coefficients  $a_1$  et  $a_2$  indiquées sur ces figures. Ces calculs ont été effectués à l'aide des formules (4.24.a) et (4.39) du modèle analytique développé au §4.3.

On constate aux figures 4.11(a) et 4.11(b) que les différents couples proposés pour  $a_1$  et  $a_2$ , fournissent globalement une bonne prédiction des ouvertures des fissures. Cependant, un bon choix de l'exposant de la résistance à la compression du béton  $a_2$  dans l'équation (4.23.b) est primordial, pour prédire correctement l'influence de la résistance du béton sur l'ouverture moyenne de fissures. C'est la valeur  $a_2 = 0.95$  qui semble convenir le mieux pour prédire l'augmentation des ouvertures des fissures avec la résistance du béton  $f_{cm}$ .

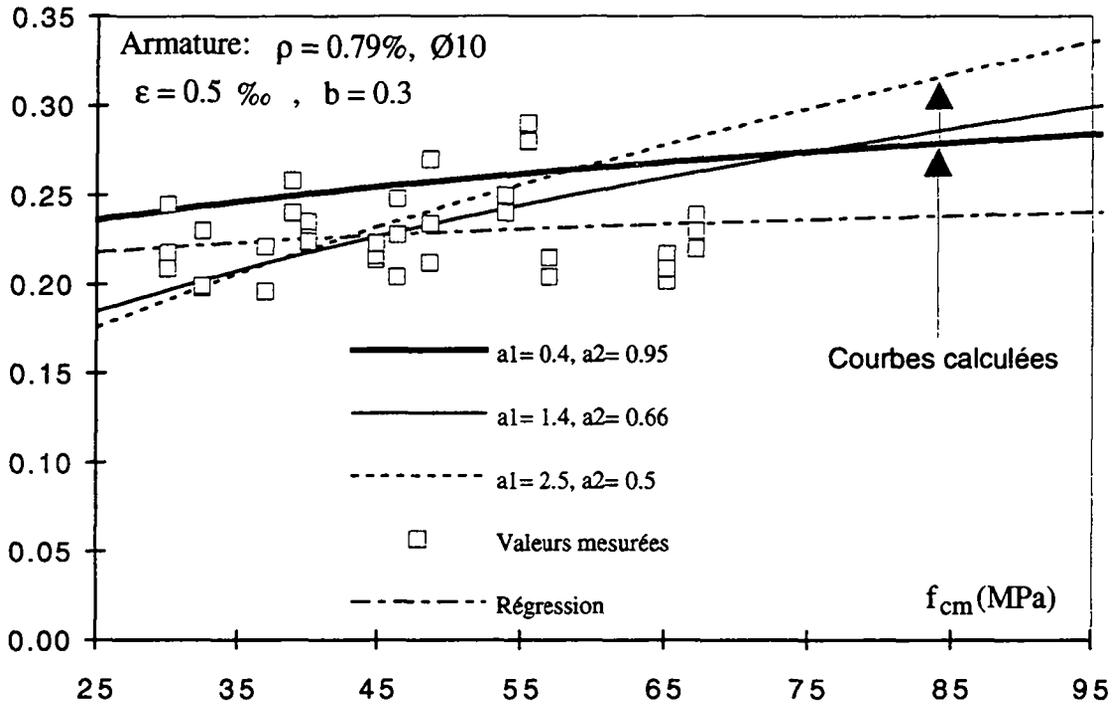
Finalement, cette augmentation est définie par la pente moyenne des 2 courbes de régressions non linéaires (courbes en trait mixte sur les figures 4.11), obtenues sur les nuages de points ( $w_m - f_{cm}$ ) correspondant aux tirants avec  $\emptyset 10$  et  $\emptyset 14$  (voir figures 4.11(a) et 4.11(b)).

Enfin, la meilleure correspondance entre les ouvertures des fissures mesurées et calculées, illustrées aux figures 4.11(a) et 4.11(b), a été obtenue en utilisant la relation d'adhérence suivante dans le modèle de calcul :

$$\tau = 0.4 \cdot (f_{cm})^{0.95} \cdot s^{0.3} \quad (4.43)$$

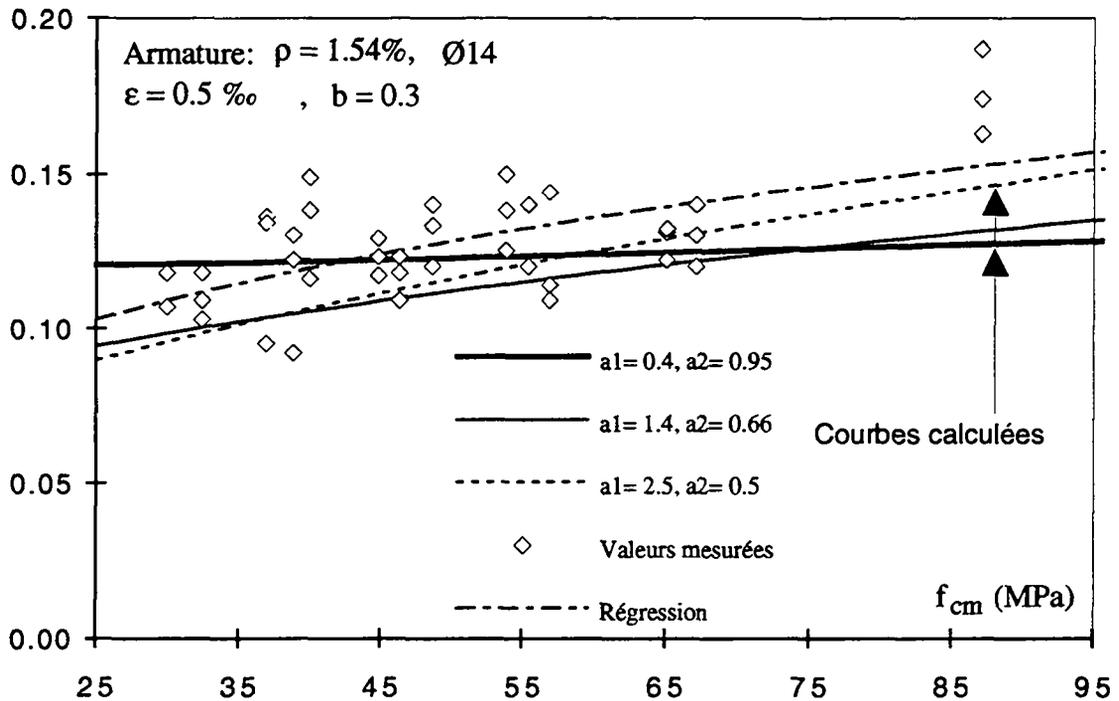
avec,  $\tau$  et  $f_{cm}$  en (MPa) et  $s$  en (mm).

Ouverture moyenne des fissures  $w_m$  (mm)



(a) Tirants armés de  $\varnothing 10$

Ouverture moyenne des fissures  $w_m$  (mm)



(b) Tirants armés de  $\varnothing 14$

Fig. 4.11 : Calibrage du modèle de calcul et détermination du coefficient  $a_2$  par comparaison entre les ouvertures des fissures mesurées lors des essais de tirants et calculées selon le modèle analytique

Les coefficients définissant la relation d'adhérence (4.43) sont :

$$a_1 = 0.4 \quad , \quad a_2 = 0.95 \quad \text{et} \quad b = 0.3$$

La relation d'adhérence (4.43) a été utilisée pour comparer les ouvertures des fissures mesurées sur tous les tirants d'essai (123 essais dépouillés au total) et celles calculées à l'aide du modèle analytique.

La figure 4.12 présente une comparaison entre les ouvertures des fissures mesurées et celles calculées pour les tirants avec  $\varnothing 10$ ,  $\varnothing 14$  et  $\varnothing 20$ . On constate sur cette figure que l'utilisation de la relation (4.43) dans le modèle permet une bonne prédiction des ouvertures moyennes des fissures pour les 3 pourcentages d'armatures utilisées dans nos essais ( $\rho = 0.79\%$ ,  $1.54\%$  et  $3.14\%$ ) et pour des résistances à la compression du béton variant de 30 à 90 MPa. Le calcul pour les tirants avec ( $\varnothing 20$ ,  $\rho = 3.14\%$ ) est effectué en phase de fissuration stabilisée, à l'aide de l'équation (4.40) étant donné que dans ces tirants la fissuration se stabilise avant la déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$ .

Ouverture moyenne des fissures  $w_m$  (mm)

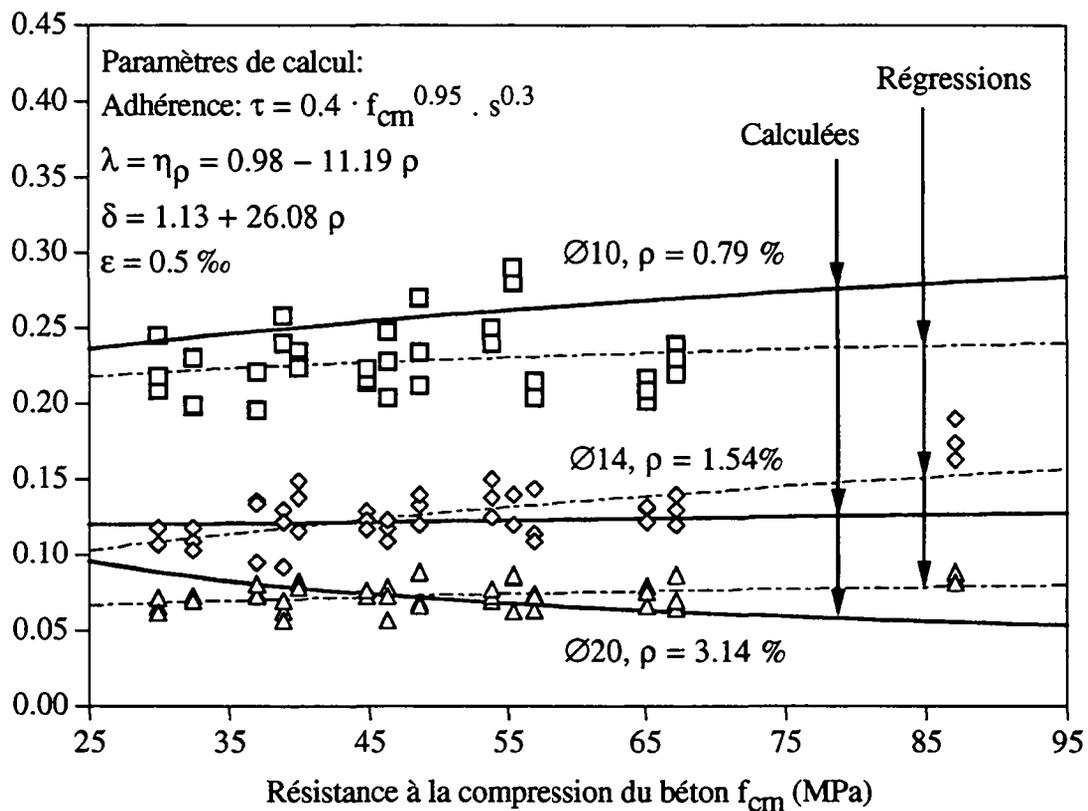


Fig. 4.12: Ouvertures des fissures mesurées sur petits tirants et calculées, sous déformation imposée ( $\varepsilon = 0.5\text{‰}$ ), en fonction de la résistance à la compression du béton (barres d'armatures en acier S500,  $f_R = 0.08$ )

Il faut signaler ici que la longueur d'introduction  $L_r$ , calculée de (4.24.b) en adoptant la loi d'adhérence (4.43) et la relation  $f_{ctm} - f_{cm}$  de (3.1), diminue quand la résistance du béton augmente. L'espacement moyen des fissures  $S_{rm}$ , étant proportionnel à  $L_r$ , diminue aussi quand la résistance du béton augmente. Par conséquent, et en raison des équations (4.27.a) et (4.40), l'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée sous une déformation imposée donnée ( $\epsilon = 0.5\%$ ) diminue quand la résistance du béton augmente. Cela explique la diminution de l'ouverture moyenne des fissures calculée quand la résistance du béton augmente dans le cas des tirants avec  $\varnothing 20$ ,  $\rho = 3.14\%$  (voir figure 4.12).

Les conditions d'adhérence dans les tirants d'essais ainsi que la relation d'adhérence correspondante donnée par (4.43) sont qualifiées de "moyennes". La loi d'adhérence "moyenne" est comparée aux figures 4.13(a) et 4.13(b) à d'autres relations d'adhérence proposées par divers auteurs dans la littérature, dans le cas d'un BO et d'un BHP.

L'augmentation de la contrainte d'adhérence ( $\tau$ ) quasi proportionnellement à la résistance à la compression du béton selon l'équation (4.43), peut s'expliquer par le fait que les faibles valeurs du glissement ( $s$ ) se produisent par écrasement du béton localement au voisinage des nervures de la barre d'armature (voir §2.2.2.2).

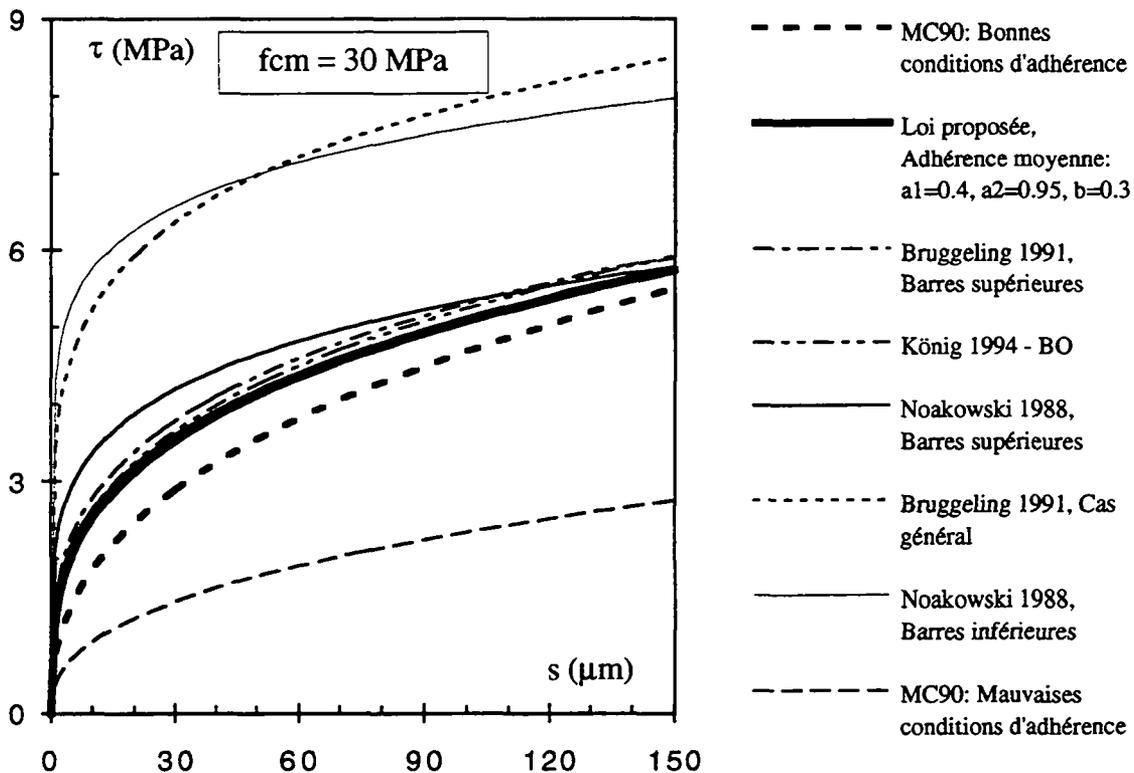


Fig. 4.13(a) : Comparaison entre la relation d'adhérence obtenue par calibrage du modèle et celles données dans la littérature pour un BO (voir également Annexe C)

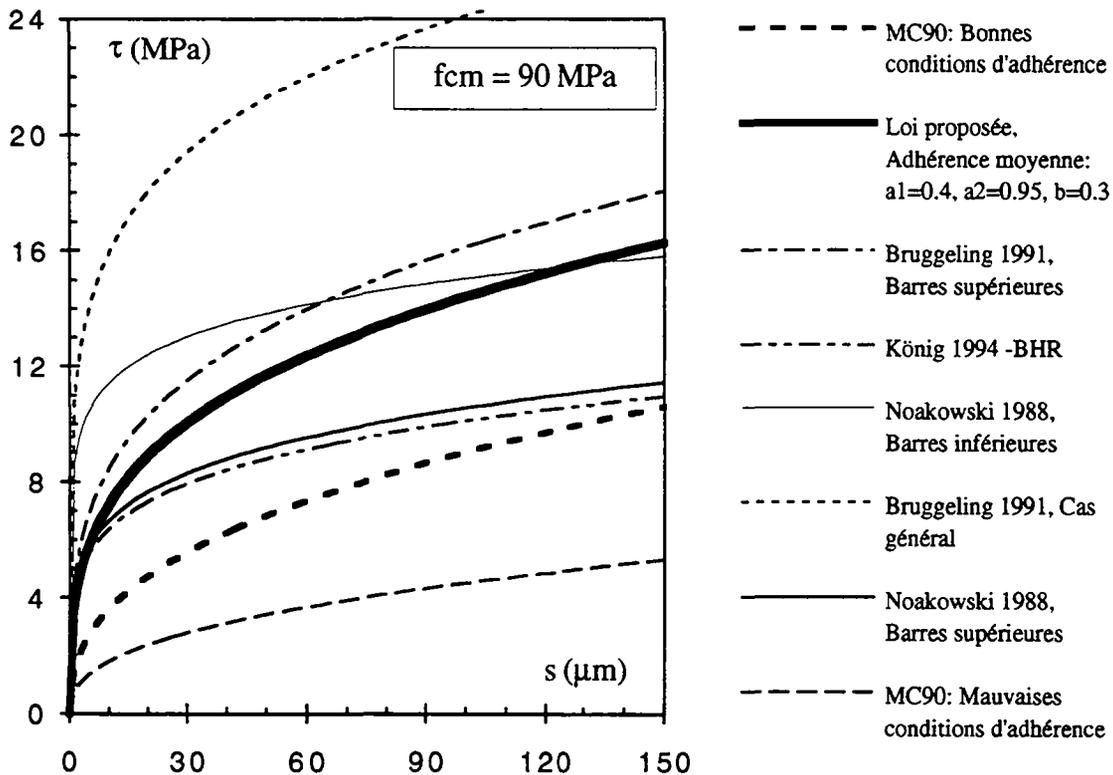


Fig. 4.13(b) : Comparaison entre la relation d'adhérence obtenue par calibrage du modèle et celles données dans la littérature pour un BHP (voir également Annexe C)

Les équations de ces relations d'adhérence se trouvent à l'Annexe C. La figure 4.13(a) montre l'énorme dispersion des lois d'adhérence proposées par différents auteurs même dans le cas d'un BO. On constate à la figure 4.13(a) que la relation d'adhérence obtenue est assez proche de celle proposée par le Code Modèle 90 (dans le cas de bonnes conditions d'adhérence) et de celle proposée par König, pour un béton ordinaire de résistance  $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$ .

#### 4.4.2 Limites plausibles de variabilité de la relation d'adhérence

Les essais d'adhérence effectués par divers chercheurs ont montré que l'influence de la position de la barre d'armature dans le coffrage sur la relation d'adhérence est très grande (voir §2.2.3.2).

Le rapport entre la contrainte d'adhérence correspondante à un glissement donné ( $s \approx 0.1 \text{ mm}$ ) pour une barre horizontale inférieure (bonne qualité d'adhérence) et celle pour une barre horizontale supérieure (mauvaise qualité d'adhérence), est de l'ordre de 2 d'après [A46].

Étant donné la variabilité de la qualité d'adhérence, nous proposons d'admettre que le rapport entre la contrainte d'adhérence pour des "bonnes" conditions d'adhérence et celle pour des "mauvaises" conditions d'adhérence est égale à 2. Ainsi on peut déduire, à partir de la relation d'adhérence moyenne (4.43), deux relations d'adhérence valables pour les bonnes et mauvaises conditions d'adhérence. Ces relations permettent de tenir compte de l'influence d'une variation

plausible de la qualité d'adhérence, sur l'ouverture moyenne des fissures dans le cas de bétons dont la résistance à la compression  $f_{cm}$  ne dépasse pas environ 70 MPa. Pour des bétons de résistance supérieure l'influence de la position des barres d'armature sur l'adhérence semble devenir très faible voire inexistante (voir §2.2.3.1 et figure 2.11).

La valeur du coefficient  $b$  diminue lorsque la qualité d'adhérence augmente (§2.2.3). On choisit  $b = 0.2$  dans le cas de bonnes conditions et  $b = 0.35$  dans le cas de mauvaises conditions d'adhérence. Enfin, les valeurs des coefficients  $a_1$  dans les deux lois ( $\tau - s$ ) recherchées sont obtenues en gardant  $a_2$  inchangé de façon à avoir  $\pm 30\%$  de la contrainte moyenne d'adhérence donnée par (4.43). On obtient ainsi les relations :

- Bonnes conditions d'adhérence :

$$\tau = 0.42 \cdot (f_{cm})^{0.95} \cdot s^{0.2} \quad (4.44)$$

- Mauvaises conditions d'adhérence :

$$\tau = 0.3 \cdot (f_{cm})^{0.95} \cdot s^{0.35} \quad (4.45)$$

Les limites de variation probable de la relation d'adhérence dans le cas de barres à haute adhérence ( $f_R = 0.08$ ) sont illustrées à la figure 4.13(c).

Les relations d'adhérence ainsi obtenues (4.43), (4.44) et (4.45) permettent d'étudier l'influence de la variation de la qualité d'adhérence sur les ouvertures des fissures. La figure 4.14 illustre les courbes calculées des ouvertures des fissures pour  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$  en fonction de la résistance du béton  $f_{cm}$  et de la qualité d'adhérence comparées aux valeurs mesurées des ouvertures des fissures dans les tirants armés de  $\varnothing 10$  et  $\varnothing 14$ . Il est intéressant de constater, dans cette figure que le nuage de points correspondant aux résultats expérimentaux est bien délimité par les courbes ( $w_m - f_{cm}$ ) calculées en introduisant dans le modèle les deux lois d'adhérence limites (4.44) et (4.45). Le modèle analytique ainsi calibré peut être employé pour la prédiction des ouvertures des fissures dans les structures en BHP.

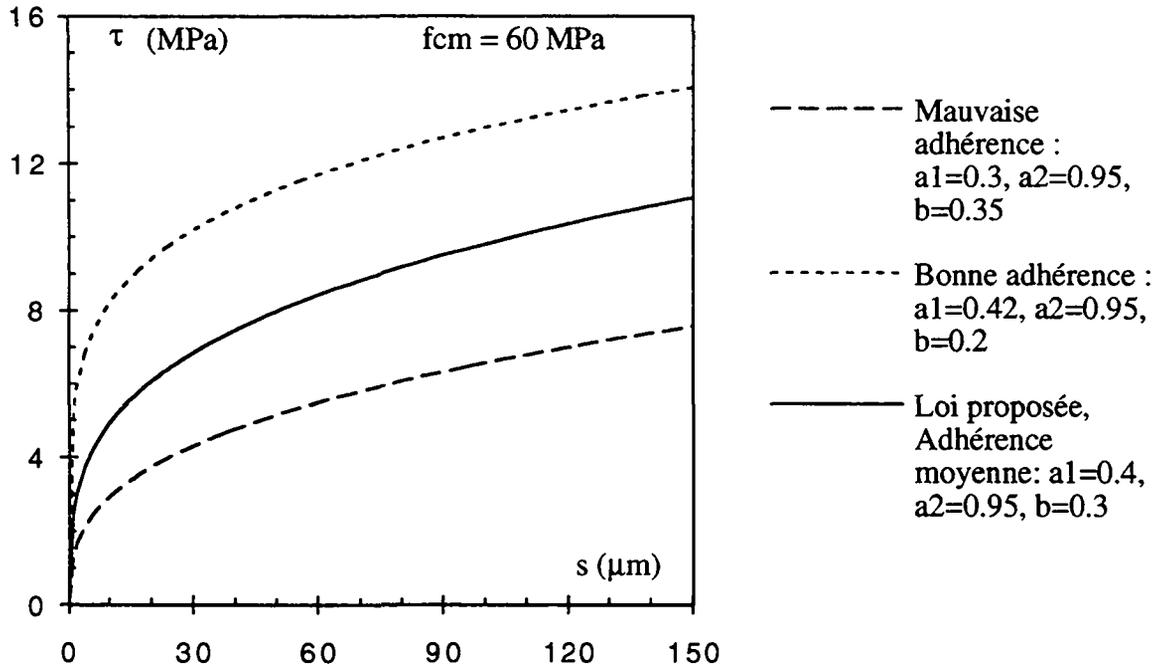


Fig. 4.13(c) : Variation probable de la loi d'adhérence béton - armature dans le cas de barres à haute adhérence ( $f_R = 0.08$ )

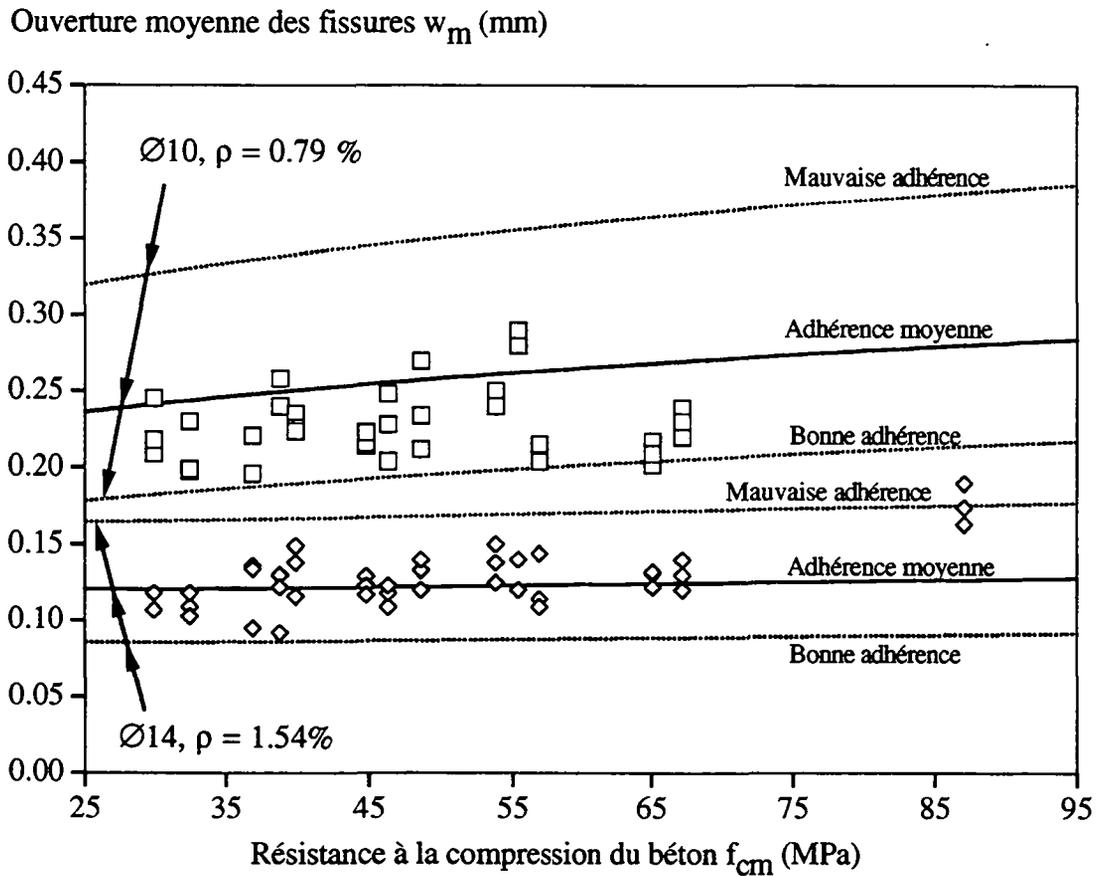


Fig. 4.14 : Ouvertures des fissures mesurées comparées à celles calculées pour les trois lois d'adhérence considérées

#### 4.4.3 Augmentation de l'ouverture moyenne des fissures avec la déformation imposée

Nous avons montré au paragraphe précédent la bonne concordance entre les ouvertures mesurées et celles calculées, pour une déformation imposée donnée. Nous allons comparer dans ce paragraphe l'évolution de l'ouverture moyenne des fissures, mesurée et calculée, en fonction de l'augmentation de la déformation imposée  $\epsilon$ . L'enveloppe de l'ouverture moyenne des fissures dans une représentation ( $w_m - \epsilon$ ) est calculée selon le principe de correspondance avec la loi multilinéaire contrainte - déformation du tirant développé au §4.3 (voir figure 4.9).

L'objectif de la modélisation du comportement global est de prédire l'évolution de l'ouverture des fissures dans le tirant en fonction du niveau de sollicitation sous déformation imposée ou sous charge imposée. Cette prédiction est essentielle pour mettre en évidence la différence entre le comportement à la fissuration d'un tirant en BO et celui d'un tirant en BHP. En outre, la modélisation de l'évolution de l'ouverture des fissures en fonction de la sollicitation, nous permettra d'évaluer la réduction possible de l'ouverture des fissures grâce à l'utilisation d'un BHP, en fonction du niveau de sollicitation (voir §4.7).

Le nombre d'essais réalisés étant très élevé, nous allons nous borner à quelques comparaisons seulement entre courbes mesurées et calculées du comportement global sous déformation imposée; cela, dans le but de valider encore davantage le modèle analytique proposé. Le comportement global est représenté par l'évolution de la contrainte dans l'acier  $\sigma_s$  et de l'ouverture moyenne des fissures  $w_m$  en fonction de la déformation totale du tirant  $\epsilon$ .

La figure 4.15(a) illustre les courbes mesurées et celles calculées pour la loi contrainte - déformation ( $\sigma_s - \epsilon$ ) des tirants S20-14-1 à S20-14-3. La résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  utilisée dans le calcul est égale à la moyenne des trois valeurs mesurées de  $f_{ct,1}$  lors des essais.

Les figures 4.15(a) et 4.15(b) montrent une comparaison entre les courbes calculées et mesurées de la loi contrainte - déformation ( $\sigma_s - \epsilon$ ) et de la relation ouverture moyenne des fissures - déformation ( $w_m - \epsilon$ ) pour les trois tirants identiques S20-14-1 à S20-14-3. L'ouverture des fissures est calculée en admettant la qualité moyenne d'adhérence donnée par (4.43) et le facteur  $\delta = 1.35$ . On constate sur ces figures que le modèle de calcul permet une bonne prédiction des ouvertures de fissures mesurées. La même comparaison est effectuée à la figure 4.16 pour les trois tirants identiques S32-10-1 à S32-10-3. Dans ce cas aussi, on constate que la courbe calculée constitue une bonne prédiction de la valeur et de l'évolution de l'ouverture moyenne des fissures en fonction de la déformation imposée.

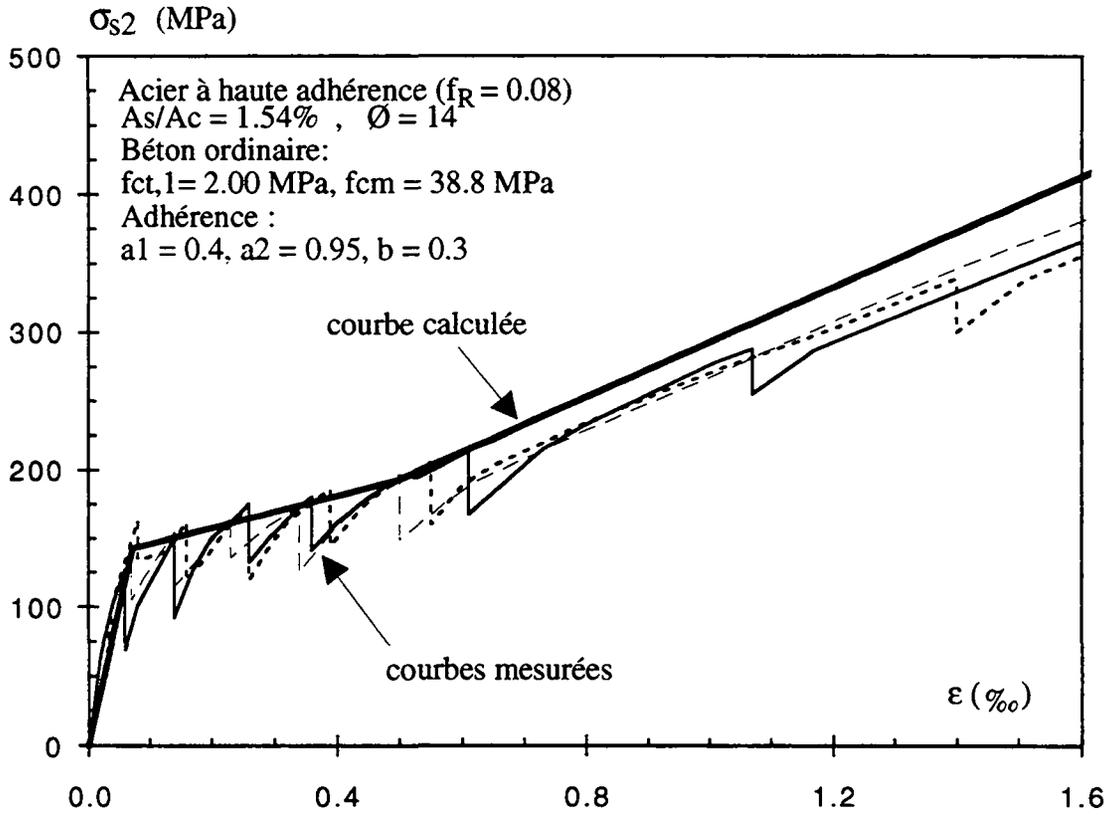


Fig. 4.15(a) : Courbes contrainte - déformation totale ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ). Tirants S20-14-1 à S20-14-3

Ouverture moyenne des fissures (mm)

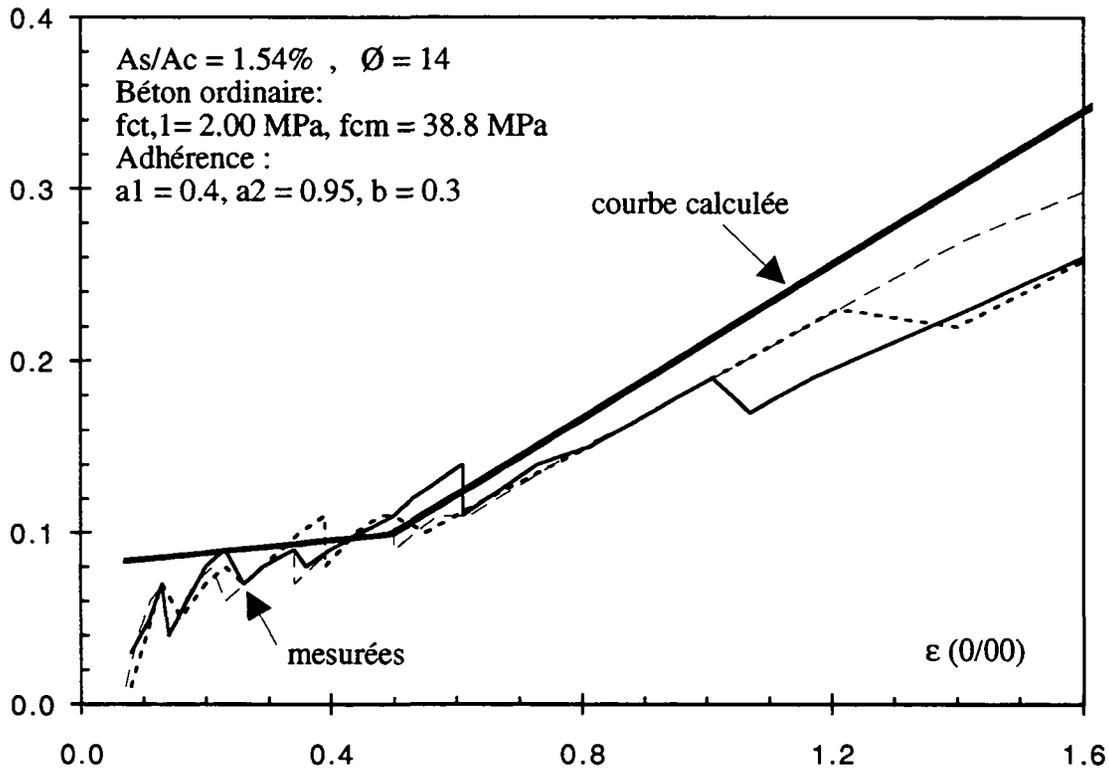


Fig. 4.15(b) : Courbes ouvertures des fissures - déformation totale ( $w_m - \epsilon$ ). Tirants S20-14-1 à S20-14-3

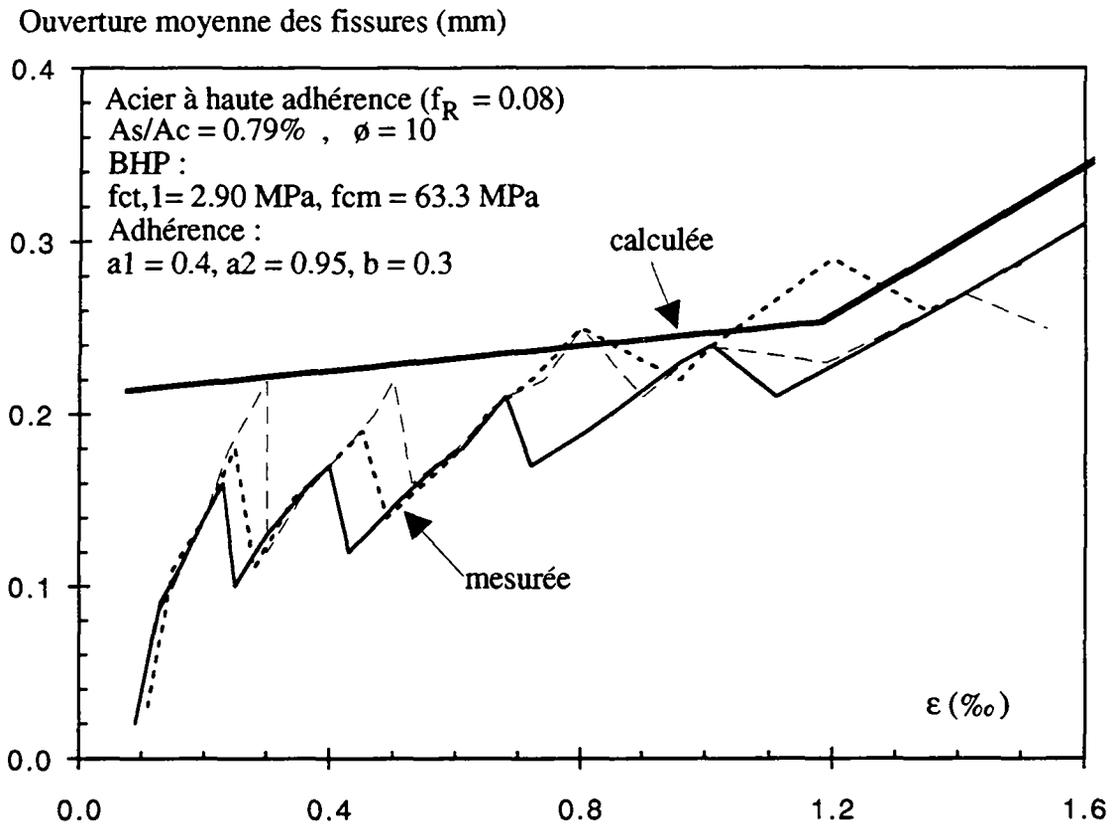


Fig. 4.16 : Courbes ouvertures des fissures - déformation totale ( $w_m - \varepsilon$ ). Tirants S32-10-1 à S32-10-3

Enfin, les courbes ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) et ( $w_m - \varepsilon$ ) représentant respectivement les contraintes dans l'armature et les ouvertures des fissures, en fonction de la déformation imposée dans les deux tirants S20-10-2 et S32-10-3, sont illustrées aux figures 4.17(a) et 4.17(b).

La résistance du béton S20 ( $f_{cm} = 39$  MPa) est plus faible que celle du béton S32 ( $f_{cm} = 63$  MPa). Bien que les fissures apparaissent sous des niveaux de contrainte dans l'armature nettement plus grands dans le cas du béton S32, les ouvertures de fissures des 2 tirants sont néanmoins du même ordre de grandeur en phase de formation des fissures.

Par contre, on observe que l'ouverture des fissures du tirant S32-10-3 est plus faible que celle du tirant S20-10-2 quand ils sont en phase de fissuration stabilisée. Cela s'explique par la stabilisation plus tardive de la fissuration dans le tirant en béton S32 et par la plus faible longueur d'introduction dans ce tirant par rapport à celui en béton S20. L'ouverture des fissures est donc plus faible dans un tirant en BHP que celle dans un tirant en BO, quand les deux tirants sont en phase de fissuration stabilisée (voir §4.5.2 également).

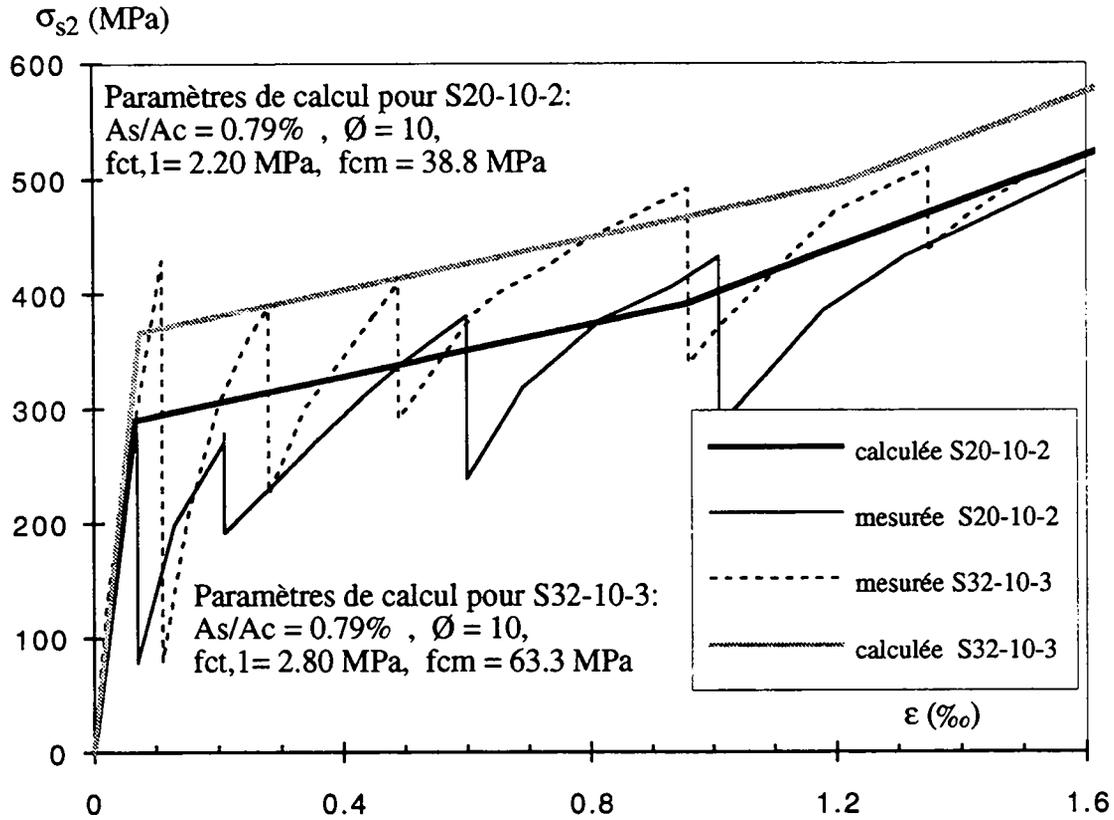


Fig. 4.17(a) : Influence de la résistance du béton sur la courbe ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ). Tirants S20-10-2 et S32-10-3

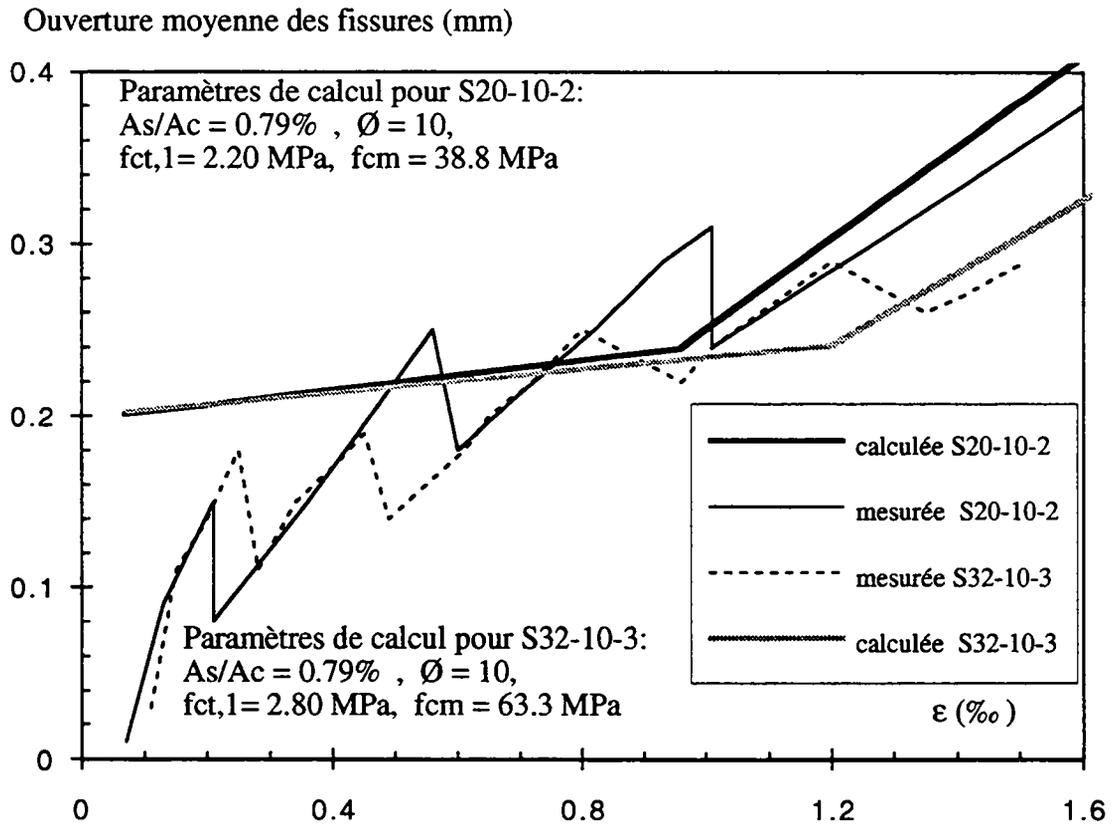


Fig. 4.17(b) : Influence de la résistance du béton sur la courbe ( $w_m - \epsilon$ ). Tirants S20-10-2 et S32-10-3

## 4.5 Validation du modèle de calcul à partir d'autres essais en laboratoire

Le but de cette comparaison est de tester l'application du modèle analytique proposé dans cette thèse (§4.3 et 4.4) et la validité de la prédiction des ouvertures de fissures qu'il permet, avec celles mesurées sur d'autres essais réalisés récemment au laboratoire de l'EPFL-IBAP. Cela, en particulier, lors d'essais sur tirants en béton armé de plus grandes dimensions que ceux réalisés dans le cadre de la présente étude (voir chapitre 3).

Étant donné que la longueur et l'épaisseur d'un élément en béton armé sont des facteurs susceptibles d'influencer son comportement à la fissuration, il nous a en effet semblé nécessaire de vérifier la validité du modèle de calcul sur d'autres essais effectués sur des éléments de plus grandes dimensions dont nous disposons des résultats.

Nous allons vérifier que la relation moyenne d'adhérence résultant du calibrage numérique du modèle reste valable pour les structures de grandes dimensions. Nous comparons, pour ce faire, les valeurs calculées des ouvertures des fissures à celles mesurées lors des essais sur grands tirants effectués par Jaccoud [F48] et Mivelaz [F61].

La résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  mesurée lors de chaque essai de tirant ainsi que la résistance à la compression du béton mesurée sur éprouvettes, sont utilisées pour le calcul de l'ouverture moyenne des fissures selon le modèle analytique.

### 4.5.1 Comparaison des ouvertures des fissures mesurées sur grands tirants par Jaccoud avec celles calculées par le modèle analytique

La série d'essais C-1 a été réalisée en 1985 par Jaccoud dans le cadre d'une recherche qu'il a menée à l'IBAP sur l'armature minimale et le contrôle de la fissuration des structures de béton armé réalisées en béton ordinaire. La synthèse des résultats de cette recherche se trouve dans sa thèse publiée en 1987 [F45]. Les résultats concernant la série d'essais C-1 (essais de tirants sous déformation imposée de courte durée) sont publiés dans les rapports des essais [F48], [F47].

Les 9 éléments d'essais sont des tirants en B.A. de section  $0.71 \times 0.18 \text{ m}^2$  et de 4.30 m de longueur. Le bétonnage des tirants a été effectué le même jour à l'aide de la même fourniture de béton. Les essais ont été réalisés sous déformation imposée rapidement à l'âge moyen de 54 jours. La figure 4.18 montre le schéma des éléments d'essai utilisés.

La résistance effective à la traction du béton à l'apparition de la première fissure valait en moyenne  $f_{ct,1} = 1.70 \text{ MPa}$ . Les valeurs moyennes de la résistance sur éprouvettes cylindriques  $15 \times 30 \text{ cm}$  à l'âge de 54 jours valaient respectivement  $f_{cm} \cong 30 \text{ MPa}$  pour celle à la compression et  $f_{ctm} = 2.38 \text{ MPa}$  pour celle à la traction directe.

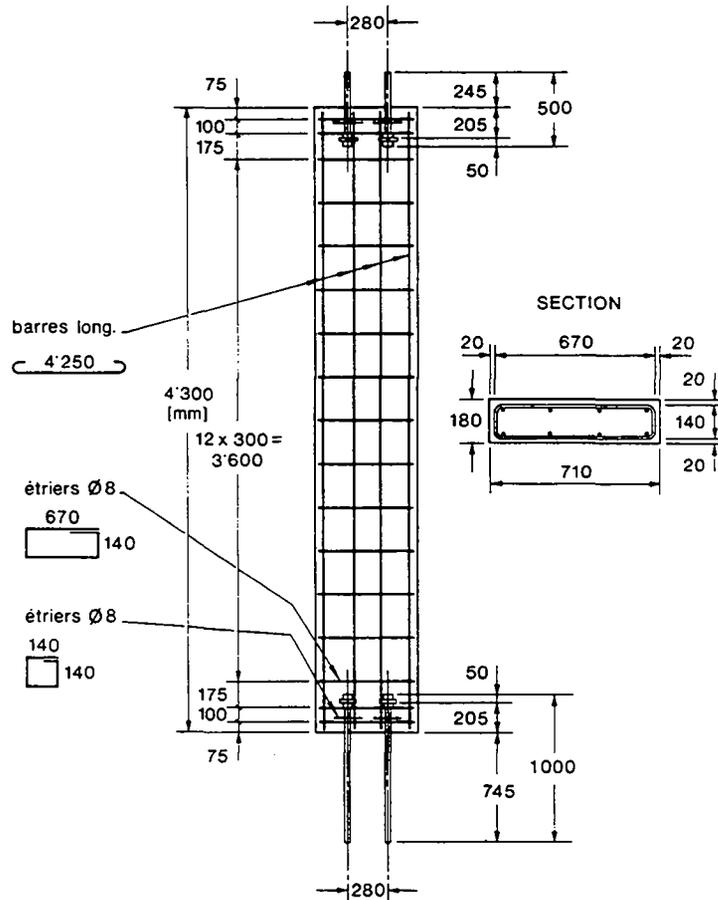


Fig. 4.18 : Schéma des tirants de Jaccoud (série C-1)

L'ouverture moyenne des fissures a été calculée pour une déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$  à l'aide des équations (4.39) et (4.24) présentées au §4.3. Des courbes  $w_m - \rho$  sont calculées pour chaque diamètre de barre d'armature  $\varnothing$ . Pour cette raison, les valeurs moyennes des résistances effectives à la traction  $f_{ct,1}$ , mesurées sur les tirants ayant le même diamètre de barre d'armature ont été utilisées pour établir la courbe  $w_m - \rho$  du diamètre en question (voir Tableau 4.1). Ces valeurs moyennes de  $f_{ct,1}$  sont également présentées dans le Tableau 4.1. Le Tableau 4.1 rappelle les numéros des essais, les diamètres et les pourcentages d'armature ainsi que les résistances effectives à la traction du béton  $f_{ct,1}$  utilisées dans le calcul.

Les paramètres utilisés pour le calcul des ouvertures des fissures selon le modèle analytique sont les suivants :

$$\varepsilon = 0.5\text{‰} \quad , \quad f_{cm} = 30 \text{ MPa}$$

Les courbes représentant les ouvertures moyennes des fissures en fonction du pourcentage d'armature ( $w_m - \rho$ ) sont calculées pour chaque diamètre et comparées à la figure 4.19 aux valeurs mesurées des ouvertures des fissures sous une déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\text{‰}$ . On

constate dans la figure 4.19 la relative bonne concordance entre les ouvertures des fissures prédites par le modèle analytique et celles mesurées lors des essais sur grand tirants.

Numéro de l'essai	Armature longitudinale		$f_{ct,1}$ [MPa]
	Diamètre $\phi$ [mm]	Pourcentage d'armature [%]	
C-111	8	0.39	1.66
C-112	8	0.47	
C-113	10	0.49	1.61
C-115	10	0.61	
C-114	12	0.53	1.73
C-116	12	0.71	
C-117	12	1.06	
C-118	14	0.96	1.77
C-119	16	0.95	1.78

Tableau 4.1 : Paramètres et numérotations des essais de la série C-1 d'après [F48]

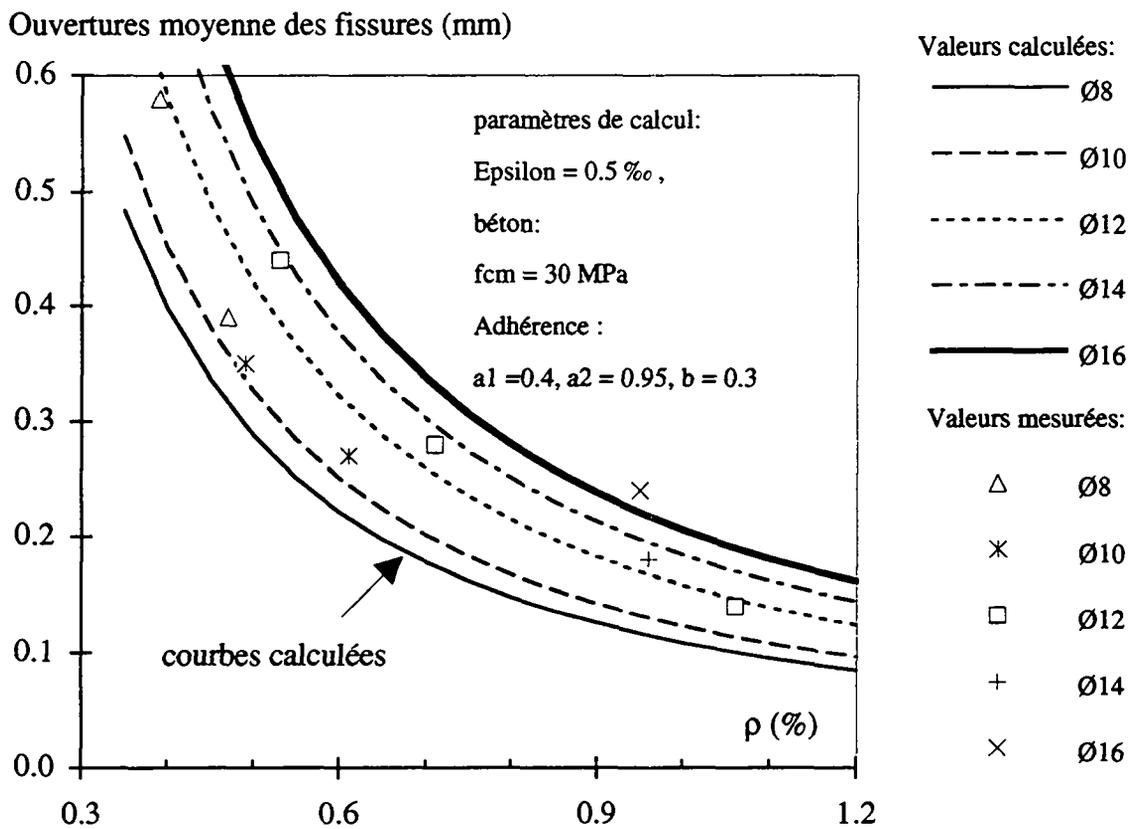


Fig. 4.19 : Ouvertures moyennes des fissures calculées et mesurées sur grands tirants de Jaccoud

#### 4.5.2 Comparaison des ouvertures des fissures mesurées sur grands tirants par Mivelaz avec celles calculées par le modèle analytique

Ces essais ont été effectués en 1993 et 1994 par Mivelaz à l'IBAP dans le cadre d'une recherche visant à étudier l'étanchéité des structures fissurées en B.A. Les résultats complets de ces essais seront publiés prochainement dans un rapport final des essais [F61].

Deux séries d'éléments de grandes dimensions (5.0 m x 1.0 m x 0.42 m) ont été réalisés à partir de 2 compositions de béton différentes. La première composition, correspondant à un béton étanche de qualité ordinaire désigné par les lettres R1 à R5 (voir figure 4.20). La seconde composition correspond à un BHP et a été utilisée pour les éléments E3 à E6. Le schéma des tirants d'essai est illustré à la figure 4.20.

Les essais ont été réalisés à partir d'un âge de 3 mois et dirigés en déformation. D'abord la déformation a été augmentée graduellement pendant une semaine, ensuite elle a été maintenue constante au niveau  $\epsilon = 0.3 \text{ ‰}$  pendant 3 semaines et enfin elle a été augmentée rapidement jusqu'à une valeur de l'ordre de  $\epsilon = 1.5 \text{ ‰}$ . La résistance moyenne à la compression du béton des éléments de la série R (sur éprouvettes cylindriques 16 cm x 32 cm) vaut, à l'âge de 95 jours,  $f_{cm} = 42 \text{ MPa}$ , et des éléments de la série E vaut respectivement  $f_{cm} = 78 \text{ MPa}$ .

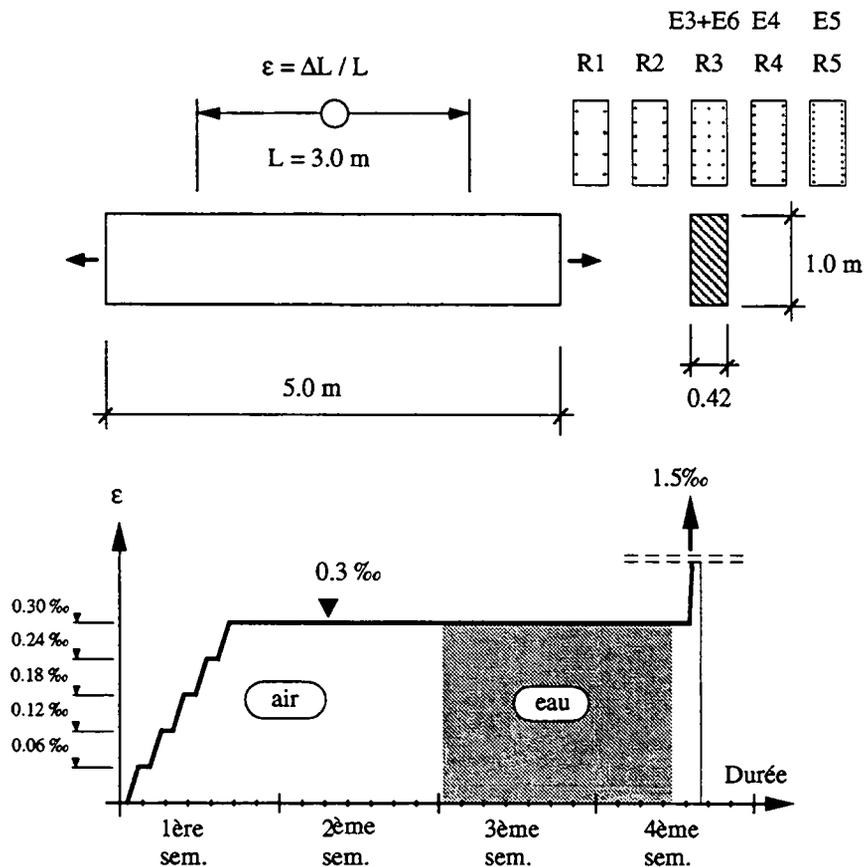


Fig. 4.20 : Principe des essais sur grands tirants de Mivelaz

Sous une déformation imposée  $\varepsilon = 0.45\text{‰}$ , on a comparé les ouvertures de fissures mesurées avec celles calculées au moyen du modèle analytique en introduisant, pour le calcul, les hypothèses et les valeurs de la résistance à la traction mesurées lors des essais suivantes :

$$f_{ct,1} = 1.84 \text{ MPa} \quad , \quad f_{cm} = 42 \text{ MPa} \quad \text{pour la série R}$$

La comparaison entre les ouvertures des fissures mesurées dans les essais R1 à R5 et celles calculées par le modèle sous déformation imposée est illustrée à la figure 4.21.

La figure 4.21 montre que la prédiction par le modèle analytique des ouvertures des fissures sur les tirants R1 à R5 est de bonne qualité.

Enfin, on peut affirmer que la relation moyenne d'adhérence définie par (4.43) est également valable pour la prédiction des ouvertures des fissures dans des éléments structuraux de plus grandes dimensions que ceux pour lesquels elle a été établie (tirants avec  $h = 100 \text{ mm}$ ). Le modèle est ainsi validé pour le cas des structures réelles en béton armé de dimensions courantes (jusqu'à des épaisseurs de  $h = 42 \text{ cm}$ ).

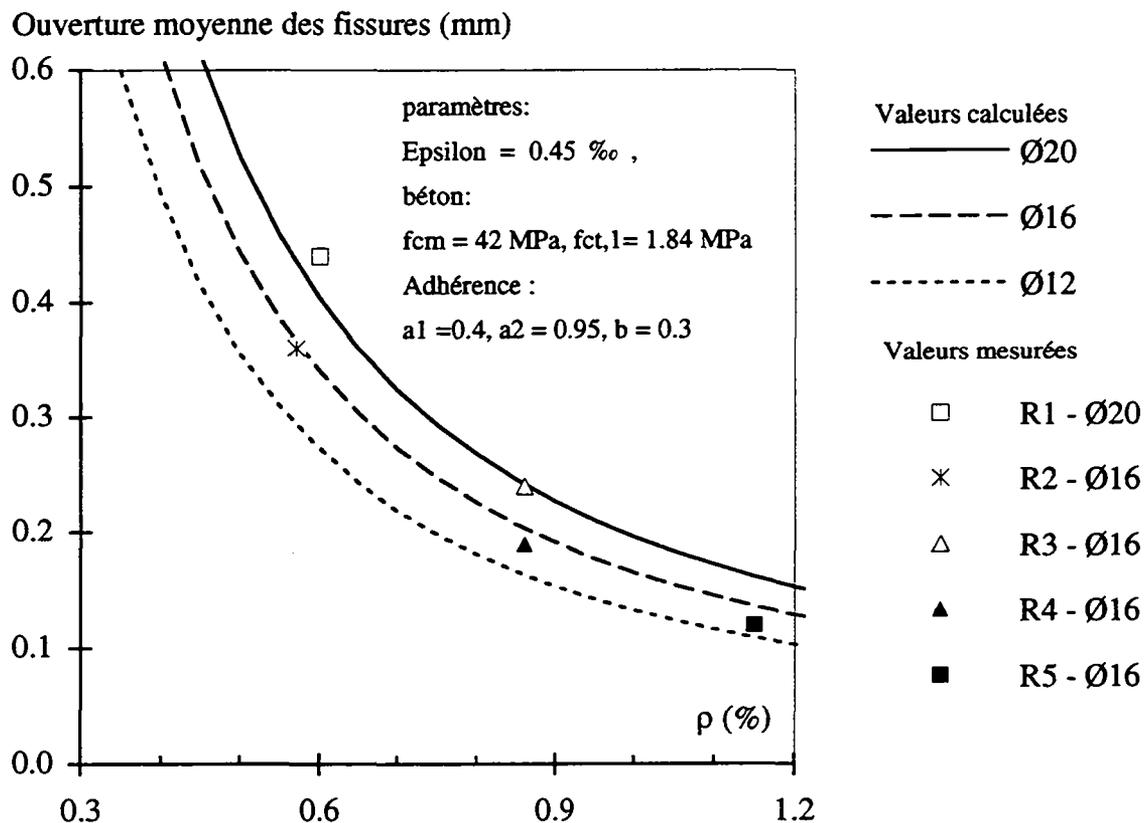


Fig. 4.21 : Ouvertures des fissures calculées comparées à celles mesurées lors des essais sur grands tirants de Mivelaz pour  $\varepsilon = 0.45\text{‰}$

Analysons maintenant l'évolution de l'ouverture des fissures dans les tirants de Mivelaz. Une comparaison entre les courbes mesurées et calculées du comportement global d'un tirant, ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) et ( $w_m - \epsilon$ ), est montrée à la figure 4.22. Les paramètres utilisés pour l'établissement des courbes calculées sont les mêmes que ceux utilisés pour les tests précédents (adhérence définie par (4.43)). La résistance effective à la traction utilisée pour le calcul ( $f_{ct,1} = 1.6$  MPa), est déduite de l'enveloppe de la courbe force - déformation mesurée lors de l'essai. On constate à la figure 4.22 que le comportement mesuré pour le tirant R2 est assez proche de celui calculé selon le modèle analytique.

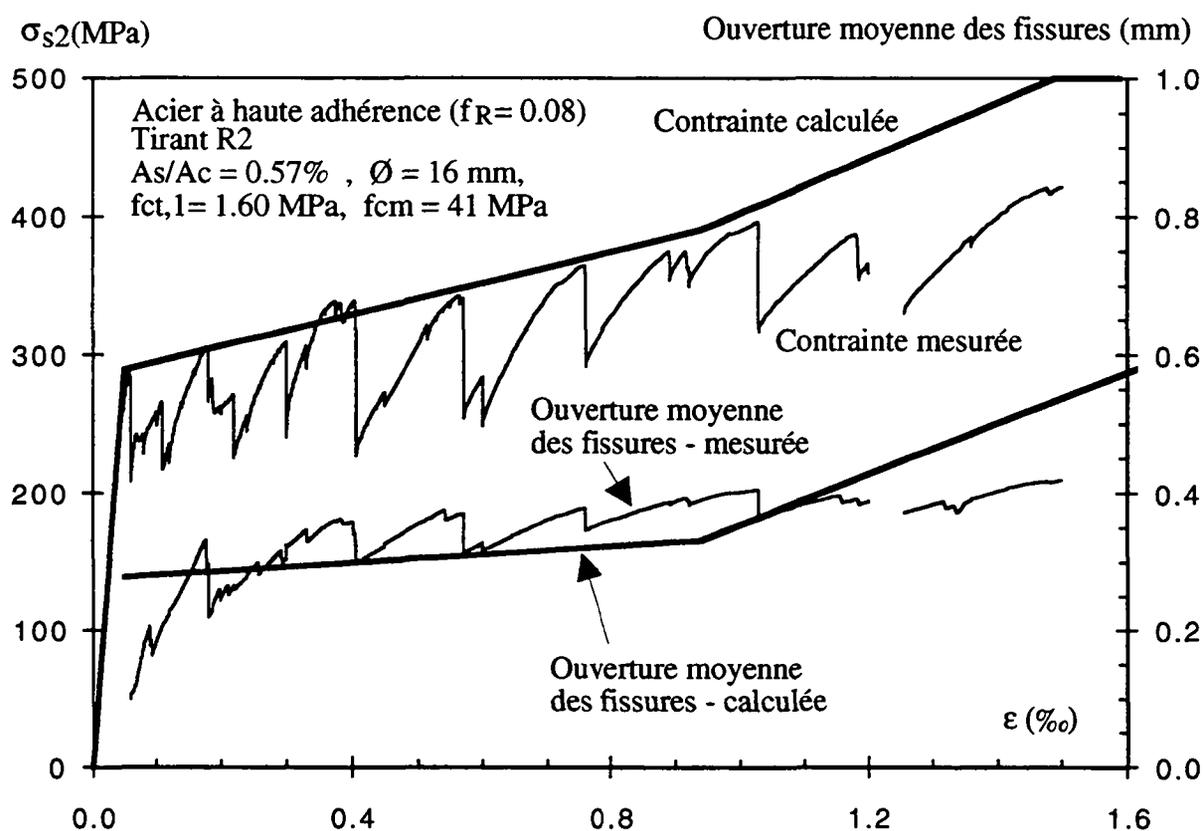


Fig. 4.22 : Courbes ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ) et ( $w_m - \epsilon$ ) calculées et mesurées pour le tirant R2

Enfin, les ouvertures de fissures mesurées et calculées ainsi que les courbes contrainte - déformation mesurées et calculées dans le cas des deux tirants R3 et E3, sont représentées aux figures 4.23(a) et 4.23(b). Ces 2 tirants ont les mêmes quantités et disposition de l'armature (barres  $\varnothing 16$  réparties en 3 nappes,  $\rho = 0.86\%$ ), mais sont réalisés à l'aide de deux bétons différents. Le béton du tirant E3 est un BHP ( $f_{cm} = 75.8$  MPa à 95 j) tandis que celui du tirant R3 est un BO ( $f_{cm} = 44.5$  MPa à 95 j). La figure 4.23(b) nous montre que la prédiction de l'ouverture moyenne des fissures par le modèle est relativement bonne pour les tirants R3 et E3. Une dispersion d'environ 20% dans la prédiction des ouvertures de fissures est en effet tout à fait acceptable compte tenu de la complexité et de l'importante dispersion inhérentes aux

phénomènes de fissuration. Cette figure confirme sur des essais "en vraie grandeur" nos observations sur petits tirants. En effet, les ouvertures des fissures mesurées dans ces 2 tirants en bétons de résistances très différentes, sont du même ordre de grandeur en phase de formation des fissures.

Alors que l'ouverture des fissures du tirant en BO est nettement plus élevée que celle du tirant en BHP quand les 2 tirants se trouvent en phase de fissuration stabilisée. La pente de la courbe  $w_m - \varepsilon$  en phase de fissuration stabilisée est plus faible pour le tirant E3 que pour le tirant R3. Cela signifie que l'espacement moyen des fissures est plus faible dans E3 que dans R3, ce qui confirme la réduction de la longueur d'introduction avec l'augmentation de la résistance du béton (voir §4.6.1).

En conclusion, la figure 4.23 montre que les courbes calculées par le modèle analytique reproduisent assez bien la différence du comportement à la fissuration des 2 tirants en BO et en BHP. La validité du modèle est ainsi démontrée dans le cas de structures courantes d'épaisseur faible à moyenne et de bétons à haute résistance.

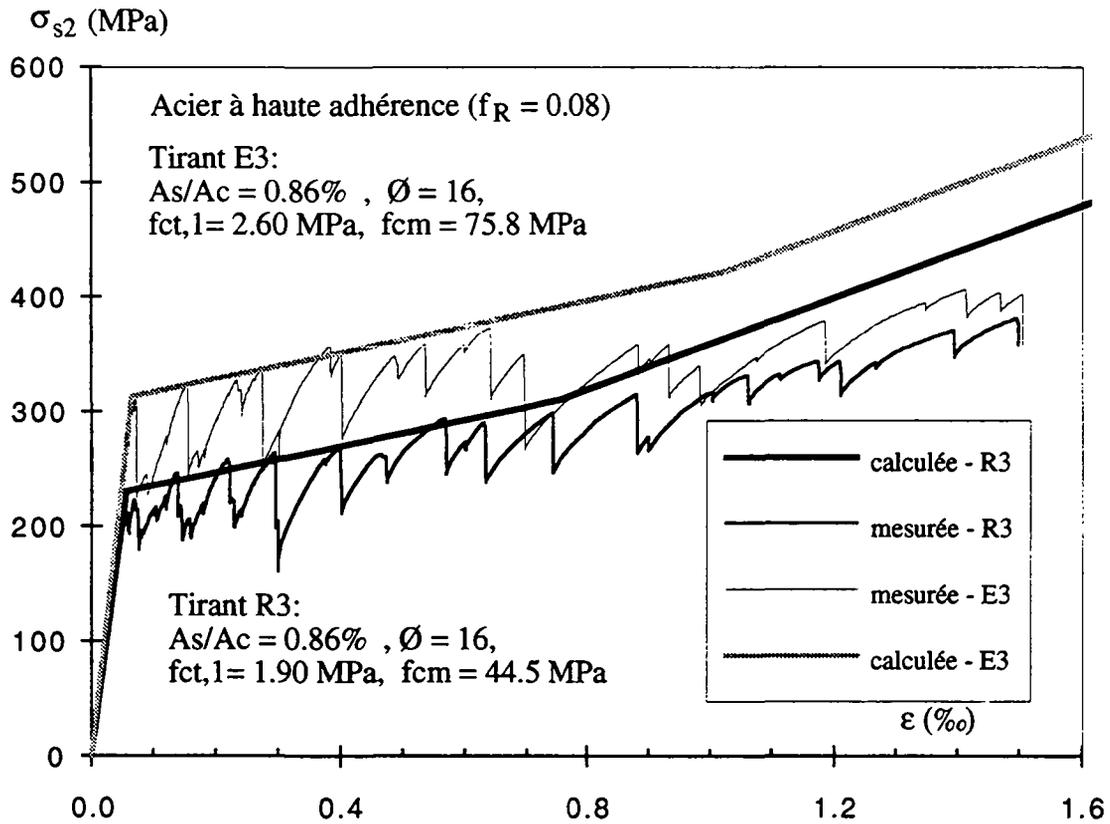


Fig. 4.23(a) : Influence de la résistance du béton sur la loi contrainte déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ ).  
 Courbes calculées et mesurées sur les grands tirants R3 et E3

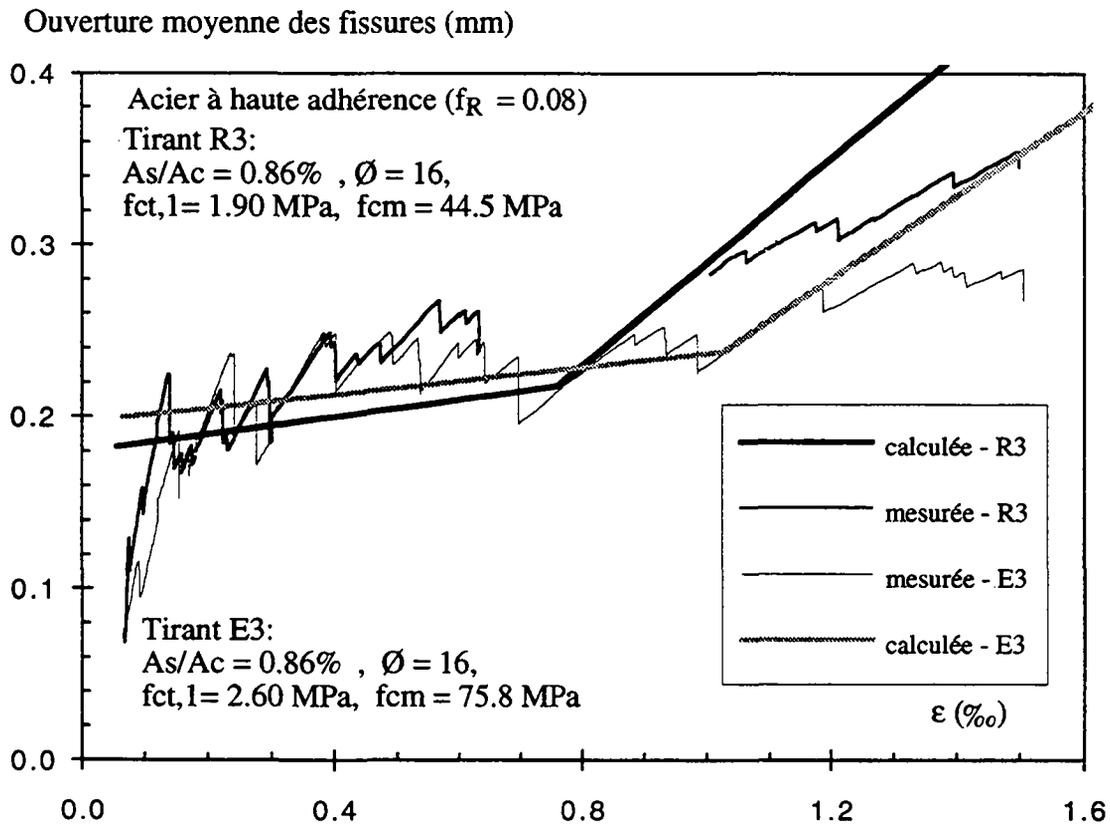


Fig. 4.23(b) : Influence de la résistance du béton sur l'évolution de l'ouverture des  
 fissures  $w_m$ . Courbes calculées et mesurées sur les grands tirants R3 et E3

## 4.6 Études paramétriques

L'influence de la déformation imposée sur l'évolution de l'ouverture moyenne des fissures a été montrée préalablement aux paragraphes 4.4.3 et 4.5.2. L'influence de la résistance du béton sur l'ouverture moyenne des fissures, sous une déformation imposée donnée, a également déjà été montrée à la figure 4.12. Par contre, l'influence d'autres variables du modèle sur la fissuration n'a pas encore été montrée dans cette étude. Les objectifs des études paramétriques de ce paragraphe sont les suivants :

- Montrer l'influence de la résistance du béton sur le comportement au voisinage d'une fissure isolée sous déformation imposée.
- Montrer l'influence du niveau de sollicitation sur la réduction de l'ouverture des fissures dans un tirant en BHP par rapport à celle dans un tirant en BO, cela aussi bien sous déformations que sous charges imposées.
- Montrer l'influence de divers paramètres du modèle de calcul sur l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée (quantité et répartition de l'armature, l'épaisseur de la structure et la qualité d'adhérence).

Les études paramétriques seront effectuées en utilisant les formules du paragraphe §4.3. La relation d'adhérence moyenne sera donnée par l'équation (4.43). Enfin, les résistances effectives à la traction du béton seront déterminées d'après les équations (4.7) et (4.8).

### 4.6.1 Influence de la résistance du béton sur le comportement au voisinage d'une fissure isolée

Nous montrons ici le comportement à la fissuration d'un tirant en BHP au moyen d'un calcul comparatif effectué à l'aide du modèle analytique calibré auparavant. Les grandeurs concernant la fissuration sont calculées au tableau 4.2 pour deux tirants fictifs, l'un en BO de résistance moyenne à la compression sur cylindres  $f_{cm} = 30$  MPa et l'autre en BHP de résistance à la compression  $f_{cm} = 70$  MPa. Ces deux tirants sont supposés posséder la même armature ( $\rho = 1.0$  % et  $\varnothing = 14$  mm à haute adhérence).

Le calcul est effectué en admettant une déformation imposée  $\varepsilon = 0.5$  ‰ ainsi qu'une adhérence moyenne (4.43). On constate que la contrainte dans l'acier correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure  $\sigma_{sr1}$  est plus élevée dans le tirant en BHP. Cependant, l'augmentation de la déformation relative de l'acier avec la résistance du béton est compensée par l'augmentation de l'adhérence béton - armature et la réduction qui s'ensuit de la longueur d'introduction  $L_r$  au voisinage de la fissure. Ainsi, les ouvertures des fissures des deux tirants sont du même ordre de grandeur.

$f_{cm}$	$f_{ctm}$	$f_{ct,1}$	$\sigma_{sr1}$	$w_{m,1}$	$L_r$	$w_m$ $\varepsilon = 0.5 \text{ ‰}$
(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(mm)	(mm)	(mm)
30	2.31	1.85	195	0.17	245	0.19
70	3.84	3.07	320	0.20	175	0.21

Tableau 4.2: Comparaison de la fissuration sous déformation imposée de deux tirants, l'un en BO et l'autre en BHP ( $\rho = 1.0 \%$ , barre  $\varnothing 14$  en acier S500)

Les distributions des contraintes dans l'acier d'armature  $\sigma_s(x_1)$  au voisinage de la première fissure dans le cas des 2 tirants étudiés ci-dessus sont représentées à la figure 4.24(a). Ces distributions sont calculées au moyen de l'équation (2.34.a) exposée au §2.2.3, en admettant la relation moyenne d'adhérence ( $\tau - s$ ) selon (4.43).

L'abscisse  $x_1$  dans les figures 4.24(a) et 4.24(b) représente la distance depuis la fissure ( $x_1 = L_r - x$ ) alors que la variable  $x$  dans les équations (2.34.a) à (2.34.d) représente la distance depuis la section homogène (en stade I). Nous avons effectué une translation de l'origine des abscisses afin de permettre une comparaison directe entre ces deux tirants en bétons de résistances différentes.

La distribution du glissement  $s(x_1)$  sur la longueur d'introduction  $L_r$  près de la fissure est également représentée à la figure 4.24(b). On voit clairement dans la figure 4.24 que l'amélioration de la liaison béton - armature que procure l'utilisation d'un BHP entraîne la réduction de la longueur d'introduction. Cela compense l'augmentation de la déformation relative de l'acier au voisinage de la fissure, qui résulte de l'augmentation de la résistance à la traction du béton.

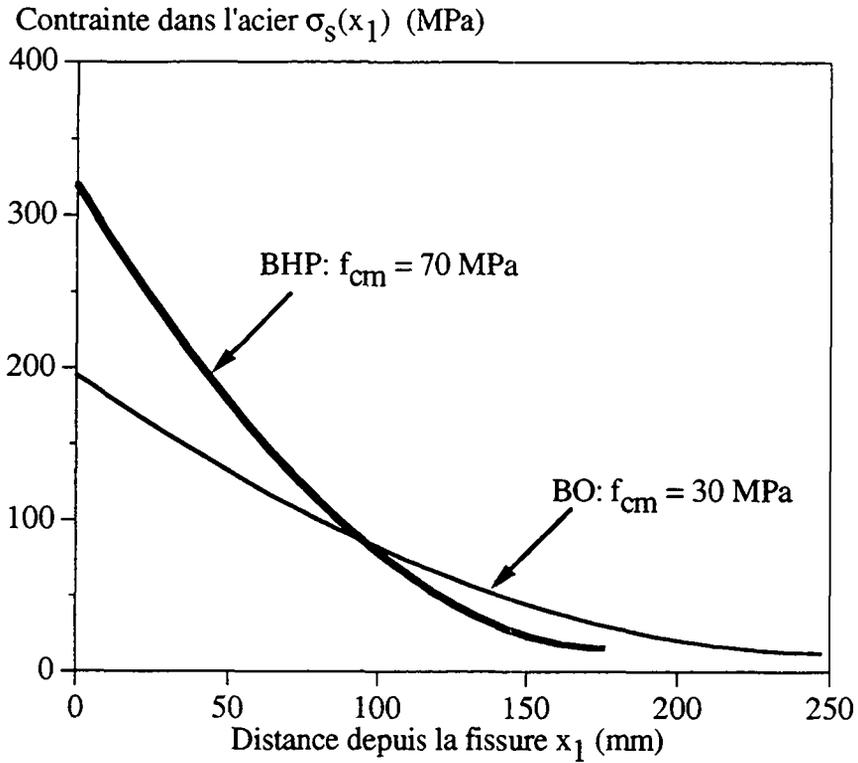
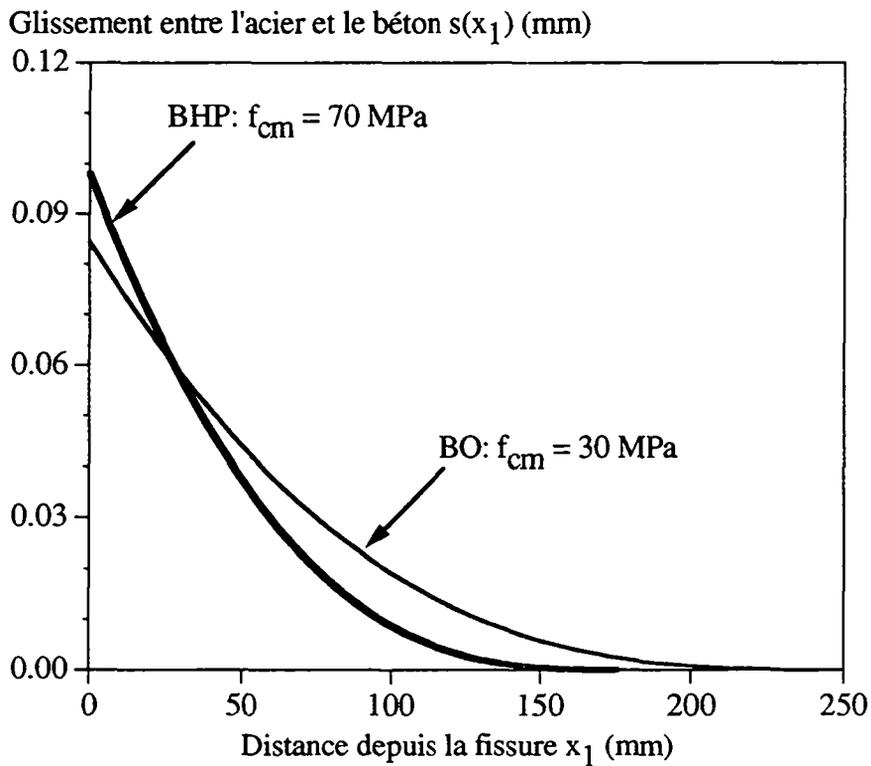
(a) Distribution des contraintes dans l'acier d'armature  $\sigma_s(x_1)$ (b) Distribution du glissement entre béton et armature  $s(x_1)$ 

Fig. 4.24 : Comportement au voisinage d'une fissure de 2 tirants, l'un en BO et l'autre en BHP ( $\rho = 1.0$  %,  $\varnothing = 14$  mm à haute adhérence,  $a_1 = 0.4$ ,  $a_2 = 0.95$ ,  $b = 0.3$ )

#### 4.6.2 Influence du béton et de l'armature sur la variation de l'ouverture des fissures, en fonction de la déformation imposée

On définit la réduction de l'ouverture moyenne des fissures comme étant la différence entre les ouvertures des fissures dans les 2 tirants rapportée à celle dans le tirant en BO, soit :

$$\Delta w_m = \frac{w_m(\text{BO}) - w_m(\text{BHP})}{w_m(\text{BO})} \quad (4.46)$$

A la figure 4.25, cette réduction a été calculée pour deux bétons en fonction de la déformation imposée dans le cas de tirants ayant même armature: un BO de résistance à la compression  $f_{cm} = 30$  MPa et un BHP de résistance à la compression  $f_{cm} = 70$  MPa. Le pourcentage d'armature dans les tirants varie entre 0.8% et 1.4% alors que le diamètre de l'armature considéré est de 14 mm. On constate sur cette figure que la réduction de l'ouverture des fissures est négative sous des valeurs usuelles (de l'ordre de 0.2 à 0.5 ‰) de la déformation imposée correspondant à la phase de formation des fissures; il s'agit en fait dans cette phase d'une légère augmentation de l'ouverture des fissures (de l'ordre de 10 à 15%) si l'on utilise un BHP au lieu d'un BO.

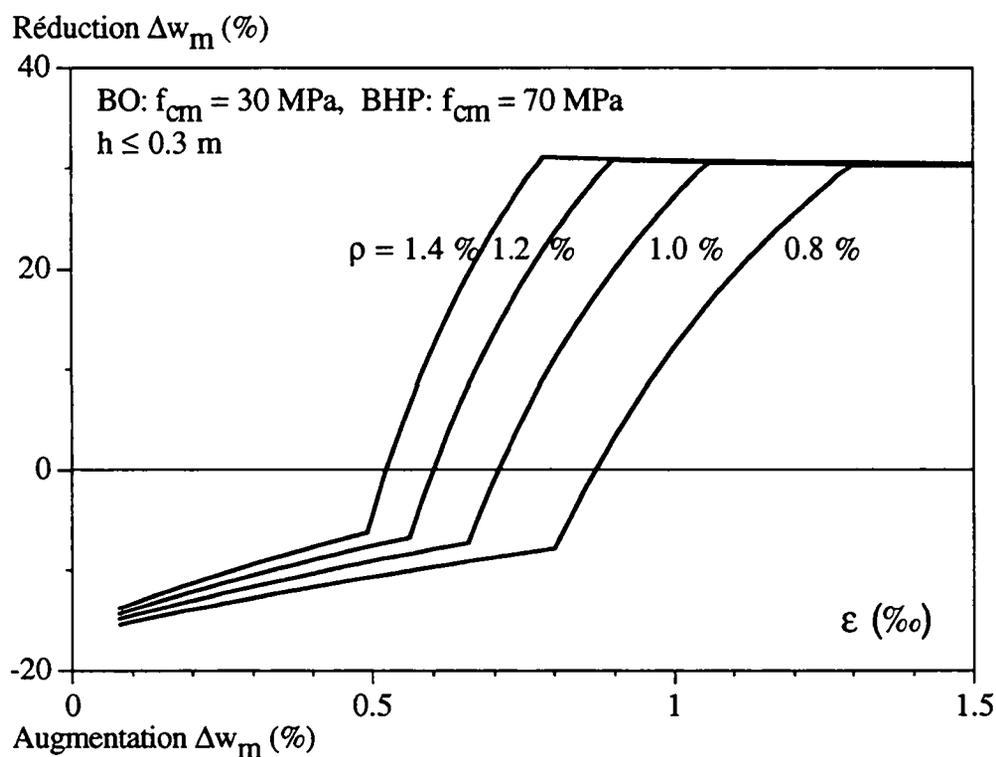


Fig. 4.25 : Réduction de l'ouverture des fissures sous déformation imposée - Influence du pourcentage d'armature

Comme déjà montré au §4.4.3 et §4.5.2, la figure 4.25 indique au contraire une inversion de cette tendance et une forte réduction (de l'ordre de 20 à 40%) de l'ouverture des fissures si l'on utilise un BHP au lieu d'un BO, sous des valeurs élevées de la déformation imposée ( $\epsilon > 0.7$  à 1‰) correspondant d'ailleurs à la phase de fissuration stabilisée. La figure 4.26 montre les mêmes tendances pour différents tirants réalisés avec différents BHP de résistance moyenne à la compression variant entre 50 et 90 MPa et avec un pourcentage d'armature constant  $\rho = 1\%$ . On constate sur cette figure que la réduction possible de l'ouverture des fissures dépend de la différence entre la résistance du BHP et celle du BO et de la phase de fissuration dans laquelle se trouvent les 3 tirants, sous une déformation imposée donnée.

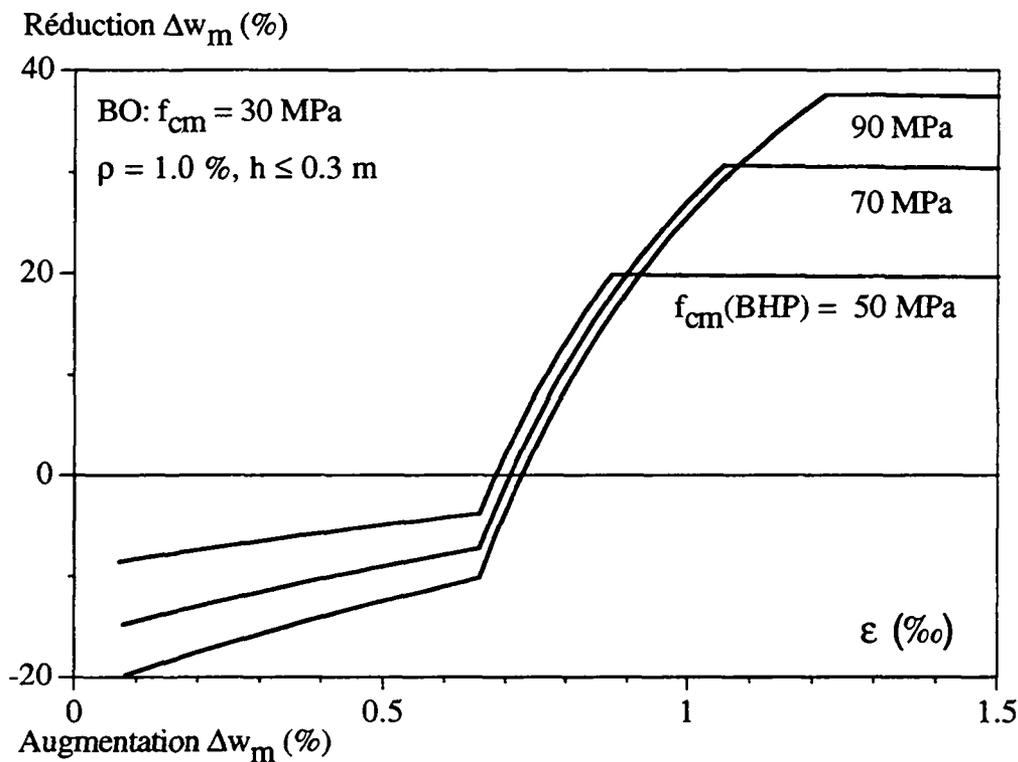


Fig. 4.26 : Réduction possible grâce au BHP de l'ouverture des fissures sous déformation imposée - Influence de la résistance du béton

#### 4.6.3 Influence de divers paramètres du modèle de calcul sur l'ouverture des fissures sous déformation imposée

Le but de ce paragraphe est de mettre en évidence l'influence de divers paramètres intervenant dans le modèle de calcul analytique sur l'ouverture moyenne des fissures, sous une déformation imposée donnée  $\epsilon$ .

L'influence de la quantité d'armature et de sa répartition sur l'ouverture des fissures est illustrée à la figure 4.27. Le calcul est effectué pour une déformation imposée  $\epsilon = 0.5\%$ , un BO de résistance  $f_{cm} = 30$  MPa et une section d'épaisseur  $h \leq 0.3$  m ( $\lambda = 0.8$ ).

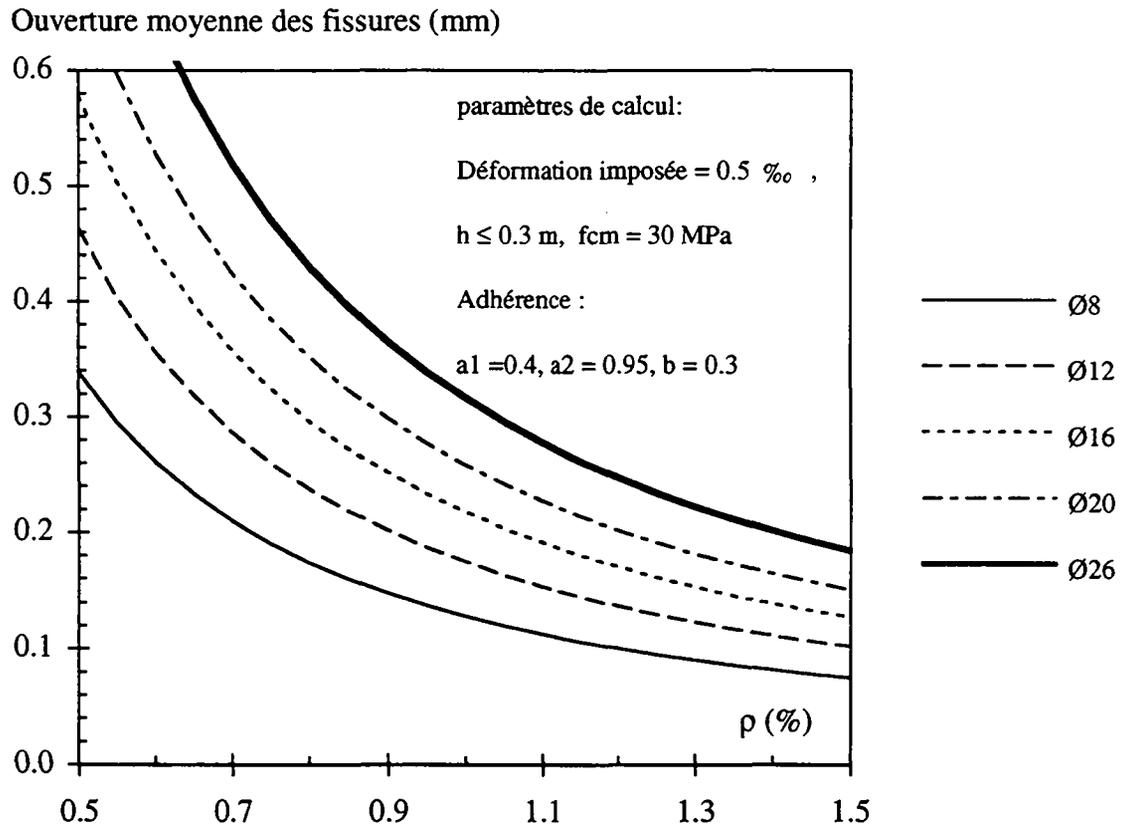


Fig. 4.27 : Influence de la quantité et de la répartition de l'armature sur l'ouverture moyenne des fissures sous déformation imposée

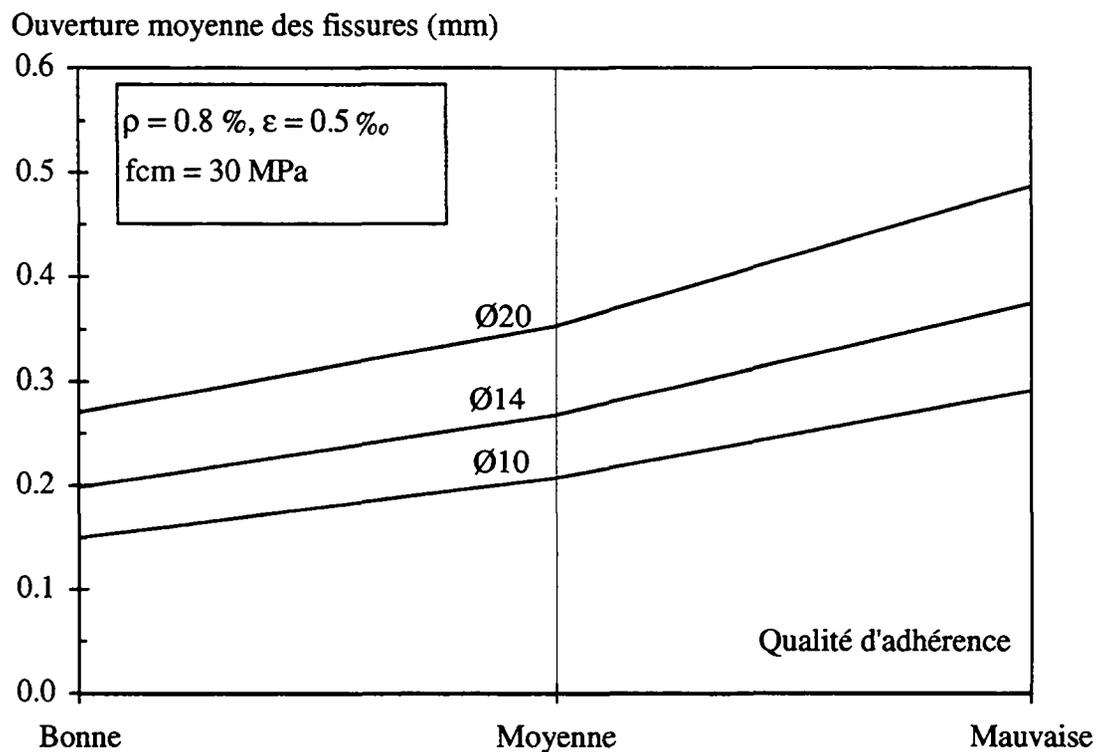


Fig. 4.28 : Influence des conditions d'adhérence béton - armature sur l'ouverture moyenne des fissures, sous déformation imposée

La figure 4.28 montre la variation de l'ouverture moyenne des fissures en fonction de la qualité d'adhérence béton - armature, calculée dans un cas particulier avec les paramètres :

$$f_{cm} = 30 \text{ MPa} \quad , \quad \rho = 0.8\% \quad , \quad \varepsilon = 0.5\text{‰}$$

Les trois conditions d'adhérence considérées correspondent aux trois relations d'adhérences établies au §4.4, données par les équations (4.43) à (4.45). La figure 4.28 met l'accent sur l'importance de la qualité d'adhérence béton - armature sur le contrôle de l'ouverture des fissures. L'ouverture des fissures peut varier d'un facteur 2 environ, quand les conditions d'adhérence passent de "bonnes" aux "mauvaises".

La figure 4.29 montre l'influence de l'épaisseur de la structure sur la valeur calculée de l'ouverture moyenne des fissures dans un cas particulier. Les paramètres utilisés pour ce calcul sont les suivants :

$$f_{cm} = 30 \text{ MPa} \quad , \quad \rho = 0.8\% \quad , \quad \varepsilon = 0.5\text{‰}$$

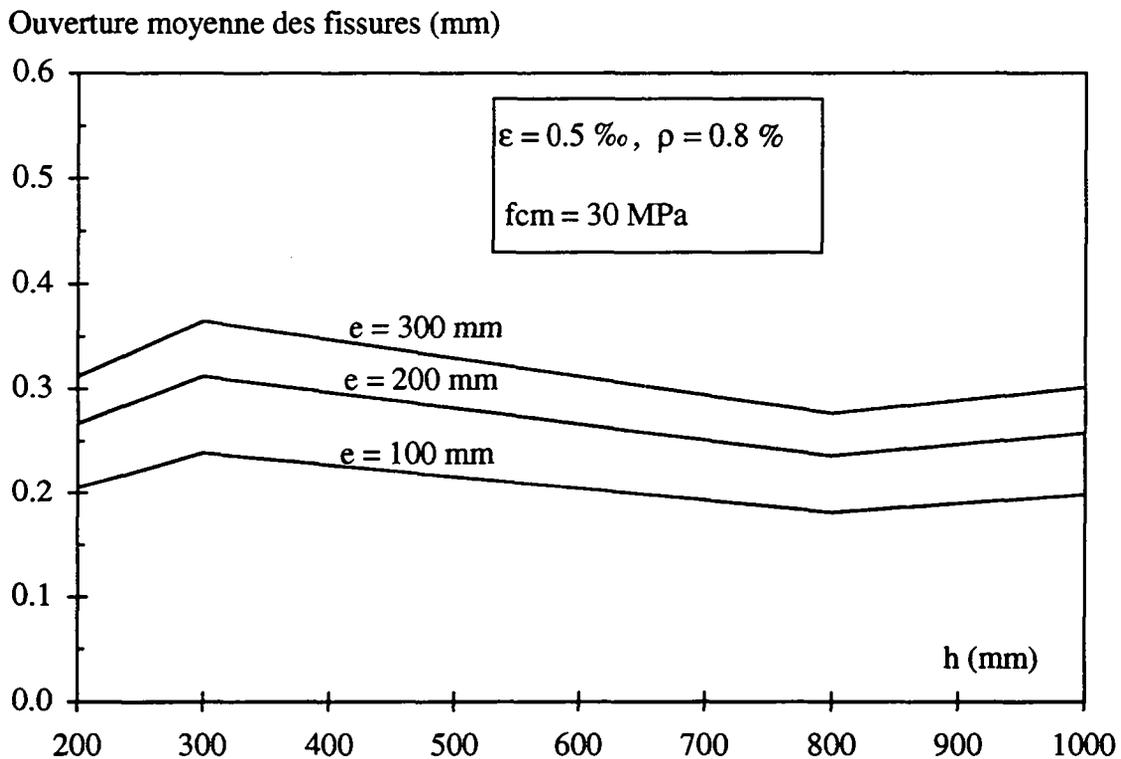


Fig. 4.29 : Influence de l'épaisseur de la structure sur l'ouverture moyenne des fissures, sous déformation imposée

La figure 4.29 est établie en admettant que l'armature est disposée en 2 nappes et que l'espacement des barres "e" est maintenu constant avec l'augmentation de l'épaisseur. Ce choix signifie que le diamètre des barres utilisées augmente avec l'épaisseur h, si le pourcentage d'armature ρ et l'espacement des barres sont gardés constants. En effet, le diamètre des barres Ø s'exprime, dans le cas d'une section à 2 nappes, en fonction de l'épaisseur du tirant h, du

pourcentage d'armature  $\rho$  et de l'espacement des barres d'armature  $e$ . Le pourcentage d'armature est défini par:

$$\rho = \frac{A_s}{h \cdot e} \text{ avec } A_s = 2 \cdot \frac{\pi \varnothing^2}{4}$$

D'où, 
$$\varnothing = 0.798 \sqrt{h \cdot e \cdot \rho}$$

On constate sur la figure 4.29 que l'ouverture des fissures ne varie que légèrement avec l'épaisseur  $h$ . Une diminution de l'ouverture des fissures  $w_m$  avec l'augmentation de l'épaisseur  $h$  est une conséquence directe de la diminution de la résistance effective à la traction du béton  $f_{ct,1}$  avec l'épaisseur de la structure, selon l'équation (4.9). Cependant, cette réduction est partiellement compensée par l'augmentation de l'ouverture des fissures due à l'augmentation du diamètre des barres d'armature.

Ainsi donc, l'étude paramétrique effectuée et dont le résultat est présenté à la figure 4.29 laisse apparaître que l'ouverture probable des fissures, dans un élément en béton armé sollicité par une déformation imposée, est peu influencée par l'épaisseur de l'élément, si le pourcentage et l'espacement de l'armature longitudinale qui y est placée demeurent inchangés.

#### 4.6.4 Influence du béton et de l'armature sur l'ouverture moyenne des fissures en fonction du niveau de sollicitation, dans le cas de charges imposées

Jusqu'à présent nous avons principalement étudié la fissuration et les ouvertures de fissures sous déformation imposée. Il est vrai que ce type de sollicitation est très souvent la cause de la fissuration dans les structures. Toutefois, il n'en demeure pas moins que la fissuration sous "charge imposée" ou "force imposée", peut aussi apparaître à l'état de service dans les structures en béton armé et qu'elle doit également être contrôlée pour garantir les exigences requises.

L'enveloppe de la courbe force - déformation totale d'un tirant en béton armé est la même sous sollicitation de charge imposée ou déformation imposée. Donc, les équations établies au §4.3 pour le calcul des ouvertures des fissures sous déformation imposée, sont également applicables sous charges imposées.

Pour calculer les ouvertures de fissures sous une charge donnée, il suffit d'estimer la contrainte  $\sigma_{s2}$  dans l'armature, calculée en stade II-nu, et de la comparer aux contraintes délimitant les phases de fissuration. Ainsi, le calcul de l'ouverture des fissures peut s'effectuer au moyen de la formule correspondant à chacune des phases de fissuration, comme indiqué ci-après :

- $\sigma_{s2} < \sigma_{sr1}$  : la structure n'est pas fissurée
- $\sigma_{sr1} \leq \sigma_{s2} \leq \sigma_{srn}$  : la structure se trouve en phase de formation des fissures et le calcul se fait à l'aide des équations (4.24 et 4.39)
- $\sigma_{srn} < \sigma_{s2} < f_y$  : la fissuration est stabilisée. L'ouverture moyenne peut être calculée à l'aide de (4.40)
- $\sigma_{s2} \geq f_y$  : l'armature se plastifie et les ouvertures de fissures deviennent très grandes et non contrôlées. Le calcul de l'ouverture des fissures n'a donc plus de sens.

Il en découle que l'ouverture des fissures sous charges imposées dépend du niveau de charge et de la phase de fissuration dans laquelle se trouve l'élément structural.

Une étude paramétrique a été effectuée dans le cas de 4 tirants en B.A. ayant la même armature mais des bétons de résistances différentes. Les paramètres du calcul sont les suivants :

$$\rho = 1.0\% \quad , \quad \varnothing = 14 \text{ mm} \quad \text{et} \quad f_{cm} = 30, 50, 70 \text{ et } 90 \text{ MPa}$$

La figure 4.30 montre l'évolution de l'ouverture moyenne des fissures en fonction de la contrainte dans l'armature au droit d'une section fissurée  $\sigma_{s2}$ , pour ces 4 tirants.

Comparons pour fixer les idées le comportement à la fissuration des deux tirants en B.A. de résistances  $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$  et  $f_{cm} = 70 \text{ MPa}$ . Ces tirants se trouvent dans deux phases de fissuration différentes sous la charge imposée correspondant à  $\sigma_{s2} = 360 \text{ MPa}$ . Le tirant réalisé en béton de résistance ordinaire  $f_{cm} = 30 \text{ MPa}$  se trouve dans la phase de fissuration stabilisée, tandis que celui réalisé en béton à plus haute résistance,  $f_{cm} = 70 \text{ MPa}$ , est en phase de formation des fissures.

Les ouvertures des fissures calculées dans ces 2 tirants à l'aide des équations du §4.3 sous le niveau de charge  $\sigma_{s2} = 360 \text{ MPa}$ , sont présentées dans le tableau 4.3.

$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$f_{ct,1}$ (MPa)	$\sigma_{sr1}$ (MPa)	$w_{m,1}$ (mm)	$L_r$ (mm)	$w_m$ $\sigma_{s2} = 360 \text{ MPa}$ (mm)
30	2.31	1.85	195	0.17	245	0.36
70	3.84	3.07	320	0.20	175	0.21

Tableau 4.3 : Comparaison des ouvertures des fissures sous charge imposée dans deux tirants, l'un en BO et l'autre en BHP ( $\rho = 1.0\%$  , barre  $\varnothing 14$  en acier S500)

On constate au tableau 4.3 une forte réduction de l'ouverture moyenne des fissures sous charge imposée (colonne No. 7) avec l'augmentation de la résistance du béton.

Il est intéressant de noter à la figure 4.30 le retard dans l'apparition de la fissuration pour les bétons à plus haute résistance. Ainsi, la courbe ( $w_m - \sigma_{s2}$ ) se décale vers la droite quand on augmente la résistance du béton  $f_{cm}$ . La différence entre les ouvertures de fissures dans un tirant en BO ( $f_{cm} < 50$  MPa) et un autre en BHP ( $f_{cm} > 50$  MPa), dépend d'une part de la résistance du béton et d'autre part du niveau de charge (ou de contrainte). En résumé et au contraire de ce que nous avons vu sous déformation imposée, l'ouverture des fissures peut être réduite considérablement sous sollicitation de charges imposées grâce à l'utilisation d'un BHP.

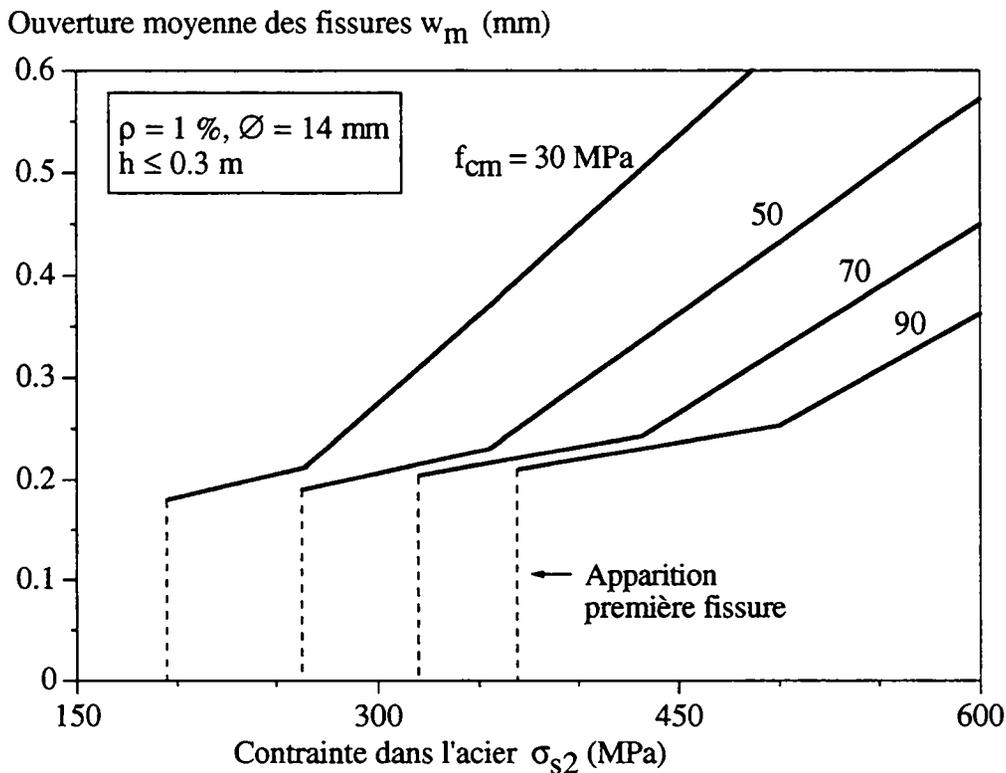


Fig. 4.30 : Influence de la résistance du béton et du niveau de sollicitation sur l'ouverture moyenne des fissures dans le cas de charge imposée

Déterminons maintenant la valeur de cette réduction à partir des courbes ouvertures des fissures - niveau de charge ( $w_m - \sigma_{s2}$ ), calculées avec des bétons de différentes résistances (voir figure 4.31). La réduction de l'ouverture moyenne des fissures  $\Delta w_m$  d'un tirant en BHP par rapport à celle d'un tirant en BO (de résistance  $f_{cm} = 30$  MPa) est calculée à partir de l'équation (4.46) en fonction du niveau de contrainte  $\sigma_{s2}$  et de la résistance du BHP. La figure 4.31 illustre les résultats d'un tel calcul dans un cas particulier ( $h \leq 0.3$  m,  $\lambda = 0.8$ ,  $\rho = 1\%$ ).

Le saut vertical dans chaque courbe de la figure 4.31 correspond à l'apparition de la fissuration dans la structure en BHP. On constate que cette apparition se manifeste d'autant plus

tardivement, c'est-à-dire sous un niveau de contrainte élevé dans l'acier, que la résistance du béton est élevée. L'utilisation de BHP à très haute résistance ( $f_{cm} \geq 90$  MPa) peut donc empêcher toute apparition de fissure sous charge imposée dans une structure en béton armé.

Signalons enfin que la réduction de l'ouverture des fissures grâce à l'utilisation de BHP de très haute résistance ( $f_{cm} \geq 90$ ) est limitée par la contrainte maximale à laquelle l'acier d'armature est autorisé de travailler ( $f_y$  ou valeur admissible inférieure définie dans les normes). La figure 4.31 montre donc l'intérêt d'une utilisation simultanée de BHP et d'acier d'armature à plus haute résistance que celle couramment employée.

A la figure 4.32, nous montrons, pour terminer, l'effet d'une variation du pourcentage d'armature sur la réduction de l'ouverture moyenne des fissures  $\Delta w_m$  d'un tirant en BHP ( $f_{cm} = 70$  MPa) par rapport à un même tirant en BO ( $f_{cm} = 30$  MPa). Cette figure indique qu'à l'état fissuré, la réduction possible de l'ouverture des fissures dépend en premier lieu de la résistance du béton. Elle est peu influencée par le pourcentage d'armature et par le niveau de sollicitation (pour autant que  $f_{cm} > 60$  MPa). Ainsi, cette réduction est de l'ordre de 40 à 50% pour un BHP avec  $f_{cm} = 70$  MPa. On peut en outre constater que les sauts verticaux, correspondant à l'apparition de la fissuration, se produisent sous un niveau de contrainte d'autant plus faible que le pourcentage d'armature est élevé.

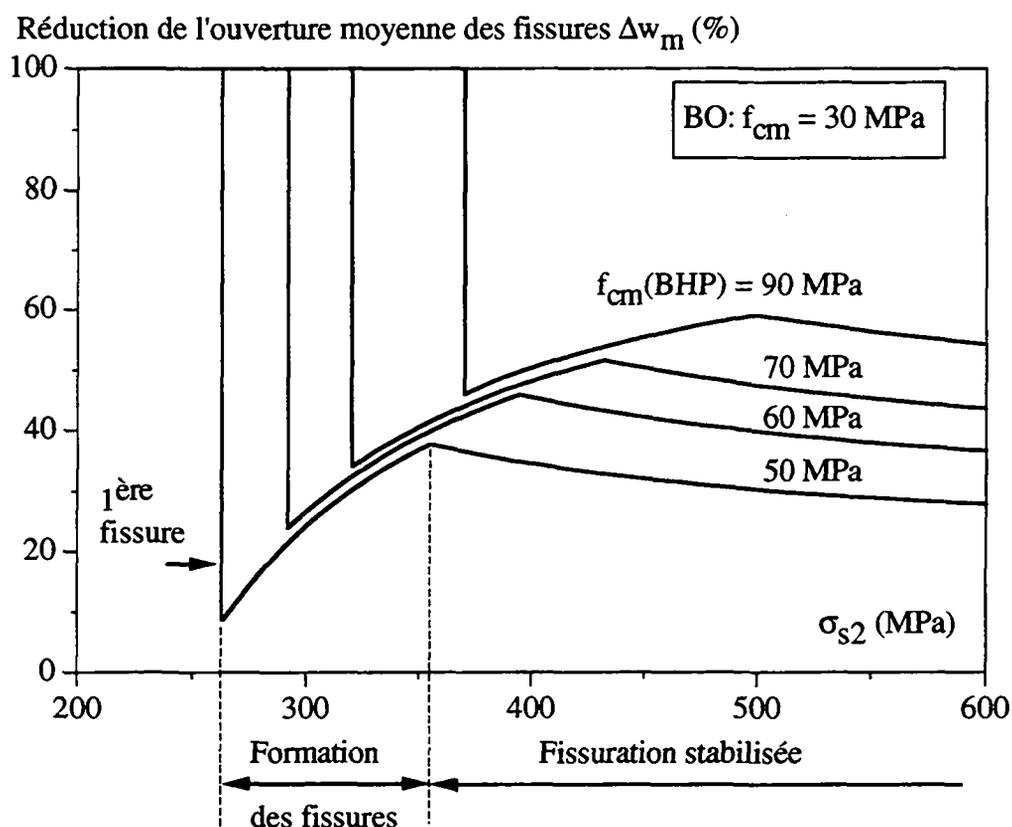


Fig. 4.31 : Réduction possible grâce aux BHP de l'ouverture des fissures sous charge imposée – Influence de la résistance du béton. ( $\rho = 1.0\%$ ,  $\varnothing 14$ ,  $h \leq 0.3$  m)

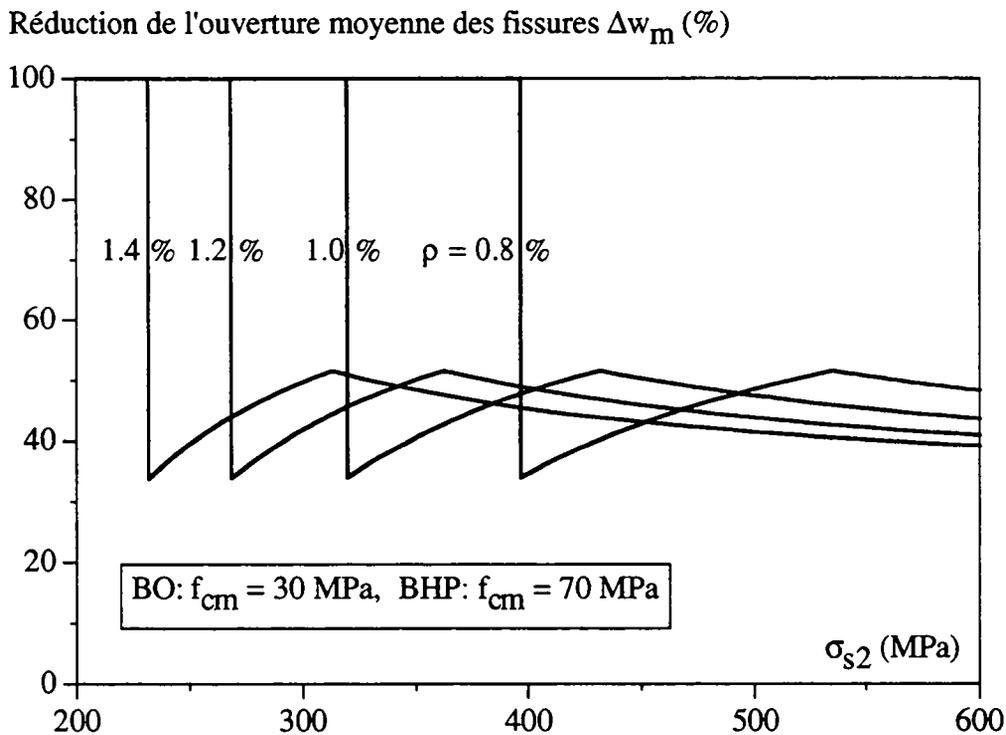


Fig. 4.32 : Réduction possible grâce aux BHP de l'ouverture des fissures sous charge imposée – Influence du pourcentage d'armature. ( $\varnothing 14$ ,  $h \leq 0.3$  m)

#### 4.7 Conclusions de l'étude théorique

Le modèle de calcul des ouvertures des fissures, basé sur la loi d'adhérence béton - armature a été calibré pour permettre la prédiction de l'ouverture moyenne des fissures dans toutes les phases de fissuration et quelle que soit la classe de résistance du béton.

La loi multilinéaire contrainte - déformation a été employée. Le paramètre  $\delta = 1.35$  de cette loi a été choisi d'après les résultats expérimentaux,  $\lambda(h)$  d'après la littérature alors que l'espacement moyen des fissures en phase de fissuration stabilisée a été admis proportionnel à  $L_f$  ( $S_{rm} = 4/3 L_f$ ).

La relation d'adhérence ( $\tau - s$ ) a été obtenue par calibrage du modèle de calcul à partir des ouvertures des fissures mesurées lors des essais sur petits tirants en B.A. Cette relation tient compte de l'influence de la résistance du béton sur l'adhérence béton - armature, pour des valeurs de la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  variant de 30 à 90 MPa. Le modèle analytique, calibré et validé pour une large gamme de bétons, permet de donner une explication rationnelle des observations faites lors des essais de tirants en BHP. En particulier le comportement au voisinage des fissures dans une structure en BHP peut être prédit en employant la relation d'adhérence proposée. Ainsi, le modèle de calcul des ouvertures des fissures a été étendu à toutes les phases de fissuration et validé pour les structures en BHP.

La validité du modèle de calcul proposé a été contrôlée sur des structures de grandes dimensions grâce à des résultats d'essais sur grands tirants effectués par d'autres chercheurs de l'IBAP.

En résumé, le modèle analytique permet le calcul des ouvertures des fissures et le développement de méthodes simplifiées pour contrôler la fissuration dans les structures en béton armé quelles que soient la classe de résistance du béton (béton ordinaire ou BHP), la nature des sollicitations (déformation ou charge imposée) et leur intensité (formation des fissures ou fissuration stabilisée).

## 5. ARMATURE MINIMALE POUR CONTRÔLER LA FISSURATION SOUS DÉFORMATION IMPOSÉE

Les formules de calcul présentées au §4.3 sont peu pratiques pour calculer l'armature nécessaire au contrôle de la fissuration. Pour cette raison, nous allons établir une méthode simplifiée qui permettra d'étudier l'influence de la résistance du béton sur le pourcentage d'armature nécessaire au contrôle de l'ouverture moyenne des fissures  $w_m$  à une valeur spécifiée sous déformation imposée de traction pure.

La méthode simplifiée est développée à partir du modèle de calcul exposé au chapitre 4, en admettant la relation d'adhérence ( $\tau - s$ ) de l'équation (4.43) et la relation entre la résistance à la traction directe et celle à la compression du béton définie par (3.1). Les résistances effectives à la traction du béton à l'apparition de la 1ère fissure  $f_{ct,1}$ , respectivement à l'apparition de la dernière fissure  $f_{ct,n}$ , sont calculées à l'aide des équations (4.7) à (4.9).

Les méthodes simplifiées pour le calcul de l'armature minimale qui sont développées ici ne sont strictement valables que sous des sollicitations de courte durée.

Ouvrons ici une parenthèse concernant la prise en compte des effets du temps sur la fissuration. Des études récentes, effectuées par Jaccoud [F41], ont montré qu'il est possible de tenir compte de l'effet du temps sur les ouvertures des fissures, en utilisant le modèle de calcul exposé au chapitre 4 de cette thèse. Pour ce faire, il a admis le fluage de la relation d'adhérence ( $\tau - s$ ) dans le temps tel qu'il est défini dans le Code Modèle 90, ainsi qu'un module d'élasticité ajusté du béton (plus faible que le module instantané). Ces études ont montré que l'influence du temps sur l'ouverture moyenne des fissures peut être prédite à l'aide du modèle de calcul analytique développé dans cette thèse, dûment modifié afin de tenir compte du fluage. Sous sollicitations de longue durée, le modèle modifié prédit une augmentation des ouvertures des fissures de 25% par rapport à celles sous sollicitations de courte durée. Cette augmentation correspond à celle observée dans des essais par Rehm et Eligehausen [F66] ainsi que par Jaccoud [F47] qui étaient respectivement de 35% après 600 jours et 20 à 30% après 400 jours.

Selon Jaccoud, l'armature minimale nécessaire à contrôler les ouvertures des fissures à une valeur spécifiée, est 23% plus élevée au temps  $t = 5$  ans que celle nécessaire au temps  $t = 0$ . Par contre, l'armature de non-plastification n'est pratiquement pas influencée par l'effet du temps (augmentation seulement de l'ordre de 5%). Enfin, la contrainte admissible dans l'acier d'armature lorsqu'il s'agit de contrôler sous charge imposée l'ouverture moyenne des fissures à une valeur spécifiée, est environ 10 à 12% plus faible au temps  $t = 5$  ans qu'au temps  $t = 0$ .

Ces études montrent enfin que l'influence relative de la résistance du béton sur les ouvertures des fissures est la même lorsque la sollicitation est de longue durée que lorsqu'elle est de courte durée.

Nous avons montré au §4.4 que l'ouverture moyenne des fissures, sous déformation imposée et en phase de formation des fissures, est du même ordre de grandeur quelle que soit la résistance du béton. Nous développons dans ce paragraphe, des méthodes simplifiées permettant de déterminer la quantité d'armature nécessaire pour satisfaire le critère de non-plastification de l'acier ou celui de limitation de l'ouverture moyenne des fissures à des valeurs spécifiées, sous des déformations imposées de courte durée provoquant des sollicitations de traction pure.

### 5.1 Critère de non-plastification

Le calcul de l'armature de non-plastification dans un élément tendu en béton armé est réalisé à partir de l'équilibre entre l'effort normal de traction dans une section travaillant en stade I et celui d'une section fissurée travaillant en stade II-nu. Nous avons admis au §4.2.3 que la résistance effective à la traction du béton augmente de  $f_{ct,1}$  à  $f_{ct,n}$  proportionnellement à  $\epsilon$  durant la phase de formation des fissures (figure 4.3). La résistance effective à la traction du béton, pour une valeur  $\epsilon$  donnée en phase de formation des fissures, s'obtient de l'équation (5.1) développé à l'Annexe A :

$$f_{ct}(\epsilon) = f_{ct,1} + E_2 (\epsilon - \epsilon_{s1,r1}) \quad (5.1)$$

L'équation (5.2) définissant la pente  $E_2$  dans le diagramme  $(\sigma_{c1} - \epsilon)$  en fonction des paramètres  $\delta$  et  $\beta_n$  a été développée à l'Annexe A :

$$E_2 = \frac{(\delta - 1) \cdot \alpha \rho}{[\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha \rho]} \cdot E_c \quad (5.2)$$

En introduisant les valeurs des paramètres  $\delta$  et  $\beta_n$  ( $\delta = 1.35$ ,  $\beta_n = 0.72$ ) dans l'équation (5.2) et en admettant  $\alpha = 6.5$ , on écrit  $E_2$  sous la forme :

$$E_2 \cong 0.57 \cdot \rho \cdot E_s$$

Signalons que la valeur de  $\alpha$  choisie pour estimer  $E_2$  correspond à une sollicitation de courte durée.

Déterminons maintenant le pourcentage d'armature nécessaire, dans le cas de la traction pure, pour éviter la plastification de l'acier sous l'effort normal correspondant à l'apparition d'une fissure sous la déformation imposée  $\epsilon = 0.4\%$ . Ainsi on tient compte de l'accroissement de l'effort normal entre la déformation correspondant à l'apparition de la 1ère fissure et la

déformation  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$ . L'équilibre entre cet effort de fissuration et la force dans l'armature au droit de la section fissurée nous donne selon §4.2.4, équation (4.10), en supposant  $\sigma_s = f_y$  :

$$A_c (1 + (\alpha - 1) \rho) \cdot f_{ct}(\varepsilon) = A_s \cdot f_y \quad (5.3)$$

En introduisant  $f_{ct}(\varepsilon)$  de (5.1) dans l'équation (5.2), on obtient une équation du deuxième degré en  $\rho$ . Une solution simple et approchée de l'équation (5.2) par rapport à  $\rho$ , a été obtenue en admettant  $\lambda(h)$  d'après l'équation (4.8). Cette solution nous fournit le pourcentage d'armature de non-plastification en traction pure pour une déformation imposée  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$ , sous la forme pratique suivante :

$$\rho_y = k_y \cdot \frac{f_{ctm}}{f_y} \quad (5.4)$$

avec,

$$\begin{aligned} k_y &= 0.9 \text{ pour } h \leq 0.3 \text{ m} \\ k_y &= 0.57 \text{ pour } h \geq 0.8 \text{ m} \\ k_y &= 1.1 - 0.66 h \text{ pour } 0.3 < h < 0.8 \text{ m} \end{aligned} \quad (5.5)$$

$k_y$  : coefficient équivalent à  $\lambda(h)$ , qui tient compte de la réduction de la résistance effective à la traction du béton avec l'augmentation de l'épaisseur.

Le pourcentage d'armature de non-plastification  $\rho_y$  défini par l'équation (5.4) est représenté par les courbes en traitillé sur les figures 5.1 à 5.6, pour différentes valeurs de la limite d'élasticité  $f_y$  de l'acier.

## 5.2 Critère de limitation d'ouverture de fissures

L'armature nécessaire pour contrôler l'ouverture moyenne des fissures à une valeur donnée  $w_m$  sous déformation imposée  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$ , peut être obtenue en résolvant par rapport à  $\rho$  l'équation définissant l'ouverture moyenne des fissures (4.38) après y avoir introduit  $\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sm,n}$  de l'équation (4.30) et  $w_{m,1}$  de (4.24.a). Une équation, permettant un calcul approché de l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures, a été recherchée sous une forme similaire à celle définissant l'ouverture de la première fissure (4.24.a), soit :

$$w_m(\varepsilon) = 2 \left( \frac{(1 + b) \cdot \emptyset \cdot (f_{ct}(\varepsilon))^2 \cdot (1 + \alpha \rho)}{8 \cdot a \cdot E_s \cdot \rho^2} \right)^{1/1+b} \quad (5.6)$$

avec,

$$f_{ct}(\varepsilon) = k_\varepsilon \cdot f_{ctm} \quad (5.7)$$

Le coefficient  $k_\varepsilon$  a été obtenu en égalant la solution exacte de  $w_m(\varepsilon)$  donnée par (4.38) à celle approchée de l'équation (5.6) pour  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$  et pour plusieurs valeurs de  $f_{cm}$ ,  $\rho$  et  $h$ . Finalement, une bonne approximation de la solution exacte a été obtenue en adoptant un coefficient  $k_\varepsilon$  dépendant uniquement de  $h$  et ayant les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 k_E &= 0.85 \text{ pour } h \leq 0.3 \text{ m} \\
 k_E &= 0.53 \text{ pour } h \geq 0.8 \text{ m} \\
 k_E &= 1.04 - 0.64 h \text{ pour } 0.3 \text{ m} < h < 0.8 \text{ m}
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

En résolvant l'équation (5.6) par rapport à  $\rho$ , on obtient le pourcentage d'armature nécessaire pour contrôler l'ouverture moyenne des fissures, sous déformation imposée  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$ , à une valeur choisie  $w_m(\varepsilon)$ . L'équation simplifiée (5.6) permet de construire les courbes donnant ce pourcentage d'armature  $\rho$  nécessaire pour contrôler la fissuration en fonction de la variable choisie ( $\emptyset$ ,  $w_m$ , ou  $f_{cm}$ ). Cela peut être facilement effectué à l'aide d'un "tableur" sur ordinateur.

Nous avons choisi de représenter sur des graphiques le pourcentage d'armature  $\rho$  en fonction de la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$ . Ainsi, pour chaque valeur de  $w_m$  et de  $\emptyset$ , on obtient une courbe ( $f_{cm} - \rho$ ). Ces courbes ont été établies en admettant la relation d'adhérence moyenne d'après (4.43) et la relation (3.1) entre la résistance à la traction et celle à la compression du béton.

Les courbes ( $f_{cm} - \rho$ ) sont représentées en trait continu pour trois valeurs de l'ouverture moyenne des fissures ( $w_m = 0.5, 0.3$  et  $0.2$  mm) sur les figures 5.1 à 5.6. Étant donné que le coefficient  $k_E$  dépend de l'épaisseur  $h$ , les diagrammes ( $f_{cm} - \rho$ ) sont donnés pour les deux cas  $h \leq 0.3$  m et  $h \geq 0.8$  m. Pour des épaisseurs intermédiaires ( $0.3 < h < 0.8$ ), on peut interpoler linéairement entre les deux valeurs de  $\rho$  correspondant à ces deux épaisseurs.

On constate, sur les figures 5.1 à 5.6, que le pourcentage d'armature nécessaire pour contrôler la fissuration sous déformation imposée de traction pure dépend du niveau d'exigences requises ( $w_m$ ), de la répartition de l'armature (diamètre des barres  $\emptyset$ ) et de la résistance du béton ( $f_{cm}$ ). Ces figures montrent que le pourcentage d'armature nécessaire pour contrôler l'ouverture moyenne des fissures à une valeur spécifiée  $w_m$ , augmente peu avec la résistance du béton si le critère de non-plastification de l'acier n'est pas déterminant. Par contre, le pourcentage d'armature satisfaisant au critère de non-plastification augmente proportionnellement à la résistance à la traction du béton  $f_{ctm}$  et inversement proportionnellement à la limite d'élasticité de l'acier d'armature  $f_y$ .

L'intérêt de ces figures est de montrer quel est le critère déterminant pour le choix du pourcentage d'armature  $\rho$  nécessaire, en fonction des choix possibles de la classe de résistance du béton ( $f_{cm}$ ), de la classe d'acier des barres à hautes adhérence utilisées ( $f_y$ ) et de leur répartition ( $\emptyset$ ), ainsi que du niveau de qualité requis ( $w_m$ ).

Déterminons, par exemple, le pourcentage d'armature nécessaire pour contrôler la fissuration, en fonction de la résistance du béton pour avoir une ouverture moyenne des fissures  $w_m = 0.3$  mm dans le cas d'un élément d'épaisseur  $h \leq 0.3$  m. Les paramètres d'entrée sur

la figure 5.2 sont par exemple :  $\varnothing = 10$  mm,  $f_y = 460$  MPa. Le pourcentage d'armature nécessaire dans ce cas varie peu pour un béton de résistance  $f_{cm} \leq 55$  MPa et vaut environ 0.65 %. Pour  $f_{cm} \geq 55$  MPa, le critère de non-plastification devient déterminant et le pourcentage d'armature nécessaire pour contrôler la fissuration augmente jusqu'à 0.93 % pour  $f_{cm} = 100$  MPa. La figure 5.2 montre encore que, dans le cas de cet exemple, il serait possible d'éviter cette augmentation de  $\rho$  en utilisant un acier à plus haute résistance ( $f_y = 600$  MPa) en combinaison avec un BHP de résistance  $f_{cm} = 100$  MPa. On voit donc tout l'intérêt pratique et économique qu'il y aurait à utiliser, dans certains cas, simultanément des aciers et des bétons à hautes résistances.

Le critère de limitation de l'ouverture des fissures est en général déterminant en cas d'exigences élevées ( $w_m \leq 0,3$  à  $0,2$  mm). Le critère de non-plastification de l'acier d'armature peut devenir déterminant en cas d'utilisation d'acier d'armature à limite d'élasticité peu élevée ( $f_y < 460$  MPa) et/ou en cas d'utilisation de béton à résistance élevée ( $f_{cm} \geq 70$  à  $80$  MPa).

En résumé, l'utilisation de BHP entraîne une faible augmentation du pourcentage d'armature nécessaire au contrôle de la fissuration sous déformation imposée, si le critère de limitation de l'ouverture des fissures est déterminant, ce qui est très souvent le cas. Pour les BHP à résistance  $f_{cm} \geq 70$  à  $80$  MPa, il y a un intérêt évident à utiliser des aciers à haute limite d'élasticité ( $f_y \geq 500$  MPa), lorsque le critère de plastification risque de devenir déterminant.

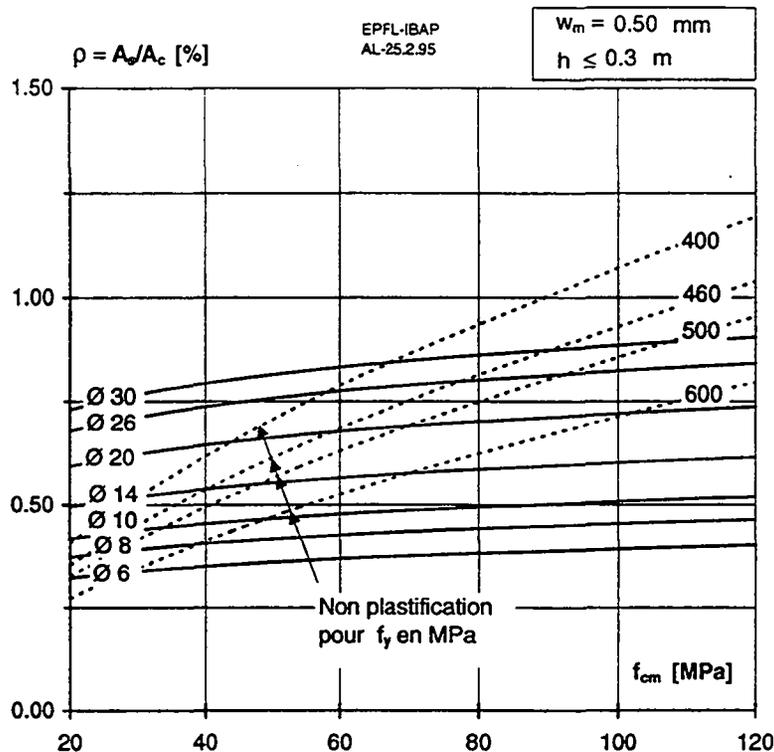


Fig. 5.1 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\%$ ).  $w_m = 0.5$  mm,  $h \leq 0.3$  m

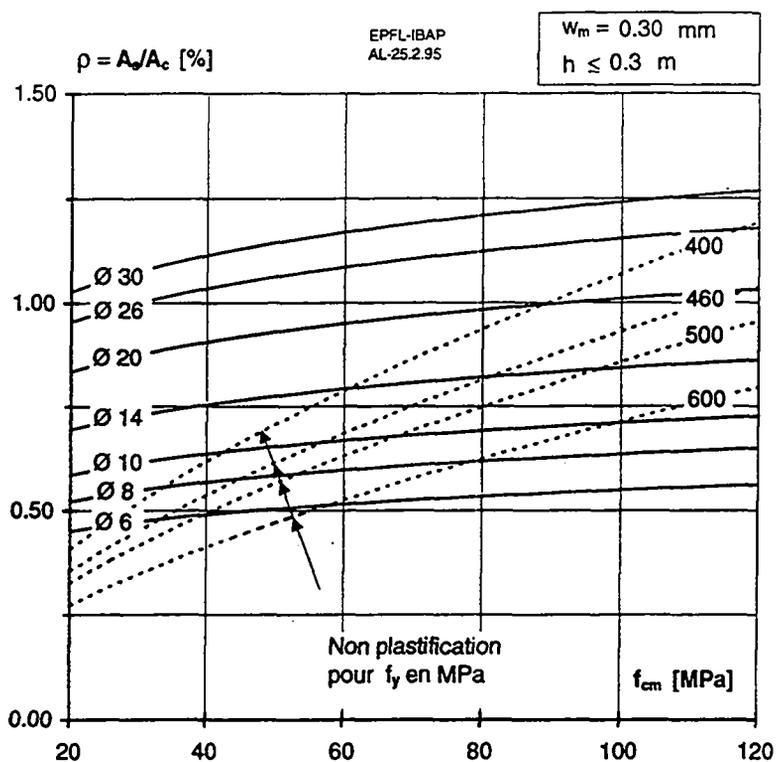


Fig. 5.2 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\text{‰}$ ).  $w_m = 0.3 \text{ mm}$ ,  $h \leq 0.3 \text{ m}$

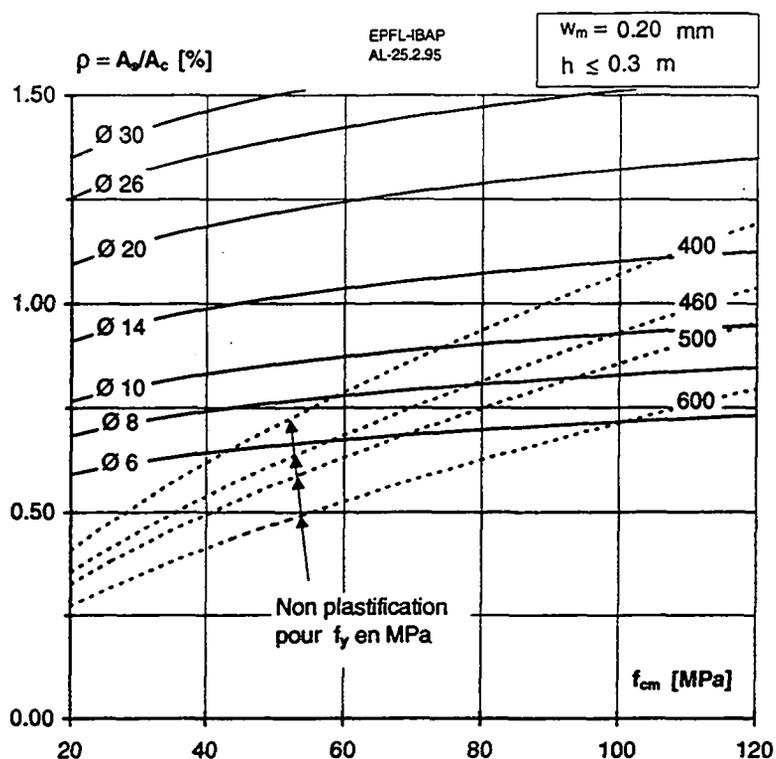


Fig. 5.3 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\text{‰}$ ).  $w_m = 0.2 \text{ mm}$ ,  $h \leq 0.3 \text{ m}$

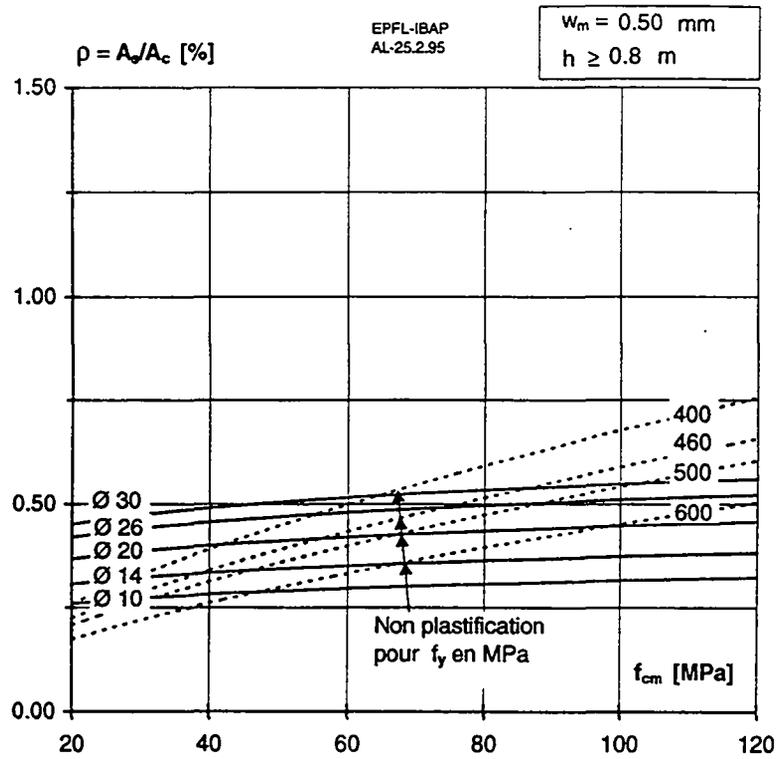


Fig. 5.4 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\text{‰}$ ).  $w_m = 0.5 \text{ mm}$ ,  $h \geq 0.8 \text{ m}$

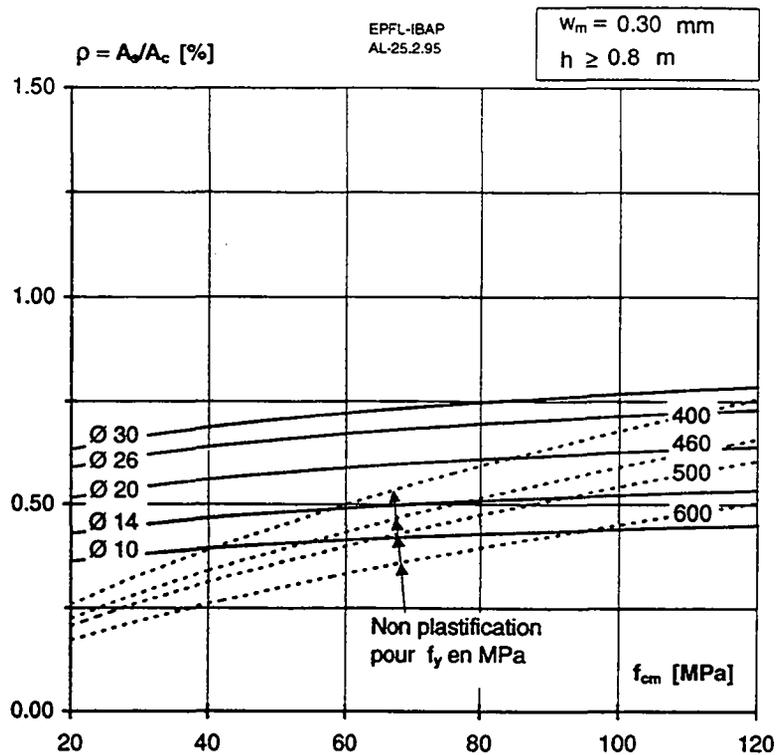


Fig. 5.5 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\text{‰}$ ).  $w_m = 0.3 \text{ mm}$ ,  $h \geq 0.8 \text{ m}$

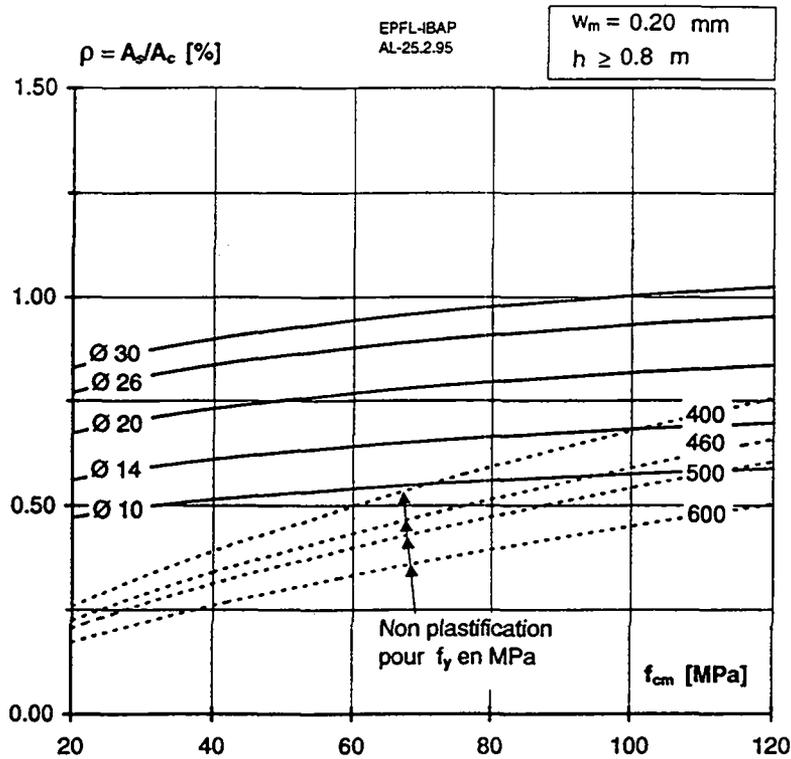


Fig. 5.6 : Pourcentage d'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation axiale empêchée ( $\epsilon = 0.4\text{‰}$ ).  $w_m = 0.2 \text{ mm}$ ,  $h \geq 0.8 \text{ m}$

### 5.3 Exemples numériques

Soit un long mur en béton armé (pièce prismatique) subissant une déformation empêchée  $\epsilon = 0.4\text{‰}$  de courte durée provoquant des sollicitations de traction pure. Estimons à l'aide de la figure 5.2 le pourcentage d'armature minimale nécessaire dans ce mur afin de contrôler l'ouverture moyenne des fissures à la valeur  $w_m = 0.3 \text{ mm}$ .

On suppose que l'armature est constituée de barres d'armature à haute adhérence  $\varnothing 14$  dont la limite d'élasticité vaut  $f_y = 500 \text{ MPa}$  et que l'épaisseur du mur est  $h = 0.3 \text{ m}$ .

Afin de mettre en évidence l'influence de la résistance du béton sur le pourcentage d'armature minimale nécessaire, ce dernier est estimé en supposant que le mur est réalisé en béton de résistance  $f_{cm} = 20, 40$  ou  $60 \text{ MPa}$ .

Les pourcentages d'armature minimale obtenus pour chaque béton à partir du diagramme de la figure 5.2 ainsi que les variations relatives du pourcentage d'armature minimale quand la résistance du béton varie de  $\pm 20 \text{ MPa}$  par rapport à celle du béton de référence avec une résistance  $f_{cm} = 40 \text{ MPa}$ , sont présentés au tableau 5.1.

$f_{cm}$	Pourcentage d'armature $\rho$	Variations du pourcentage d'armature
(MPa)	(%)	
40	0.75	0 %
20	0.70	- 7 %
60	0.80	+ 7 %

Tableau 5.1 : Influence d'une variation de la résistance du béton sur l'armature minimale nécessaire, dans un mur d'épaisseur  $h = 0.3$  m sous déformation imposée  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$  ( $w_m = 0.3$  mm, barres  $\text{Ø}14$  en acier à haute adhérence,  $f_y = 500$  MPa)

On constate dans cet exemple que le critère de limitation d'ouverture de fissures est déterminant. En effet, la figure 5.2 montre que la courbe en traitillé ( $\rho - f_{cm}$ ) correspondant au critère de non-plastification de l'acier pour  $f_y = 500$  MPa passe en dessous de celle correspondant au critère de limitation d'ouvertures de fissures pour  $\text{Ø}14$  et  $f_{cm} = 20$  à  $60$  MPa. On constate également que le pourcentage d'armature obtenu varie peu quand la résistance à la compression du béton  $f_{cm}$  varie de  $\pm 20$  MPa par rapport à  $f_{cm} = 40$  MPa.

Le tableau 5.2 montre des résultats identiques obtenus par interpolation à partir des figures 5.2 et 5.4 dans le cas d'un exemple semblable au précédent mais en admettant que l'épaisseur du mur vaut  $h = 0.6$  m et que l'armature est constituée de barres  $\text{Ø}20$  en acier à haute adhérence.

$f_{cm}$	Pourcentage d'armature $\rho$	Variations du pourcentage d'armature
(MPa)	(%)	
40	0.70	0 %
20	0.65	- 7 %
60	0.74	+ 6 %

Tableau 5.2 : Influence d'une variation de la résistance du béton sur l'armature minimale nécessaire, dans un mur d'épaisseur  $h = 0.6$  m sous déformation imposée de  $\varepsilon = 0.4\text{‰}$  ( $w_m = 0.3$  mm, barres  $\text{Ø}20$  en acier à haute adhérence,  $f_y = 500$  MPa)



## 6. CONCLUSIONS

Les études théoriques et expérimentales effectuées dans le cadre de cette thèse permettent d'apporter quelques éléments de réponse à la question pertinente, préoccupant tant les ingénieurs, de savoir si une amélioration des propriétés du béton - notamment sa résistance - est préjudiciable ou non à la fissuration. Elles permettent de savoir s'il est justifié ou non d'augmenter les quantités d'armature nécessaires pour contrôler la fissuration lorsque la résistance du béton augmente, comme c'est le cas des bétons à hautes performances.

Ces études ont été limitées aux sollicitations de courte durée. Dans les grandes lignes, les conclusions sont toutefois transposables à des sollicitations de longue durée, si l'on tient dûment compte des effets du temps dans les modèles proposés. Ceci ne devrait pas poser de difficulté majeure, dans la mesure où les effets du temps sur les principaux paramètres sont connus ou pourraient être déterminés expérimentalement.

Le modèle analytique pour le calcul d'ouverture de fissures, basé sur une loi d'adhérence béton - armature et initialement développé par Noakowski et Bruggeling, que nous avons repris puis généralisé dans cette étude, s'est avéré très efficace pour la prédiction du comportement à la fissuration des structures quelle que soit la résistance du béton et quel que soit le niveau de sollicitation (phase de formation des fissures ou phase de fissuration stabilisée). Le calibrage de ce modèle a consisté en la détermination des paramètres définissant la loi d'adhérence  $\tau = a \cdot s^b$  par comparaison entre les ouvertures moyennes des fissures mesurées lors des essais réalisés sur 135 tirants en B.A. et celles calculées à l'aide du modèle analytique sous une déformation imposée  $\varepsilon = 0.5\%$ . La relation d'adhérence et la résistance à la traction du béton ont été exprimées en fonction de la résistance à la compression du béton qui s'est révélé être le paramètre principal exprimant l'influence du béton sur la fissuration.

L'apport principal de cette étude est d'avoir montré l'influence de la résistance du béton sur la fissuration à l'aide d'un grand nombre d'essais en laboratoire, chaque essai identique (même béton et même armature) ayant été répété trois fois. Les résultats obtenus dans cette étude ont également permis de montrer qu'il est possible de prédire cette influence à l'aide du modèle de calcul d'ouverture de fissures basé sur la relation d'adhérence, pour des bétons dont la résistance à la compression varie entre 30 et 90 MPa. Par ailleurs, les études paramétriques effectuées ici ont mis en évidence la différence entre l'influence de la résistance du béton sur la fissuration sous une charge imposée ou sous une déformation imposée (voir §6.1).

Étant donné la grande dispersion inhérente au phénomène de fissuration et aux valeurs des ouvertures de fissures en particulier, les valeurs absolues des ouvertures de fissures calculées à l'aide des équations du modèle analytique calibré et validé ici sur la base d'essais sur tirants, peuvent naturellement être sujettes à caution. L'intérêt des équations de calcul d'ouverture de

fissures présentées au chapitre 4 ainsi que des méthodes simplifiées pour dimensionner l'armature minimale du chapitre 5, réside dans les études comparatives qu'elles autorisent de faire et les conclusions qualitatives, néanmoins rigoureusement fondées, qu'elles permettent de tirer.

### **6.1 Influence de la résistance du béton sur la fissuration sous charge ou sous déformation imposée**

Ce paragraphe résume l'influence de la résistance du béton sur le comportement global et les ouvertures des fissures dans un tirant en fonction du type de sollicitation (charge ou déformation imposée) et de leur niveau (phase de formation des fissures ou de fissuration stabilisée).

Pour illustrer cette influence nous présentons aux figures 6.1(a) à 6.1(c) les diagrammes ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ), ( $w_m - \varepsilon$ ) et ( $w_m - \sigma_{s2}$ ) établis pour 4 tirants de béton armé d'épaisseur  $h \leq 0.3$  m et d'armature constante ( $\rho = 1\%$ , barres à haute adhérence  $\varnothing 14$  en acier S500) pour lesquels on fait varier la résistance à la compression du béton :  $f_{cm} = 30, 50, 70$  et  $90$  MPa. Ces diagrammes ont été établis en utilisant la méthode de calcul d'ouvertures de fissures exposée au chapitre 4, en admettant la relation d'adhérence définie par (4.43) et la relation entre la résistance à la traction et celle à la compression du béton ( $f_{ctm} - f_{cm}$ ) définie par (3.1).

La figure 6.1(a) montre l'influence de la résistance du béton sur la loi contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \varepsilon$ ) d'un tirant en béton armé. Le niveau de contrainte  $\sigma_{s2}$  correspondant à l'apparition de la 1<sup>ère</sup> fissure, la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_{s,n}$  et la déformation totale du tirant correspondant à la stabilisation de la fissuration  $\varepsilon_{sm}$ , augmentent de façon proportionnelle à la résistance à la traction du béton. Ainsi, la fissuration dans le tirant en BHP ( $f_{cm} \geq 50$  MPa) se stabilise après celle du tirant en BO ( $f_{cm} = 30$  MPa).

#### **• Fissuration et ouvertures de fissures sous déformation imposée**

La figure 6.1(a) montre que sous une même déformation imposée probable à l'état de service ( $\varepsilon = 0.5\%$ ) tous les tirants se trouvent en phase de formation des fissures. La contrainte dans l'acier en stade II-nu ( $\sigma_{s2}$ ) augmente de façon proportionnelle à la résistance à la traction du béton  $f_{ctm}$ . Néanmoins, l'ouverture moyenne des fissures est peu influencée par la résistance du béton et n'augmente par conséquent guère pour un BHP, comme le montre la figure 6.1(b). Cela résulte des meilleures propriétés d'adhérence béton - armature des BHP par rapport au BO. La réduction de la longueur d'introduction  $L_f$  qui en résulte compense ainsi l'augmentation de la déformation relative de l'acier d'armature au voisinage des fissures lorsque la résistance du béton augmente.

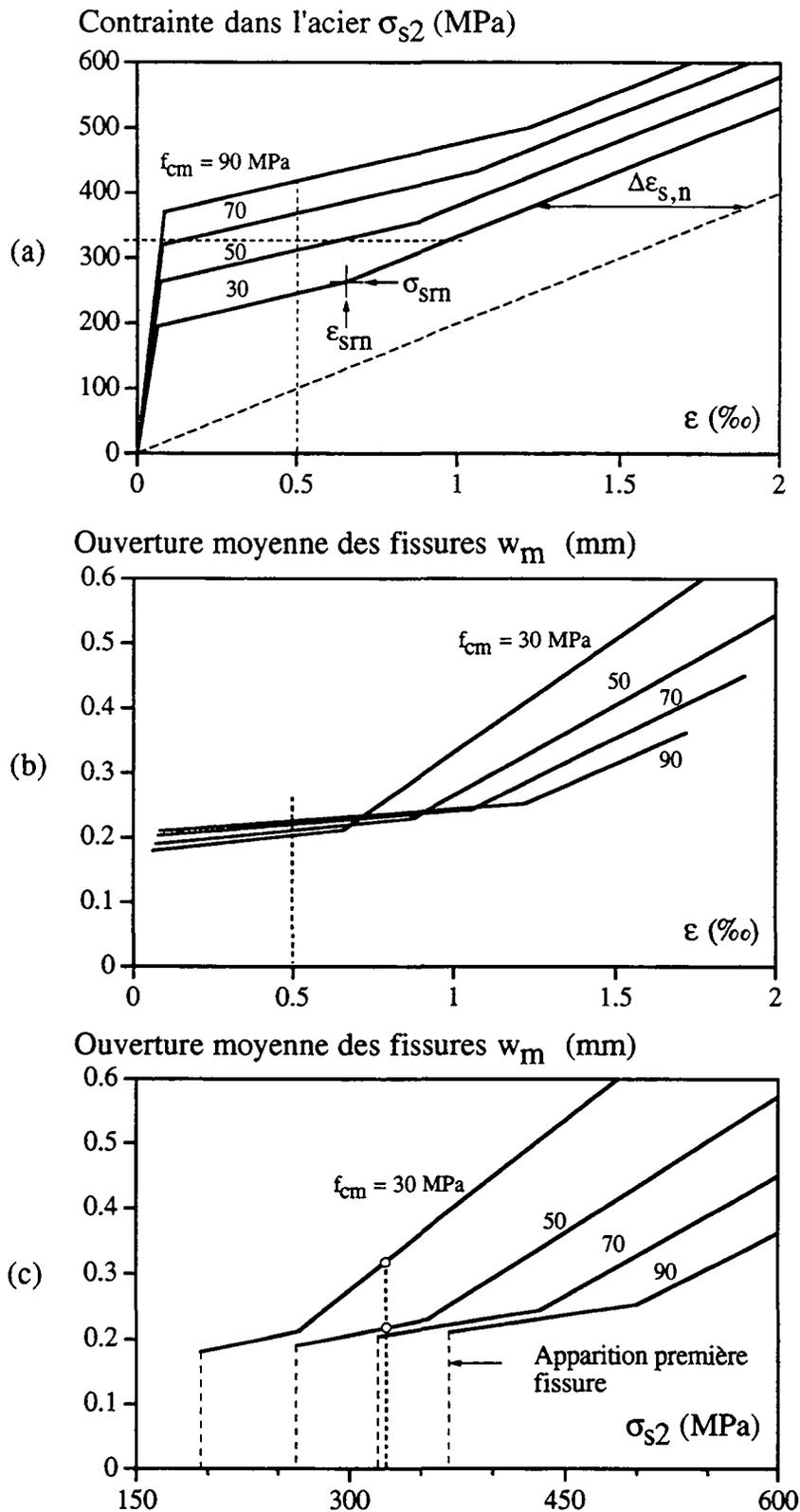


Fig. 6.1 : Influence de la résistance du béton et du niveau de sollicitation sur la fissuration sous charge ou sous déformation imposée dans un tirant ( $\rho = 1\%$ ,  $\varnothing 14$ ,  $h \leq 0.3$  m)

(a) Loi contrainte - déformation ( $\sigma_{s2} - \epsilon$ )

(b) Relation ouverture des fissures - déformation ( $w_m - \epsilon$ )

(c) Relation ouverture des fissures - contrainte ( $w_m - \sigma_{s2}$ )

La réduction de l'ouverture moyenne des fissures obtenue grâce au recours à un BHP est par contre importante en phase de fissuration stabilisée, comme le montre la figure 6.1(b), c'est-à-dire sous des valeurs très élevées de la déformation imposée excédant les valeurs couramment rencontrées en pratique.

• **Fissuration et ouvertures de fissures sous charge imposée**

Les figures 6.1(a) et 6.1(c) montrent que l'utilisation d'un BHP peut éviter la fissuration dans une structure en béton armé soumise à des charges imposées. En effet, l'effort de fissuration dans un élément en B.A. augmente naturellement proportionnellement à la résistance à la traction du béton  $f_{cm}$ . L'apparition de la fissuration, illustrée par le saut vertical à la figure 6.1(c), a lieu sous un niveau de charge ou de contrainte d'autant plus élevé que la résistance du béton est grande. Cette conclusion est d'un grand intérêt pratique puisqu'il s'agit d'une amélioration considérable de la qualité d'une structure à l'état de service grâce aux BHP.

La figure 6.1(d) illustre la réduction de l'ouverture moyenne des fissures  $\Delta w_m$  en fonction du niveau de charge dans le cas de BHP de résistance  $f_{cm} = 70$  et  $90$  MPa. On peut constater qu'à l'état fissuré et sous un niveau de charge ou de contrainte donné, l'ouverture moyenne des fissures peut être fortement réduite grâce à l'utilisation d'un BHP. Cette réduction est de l'ordre de 40 à 50%, si l'on compare les ouvertures des fissures pour un BHP de résistance  $f_{cm} = 70$  MPa et pour un BO de résistance  $f_{cm} = 30$  MPa. Cette réduction peut même atteindre 100% si la structure en BHP ne se fissure pas sous le niveau de contrainte imposée.

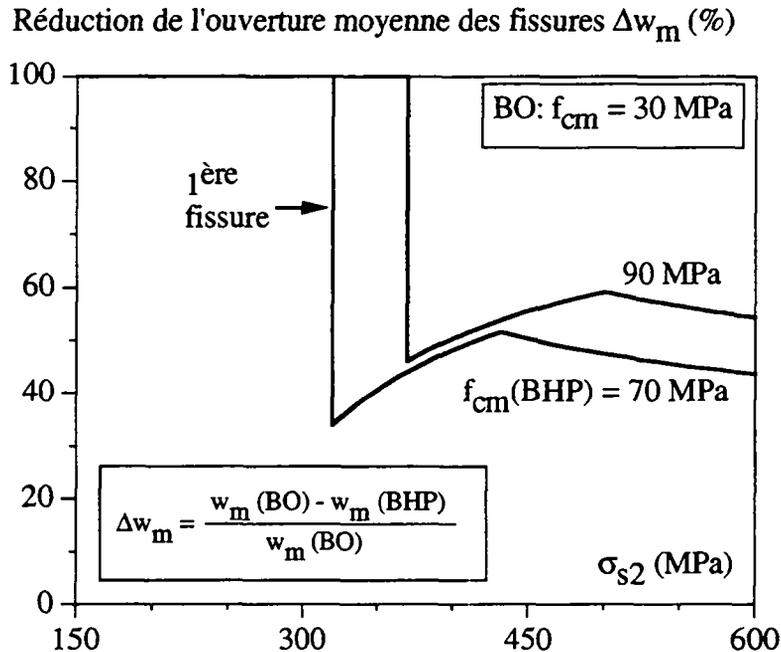


Fig. 6.1(d) : Réduction de l'ouverture moyenne des fissures sous charges imposées dans un tirant en BHP par rapport à celle dans un en BO ( $\rho = 1\%$ ,  $\varnothing 14$ ,  $h \leq 0.3\text{m}$ )

La figure 6.1(d) montre que la réduction de l'ouverture des fissures  $\Delta w_m$  dépend principalement de la résistance du BHP et qu'elle est limitée par la contrainte maximale à laquelle l'acier d'armature est autorisé à travailler ( $f_y$  ou valeur admissible plus faible). Cela montre l'intérêt qu'il y a à utiliser de l'acier à plus haute résistance en même temps qu'un BHP (si  $f_{cm} \geq 90$  MPa). Dans ce cas, la figure 6.1(d) montre que la réduction possible de l'ouverture moyenne des fissures grâce à l'utilisation de béton à très haute résistance ( $f_{cm} \geq 90$  MPa) peut dépasser 50 à 60% sous des niveaux de sollicitations élevés, sans pour autant nécessiter une augmentation de la quantité d'armature.

## 6.2 Conclusions générales

L'utilisation de la relation d'adhérence obtenue à partir des essais sur tirants dans le modèle analytique étendu, a permis de décrire l'influence de la résistance du béton sur la fissuration.

L'adhérence béton - armature augmente plus rapidement que la résistance à la traction directe du béton lorsque la résistance à la compression du béton augmente. En effet, quand la résistance à la compression du béton sur cylindre varie de 30 à 90 MPa, la résistance moyenne à la traction directe du béton augmente de 93% alors que l'adhérence béton - armature augmente de 184%. Il en résulte une réduction de la longueur d'introduction  $L_r$  qui compense presque totalement l'augmentation de la déformation relative de l'acier d'armature au voisinage des fissures, lorsque la résistance du béton augmente. Par conséquent, l'ouverture moyenne des fissures sous une déformation imposée donnée (par exemple  $\varepsilon = 0.5\%$ ) augmente très peu quand la résistance du béton augmente (seulement de l'ordre de 15% quand  $f_{cm}$  varie de 30 à 90 MPa). Ainsi, si dans une structure donnée soumise à une déformation imposée (variation de température et retrait empêchés), on met en place un béton de résistance supérieure à celle initialement prévue, l'ouverture moyenne des fissures ne sera guère augmentée.

Le résultat précédent confirme la validité du modèle de calcul existant, basé sur la relation d'adhérence, pour prédire la fissuration dans les structures en BHP. Cela à condition d'y introduire la relation entre la résistance à la traction et celle à la compression du béton (3.1) et de tenir correctement compte de l'influence de la résistance du béton sur la relation d'adhérence (4.43).

En outre, une étude paramétrique a montré l'influence très favorable sur la fissuration de l'augmentation de la résistance du béton lorsqu'il s'agit de charges imposées. En effet, l'augmentation de la résistance du béton peut empêcher l'apparition des fissures dans une structure sous charge imposée. De plus, à l'état fissuré, l'ouverture moyenne des fissures sous charge imposée peut être fortement réduite en augmentant la résistance du béton. Par exemple, pour une dalle en béton armé, l'ouverture moyenne des fissures sera réduite de 40 à 50% si la dalle est réalisée en béton dont la résistance à la compression sur cylindre  $f_{cm}$  est égal à 70 MPa plutôt qu'en béton ordinaire ( $f_{cm} = 30$  MPa).

Des méthodes simplifiées développées à partir du modèle analytique ont permis le calcul de l'armature minimale nécessaire pour contrôler la fissuration sous une déformation imposée donnée de traction pure en fonction de la résistance du béton. Le pourcentage d'armature minimale nécessaire est peu influencé par la résistance du béton lorsque le critère de limitation de l'ouverture des fissures est déterminant, ce qui est généralement le cas pour des exigences élevées ( $w_m \leq 0.2$  à  $0.3$  mm). Cependant, l'utilisation de béton à résistances élevées ( $f_{cm} \geq 70$  à  $80$  MPa) peut entraîner la plastification de l'acier d'armature en cas d'utilisation d'acier à faible limite d'élasticité. Si tel est le cas, il devient intéressant d'utiliser des aciers à haute limite d'élasticité ( $f_y > 500$  MPa) en même temps que des bétons à haute résistance.

En résumé, l'augmentation de la résistance du béton est globalement favorable en ce qui concerne le comportement à la fissuration de structures en béton, du moins sous des actions de courte durée. Tant que des recherches complémentaires n'auront pas été effectuées, il s'agit d'avoir quelques réserves concernant la validité de cette affirmation sous phénomènes de longue durée, en raison d'un fluage et d'une relaxation en principe plus faibles lorsque la résistance du béton augmente. Or, la relaxation du béton est un phénomène réduisant fortement le risque de fissuration et ses conséquences néfastes sous déformation imposée.

Sous déformation imposée, tout accroissement de la résistance du béton d'une part n'influence que faiblement l'apparition de la fissuration et, d'autre part, n'augmente que dans une faible mesure - souvent négligeable - l'ouverture des fissures en phase de formation des fissures. Ce qui est en général le cas sous des déformations imposées usuelles, pour des aciers à haute adhérence S500 couramment utilisés et pour des bétons dont la résistance n'excède pas  $f_{cm} \approx 70$  à  $80$  MPa. Pour des bétons de résistance supérieure (BHP voire BTHP), il peut être économiquement intéressant d'utiliser simultanément au BHP un acier à très haute résistance ( $f_y > 500$  MPa) pour les barres d'armature. Sinon, c'est le critère de non-plastification de l'acier qui devient déterminant pour le dimensionnement de l'armature, dont la quantité augmente alors proportionnellement à la résistance du béton à la traction. Lorsque ce critère n'est pas déterminant, les effets négatifs de l'augmentation de l'effort de fissuration sont pratiquement contrebalancés par l'augmentation considérable de l'adhérence béton - armature lorsque la résistance du béton augmente. Pour un niveau de qualité fixé, c'est-à-dire une ouverture des fissures spécifiée, il en résulte que l'armature minimale nécessaire n'est que faiblement modifiée (faible augmentation, pratiquement négligeable) lorsque la résistance du béton augmente.

Sous charge imposée, tout accroissement de la résistance du béton d'une part retarde - voire évite - l'apparition de la fissuration et, d'autre part, réduit fortement les ouvertures de fissures sous un niveau de sollicitation fixé. Pour un niveau de qualité fixé ou une ouverture des fissures spécifiée, il en résulte un accroissement des contraintes admissibles dans l'armature lorsque la résistance du béton augmente.

### 6.3 Limites de l'étude

Cette étude s'est limitée à quelques aspects seulement du vaste et complexe problème de fissuration des structures en béton. Un grand nombre de questions relatives à ce domaine et qui n'ont pas été abordées dans cette thèse, demeurent encore sans réponses satisfaisantes à ce jour. Nous citons ci-dessous quelques recherches qui permettraient de compléter et de généraliser les résultats obtenus ici.

En ce qui concerne la fissuration des structures en BHP, l'influence des effets différés (retrait, fluage et relaxation) sur les ouvertures des fissures devrait être étudiée. En particulier, l'augmentation des ouvertures de fissures dans le temps sous charge ou sous déformation imposée de longue durée devrait être déterminée, et le fluage de la liaison béton - armature au voisinage des fissures dans une structure en béton armé devrait également être étudié.

Une étude de la fissuration des structures de grande épaisseur ( $h = 0.5$  à  $1.5$  m) devrait apporter les réponses aux questions qui se posent encore à propos de la résistance effective à la traction du béton et de la section effective du béton d'enrobage, lorsqu'il s'agit du calcul de l'ouverture moyenne des fissures dans une structure de section épaisse.

Par ailleurs, la fissuration au jeune âge des structures en béton devrait être étudiée afin de permettre la vérification ou l'adaptation des modèles de calcul existants.

Une recherche concernant le comportement à la fissuration des structures précontraintes, pourrait apporter beaucoup à ce domaine encore peu étudié à l'heure actuelle.

Enfin, une recherche ou une réflexion visant à définir des valeurs limites pour les ouvertures de fissures plus appropriées que celles figurant dans certains codes (notamment EC2 ou le Code Modèle 90 du CEB) devrait être entreprise. Il s'agirait de fixer des valeurs limites prenant en compte de manière raisonnable les impératifs en partie contradictoires de qualité, de durabilité et d'économie. A cet égard, il nous paraîtrait personnellement plus indiqué d'adopter comme critère l'ouverture moyenne des fissures plutôt que l'ouverture maximale ou caractéristique.



## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

### Adhérence

- [A1] **ABRAMS D. A.** : *"Tests of Bond Between Concrete and Steel"*. University of Illinois Bulletin, Vol. XI, No. 15, December **1913**
- [A2] **BALAZS G. L.** : *"Transfer Length of Prestressing Strand as a Function of Draw-In and Initial Prestress"*. PCI Journal, March - April **1993**
- [A3] **BALAZS G. L.** : *"Influence of Load History on Bond Behaviour"*. CEB-RTU International Conference "Bond in concrete - from research to practice", Proceedings Topics 3 - 7, Riga, October **1992**
- [A4] **BALAZS G. L.** : *"Fatigue of Bond"*. ACI Materials Journal, Title No. 88-M64, November - December **1991**
- [A5] **BALAZS G. L.** : *"Bond Model with Non-Linear Bond-Slip Law"*. Politecnico di Milano, studi e ricerche No. 9, **1987**
- [A6] **BAUS R. et CLAUDE G. M.** : *"Essai de synthèse bibliographique des connaissances sur le mécanisme de l'adhérence et des ancrages"*. Bulletin d'information No. 66, Avril **1968**
- [A7] **BRETTMANN B. B., DARWIN D. and DONAHEY R. C.** : *"Bond of Reinforcement to Superplasticized Concrete"*. ACI Journal, Title No. 83-12, January - February **1986**
- [A8] **BRUGGELING A. S. G.** : *"Tendon Transmission Length under Static Conditions"*. Report to FIP Commission 2, Prestressing Materials and Systems, Unpublished paper, May **1992**
- [A9] **CEB** : *"Fatigue of Concrete Structure"*. Bulletin d'information No. 188, Juin **1988**
- [A10] **CEB** : *"Bond Action and Bond Behaviour of Reinforcement - State of the Art Report"*. Bulletin d'information No 151, Avril **1982**
- [A11] **CEB** : *"Structures en béton sous actions sismiques, Volume 1, State of the Art Report"*. Bulletin d'information No. 131, AICAP - CEP Symposium, Rome, Avril **1979**
- [A12] **CHANA P. S.** : *"A Test Method to Establish Realistic Bond Stresses"*. Magazine of Concrete Research, No. 151, pp. 83-90, June **1990**
- [A13] **CHAPMAN R. A. and SHAH S. P.** : *"Early-Age Bond Strength in Reinforced Concrete"*. ACI Materials Journal, Title No. 84-M44, November - December **1987**
- [A14] **CIAMPI V., ELIGEHAUSEN R., BERTERO V. and POPOV E.** : *"Analytical Model for Deformed Bar Bond under Generalized Excitations"*. IABSE Colloquium, Delft, **1981**

- [A15] **CLARK A. P.** : *"Bond of Concrete Reinforcing Bars"*. ACI Journal, November 1949
- [A16] **CLARK A. P.** : *"Comparative Bond Efficiency of Deformed Concrete Reinforcing Bars"*. ACI Journal, Title No. 43-14, Decembre 1946
- [A17] **CLARK C. R. and JOHNSTON D. W.** : *"Early Loading Effects on Bond Strength"*. ACI Journal, Title No. 80-49, November - December 1983
- [A18] **CLEMENT J.-L.** : *"Interface Acier-Béton et Comportement des structures en béton armé - caractérisation - modélisation"*. Thèse de Doctorat de l'Université Paris 6, Laboratoire de Mécanique et Technologie, E.N.S, Cachan, Juin 1987
- [A19] **CREAZZA G. and DI MARCO R.** : *"Tension Stiffening in Reinforced Concrete Elements"*. IABSE Colloquium, pp. 147-152, Stuttgart, 1991
- [A20] **DARWIN D. and GRAHAM E. K.** : *"Effect of Deformation Height and Spacing on Bond Strength of Reinforcing Bars"*. ACI Journal, Title No. 90-S65, November - December 1993
- [A21] **DARWIN D. and R. C. DONAHEY** : *"Effect of Construction Procedures on Bond Strength in Bridge Decks"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, 1982
- [A22] **ELIGEHAUSEN R., POPOV E. and BERTERO V.** : *"Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations"*. Earthquake Engineering Research Centre, UCB/EERC - 83/23, October 1983
- [A23] **GAMBAROVA P., ROSATI G. P. and ZASSO B.** : *"Steel-to-Concrete Bond after Concrete Splitting: Test Results"*. Materials and Structures, No. 22, pp. 35-47, 1989
- [A24] **GILKEY H. J.** : *"The Bond Between Concrete and Steel"*. Journal of the American Concrete Institute, Detroit, Vol. 35, September 1938
- [A25] **GÜNTHER G. and MEHLHORN G.** : *"Local Bond between Reinforcing Steel and Concrete"*. IABSE Colloquium, pp. 141-146, Stuttgart, 1991
- [A26] **JIANG D. H., ANDONIAN A. T. and SHAH S. P.** : *"A New Type of Bond Test Specimen"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, June 1982
- [A27] **JIRSA J. O., BREEN J. E., LUKE J. J. and HAMAD B. S.** : *"Effect of Casting Position on Bond"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, 1982
- [A28] **KAKU T., YAMADA M., IIZUKA S. and ZHANG J.** : *"A Proposal of Bond Strength Equation for R.C. Members including High Strength Concrete Level"*. CEB-RTU International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 3 - 7, Riga , October 1992
- [A29] **KEMP E. L. and WILHELM W. J.** : *"Investigation of the Parameters Influencing Bond Cracking"*. ACI Journal, Title No. 76-3, January 1979

- [A30] **KIMURA H. and JIRSA J. O.** : *"Effects of Bar Deformation and Concrete Strength on Bond of Reinforcing Steel to Concrete"*. CEB - RTU International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 1, 2, Riga, October 1992
- [A31] **KOCH R. and BALAZS G. L.** : *"Slip Increase under Cyclic and Long Term Loads"*. Otto Graf Journal, Vol. 4, pp. 160-191, 1993
- [A32] **KOCH R. and BALAZS G. L.** : *"Influence of Preloading on Bond Strength and Related Slip"*. CEB-RTU International conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 3 - 7, Riga, October 15-17 1992
- [A33] **KÖNIG G., BERGNER H. and al.** : *"Hochfester Beton-Teil 2: Bemessung und Konstruktion"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 438, Berlin, 1994
- [A34] **LACROIX R., FUENTES A. et THONIER H.** : *"Propriétés du complexe béton-acier : L'Adhérence"*. Traité de Béton Armé, Editions Eyrolles, Paris, 1982
- [A35] **LAHNERT B. J., HOUDE J. and GERSTLE K. H.** : *"Direct Measurement of Slip between Steel and Concrete"*. ACI Journal, Title No. 83-86, pp. 974-982, November - December 1986
- [A36] **LAHOUD A. E. et ALLAIRE G. J.** : *"Etude expérimentale de l'adhérence béton-armature dans les bétons à hautes performances"*. Département de génie civil, Université de Sherbrooke, Rapport No. 06-91, 1991
- [A37] **LORRAIN M.** : *"Adhérence acier-béton de haute résistance"*. Les bétons à hautes performances, Caractérisation, durabilité, applications, Sous la direction de Y. Malier, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992
- [A38] **LORRAIN M. et KHELAFI H.** : *"Contribution à l'étude de l'endommagement de la liaison armature - béton de haute résistance"*. ITBTP, No 472, Série : Béton 202, Mai - Juin 1990
- [A39] **LORRAIN M. et KHELAFI H.** : *"Contribution à l'étude de l'endommagement de la liaison armature-béton de haute performance"*. ITBTP, No 472, Série : Béton 262, Février 1989
- [A40] **LORRAIN M. et KHELAFI H.** : *"Sur la résistance de la liaison armature-béton de haute résistance"*. ITBTP, No 470, Série : Béton 260, Décembre 1988
- [A41] **LOSBERG A. and OLSSON P. A.** : *"Bond Failure of Deformed Reinforcing Bars Based on the Longitudinal Splitting Effect of the Bars"*. ACI Journal, Title No. 76-1, January 1979
- [A42] **LUTZ L. A.** : *"Analysis of Stresses in Concrete Near a Reinforcing Bar Due to Bond and Transverse Cracking"*. ACI Journal, Title No. 67-45, October 1970
- [A43] **LUTZ L. A. et GERGELY P.** : *"Mechanics of Bond and Slip of the Deformed Bars in Concrete"*. ACI Journal, Title No. 62-64, pp. 711-721, November 1967

- [A44] **MARTIN H.** : *"Bond Performance of Ribbed Bars (Pull-Out-Tests) - Influence of Concrete Composition and Consistency"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, **1982**
- [A45] **MARTIN H.** : *"Zusammenhang zwischen Oberflächengeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 228, Berlin, **1973**
- [A46] **MARTIN H. and NOAKOWSKI P.** : *"Verbundverhalten von Betonstählen - Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 319, **1981**
- [A47] **MENZEL C. A.** : *"Some Factors Influencing Results of Pull-Out Bond Tests"*. Journal of the American Concrete Institute, Detroit, Vol. 35, June **1939**
- [A48] **MIRZA S. and HOUDE J.** : *"Study of Bond Stress-Slip Relationships in Reinforced Concrete"*. ACI Journal, Title No. 76-2, January **1979**
- [A49] **NILSON H. A.** : *"Internal Measurement of Bond Slip"*. ACI Journal, Title No. 69-41, July **1972**
- [A50] **NOGHABAI K., OHLSSON U. and OLOFSSON T.** : *"Bond Properties of High Strength Concrete"*. High-Strength Concrete 1993, Proceedings of Symposium in Lillehammer, Vol. 2, Norway, June **1993**
- [A51] **NYKYRI P.** : *"Anchorage of Reinforcement on Concrete Structures"*. CEB - RTU International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 1, 2, Riga, October **1992**
- [A52] **NYKYRI P.** : *"Bond Behaviour - Recent Research Projects at the Concrete and Silicate Laboratory, Technical Research of Finland"*. Nordic seminar held at Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Göteborg, October 23 **1985**
- [A53] **PLAINES P., TASSIOS T. and VINTZELEOU E.** : *"Bond Relaxation and Bond-Slip Creep under Monotonic and Cyclic Actions"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, **1982**
- [A54] **REHM G.** : *"Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton" - The Basic Principles of Bond between Steel and Concrete"*. Translation No. 134, London, Cement and Concrete Association from (Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 138, Berlin), **1961**
- [A55] **REHM G.** : *"The Fundamental Law of Bond"*. Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Vol. II, Stockholm, **1957**
- [A56] **REHM G.** : *"Stress Distribution in Reinforcing Bars embedded in Concrete"*. Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Vol. II, Stockholm, **1957**
- [A57] **REHM G. and ELIGEHAUSEN R.** : *"Bond of Ribbed Bars Under High Cycle Repeated Loads"*. ACI Journal, Title No. 76-15, February **1979**

- [A58] **ROBINS P. J. et STANDISH I. G.** : *"The Influence of Lateral Pressure upon Anchorage Bond"*. Magazine of concrete research, Vol. 36, No. 129, December 1984
- [A59] **ROSTASY F. S. and KEPP B.** : *"Time-Dependence of Bond"*. Bond in Concrete, Edited by P. Bartos, Applied Science Publishers, London, 1982
- [A60] **ROTS J. G.** : *"Computational Bond Models: Three Levels of Accuracy"*. IABSE Colloquium, pp. 327-336, Stuttgart, 1991
- [A61] **SCHALLER I., DE LARRARD F. et FUCHS J.** : *"Adhérence de l'armature passive dans le béton à très hautes performances"*. Bulletin de Liaison du Laboratoire central des Ponts et Chaussées, No. 167, Mai - Juin 1990
- [A62] **SORETZ S. and HÖLZENBEIN H.** : *"Influence of Rib Dimensions of Reinforcing Bars on Bond and Bendability"*. ACI Journal, Title No. 76-6, January 1979
- [A63] **TASSIOS T.** : *"Properties of Bond between Concrete and Steel under Load Cycles Idealizing Seismic Actions"*. CEB Symposium, Structural Concrete und Seismic Actions, Vol. 1, State of the Art Report, Rome, Avril 1979
- [A64] **TEPFERS R.** : *"Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Reinforcing Bars"*. Magazine of Concrete Research, Vol. 31, No. 106, March 1979
- [A65] **VAN der VEEN C.** : *"Bond Stress-Slip Relationship at Very Low Temperatures"*. Experimental Results Report No. 25 - 87 - 43 from Delft University of Technology, November 1987
- [A66] **VANDEWALLE L.** : *"Theoretical Prediction of the Ultimate Bond Strength Between a Reinforcement Bar and Concrete"*. CEB-RTU International conference "Bond in concrete - from research to practice", Proceedings Topics 1, 2, Riga, October 1992
- [A67] **VANDEWALLE L. and MORTELMANS F.** : *"The Bond Stress Between a Reinforcement Bar and Concrete is it Theoretically Predictable ?"*. Materials and Structures, Vol. 21, pp. 179-181, 1988
- [A68] **YOULIN X.** : *"Experimental Study of Bond-Anchorage Properties for Deformed Bars in Concrete"*. CEB-RTU International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 1, 2, Riga, October 1992
- [A69] **ZHIMING T. and ZHIMAN Y.** : *"Bond Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete"*. CEB-RTU International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 3 - 7, Riga, October 1992

**Béton - matériau et propriétés**

- [B1] **ACKER P.** : *"Retraits et fissurations des bétons"*. ITBTP, No. 466, Série : Béton 255, Juillet - Août **1988**
- [B2] **ACKER P.** : *"Effets thermiques dans les bétons en cours de fabrication et applications aux ouvrages d'art"*. ITBTP, No. 442, Série : Béton 235, Février **1986**
- [B3] **ACKER P. and EYMARD R.** : *"Thermal and Hygral Effects in Concrete Structures: How to Account for Creep"*. Third International Workshop on Behaviour of Concrete Elements under Thermal and Hygral Gradients, Weimar, **1992**
- [B4] **ACKER P. et DE LARRARD F.** : *"Fluage des bétons à hautes et à très hautes performances"*. Les Bétons à hautes performances, Caractérisation, durabilité, applications, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, **1992**
- [B5] **AI FADHLI N.** : *"Contribution à l'étude du comportement des ciments actuels"*. ITBTP, No. 470, Série : Liants hydrauliques 34, Décembre **1988**
- [B6] **AL-KUBAISY M. A. and YOUNG A. G.** : *"Failure of Concrete under Sustained Tension"*. Magazine of Concrete Research, Vol. 27, No. 92, September **1975**
- [B7] **AUPERIN M., DE LARRARD F. et al.** : *"Retrait et fluage de bétons à hautes performances influence de l'âge au chargement"*. ITBTP, No. 474, Série : Béton 264, Mai **1989**
- [B8] **BAZANT Z. P. (Editor)** : *"Fracture Mechanics of concrete Structures"*. Proceedings of the International Conference on fracture Mechanics of Concrete Structures, Breckenridge, Colorado, USA, **1992**
- [B9] **BOSCO C. and CARPINTERI A.** : *"Fracture Mechanics Evaluation of Minimum Reinforcement in Concrete Structures"*. Proceedings of the International Workshop on the Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete in Turin, pp. 347-377. Elsevier Applied Science, **1990**
- [B10] **CARPINTERI A. (Editor)** : *"Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete"*. Proceedings of the International Workshop on the Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete in Turin. Elsevier Applied Science, October **1990**
- [B11] **DAERGA P. A., PETTERSSON M. and PÖNTINEN D.** : *"Fracture Properties in Tension of a High Performance Concrete"*. RILEM, Report of the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications, Edited by L. Elfgren, Chapman and Hall, **1989**

- [B12] **DE LARRARD F.** : "*Optimization of High-Performance Concrete*". Micromechanics of Concrete and Cementitious Composites, Edited by C. Huet, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, March 1993
- [B13] **DE LARRARD F.** : "*Formulation et propriétés des bétons à très hautes performances*". Rapport de recherche LPC No. 149, Mars 1988
- [B14] **DE LARRARD F. et ACKER P.** : "*Déformations libres des bétons à hautes performances*". Les bétons à hautes performances, Caractérisation, durabilité, applications, Sous la direction de Y. Malier, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992
- [B15] **DE LARRARD F. et FAU D.** : "*Le béton démystifié avec le logiciel betonlab*". Travaux, Mars 1993
- [B16] **DE LARRARD F. et MALIER Y.** : "*Propriétés constructives des Bétons à très hautes performances - de la micro à la macrostructure*". ITBTP, No. 479, Série : Béton 268, Décembre 1989
- [B17] **DE LARRARD F., GORSE J.-F. et PUCH C.** : "*Comparative Study of Various Silica Fumes as Additives in High-Performance Cementitious Materials*". Materials and Structures, Vol. 25, pp. 265-272, 1992
- [B18] **DI TOMMASO A.** : "*Size Effects and Brittleness*". RILEM, Report of the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications, Edited by L. Elfgren, Chapman and Hall, 1989
- [B19] **DOMONE P. L. J.** : "*Uniaxial Tensile Creep and Failure of Concrete*". Magazine of Concrete Research, Vol. 26, No. 88, September 1974
- [B20] **ELFGREN L. (Editor)** : "*Fracture Mechanics of Concrete Structures- From theory to applications*". RILEM report of the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications. Chapman and Hall, 1989
- [B21] **ELFGREN L. and SHAH S. P. (Editors)** : "*Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics*". Proceedings of the International RILEM Workshop organized by the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications, Abisko, Sweden. Chapman and Hall, 1991
- [B22] **FIP/CEB** : "*High Strength Concrete-State of the Art Report*". Bulletin d'Information No.197, August 1990
- [B23] **FOURE B.** : "*Etude expérimentale de la résistance du béton sous contrainte soutenue*". ITBTP, No. 435, Série : Béton 229, Juin 1985
- [B24] **FOURE B.** : "*Note sur la chute de la résistance à la traction du béton léger consécutive à l'arrêt de la cure humide*". ITBTP, No. 432, Série : Béton 227, Février - Mars 1985
- [B25] **FOURE B.** : "*Résistance potentielle à long terme du béton soumis a une contrainte soutenue*". ITBTP, No. 431, Série : Béton 226, Janvier 1985

- [B26] **GALEOTA D., GIAMMATTEO M. M. and MARINO R.** : "*Fracture Properties of High Strength Concrete*". High-Strength Concrete 1993, Proceedings of Symposium in Lillehammer, Vol. 2, Norway, June 1993
- [B27] **GERSTLE W. and BAZANT Z. P. (Editors)** : "*Concrete Design Based on Fracture Mechanics*". ACI SP-134, 1992
- [B28] **HALLGREN M. and KINNUNEN S.** : "*Mechanical Properties of High and Normal Strength Concrete*". Proceedings Nordic Concrete Research Meeting, Göteborg, 1993
- [B29] **HAN N. and WALRAVEN J. C.** : "*Sustained Loading Effects in High Strength Concrete*". High-Strength Concrete 1993, Proceedings of Symposium in Lillehammer, Vol. 2, Norway, June 1993
- [B30] **HORDIJK D. A.** : "*Local Approach to Fatigue of Concrete*". Thesis Technische Universiteit Delft, 1991
- [B31] **HORDIJK D. A., VAN MIER J. G. M. and REINHARDT H. W.** : "*Material Properties*". RILEM, Report of the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications, Edited by L. Elfgren, Chapman and Hall, 1989
- [B32] **HUET C. (Editor)** : "*Micromechanics of Concrete and Cementitious Composites*". Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1993
- [B33] **ITHURRALDE G.** : "*La perméabilité et la durabilité vues par le maître d'ouvrage. Intérêt des bétons à hautes performances*". Les bétons à hautes performances, Caractérisation, durabilité, applications, Sous la direction de Y. Malier, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992
- [B34] **ITHURRALDE G., DE LARRARD F. et NECTOUX J.** : "*Béton à hautes performances (BHP) pour l'étanchéité des structures en béton - Expérimentation*". ITBTP, No. 502, Série : Béton 287, Mars - Avril 1992
- [B35] **KARIHALOO B. L. and BAKER G. (Editors)** : "*IUTAM Symposium on Fracture of Brittle Disordered Materials - Concrete Rock and Ceramics*". Brisbane, The University of Queensland, 1995
- [B36] **KUMAR MEHTA P.** : "*Concrete : Structure, Properties, and Materials*". Prentice-Hall International Series in Civil Engineering and Engineering Mechanics, Ed. W. J. Hall, 1986
- [B37] **LAMBOTTE H. et TAERWE L.** : "*Le béton à haute performance et les hyperfluidifiants*". Journée d'étude "DURABILITE DU BETON" au Laboratoire central du groupe Solvay, 1988
- [B38] **MARZOUK H., CHEN Z.** : "*Tension Softening Behaviour of High-Strength Concrete made with Siclica Fume and Fly Ash*". High-Strength Concrete 1993, Proceedings of Symposium in Lillehammer, Vol. 2, Norway, June 1993

- [B39] NEVILLE A.M. : *"Properties of Concrete"*. Pitman Publishing Limited, Second Edition 1978 , **1978**
- [B40] NIANXIANG X. and WENYAN L. : *"Determining Tensile Properties of Mass Concrete by Direct Tensile Test"*. ACI Materials Journal, Title No. 86-M21, May - June **1989**
- [B41] ROSSI P., TOUTLEMONDE F., VAN MIER J. G. M. et al. : *"Effet de vitesse dans le comportement mécanique du béton - Cas de la traction directe"*. Bulletin de Liaison du Laboratoire des Ponts et Chaussées - 184, Réf. 3695, Mars - Avril **1993**
- [B42] ROSSI P., WU X. et al. : *"Effet d'échelle sur le comportement du béton en traction"*. Bulletin de Liaison du Laboratoire des Ponts et Chaussées - 182, Réf. 3688, Novembre - Décembre **1992**
- [B43] ROTS J. G. : *"Bond of Reinforcement-Smeared Crack Analysis of Bond-Slip"*. RILEM report of the Technical Committee 90 - FMA Fracture Mechanics to Concrete - Applications, pp. 245-250. Edited by L. Elfgren, Chapman and Hall, **1989**
- [B44] SCHLANGEN E. and Van MIER J. G. M. : *"Experimental and Numerical Analysis of Micromechanisms of Fracture of Cement-Based Composites"*. Cement & Concrete Composites, 14, pp. 105-118, **1992**
- [B45] SHKOUKANI H. and WALRAVEN J. : *"Sustained Tensile Strength of Concrete"*. IABSE Colloquium, pp. 725-729, Stuttgart, **1991**
- [B46] SIA : *"Béton à hautes performances (BHP)"*. Documentation D 068, Conférence de la journée d'étude, Lausanne, Mars **1991**
- [B47] SOUTSOS M. N. and DOMONE P. L. J. : *"Design of High Strength Concrete Mixes with Normal Weight Aggregates"*. High-Strength Concrete 1993, Proceedings of Symposium in Lillehammer, Vol. 2, Norway, June **1993**
- [B48] SPRINGENSCHMID R. and BREITENBUCHER R. : *"Are Low-Heat Cements the Most Favourable Cements for the Prevention of Cracks due to Heat of Hydration"*. Betonwerk + Fertigteil - Technik, Heft 11, **1986**
- [B49] WITTMANN F. H. : *"Matériaux de construction II"*. Cours de Matériaux de Construction du 7ème semestre en génie civil, LMC - EPFL, **1984**

### **Codes, normes et règlements**

- [C1] CEB - FIP : *"CEB-FIP Model Code 1990"*. Ed. Thomas Telford, London, **1993**
- [C2] DIN 1048, TEIL 1 : *"Prüfverfahren für Beton - Frischbeton, Festbeton gesondert hergestellter Probekörper"*. Deutsche Normen, Dezember **1956**

- [C3] **EUROCODE 2** : "*Calcul des structures en béton, Partie 1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*". Prénorme européenne, version française, SIA-V 162.001, **1992**
- [C4] **NORMES TECHNIQUES SIA N° 162** : "*Ouvrages en béton*". Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zürich, **1989**
- [C5] **NORMES TECHNIQUES SIA N° 162/1** : "*Ouvrages en béton - Essais des matériaux*". Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zürich, **1989**
- [C6] **NORMES TECHNIQUES SIA N° 166** : "*Règles concernant la composition des bétons, Complément de la norme 162*". Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zürich, **1956**
- [C7] **RILEM** : "*Essai en compression*". Recommandation de la RILEM - CPC 4, Novembre **1975**
- [C8] **RILEM** : "*Essai en traction par fendage*". Recommandation de la RILEM - CPC 6, Novembre **1975**
- [C9] **RILEM** : "*Essai en traction directe*". Recommandation de la RILEM - CPC 7, Novembre **1975**
- [C10] **RILEM** : "*Module d'élasticité du béton en compression*". Recommandation de la RILEM - CPC 8, Novembre **1975**
- [C11] **RILEM** : "*Essais portant sur l'adhérence des armatures du béton. 1. Essai par flexion*". Recommandation RILEM/CEB/FIP - RC5, Matériaux et Constructions, Vol. 6, No. 32, **1978**
- [C12] **RILEM** : "*Essais portant sur l'adhérence des armatures du béton. 1. Essai par traction*". Recommandation RILEM/CEB/FIP - RC6, Matériaux et Constructions, Vol. 6, No. 32, **1978**

### **Fissuration et modèles de calcul d'ouverture de fissures**

- [F1] **AL RAWI R. S. and KHEDER G. F.** : "*Control of Cracking Due to Volume Change in Base-Restrained Concrete Members*". ACI Structural Journal, Title No. 87-S39, pp. 397-405, July - August **1990**
- [F2] **BALAZS G. L.** : "*Cracking Analysis Based on Slip and Bond Stresses*". ACI Materials Journal, Title No. 90-M37, July - August **1993**
- [F3] **BEEBY A. W.** : "*Shrinkage Cracking in Fully Restrained Concrete Members*". Discussion about a paper by Gilbert R. I. in ACI Structural Journal, January - February **1993**
- [F4] **BEEBY A. W.** : "*Fixings in Cracked Concrete, The Probability of Coincident Occurrence and Likely Crack Width*". CIRIA/UEG, Cement and Concrete Association, Technical note 136, **1990**

- [F5] **BEEBY A. W.** : *"The Prediction of Crack Width in Hardened Concrete"*. The Structural Engineer, Vol. 57A/No. 1, January 1979
- [F6] **BEEBY A. W.** : *"Concrete in the Oceans-Cracking and Corrosion"*. CIRIA/UEG, Cement and Concrete Association, Departement of Energy, Technical report No. 1, 1978
- [F7] **BEEBY A. W.** : *"A Study of Cracking in Reinforced Concrete Members Subjected to Pure Tension"*. Cement and Concrete Association, Report 42.468, June 1972
- [F8] **BEEBY A. W.** : *"An Investigation of Cracking on the Side Faces of Beams"*. Cement and Concrete Association, Technical Report 42.466, December 1971
- [F9] **BRAAM C. R.** : *"Control of Crack Width in Deep Reinforced Concrete Beams"*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, 1990
- [F10] **BRAAM R. and WALRAVEN J.** : *"Control of Crack Width in Deep Reinforced Concrete Beams"*. IABSE Colloquium, pp. 111-116, Stuttgart, 1991
- [F11] **BREITENBÜCHER R.** : *"Investigation of Thermal Cracking With the Cracking Frame"*. Matériaux et Constructions No 23, pp. 172-177, 1990
- [F12] **BRUGGELING A. S. G.** : *"An Engineering Model for Structural Concrete"*. IABSE Colloquium, pp. 27-36, Stuttgart, 1991
- [F13] **BRUGGELING A. S. G.** : *"Structural Concrete - Theory and its Application"*. Published by A.A. Balkema, Rotterdam, 1991
- [F14] **BRUGGELING A. S. G.** : *"Control of Crack Width under Imposed Deformations"*. IABSE Colloquium pp. 143-148, Paris-Versailles, 1987
- [F15] **CEB** : *"Contribution à la 16e session Plénière du CEB : FISSURATION"*. Bulletin d'information No. 89, Mars 1973
- [F16] **CEB** : *"Fissuration"*. Bulletin d'information No. 61, Fissuration 11e Session plénière, Bruxelles, October - June 1967
- [F17] **CEB-FIP Working Group on High Performance Concrete** : *"Extension of CEB/FIB Model Code (guidelines for HSC/HPC)"*. Bulletin d'information à paraître en 1995
- [F18] **CEB-Manuel** : *"Fissuration et Déformation"*. Bulletin d'information No. 158 (Français + English), EPF Lausanne, 1983
- [F19] **CHARIF H.** : *"Réduction des déformations des structures en béton grâce à l'utilisation de bétons à hautes performances"*. Thèse de doctorat No. 884 EPF Lausanne, 1990
- [F20] **CHARIF H. and JACCOUD J.-P.** : *"Calcul des déformations des structures en béton et étude de leur réduction grace à l'utilisation de BHP"*. ITBTP, No. 511, Février 1993

- [F21] **CLEAR C. A.** : *"The Effects of Autogenous Healing upon the Leakage of Water through Cracks in Concrete"*. Cement and Concrete Association, Technical Report 559, May 1985
- [F22] **CLEAR C. A.** : *"The Characteristics of Water Flow through Slots"*. Cement and Concrete Association, Test memorandum, July 1982
- [F23] **CREAZZA G. and DI MARCO R.** : *"Bending Moment-Mean Curvature Relationship with Constant Axial Load in the Presence of Tension Stiffening"*. Materials and Structures, vol. 26, No. 158, May 1993
- [F24] **DEACON R. C.** : *"Watertight Concrete Construction"*. Cement and Concrete Association, 46.504, April 1978
- [F25] **ESPION B.** : *"Etude des effets de tension stiffening dans des éléments de construction en béton de fibres armé conventionnellement"*. Résultats d'essais sur tirants - Perspectives, Université Libre de Bruxelles, Service Génie Civil, Octobre 1990
- [F26] **ESPION B.** : *"Lois de comportement de tirant en béton armé"*. Bulletin 84-1 du Service Génie Civil, Université Libre de Bruxelles, Laboratoire des Constructions Civiles, 1984
- [F27] **ESPION B., PROVOST M. et HALLEUX P.** : *"Rigidité d'une zone tendue en béton armé"*. Matériaux et Constructions, vol.18-No.105, pp. 185-191, 1985
- [F28] **FARRA B. et JACCOUD J.-P.** : *"Influence du béton et de l'armature sur la fissuration des structures en béton - Rapport des essais de tirants sous déformation imposée de courte durée"*. Publication IBAP No. 140, EPF Lausanne, Novembre 1993
- [F29] **FARRA B. and JACCOUD J.-P.** : *"Bond Behaviour, Tension Stiffening and Crack Prediction of High Strength Concrete"*. CEB-RTU International conference "Bond in concrete - from research to practice", Proceedings Topics 3 - 7, Riga, October 1992
- [F30] **FAVRE R., JACCOUD J.-P., KOPRINA M. et RADOJICIC A.** : *"Dimensionnement des structures en béton : Dalles, murs, colonnes et fondations"*. Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Volume 8, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Octobre 1989
- [F31] **FEHLING E. and KÖNIG G.** : *"Crack Width Control in Prestressed Concrete"*. Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Darmstadt concrete, Vol. 2, pp. 49-62, 1987
- [F32] **FERRY-BORGES J.F. et Argá e Lima J.** : *"Formation of Cracks in Beams with Low Percentage of Reinforcement"*. RILEM, Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete, Vol.II, Stockholm, 1957

- [F33] **FISHER A.** : *"The Effective Depth for the Crack Width Control of Thick Concrete Members"*. Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Darmstadt concrete, Vol. 6, **1991**
- [F34] **GOTO Y.** : *"Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars"*. ACI Journal No. 68-26, April **1971**
- [F35] **GÜNTHER G. und MEHLHORN G.** : *"Wirkungszone der Bewehrung sowie Rissabstände und Rissbreiten bei Stahlbetonbauteilen"*. Beton- und Stahlbetonbau 86, H. 5, **1991**
- [F36] **GÜNTHER G. und MEHLHORN G.** : *"Beeinflussung des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens von Stahlbetonzugkörpern durch die Art der Rissöffnung und den durch Schwinden verursachten Eigenspannungszustand"*. GhK, Gesamthochschule Kassel - Universität, **1989**
- [F37] **HARRISON T. A.** : *"Early-age Thermal Crack Control in Concrete"*. CIRIA Report 91, London, **1981**
- [F38] **HARTL G.** : *"Die Arbeitslinie "Eingebetteter Stähle" unter Erst- und Kurzzeitbelastung"*. Beton- und Stahlbetonbau, Heft 8, pp. 221-224, **1983**
- [F39] **HELMUS M.** : *"Mindestbewehrung zwangsbeanspruchter dicker Stahlbetonbauteile"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 412, Berlin, **1990**
- [F40] **HUGHES B. P.** : *"Design to BS5337 for Controlled Cracking of Water Retaining Structures"*. The Structural Engineer, Vol. 54, No. 10, October **1976**
- [F41] **JACCOUD J.-P.** : *"Proposition d'adaptation des normes pour le contrôle de la fissuration des structures en BHP"*. Structures en béton à hautes performances, Fissuration - Etanchéité - Durabilité. Documentation SIA D 0702, Conférence de la journée d'étude, Lausanne, Mars **1995**
- [F42] **JACCOUD J.-P.** : *"Contrôle de la fissuration"*. Nouveaux aspects du dimensionnement des structures en béton. Documentation SIA D 0700, Conférence de la journée d'étude, Lausanne, Décembre **1994**
- [F43] **JACCOUD J.-P.** : *"Déformation et fissuration"*. SIA, 12/90, 116e année, **1990**
- [F44] **JACCOUD J.-P.** : *"Structures en béton à hautes performances"*. Publication IBAP No. 135, Tiré à part de deux contributions dans CHANTIERS, Vol. 21, 5 et 7, Août **1990**
- [F45] **JACCOUD J.-P.** : *"Armature minimale pour le contrôle de la fissuration des structures en béton"*. Thèse de doctorat EPF Lausanne No. 666, **1987**
- [F46] **JACCOUD J.-P.** : *"Une nouvelle approche du dimensionnement des structures en béton à la fissuration"*. Publication IBAP No.120, EPF Lausanne, Avril **1987**
- [F47] **JACCOUD J.-P. et al.** : *"Armature minimale pour le contrôle de la fissuration"*. Rapport final des essais série C, par JACCOUD et CHARIF . Publication IBAP No. 114, EPF Lausanne, Juillet **1986**

- [F48] **JACCOUD J.-P. et al.** : "*Armature minimale pour le contrôle de la fissuration*". Rapport intermédiaire des essais série C, par JACCOUD et CHARIF. Publication IBAP No. 109, EPF Lausanne, Septembre **1985**
- [F49] **JACCOUD J.-P. et al.** : "*Armature minimale pour le contrôle de la fissuration*". Rapport sur une première série d'essais de courte durée, par JACCOUD, FRANCOU, et CAMARA, Mai **1984**
- [F50] **JACCOUD J.-P., CHARIF H. and FARRA B.** : "*Cracking Behaviour of HSC Structures and Practical Consequences for Design*". High-Strength Concrete, Symposium Proceedings, Vol. 1, Lillehammer, Norway, June 20-24 **1993**
- [F51] **JANOVIC K.** : "*Cracking in Reinforced Concrete and Prestressed Concrete*". Betonwerk + Fertigteil-Technik, Heft 12, pp. 815-823, **1986**
- [F52] **KÖNIG G. and FEHLING E.** : "*Zur Rissbreitenbeschränkung in Stahlbetonbau*". Beton-und Stahlbetonbau 83, Heft 6 + Heft 7, **1988**
- [F53] **KÖNIG G. and TUE N.** : "*Crack Width Control for Concrete Constructions*". Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Darmstadt Concrete, Vol. 7, **1992**
- [F54] **KÖNIG G. and TUE N.** : "*Calculating the Mean Bond and Steel Stress in Reinforced and Prestressed Concrete Members*". Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Darmstadt Concrete, Vol. 6, pp. 231-245, **1991**
- [F55] **KRAUS D. and WURZER O.** : "*Watertight Concrete Structures*". IABSE Colloquium, pp. 129-134, Stuttgart, **1991**
- [F56] **KRIPS M.** : "*Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*". Mitteilungen aus dem Institut für Massivbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 33, Ernst & Sohn, Berlin, **1985**
- [F57] **LACROIX R., FUENTES A. et THONIER H.** : "*Traité de béton armé*". Cours de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Editions Eyrolles, Paris, **1982**
- [F58] **LEONHARDT F.** : "*Cracks and Crack Control in Concrete Structures*". PCI Journal, July - August **1988**
- [F59] **MEYER G.** : "*Limitation of Crack Widths-Diagrams for Direct Design and Detailing*". Beton-Verlag, October **1989**
- [F60] **MIVELAZ P.** : "*Etanchéité des structures en bétons - Choix de l'armature et du béton*". Thèse de doctorat à paraître à l'EPFL-IBAP, Lausanne, **1996**
- [F61] **MIVELAZ P.** : "*Etanchéité des structures en bétons - Choix de l'armature et du béton*". Rapport des essais à paraître à l'EPFL-IBAP, **1995**
- [F62] **NOAKOWSKI P.** : "*Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangbeanspruchung und Rissbreite*". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 394, Berlin, **1988**
- [F63] **NOAKOWSKI P.** : "*Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rissbreite*". Beton-und Stahlbetonbau 7, **1985**

- [F64] **NOAKOWSKI P.** : *"Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 296 , Berlin , **1978**
- [F65] **PUCHS M.** : *"Design Concept for Load and Superimposed Deformations"*. Annual Journal on Concrete and Concrete Structures, Darmstadt Concrete, Vol. 2, **1987**
- [F66] **REHM G. und ELIGEHAUSEN R.** : *"Übergreifungsstösse von Rippenstäben unter schwellender Belastung"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 291, Berlin, **1977**
- [F67] **ROSTASY S. and HENNING W.** : *"Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten"*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 407, Berlin, **1990**
- [F68] **ROTS J. G.** : *"Computational Modeling of Concrete Fracture"* . Thesis, Delft, University of Technologie, **1988**
- [F69] **SALIGER R.** : *"Acier à haute résistance dans le béton armé"*. Association Internationale des Ponts et Charpentes, deuxième congrès, Berlin - Munich, 1 - 11 Octobre **1936**
- [F70] **SCHIESSL P.** : *"Mindestbewehrung zur Vermeidung klaffender Risse"*. Institut für Betonstahl und Stahlbetonbau e.V., sh - 284/85, Juni **1985**
- [F71] **SCHIESSL P. und WOLFEL E.** : *"Konstruktionsregeln zur Beschränkung der Rissbreite"*. Grundlage zur Neufassung DIN 1045 (Entwurf 1985). Beton- und Stahlbetonbau 1, **1986**
- [F72] **SCOTT R. H. and GILL P. A. T.** : *"Short Term Distributions of Strain and Bond Stress along Tension Reinforcement"*. The Structural Engineer, vol. 65 B/No. 2, June **1987**
- [F73] **SIA** : *"Principes et conception de la nouvelle norme SIA 162 - Constructions en béton"*. Documentation D 77, Conférences des journées d'études, Lausanne, Octobre **1984**
- [F74] **TAM K. S. S. and SCANLON A.** : *"Analysis of Cracking Due to Restrained Volume Change in Reinforced Concrete Members"*. ACI Journal, pp. 658-667, July - August **1986**
- [F75] **TASSIOS T. P.** : *"Modelling Philosophy for Structural Concrete"*. IABSE Colloquium, pp. 185-193, Stuttgart, **1991**
- [F76] **VAN der VEEN C.** : *"Cryogenic Bond Stress-Slip Relationship"*. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, **1990**
- [F77] **VANDEWALLE L.** : *"Influence of Temperature on the Cracking in Reinforced Concrete"*. IABSE Colloquium, pp.117-122, Stuttgart, **1991**

- [F78] **WALRAVEN J. and STROBAND J.** : *"Bond, Tension Stiffening and Crack Width Control in Lightweight Concrete"*. CEB International Conference "Bond in Concrete - from Research to Practice", Proceedings Topics 3-7, Riga, October 1992
- [F79] **WALTHER R. et MIEHLBRADT M.** : *"Dimensionnement des structures en béton : Bases et technologie"* . Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Volume 8, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Juillet 1990
- [F80] **WICKE M.** : *"Cracking and Deformation in Structural Concrete"*. IABSE Colloquium, pp. 49-57, Stuttgart, 1991
- [F81] **WICKE M.** : *"CEB-FIP Model Code 1990, Serviceability Limit States"*. Colloquium on the CEB-FIP 1990, Rio de Janeiro, Brasil, 1990
- [F82] **WILLIAMS A.** : *"Tests on Large Reinforced Concrete Elements Subjected to Direct Tension"*. Cement and Concrete Association, Technical Report, April 1986
- [F83] **YANNOPOULOS P. J. and TASSIOS T. P.** : *"Reinforced Concrete Axial Elements Analyzed under Monotonic and Cyclic Loading"*. ACI Structural Journal, Vol. 88, no 1, pp. 3-11, January - February 1991
- [F84] **ZHAO G. and WANG Q.** : *"Crack Width and Deflection of Partially Prestressed and Reinforced Concrete Members"*. IABSE Colloquium, pp. 193-198, Paris-Versailles, 1987

**ANNEXES**

A	ÉQUATIONS DES DROITES DE LA RELATION MULTILINÉAIRE EXPRIMÉES DANS LES AXES $(N - \epsilon)$ , $(\sigma_{s2} - \epsilon)$ ET $(\sigma_{c1} - \epsilon)$ .....	161
B	OUVERTURE DES FISSURES EN FONCTION DU PARAMÈTRE $\beta_n$ .....	165
C	RELATIONS CONTRAINTE D'ADHÉRENCE - GLISSEMENT.....	167
D	DÉVELOPPEMENTS ALGÈBRIQUES POUR L'ÉTABLISSEMENT DE L'ÉQUATION (4.31) DÉFINISSANT LA CONTRIBUTION DU BÉTON TENDU $\Delta\epsilon_{s,n}$ .....	169



## ANNEXE A

**ÉQUATIONS DES DROITES DE LA RELATION  
MULTILINÉAIRE EXPRIMÉES DANS LES AXES (N - ε),  
(σ<sub>s2</sub> - ε) ET (σ<sub>c1</sub> - ε)**

Cette annexe contient les équations des droites composant le modèle global multilinéaire d'un tirant en béton armé, en fonction de ses deux paramètres de base δ et β<sub>n</sub>. Les développements et équations complémentaires à ceux présentés au paragraphe 4.2.4 sont présentés ci-dessous. Il s'agit des pentes des droites 1 à 3 dans les 3 représentations équivalentes (N - ε), (σ<sub>s2</sub> - ε) et (σ<sub>c1</sub> - ε), et des équations des segments AB et BC de la figure 4.3. Les contraintes σ<sub>s2</sub> et σ<sub>c1</sub> sont équivalentes à l'effort normal de traction dans le tirant dans le sens de l'équilibre des forces de l'équation (4.10) et de la figure 4.6.

Les équations des droites représentant le stade I et stade II-nu d'un tirant en béton armé sont les suivantes:

**- Effort normal - déformation (N - ε)**

$$\text{Stade I : } N = E_1 \cdot \varepsilon_{s1} = E_c \cdot A_1 \cdot \varepsilon_{s1} = \frac{1 + (\alpha - 1)\rho}{\alpha \rho} \cdot E_c \cdot A_s \cdot \varepsilon_{s1} \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Stade II-nu : } N = E_3 \cdot \varepsilon_{s2} = E_s \cdot A_s \cdot \varepsilon_{s2} \quad (\text{A.2})$$

**- Contrainte dans l'acier - déformation (σ<sub>s2</sub>-ε)**

$$\text{Stade I : } \sigma_{s2} = E_1 \cdot \varepsilon_{s1} = \frac{1 + (\alpha - 1)\rho}{\alpha \rho} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{s1} \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Stade II-nu : } \sigma_{s2} = E_3 \cdot \varepsilon_{s2} = E_s \cdot \varepsilon_{s2} \quad (\text{A.4})$$

**- Contrainte dans le béton - déformation (σ<sub>c1</sub>-ε)**

$$\text{Stade I : } \sigma_{c1} = E_1 \cdot \varepsilon_{s1} = E_c \cdot \varepsilon_{s1} \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Stade II-nu : } \sigma_{c1} = E_3 \cdot \varepsilon_{s2} = \frac{\alpha \rho}{1 + (\alpha - 1)\rho} \cdot E_c \cdot \varepsilon_{s2} \quad (\text{A.6})$$

Les pentes des droites 1 et 3 sont données par les valeurs de E<sub>1</sub> et E<sub>3</sub> dans les équations (A.1) à (A.6).

Pour calculer la pente  $E_2$  du segment AB de la figure 4.3, représentant la phase de formation des fissures, on calcule l'accroissement de la déformation totale du tirant dans cette phase:

$$\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1} = \varepsilon_{srn} - \frac{f_{ct,1}}{E_c} \quad (A.7)$$

En introduisant la déformation correspondant à la stabilisation de la fissuration  $\varepsilon_{srn}$  de l'équation (4.20) dans (A.7), on obtient:

$$\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1} = \frac{f_{ct,1}}{\rho \cdot E_s} \cdot [\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha\rho] \quad (A.8)$$

On peut maintenant calculer la pente  $E_2$  de la droite représentant la phase de formation des fissures dans les 3 représentations équivalentes.

- Dans les axes  $N - \varepsilon$ , la pente  $E_2$  est définie par:

$$E_2 = \frac{N_{rn} - N_{r1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}} \quad (A.9)$$

L'accroissement de la force entre l'apparition de la première et dernière fissure est:

$$N_{rn} - N_{r1} = (f_{ct,n} - f_{ct,1}) \cdot A_1 = (\delta - 1) f_{ct,1} \cdot A_c \cdot (1 + (\alpha - 1)\rho) \quad (A.10)$$

En introduisant (A.8) et (A.10) dans (A.9), on obtient la pente de la droite représentant la phase de formation des fissures dans les axes  $N - \varepsilon$ :

$$E_2 = \frac{(\delta - 1) \cdot (1 + (\alpha - 1)\rho)}{[\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha\rho]} \cdot E_s \cdot A_s \quad (A.11)$$

- Dans les axes  $\sigma_{s2} - \varepsilon$ , la pente  $E_2$  est définie par :

$$E_2 = \frac{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}} \quad (A.12)$$

L'accroissement de la contrainte dans l'acier en stade II-nu, pendant la phase de formation des fissures est définie par :

$$\sigma_{srn} - \sigma_{sr1} = (\delta - 1) \sigma_{sr1} = \frac{f_{ct,1} (\delta - 1) \cdot (1 + (\alpha - 1)\rho)}{\rho \cdot E_s} \quad (A.13)$$

En introduisant (A.8) et (A.13) dans (A.12), on trouve:

$$E_2 = \frac{(\delta - 1) \cdot (1 + (\alpha - 1)\rho)}{[\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha\rho]} \cdot E_s \quad (A.14)$$

- Dans les axes  $\sigma_{c1}-\varepsilon$ , la pente  $E_2$  est définie par :

$$E_2 = \frac{f_{ct,n} - f_{ct,1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}} \quad (A.15)$$

L'augmentation de la résistance effective à la traction du béton pendant la phase de formation des fissures est définie par :

$$f_{ct,n} - f_{ct,1} = (\delta - 1) f_{ct,1}$$

En introduisant l'équation précédente et (A.8) dans (A.15), on trouve:

$$E_2 = \frac{(\delta - 1) \cdot \alpha \rho}{[\delta (1 + (\alpha - 1)\rho) - \beta_n (1 - \rho) - \alpha \rho]} \cdot E_c \quad (A.16)$$

Les équations des droites AB et BC de la figure 4.3 sont maintenant faciles à écrire étant donné que les points A et B ainsi que les pentes des droites 2 et 3, sont connus.

Par exemple dans une représentation  $\sigma_{c1} - \varepsilon$  :

l'équation du segment représentant la phase de formation des fissures ( $f_{ct,1} \leq \sigma_{c1} \leq f_{ct,n}$ ) est la suivante :

$$\sigma_{c1} = E_2 (\varepsilon - \varepsilon_{s1,r1}) + f_{ct,1} \quad (A.17)$$

l'équation du segment représentant la phase de fissuration stabilisée ( $\sigma_{c1} \geq f_{ct,n}$ ) :

$$\sigma_{c1} = E_3 (\varepsilon - \varepsilon_{sm}) + f_{ct,n} \quad (A.18)$$

La relation ( $\sigma_{c1}-\varepsilon$ ) de l'équation (A.18) s'écrit sous la forme:

$$\sigma_{c1} = E_3 \cdot \varepsilon + \frac{\beta_n (1 - \rho)}{1 + (\alpha - 1)\rho} \cdot f_{ct,1} \quad (A.19)$$

Les équations des droites AB et BC dans une représentation N- $\varepsilon$  sont analogues à (A.17) et (A.18). Il suffit pour les obtenir de remplacer  $\sigma_{c1}$  par N et  $f_{ct,i}$  par  $N_{ri}$  ( $i = 1$  ou  $n$ ).



## ANNEXE B

## OUVERTURE DES FISSURES EN FONCTION DU PARAMÈTRE $\beta_n$

Nous avons montré au §4.3 que l'ouverture des fissures en phase de fissuration stabilisée s'exprime en fonction de la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_{s,n}$ , qui a été calculée en fonction du facteur d'adhérence  $b$  et de  $\Delta\varepsilon_{sr,1}$ .

Il s'agit ici d'exprimer l'ouverture moyenne des fissures en fonction du paramètre  $\beta_n$ . Cela permet d'étudier l'influence de  $\beta_n$  sur l'évolution de la force de fissuration  $N$  et de l'ouverture des fissures  $w_m$  en fonction de la déformation totale du tirant  $\varepsilon$ .

La longueur d'introduction et l'ouverture de la première fissure sont définies par (4.24.a) et (4.24.b). La déformation moyenne de l'acier au point de stabilisation de la fissuration est définie par (4.20). L'ouverture moyenne des fissures en phase de fissuration stabilisée ( $\sigma_{s2} \geq \sigma_{srn}$ ) s'obtient de (4.40).

$$w_m = \frac{4}{3} L_r \cdot (\varepsilon_{s2} - \beta_n \cdot \varepsilon_{s2,r1}) \quad (4.40)$$

En introduisant  $\varepsilon_{s2} = \delta \varepsilon_{s2,r1}$  dans (4.40), on obtient l'ouverture moyenne des fissures au moment de l'apparition de la dernière fissure :

$$w_{m,n} = \frac{4}{3} L_r \cdot (\delta - \beta_n) \cdot \varepsilon_{s2,r1} \quad (B.1)$$

Le rapport entre les ouvertures des fissures  $w_{m,n}$  et  $w_{m,1}$  se déduit des équations (4.24.a) et (B.1) :

$$\frac{w_{m,n}}{w_{m,1}} = \frac{4 (\delta - \beta_n)}{3 (1 - b)} \quad (B.2)$$

L'équation de la droite GH de la figure 4.9 est définie par l'équation suivante :

$$w_m(\varepsilon) = w_{m,1} + \frac{\Delta w}{\Delta \varepsilon} (\varepsilon - \varepsilon_{s1,r1}) \quad (B.3)$$

On écrit  $w_{m,n}$  en fonction de  $w_{m,1}$  à partir de l'équation (B.2) :

$$w_{m,n} = \frac{4 (\delta - \beta_n)}{3 (1 - b)} \cdot w_{m,1} \quad (B.4)$$

La pente  $\Delta w/\Delta \varepsilon$  du diagramme ( $w_m - \varepsilon$ ) en phase de formation des fissures est définie par :

$$\frac{\Delta w}{\Delta \varepsilon} = \frac{w_{m,n} - w_{m,1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}}$$

En introduisant  $w_{m,n}$  de (B.4) dans l'équation précédente, on obtient :

$$\frac{\Delta w}{\Delta \varepsilon} = \left( \frac{4 (\delta - \beta_n)}{3 (1 - b)} - 1 \right) \cdot \frac{w_{m,1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}} \quad (\text{B.5})$$

En introduisant (B.5) dans l'équation (B.3), on obtient l'équation de l'ouverture moyenne des fissures en phase de formation des fissures équivalente à (4.38), exprimée en fonction de  $\beta_n$  :

$$w_m(\varepsilon) = w_{m,1} \cdot \left( 1 + \left( \frac{4 (\delta - \beta_n)}{3 (1 - b)} - 1 \right) \cdot \frac{\varepsilon - \varepsilon_{s1,r1}}{\varepsilon_{srn} - \varepsilon_{s1,r1}} \right) \quad (\text{B.6})$$

L'équation précédente s'écrit en fonction de la contrainte dans l'acier  $\sigma_{s2}$  au droit des fissures :

$$w_m(\sigma_{s2}) = w_{m,1} \cdot \left( 1 + \left( \frac{4 (\delta - \beta_n)}{3 (1 - b)} - 1 \right) \cdot \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{sr1}}{\sigma_{srn} - \sigma_{sr1}} \right) \quad (\text{B.7})$$

Il suffit de remplacer  $\beta_n$  de l'équation (4.32), dans les équations de cette annexe, pour retrouver toutes les expressions du §4.3.

L'avantage d'exprimer l'ouverture moyenne des fissures en fonction de  $\beta_n$  est de permettre sa prédiction pour une valeur choisie de  $\beta_n$  qui pourrait être obtenue à partir d'essais. Ainsi il devient possible de calculer l'ouverture moyenne des fissures dans toutes les phases de fissuration pour un couple donné des paramètres  $\beta_n$  et  $\delta$ .

## ANNEXE C

## RELATIONS CONTRAINTE D'ADHÉRENCE - GLISSEMENT

Cette annexe explicite les relations mentionnées aux paragraphes 2.2.4 et 4.4.2 (voir en particulier les figures 4.13(a) et 4.13(b)).

## 1. Code Modèle du CEB-FIP [C1]

$$\text{- Mauvaises conditions} \quad \tau = 1.25 \cdot f_{ck}^{0.5} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^{0.4} ; s_1 = 1 \text{ mm} \quad (\text{C.1})$$

$$\text{- Bonnes conditions} \quad \tau = 2.5 \cdot f_{ck}^{0.5} \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^{0.4} ; s_1 = 1 \text{ mm} \quad (\text{C.2})$$

## 2. Bruggeling 1991 [F13]

$$\text{- Barres supérieures} \quad \tau = 0.32 \cdot (f_{cck}+4) \cdot s^{0.28} \quad (\text{C.3})$$

$$\text{- Barres inférieures} \quad \tau = 0.38 \cdot (f_{cck}+4) \cdot s^{0.18} \quad (\text{C.4})$$

## 3. Noakowski 1988 [F64]

$$\text{- Barres supérieures} \quad \tau = 0.8 \cdot f_{ccm}^{0.66} \cdot s^{0.2} \quad (\text{C.5})$$

$$\text{- Barres inférieures} \quad \tau = 0.95 \cdot f_{ccm}^{0.66} \cdot s^{0.12} \quad (\text{C.6})$$

## 4. König 1994 [A33]

$$\text{- Bétons ordinaires} \quad \tau = 0.29 \cdot f_{ccm} \cdot s^{0.3} \quad (\text{C.7})$$

$$\text{- Bétons à haute résistance} \quad \tau = 0.16 \cdot f_{ccm} \cdot s^{0.2} \quad (\text{C.8})$$

$\tau$ ,  $f_{ccm}$ ,  $f_{cck}$ , et  $f_{ck}$  sont en (MPa) alors que le glissement "s" est en (mm).



## ANNEXE D

**DÉVELOPPEMENTS ALGÈBRIQUES POUR  
L'ÉTABLISSEMENT DE L'ÉQUATION (4.31) DÉFINISSANT  
LA CONTRIBUTION DU BÉTON TENDU  $\Delta\varepsilon_{s,n}$**

L'équation de la contribution du béton tendu  $\Delta\varepsilon_{s,n}$  développée au §4.3 s'écrit sous une forme simple moyennant les transformations algébriques ci-dessous.

La contribution du béton tendu peut s'écrire de (4.27.b) sous la forme suivante :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \varepsilon_{s2,rn} - \varepsilon_{sm,n}$$

En insérant  $\varepsilon_{sm,n}$  de (4.30) dans l'équation précédente, on obtient :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \varepsilon_{s2,rn} - \left( \frac{(1-b)(5+b)}{8} \varepsilon_{s2,rn} + \frac{(1+b)(3+b)}{8} \varepsilon_{s1,rn} \right) \quad (D.1)$$

On exprime  $\varepsilon_{s1,rn}$  en fonction  $\varepsilon_{s2,rn}$  à partir de (4.11) :

$$\varepsilon_{s1,rn} = \frac{\alpha \rho}{(1 + (\alpha - 1) \rho)} \cdot \varepsilon_{s2,rn} \quad (D.2)$$

En introduisant  $\varepsilon_{s1,rn}$  dans (D.1) on trouve :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \delta \cdot \varepsilon_{s2,r1} - \left( \frac{(1-b)(5+b)}{8} \delta \varepsilon_{s2,r1} + \frac{(1+b)(3+b)}{8(1+(\alpha-1)\rho)} \alpha \rho \cdot \delta \varepsilon_{s2,r1} \right)$$

En mettant  $\delta \varepsilon_{s2,r1}$  en facteur, on obtient :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \delta \cdot \varepsilon_{s2,r1} \left( 1 + \frac{(-1+b)(5+b)}{8} - \frac{(1+b)(3+b)\alpha\rho}{8(1+(\alpha-1)\rho)} \right)$$

En développant l'expression entre parenthèse, l'équation précédente s'écrit sous la forme :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \delta \cdot \varepsilon_{s2,r1} \left( \frac{(1+b)(3+b)}{8} - \frac{(1+b)(3+b)\alpha\rho}{8(1+(\alpha-1)\rho)} \right)$$

En mettant  $\frac{(1+b)(3+b)}{8}$  en facteur on trouve :

$$\Delta\varepsilon_{s,n} = \delta \cdot \varepsilon_{s2,r1} \cdot \frac{(1+b)(3+b)}{8} \cdot \left( \frac{1+(\alpha-1)\rho - \alpha\rho}{1+(\alpha-1)\rho} \right)$$

$$\Delta \varepsilon_{s,n} = \delta \cdot \varepsilon_{s2,r1} \cdot \frac{(1+b)(3+b)}{8} \cdot \left( \frac{1-\rho}{1+(\alpha-1)\rho} \right)$$

En introduisant  $\Delta \varepsilon_{sr,1}$  de l'équation (4.1), la contribution du béton tendu s'écrit sous la forme de l'équation (4.31) :

$$\Delta \varepsilon_{s,n} = \frac{\delta \cdot (1+b)(3+b)}{8} \cdot \Delta \varepsilon_{sr,1} \quad (4.31)$$

**CURRICULUM VITAE**

Nom FARRA  
 Prénom Bicher  
 Date et lieu de naissance 22 juin 1966 à Damas (Syrie)

**Études**

1971 - 1983 Écoles primaire et secondaire à Damas  
 1983 Baccalauréat scientifique  
 1984 Cours Mathématiques Spéciales (CMS), EPFL  
 1985 - 1990 Études de génie civil à l'École Polytechnique  
 Fédérale de Lausanne. Orientation structures et  
 ouvrages d'art  
 janvier 1990 Diplôme en génie civil, EPFL

**Activités professionnelles**

1990 - 1995 Assistant à l'Institut du Béton Armé et  
 Précontraint (IBAP - EPFL, Prof. R. FAVRE)  
 Recherche au sein de l'institut et participation aux  
 tâches d'enseignement et d'expertises